

이산수학

상명대학교 융합공과대학 휴먼지능정보공학전공
지능정보융합전공 / 인공지능융합전공 / 금융서비스AI융합전공
일반대학원 지능정보공학과
일반대학원 감성공학과
일반대학원 스포츠ICT융합학과
디지털 신기술 바이오헬스케어 혁신공유대학 사업단
지능정보기술연구소 (ai.smu.ac.kr)

강의개요

- 이산수학 개요
 - 이산수학 소개
- 논리와 명제
 - 기본개념, 논리연산자와 진리표, 논리적 동치, 한정기호, 명제함수, 추론, 파이썬 코딩
- 증명
 - 수학적 귀납법, 직접증명법, 간접증명법, 재귀법, 파이썬 코딩
- 집합
 - 기본개념, 집합의 연산, 곱집합과 멱집합, 집합의 분할, 퍼지집합, 파이썬 코딩
- 관계
 - 기본개념, 관계의 표현, 관계의 성질, 관계의 연산, 파이썬 코딩
- 함수
 - 기본개념, 함수의 성질, 합성함수, 여러 가지 함수, 파이썬 코딩
- 중간고사

강의개요

- 행렬
 - 기본개념, 행렬의 연산, 여러 가지 행렬, 행렬식, 역행렬, 연립일차방정식, 파이썬 코딩
- 경우의 수
 - 기본개념, 순열과 조합, 이항계수, 확률, 파이썬 코딩
- 그래프
 - 기본개념, 오일러와 해밀턴 순환, 여러 가지 그래프, 그래프의 표현, 그래프의 탐색, 파이썬 코딩
- 트리
 - 기본개념, 이진트리, 신장트리, 파이썬 코딩
- 알고리즘
 - 기본개념, 정렬알고리즘, 탐색알고리즘, 파이썬 코딩
- 부울대수와 논리회로
 - 부울대수, 부울함수, 논리게이트, 논리회로, 조합회로의 최소화
- 유한상태기계와 오토마타
 - 오토마타, 유한상태기계
- 기말고사

학습목표

- 그래프의 기본 개념
- 그래프 용어
- 그래프 종류
- 그래프 표현
- 그래프 탐색
- 그래프 응용

기본개념

- 그래프
 - 그래프 $G=(V,E)$: V, E 로 구성되는 구조
 - 공집합이 아닌 유한한 개수의 정점들의 집합인 V
 - 서로 다른 정점들 쌍의 집합인 E 로 이루어짐

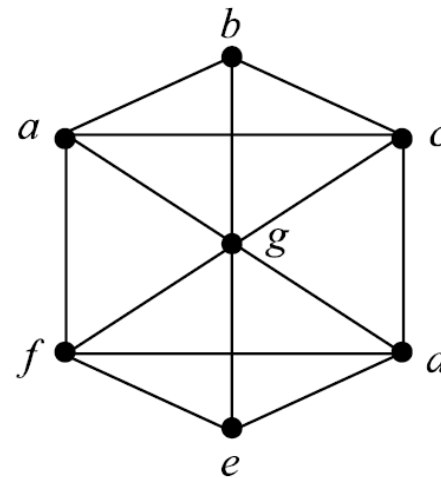
기본개념

- 그래프

문제

- 다음 그래프(G)를 만족하는 집합 V , 집합 E 를 구하세요

- $G=(V,E)$
- $V=\{a,b,c,d,e,f,g\}$
- $E=\{(a,b),(a,c),(a,f),(a,g),(b,c),(b,g),(c,d),(c,g),(d,e),(d,f),$
- $(d,g),(e,f),(e,g),(f,g)\}$



기본개념

- 그래프 종류
 - 방향 그래프(directed graph 또는 digraph)
 - 방향이 있는 그래프임
 - 연결선을 화살표로 표시하여 방향을 나타내는 그래프임
 - $G = \langle V, E \rangle$
 - $V = \{1, 2, 3, 4\}$
 - $E = \{\langle 1, 2 \rangle, \langle 2, 3 \rangle, \langle 2, 4 \rangle, \langle 3, 4 \rangle, \langle 4, 2 \rangle\}$
 - 방향이 없는 그래프(undirected graph)
 - 방향이 없는 그래프임
 - 그래프의 특수한 형태이므로 특별한 언급이 없는 한 그래프는 방향이 없는 그래프를 의미함
 - $G = (V, E)$
 - $V = \{1, 2, 3, 4\}$
 - $E = \{(1, 2), (2, 3), (2, 4), (3, 4), (4, 2)\}$

기본개념

- 그래프

- 길

- 그래프에서 꼭짓점 v_i 와 v_{i+1} 을 연결하는 변을 e_i 라고 했을 때, $v_1, e_1, v_2, e_2, \dots, e_{k-1}, v_k, e_k, v_{k+1}$ 또는 $v_1 \rightarrow v_2 \rightarrow \dots \rightarrow v_{k-1} \rightarrow v_k$
 - v_1 에서 시작해서 v_k 에 도착하는 꼭짓점과 변의 나열

- 경로

- 모든 $1 \leq i < k$ 에 대해 연결선 (v_i, v_{i+1}) 이 존재할 때, 정점들의 열(sequence) $v_1, v_2, v_3, \dots, v_k$ 라고 함
 - $k \geq 1$ 이며 이 경로의 길이는 $k - 1$ 임
 - 같은 연결선(변)을 두 번 이상 포함하지 않는 길

- 순환(사이클)

- $V_1 = \text{파}$ ($k \neq 1$)이면 이러한 경로를 사이클이라고 함

- 길이

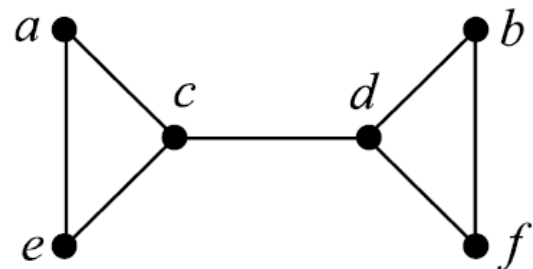
- 경로 또는 순환을 구성하는 연결선(변)의 수

기본개념

- 그래프

문제

- 다음 그래프(G)를 보고 물음에 답하세요
- 1) a 에서 f 까지의 경로를 모두 찾아라.
- (2) a 에서 시작하는 길이가 5인 경로를 2개 찾아라.
- (3) a 에서 시작하는 회로를 모두 찾아라.
- (4) a 에서 시작하여 b 로 끝나는 경로 중 길이가 가장 짧은 경로는 무엇인가?



