

Цель работы

Цель - Постройте график зависимости численности хищников от численности жертв.

Задание

Вариант 11

Для модели «хищник-жертва»:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -0.23x(t) + 0.053x(t)y(t) \\ \frac{dy}{dt} = 0.43y(t) - 0.033x(t)y(t) \end{cases}$$

Постройте график зависимости численности хищников от численности жертв, а также графики изменения численности хищников и численности жертв при следующих начальных условиях: $x_0=8, y_0=14$. Найдите стационарное состояние системы.

Выполнение лабораторной работы

1. Теоретическая часть.

Простейшая модель взаимодействия двух видов типа «хищник — жертва» - модель Лотки-Вольтерры. Данная двувидовая модель основывается на следующих предположениях:

1. Численность популяции жертв x и хищников y зависят только от времени (модель не учитывает пространственное распределение популяции на занимаемой территории)
2. В отсутствии взаимодействия численность видов изменяется по модели Мальтуса, при этом число жертв увеличивается, а число хищников падает
3. Естественная смертность жертвы и естественная рождаемость хищника считаются несущественными
4. Эффект насыщения численности обеих популяций не учитывается
5. Скорость роста численности жертв уменьшается пропорционально численности хищников

$$\frac{dx}{dt} = ax(t) - bx(t)y(t)$$

$$\frac{dy}{dt} = -cy(t) + dx(t)y(t)$$

Уравнение второго порядка можно представить в виде системы двух уравнений первого порядка:

В этой модели x – число жертв, y - число хищников. Коэффициент a описывает скорость естественного прироста числа жертв в отсутствие хищников, c - естественное вымирание хищников, лишенных пищи в виде жертв. Вероятность взаимодействия жертвы и хищника считается пропорциональной как количеству жертв, так и числу самих хищников (xy). Каждый акт взаимодействия уменьшает популяцию жертв, но способствует увеличению популяции хищников (члены $-bxy$ и dxy в правой части уравнения).

Ход решения

Вариант 11

Для модели «хищник-жертва»:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -0.23x(t) + 0.053x(t)y(t) \\ \frac{dy}{dt} = 0.43y(t) - 0.033x(t)y(t) \end{cases}$$

Постройте график зависимости численности хищников от численности жертв, а также графики изменения численности хищников и численности жертв при следующих начальных условиях: $x_0=8, y_0=14$. Найдите стационарное состояние системы.