- (1) $a-c-d-f$ $a-c-d-b-f$
- $a-e-c-d-f$ $a-e-c-d-b-f$
- (2) $a-e-c-d-b-f$ $a-e-c-d-f-b$
- (3) $a-c-e-a$ $a-e-c-a$
- (4) $a-c-d-b$ (길이:3) $a-c-d-f-b$ (길이 :4)
- $a-e-c-d-b$ (길이:4) $a-e-c-d-f-b$ (길이 :5)
- \therefore 길이가 3인 경로가 가장 짧으므로, $a-c-d-b$

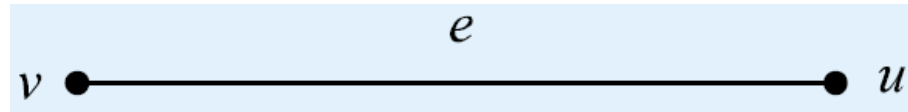
기본개념

- 트리

- 사이클(cycle)이 존재하지 않는 그래프임
- 루트(root)라 불리는 특별한 노드가 한 개 존재하고, 루트로부터 다른 모든 노드로 가는 경로가 항상 유일하게 존재함
- 루트로 들어오는 연결선이 없으므로 루트는 모든 트리의 출발점이 됨

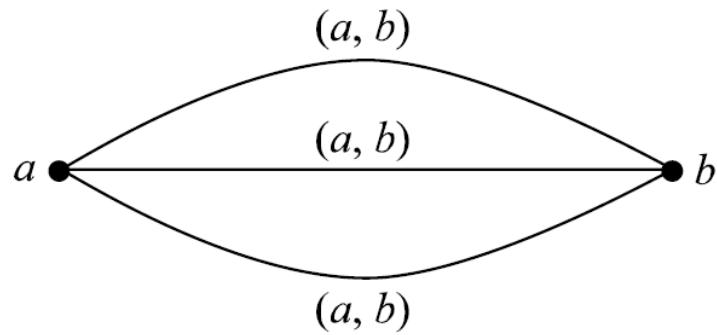
그래프 용어

- 단순그래프
 - 한 쌍의 정점 사이에 많아도 하나의 연결선으로 이루어진 그래프
 - 자기 자신으로 연결선이 없는 그래프



그래프 용어

- 다중(멀티)그래프
 - 단순 그래프의 확장형
 - 한 쌍의 꼭지점 사이에 연결선의 개수의 제한이 없는 일반적인 그래프



그래프 용어

- 그래프 연결선
 - 그래프 $G=(V,E)$ 에서 순서화 된 쌍 E 를 그래프의 연결선
 - $(u,v) \in E$ 일 때 u 와 v 를 연결하는 연결선 e 는 u 와 v 에 접했다
 - u 와 v 가 서로 인접했다

그래프 용어

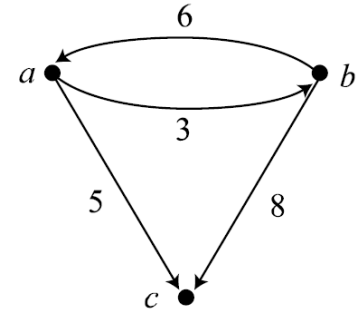
- 가중치 그래프
 - 그래프 $G = (V, E)$ 에서 각 변에 가중치가 정의되어 있는 그래프
 - $W[u, v] = n$

그래프 용어

- 가중치 그래프

문제

- 다음 그래프(G)를 가중치를 구하세요



- $W[a,b]=3$
- $W[a,c]=5$

$$W[b,a]=6$$
$$W[b,c]=8$$

그래프 용어

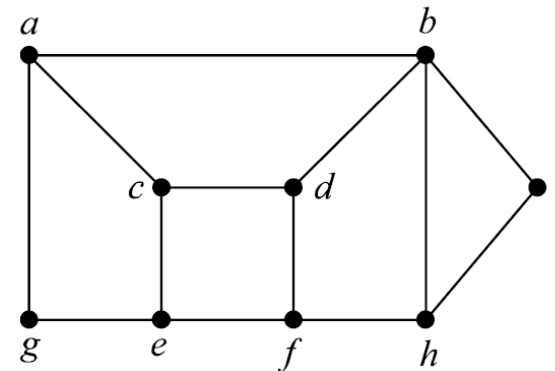
- 그래프 차수
 - 그래프 $G=(V,E)$ 에서 v 가 꼭지점이라고 할 때 v 의 차수는 $d(v)$
 - $d(v)$ 는 v 에 인접하는 연결선들의 개수
 - 홀수점(Odd Vertex) : 차수가 홀수인 꼭짓점
 - 짝수점(Even Vertex) : 차수가 짝수인 꼭짓점
 - 외차수(Out-degree) **$out-d(v)$**
 - 방향 그래프에서 꼭짓점 v 를 시작으로 하는 화살표의 수
 - 내차수(In-degree) **$in-d(v)$**
 - 방향 그래프에서 꼭짓점 v 를 끝으로 하는 화살표의 수

그래프 용어

- 그래프 차수

문제

- 다음 그래프에서 각 꼭짓점의 차수를 구하고 홀수점과 짝수점을 구하세요



- $d(a)=3$

- $d(b)=4$

- $d(c)=3$

- $d(d)=3$

- $d(e)=3$

- $d(f)=3$

- $d(g)=2$

- $d(h)=3$

- $d(i)=2$

- 짝수점 : b, g, i • 홀수점 : a, c, d, e, f, h

그래프 용어

- 그래프 차수

- 그래프 $G=(V,E)$ 에서 모든 꼭짓점의 차수의 합은 변 수의 두 배다.

$$\sum_{v \in V} d(v) = 2|E|$$

- 그래프 $G=(V,E)$ 에서 차수가 홀수인 꼭짓점의 수는 짝수다.

그래프 용어

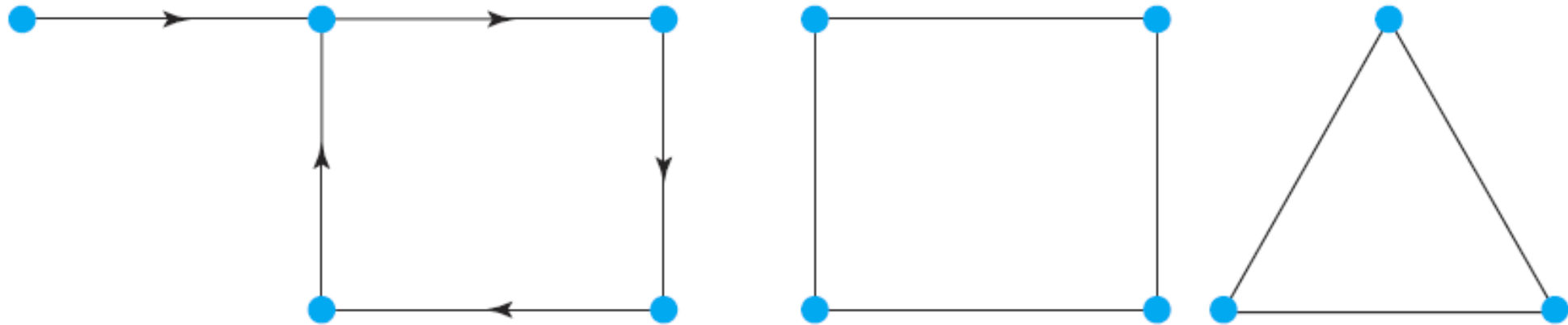
- 연결 그래프
 - 그래프의 모든 정점들이 연결되어 있는 그래프
 - 그래프 $G=(V,E)$ 내에 있는 임의의 꼭짓점 u,v 간에 경로가 있는 그래프
- 강한 연결 그래프
 - 그래프에서 모든 두 정점 a 와 b 에 대해서 a 에서 b 로의 경로와 b 에서 a 로의 경로들이 존재하는 그래프를 말하는데, 특히 방향 그래프에서만 의미를 가짐
- 연결 요소
 - 그래프에서 모든 정점들이 연결되어 있는 부분을 말하며, 연결 수(connectivity number)란 그래프 G 에서의 연결 요소의 개수를 말함

그래프 용어

- 연결 그래프

문제

- 다음 그래프에서 연결 그래프를 판단하세요



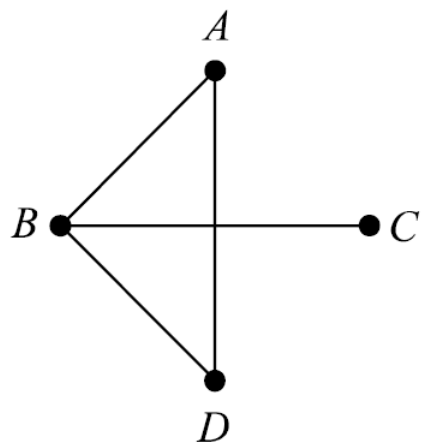
그래프 종류

- 부분 그래프

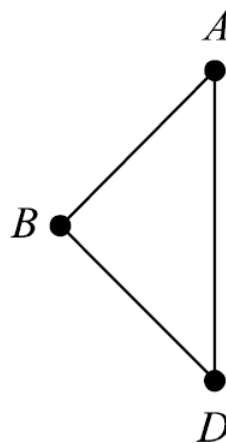
- 두 개의 그래프 $G=(V,E)$, $G'=(V',E')$ 에서 $V' \subseteq V$, $E' \subseteq E$ 일 때 그래프 $G'=(V',E')$ 를 G 의 부분 그래프

- 부분 생성 그래프

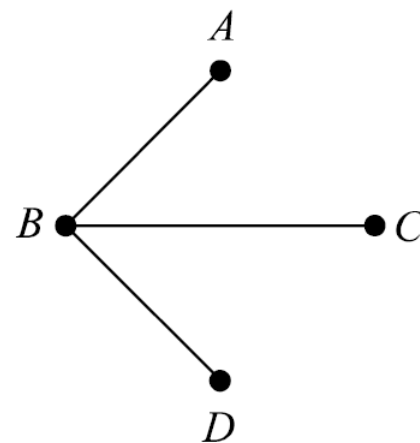
- 두 개의 그래프 $G=(V,E)$, $G'=(V',E')$ 에서 $V'=V$ 이고 $E' \subset E$ 일 때 그래프 $G'=(V',E')$ 를 G 의 생성 부분 그래프



G 그래프



G 의 부분 그래프



G 의 부분신장 그래프

그래프 종류

- 동형 그래프

- 그래프 $G = (V, E)$ 와 $G' = (V', E')$ 에 대해 함수 $f: V \rightarrow V'$ 가 $u, v \in V$ 에 대해 $(u, v) \in E \Leftrightarrow (f(u), f(v)) \in E'$ 인 전단사함수 일때 그래프 $G = (V, E)$ 와 $G' = (V', E')$ 는 동형 그래프

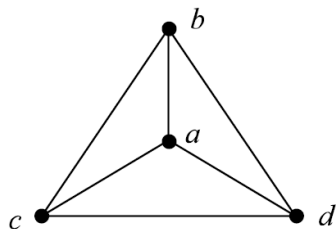
그래프 종류

• 동형 그래프

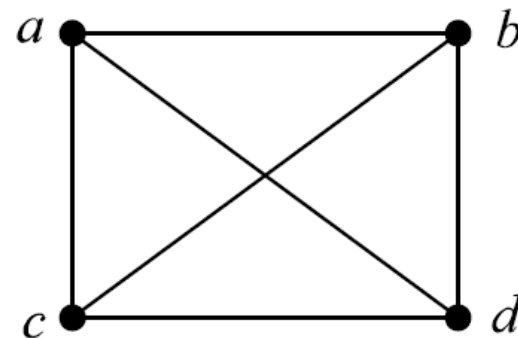
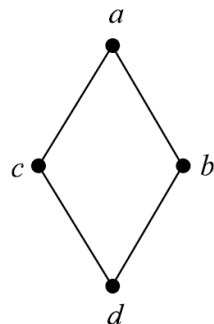
문제

- 다음 그래프에서 동형 그래프를 판단하세요

(1)



(2)



- $G_1((1))=(V_1((1)),E_1((1)))$
- $V_1((1))=\{a,b,c,d\}$
- $E_1((1))=\{(a,b),(a,c),(a,d),(b,c),(b,d),(c,d)\}$
- $V=V_1((1))$ 이고 $E=E_1((1))$ 다.
- $\therefore G=(V,E)$ 와 $G_1((1))=(V_1((1)),E_1((1)))$ 은 동형 그래프다.

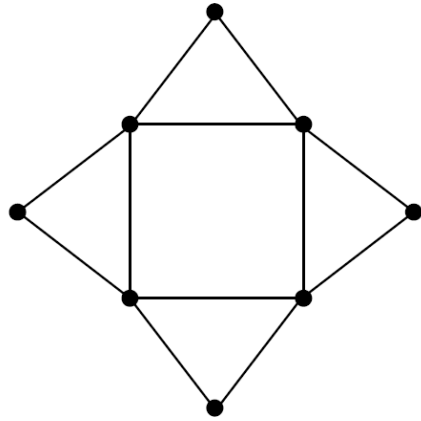
- (2) $G_2((2))=(V_2((2)),E_2((2)))$
- $V_2((2))=\{a,b,c,d\}$
- $E_2((2))=\{(a,b),(a,c),(b,d),(c,d)\}$
- $V=V_2((2))$ 지만 $E \neq E_2((2))$ 다.
- $\therefore G=(V,E)$ 와 $G_2((2))=(V_2((2)),E_2((2)))$ 은 동형 그래프가 아니다

그래프 종류

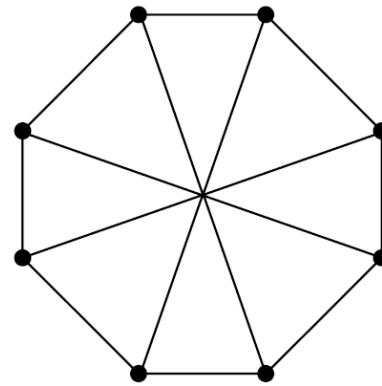
- 평면 그래프

- 그래프 $G=(V,E)$ 를 평면에 그릴 때, 꼭짓점이 아닌 곳에서는 어떤 변도 교차하지 않는 그래프

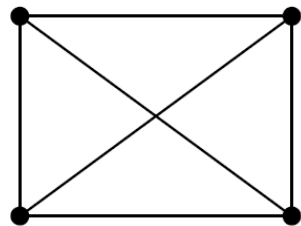
(1)



(2)



(3)

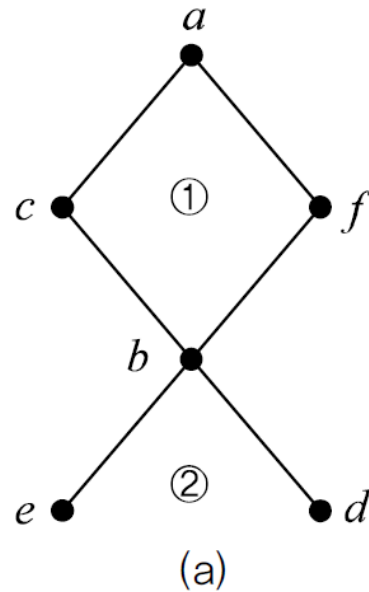


(4)



그래프 종류

- 면
 - 평면그래프에서만 존재
 - 평면 그래프는 변을 경계로 하여 하나 이상의 면으로 구성된다.