Код:

```
import numpy as np
from scipy.integrate import odeint
import matplotlib.pyplot as plt
import math

a = 0.23
b = 0.053
c = 0.43
d = 0.033

y0 = [8, 14]

def syst2(y, t):
    y1, y2 = y
    return [-a*y1 + b*y1*y2, c*y2 - d*y1*y2 ]

t = np.arange( 0, 200, 0.1)
y = odeint(syst2, y0, t)
y1 = y[:,0]
y21 = y[:,1]

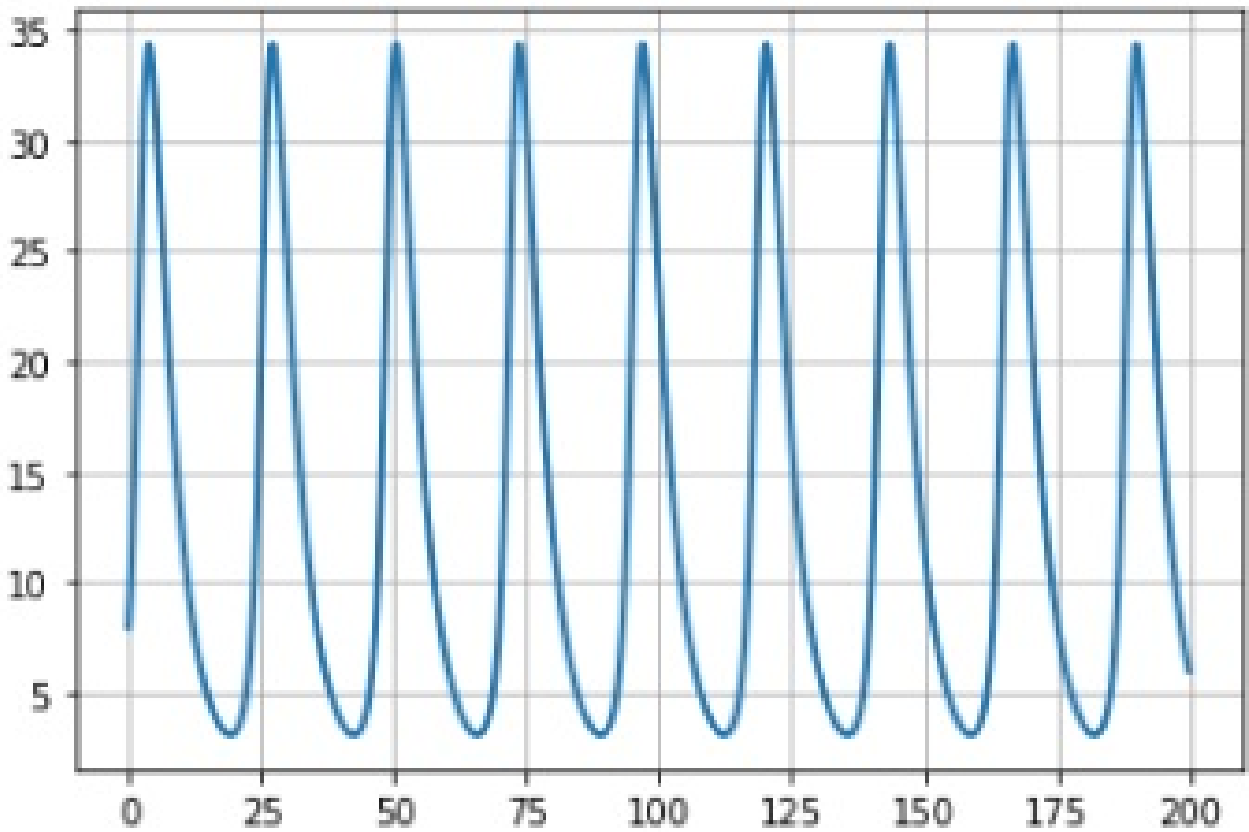
fig = plt.figure(facecolor='white')
plt.plot(t, y1, linewidth=2)
plt.ylabel("x")
plt.xlabel("t")
plt.grid(True)
plt.show()
fig.savefig('01.png', dpi = 600)

fig2 = plt.figure(facecolor='white')
plt.plot(t, y21, linewidth=2)
plt.ylabel("y")
plt.xlabel("t")
plt.grid(True)
plt.show()
fig2.savefig('02.png', dpi = 600)

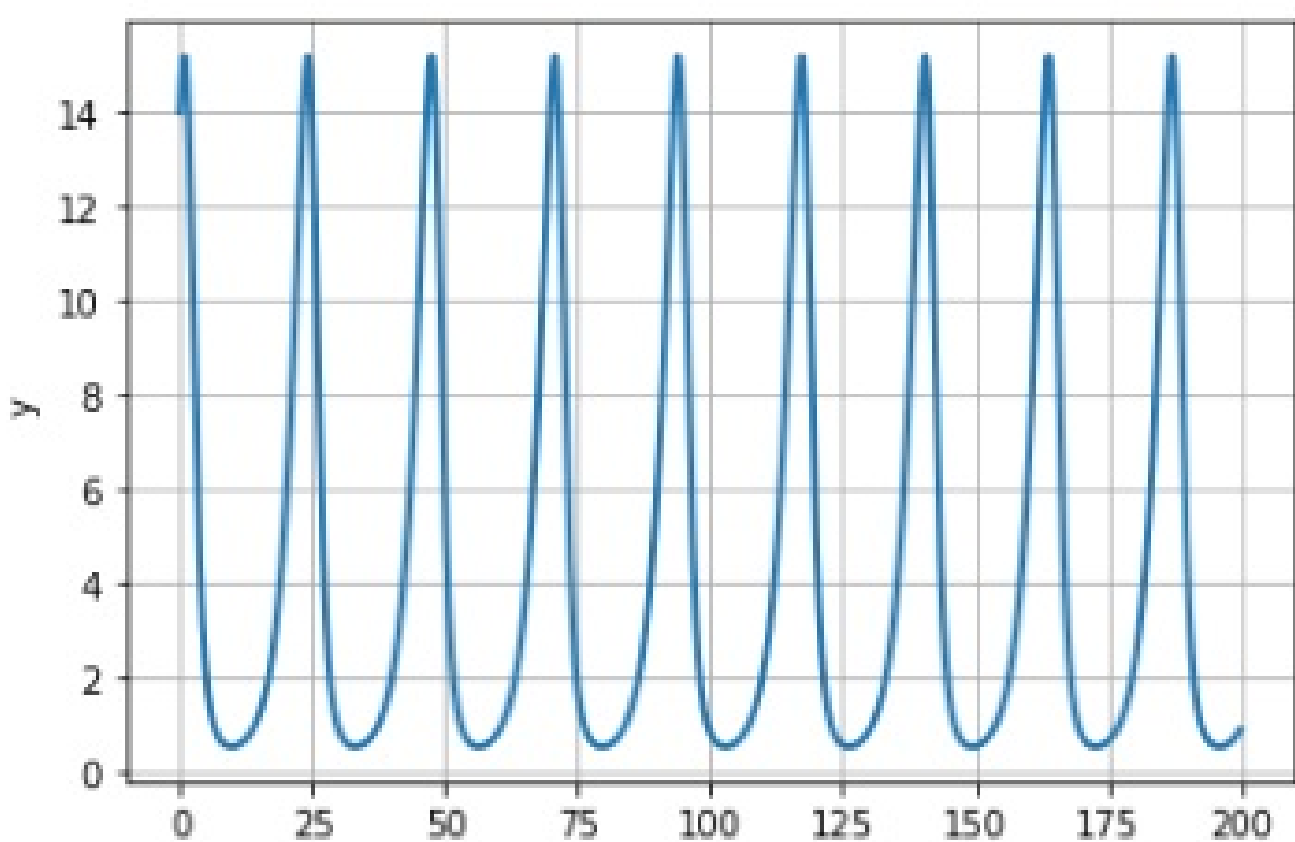
fig3 = plt.figure(facecolor='white')
plt.plot(y1, y21, linewidth=2)
plt.ylabel("y")
plt.xlabel("x")
plt.grid(True)
plt.show()
fig3.savefig('03.png', dpi = 600)

print("Xст = ", a/b)
print("Yст = ", c/d)
```