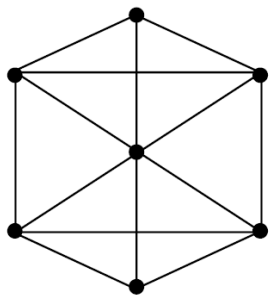


그래프 종류

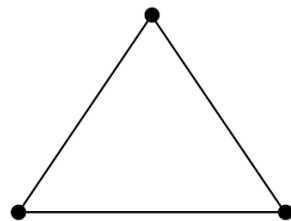
- 완전 그래프(Complete Graph)

- 그래프 $G = (V, E)$ 내에 있는 모든 꼭짓점 u, v 간에 변이 있는 그래프로, n 개의 꼭짓점을 가진 그래프는 K_n 으로 표기

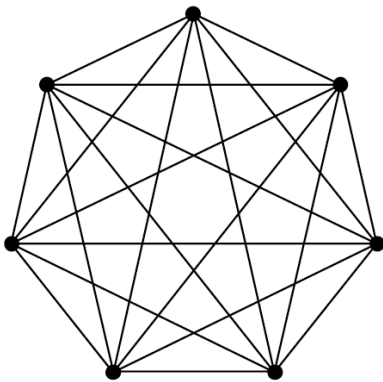
(1)



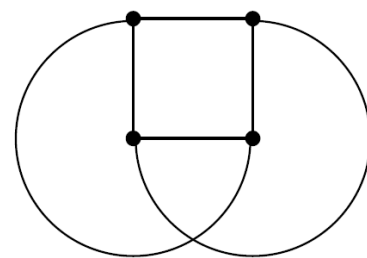
(2)



(3)



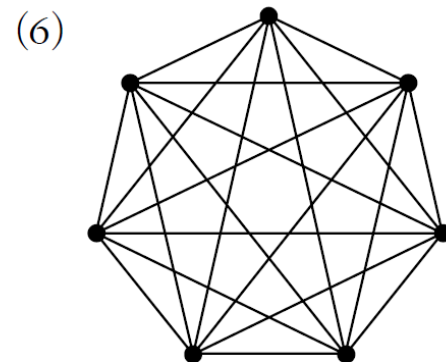
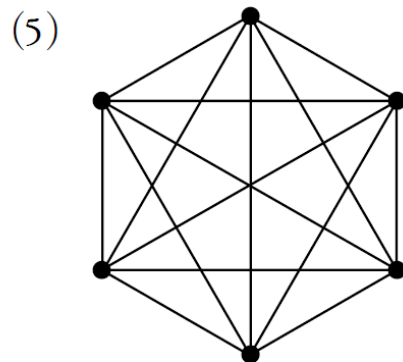
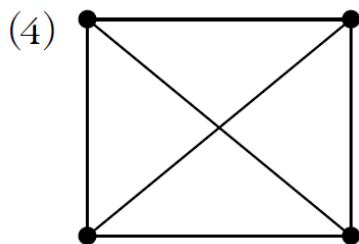
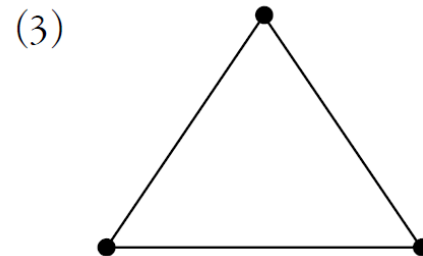
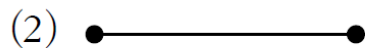
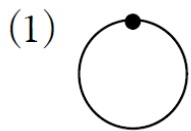
(4)



그래프 종류

- 완전 그래프(Complete Graph)

- 그래프 $G = (V, E)$ 내에 있는 모든 꼭짓점 u, v 간에 변이 있는 그래프로, n 개의 꼭짓점을 가진 그래프는 K_n 으로 표기



(1) K_1

(2) K_2

(3) K_3

(4) K_4

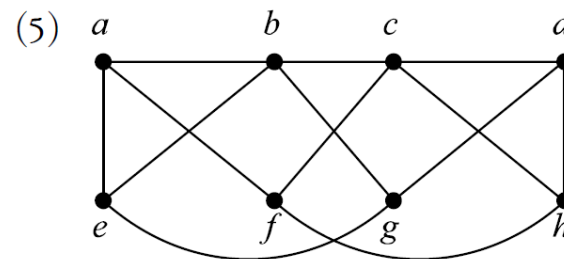
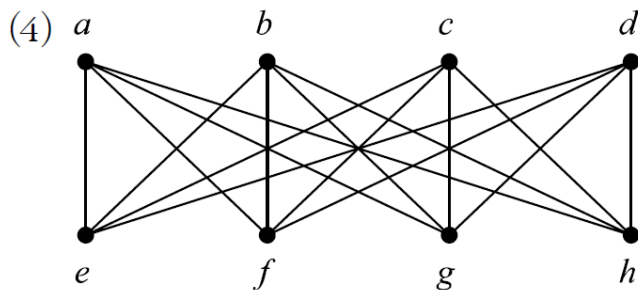
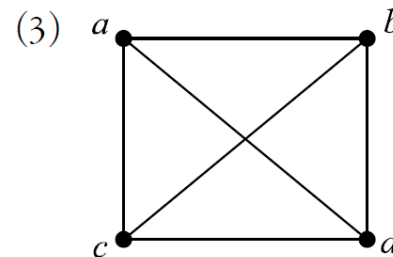
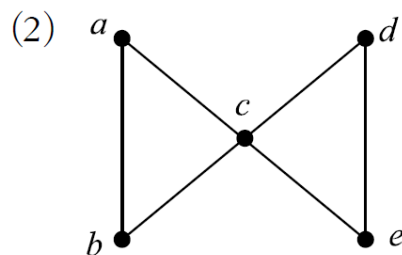
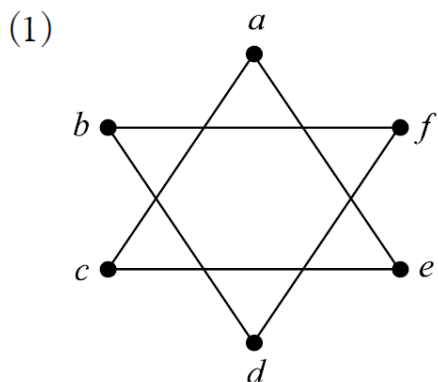
(5) K_6

(6) K_7

그래프 종류

- 정규 그래프(Regular Graph)

- 그래프 $G = (V, E)$ 내에 있는 모든 꼭짓점의 차수가 같은 그래프, 각 꼭짓점의 차수가 모두 k 인 경우 k -정규 그래프로 표기



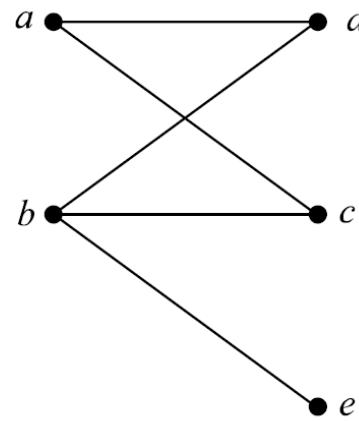
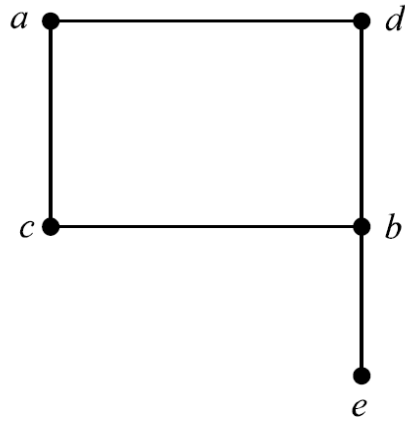
(1) 2-정규 (2) 정규 그래프가 아니다. (3) 3-정규 그래프 (4) 4-정규 그래프 (5) 정규 그래프가 아니다.

그래프 종류

- 이분 그래프(Bipartite Graph)

- 그래프 $G = (V, E)$ 에서 꼭짓점 집합 V 가 $V = V_1 \cup V_2, V_1 \cap V_2 = \emptyset$ 을 만족하는 두 집합 V_1 과 V_2 로 분리되고, 그래프의 모든 변이 V_1 의 한 꼭짓점에서 V_2 의 한 꼭짓점으로 연결되는 그래프

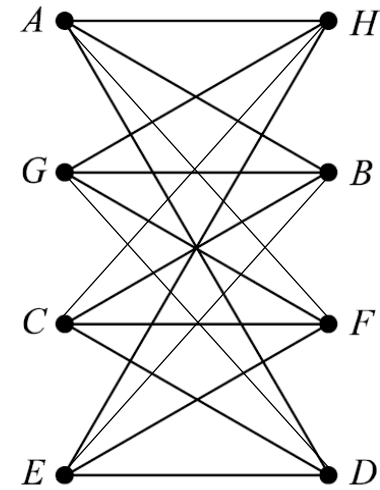
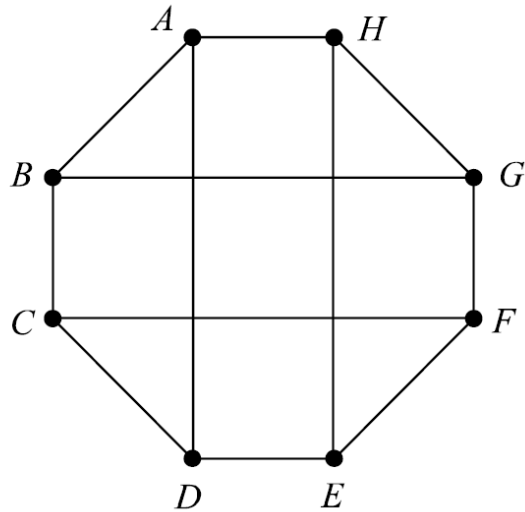
(1)



그래프 종류

- 완전 이분 그래프(Complete Bipartite Graph)
 - 이분 그래프 $G = (V, E)$ 에서 V_1 의 모든 꼭짓점과 V_2 의 모든 꼭짓점 사이에 변이 있는 그래프
 $|V_1| = m, |V_2| = n$ 일때 $K_{m,n}$ 으로 표기

(2)



그래프 종류

- 오일러 공식에 대한 정리
 - 꼭짓점, 변, 면과의 관계 정리
 - 연결된 평면 그래프 G 에서 꼭짓점의 수를 v , 변의 수를 e , 면의 수 s 를 라고 할 때 다음 오일러 공식이 성립
 - $v - e + s = 2$

그래프 종류

- 오일러 경로(Eulerian Path)
 - 그래프 $G=(V,E)$ 의 모든 변을 꼭 한 번씩 지나는 경로
- 오일러 회로 / 오일러 순환(Eulerian Circuit / Eulerian Cycle)
 - 그래프 $G=(V,E)$ 의 꼭짓점 v 에서 시작해 모든 변을 꼭 한 번씩 지나 v 로 돌아오는 회로
- 오일러 그래프(Eulerian Graph)
 - 오일러 회로를 포함하는 그래프 $G=(V,E)$

그래프 종류

- 오일러 그래프에 대한 정리

- 연결 그래프 $G=(V,E)$ 의 모든 꼭짓점의 차수가 짝수일 때, 오일러 그래프의 필요충분조건이 된다.
- 연결 그래프 $G=(V,E)$ 가 오일러 경로를 갖기 위한 필요충분조건은 그래프 G 를 구성하는 꼭짓점 중 차수가 홀수인 꼭짓점의 수가 0 또는 2개인 것이다.

그래프 종류

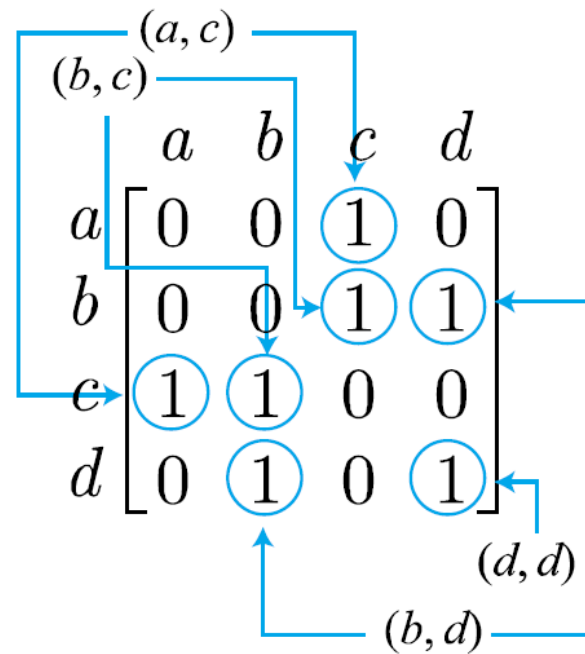
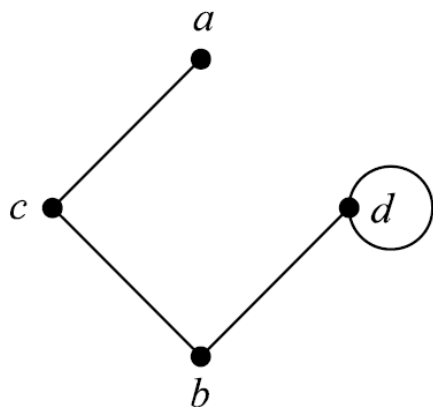
- 해밀턴 경로(Hamiltonian Path)
 - 그래프 $G=(V,E)$ 의 모든 꼭짓점을 꼭 한 번씩 지나는 경로
- 해밀턴 회로 / 해밀턴 순환(Hamiltonian Circuit / Hamiltonian Cycle)
 - 그래프 $G=(V,E)$ 의 꼭짓점 v 에서 시작해 모든 꼭짓점을 한 번씩만 지나 v 로 돌아오는 회로
- 해밀턴 그래프(Hamiltonian Graph)
 - 해밀턴 회로를 포함하는 그래프 $G=(V,E)$