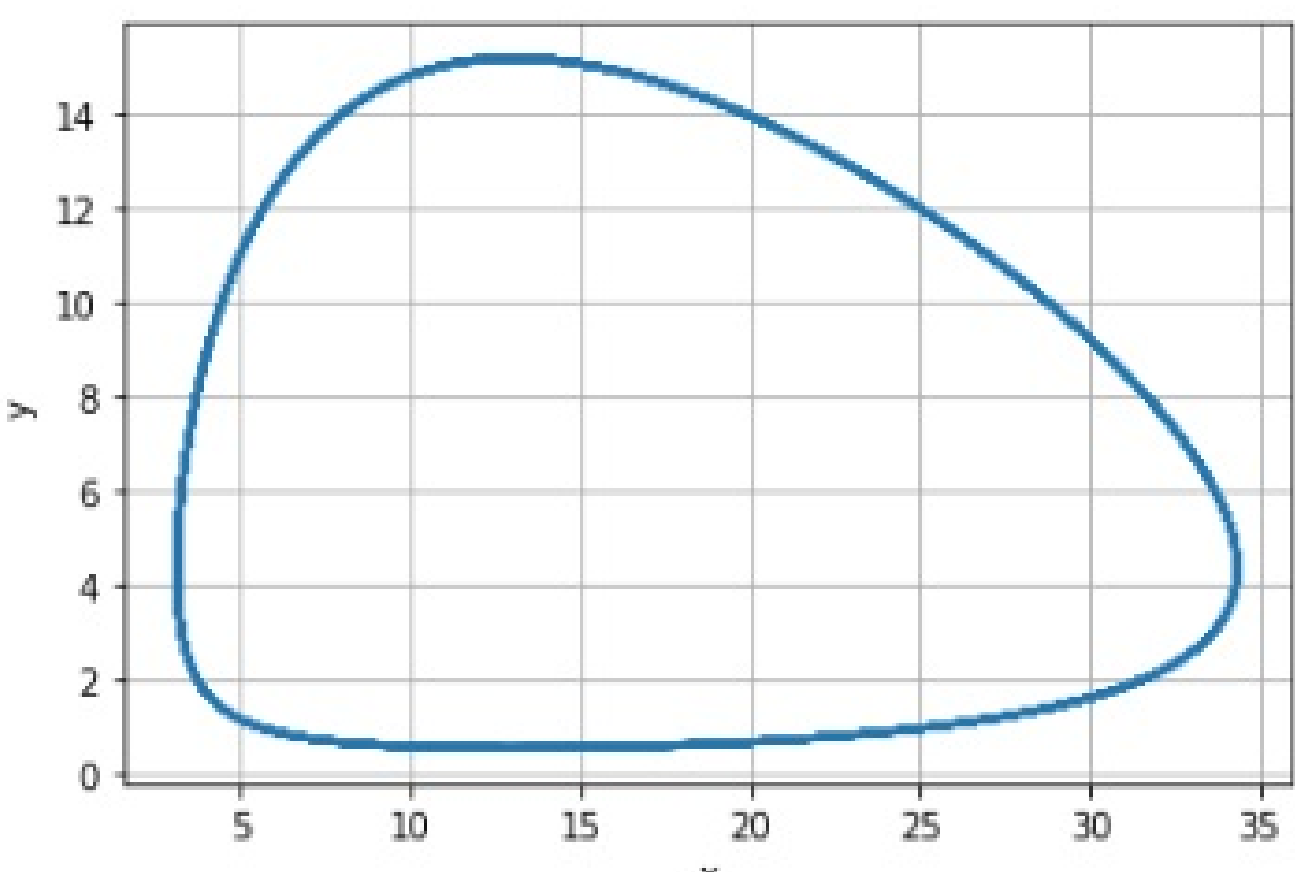
Построение графиков: Графики:



Первый график:



Второй график:



Третий график: $X_{ст} = 4.339622641509434$
 $Y_{ст} = 13.03030303030303$

Выводы

Результат: Построили графики хищников и жертв и увидели как будет вести себя популяция на графиках.

Вывод: Построили математическую модель, использовали python, выявили результаты для трех случаев, научились строить математическую модель для нахождения исхода и результатов.