그래프 표현

- 인접행렬(Adjacency Matrix)

- 그래프 $G=(V,E)$ 에서 $|V|=n$ 일때 $n \times n$ 행렬로 나타내는 방법
- 그래프 G 에 대한 인접행렬 $A=[a_{ij}]$ 의 각 원소

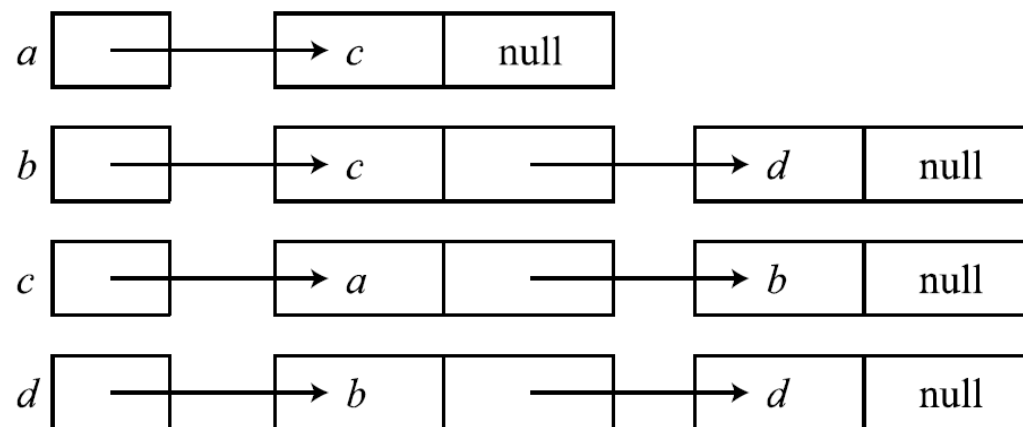
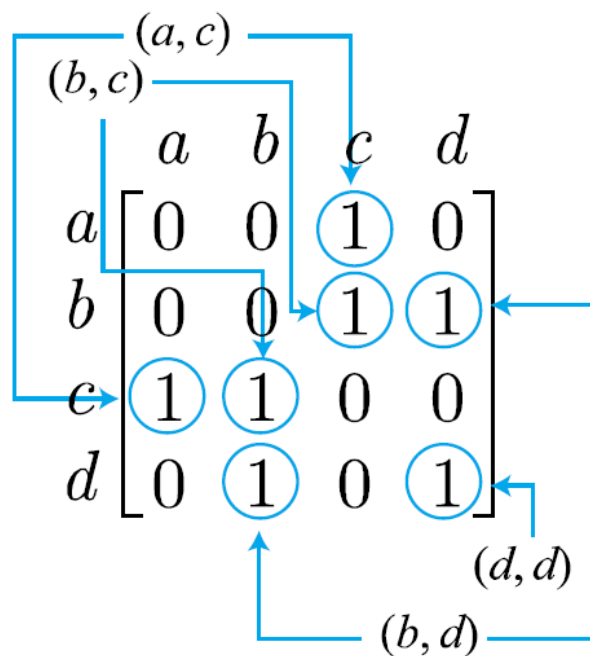
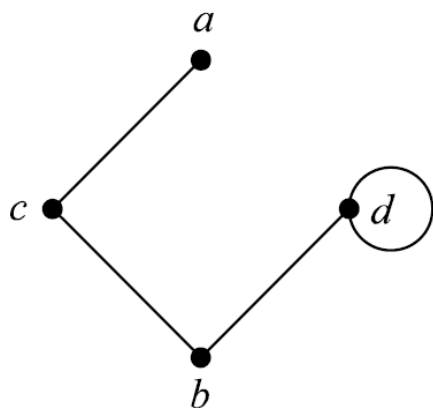
$$a_{ij} = \begin{cases} 1 & (v_i, v_j) \in E \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$



그래프 표현

- 인접리스트(Adjacency List)

- 그래프 $G = (V, E)$ 를 구성하는 각 꼭짓점에 인접하는 꼭짓점들을 연결리스트(Linked List)로 표현한 것



그래프 탐색

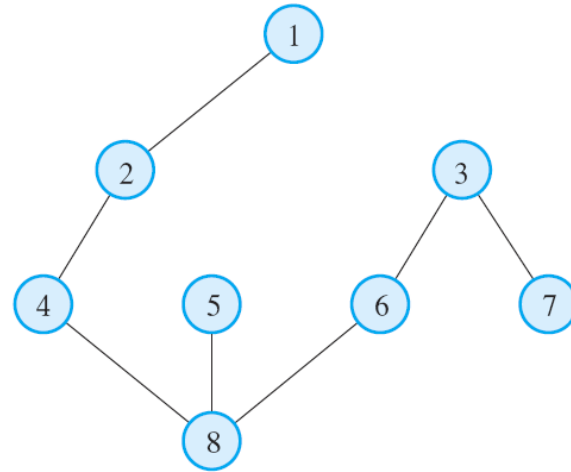
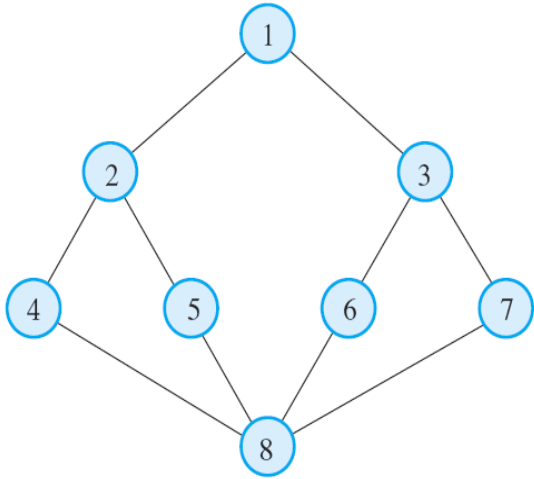
- 최단경로 문제(Shortest Path Problem)
 - $|E| > 0$ 인 그래프 $G=(V,E)$ 에서 꼭짓점 $v_1, v_2 \in V$ 간의 가장 짧은 거리의 경로를 찾는 문제
 - 출발점(Source) : 경로의 시작점
 - 도착점(Destination) : 경로의 목적지

그래프 탐색

- 깊이 우선 탐색(DFS : Depth First Search)
 - 시작점 v_1 에서 인접해 있는 꼭짓점 중 아직 탐색하지 않은 꼭짓점 v_2 를 방문하고, 꼭짓점 v_2 에 인접해 있는 꼭짓점 중 아직 탐색하지 않은 꼭짓점 v_3 을 방문하는 것을 반복
 - (1) 시작점 v 를 탐색한다.
 - (2) 꼭짓점 v 에 인접한 꼭짓점들 중 탐색되지 않은 꼭짓점 $v_{(s u b)}$ 를 탐색한다.
 - (3) 꼭짓점 $v_{(s u b)}$ 를 v 로 하여 (2)를 반복한다.
 - (4) 더 이상 탐색되지 않은 꼭짓점이 없으면 이전에 탐색한 꼭짓점을 v 로 하여
 - (2)와 (3)을 반복한다.
 - (5) 그래프의 모든 꼭짓점을 탐색할 때까지 반복한다.

그래프 탐색

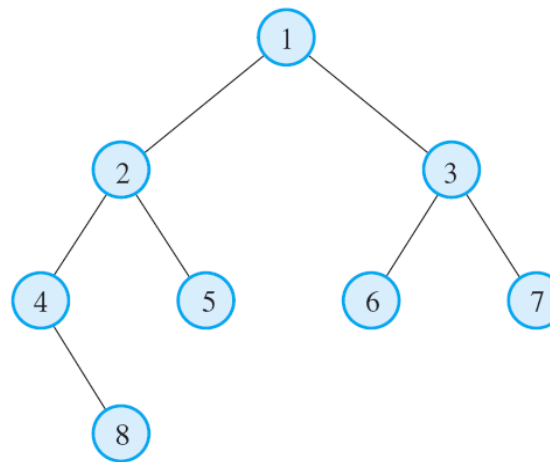
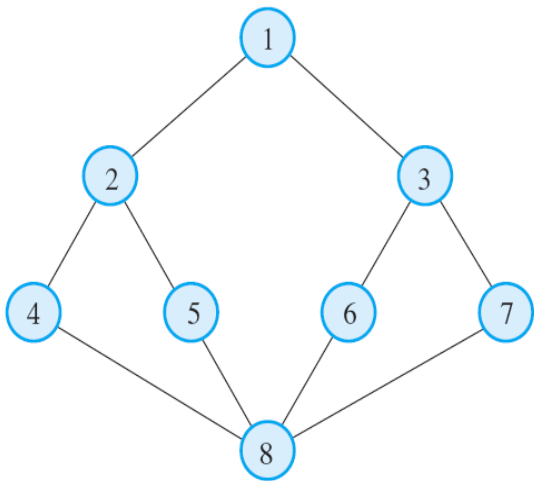
- 깊이 우선 탐색(DFS : Depth First Search)



그래프 탐색

- 너비 우선 탐색(Breadth First Search)

- 시작점 v_1 로부터 인접한 꼭짓점 $v_{(2_1)}, \dots, v_{(2_n)}$ 을 모두 탐색하고, 다시 꼭짓점 $v_{(3_1)}, \dots, v_{(3_m)}$ 을 시작으로 인접한 꼭짓점을 차례로 탐색하는 방식을 반복

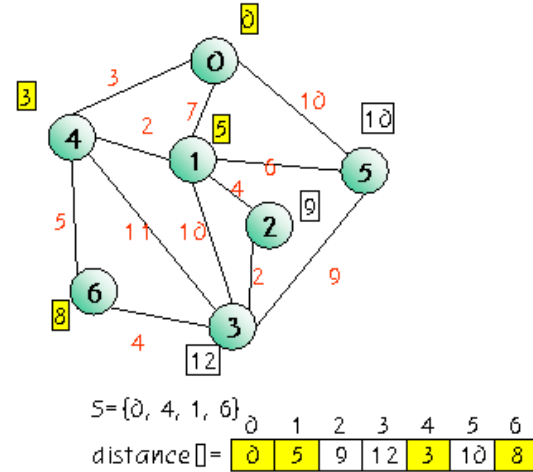
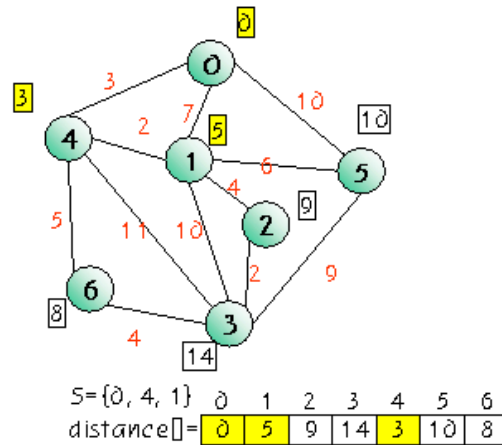
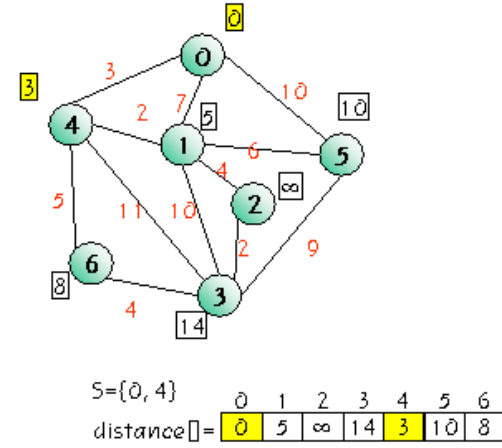
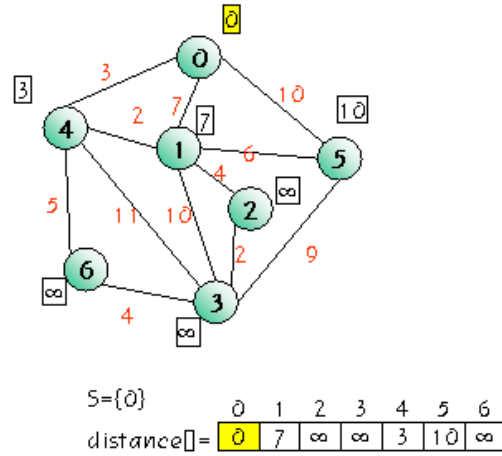


그래프 탐색

- 다익스트라 알고리즘(Dijkstra Algorithm)
 - 시작점으로부터 최단경로를 갖는 점들을 차례로 탐색하는 알고리즘
 - $G=(V,E)$ 에서 시작점이 v_1 일 때 다음과 같이 표기한다.
 - $D[v_i]$: 시작점 v_1 로부터 각 꼭짓점 v_i 의 최단경로
 - $C[v_i, v_i]=0$: 꼭짓점 v_i 자신의 거리
 - $C[v_i, v_j]=\infty$: 꼭짓점 v_i 와 v_j 간에 경로가 존재하지 않는 경우
 - $C[v_i, v_j]=C(v_i, v_j)$: 꼭짓점 v_i 와 v_j 간에 경로가 존재는 경우의 거리

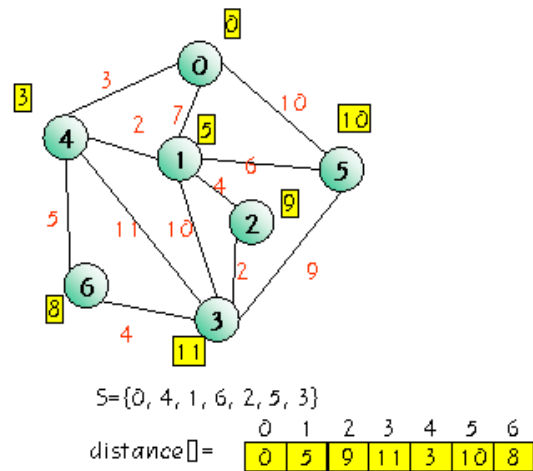
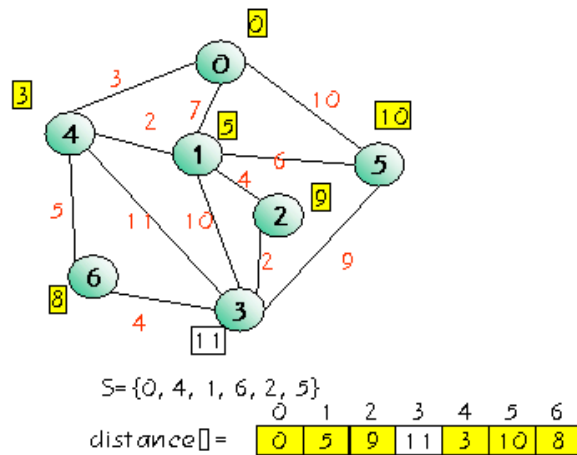
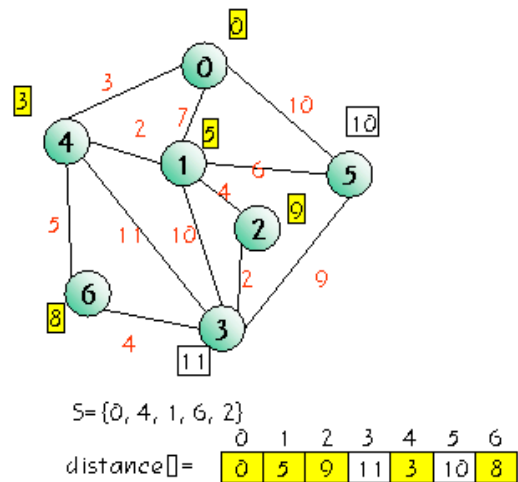
그래프 탐색

- 다익스트라 알고리즘(Dijkstra Algorithm)



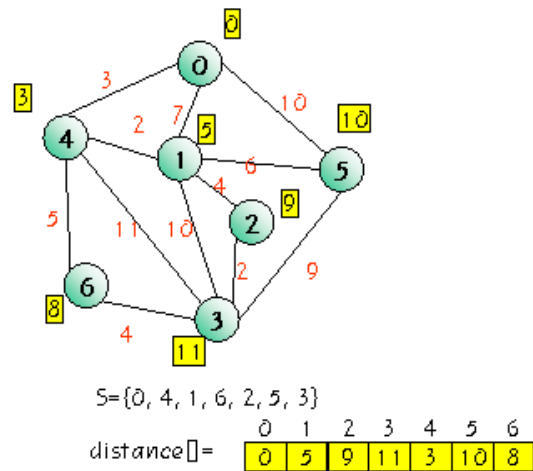
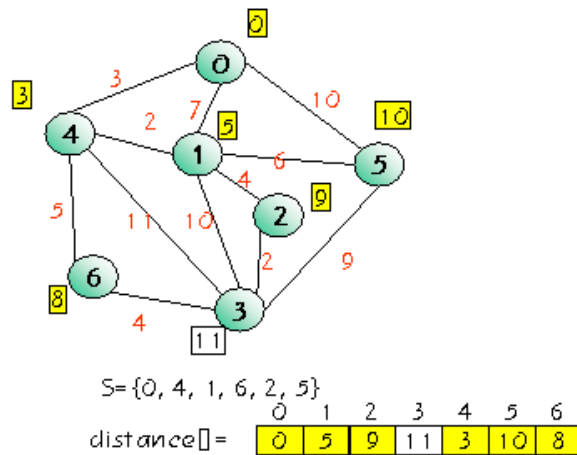
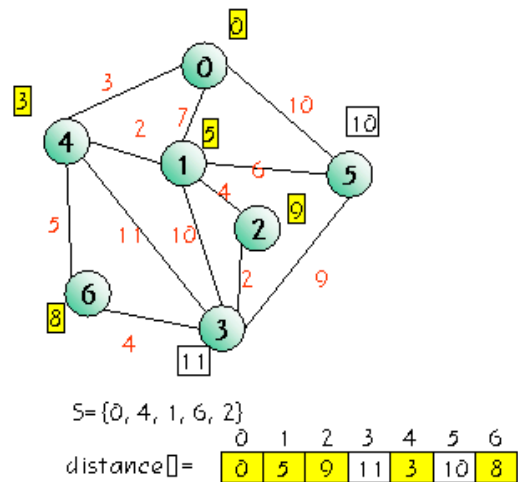
그래프 탐색

- 다익스트라 알고리즘(Dijkstra Algorithm)



그래프 탐색

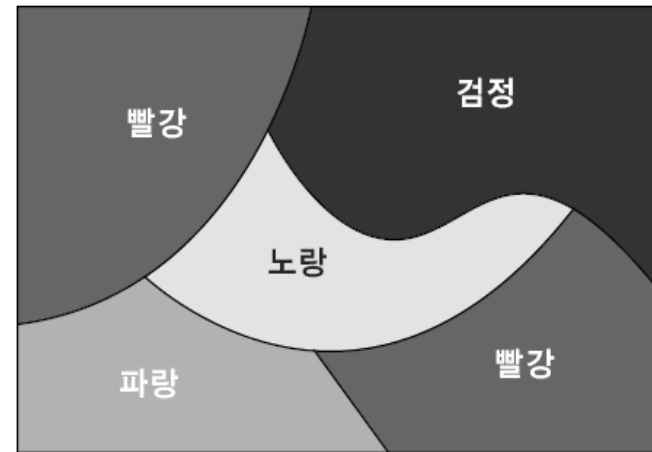
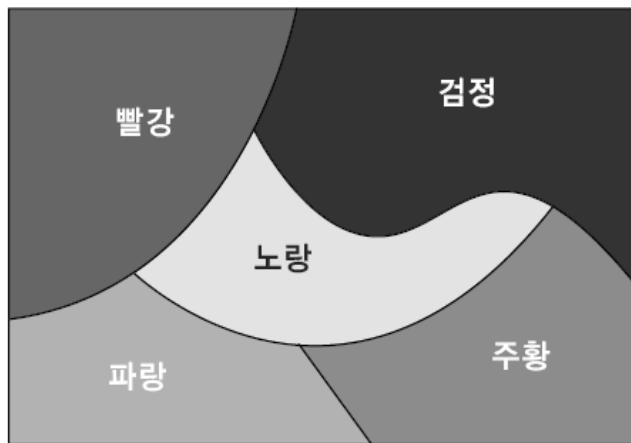
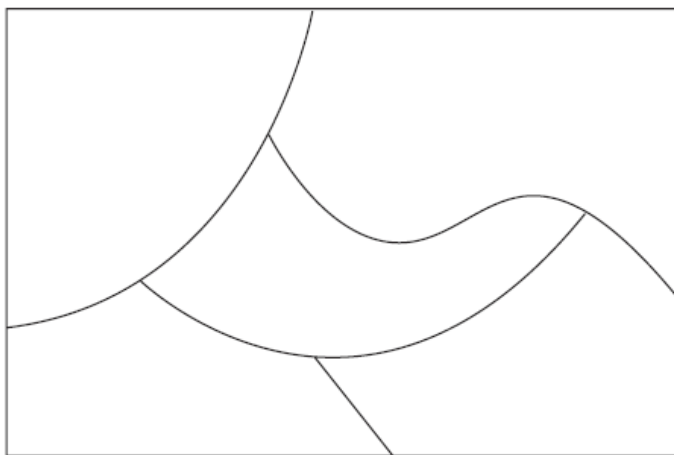
- 다익스트라 알고리즘(Dijkstra Algorithm)



그래프 응용

- 그래프 색칠 문제

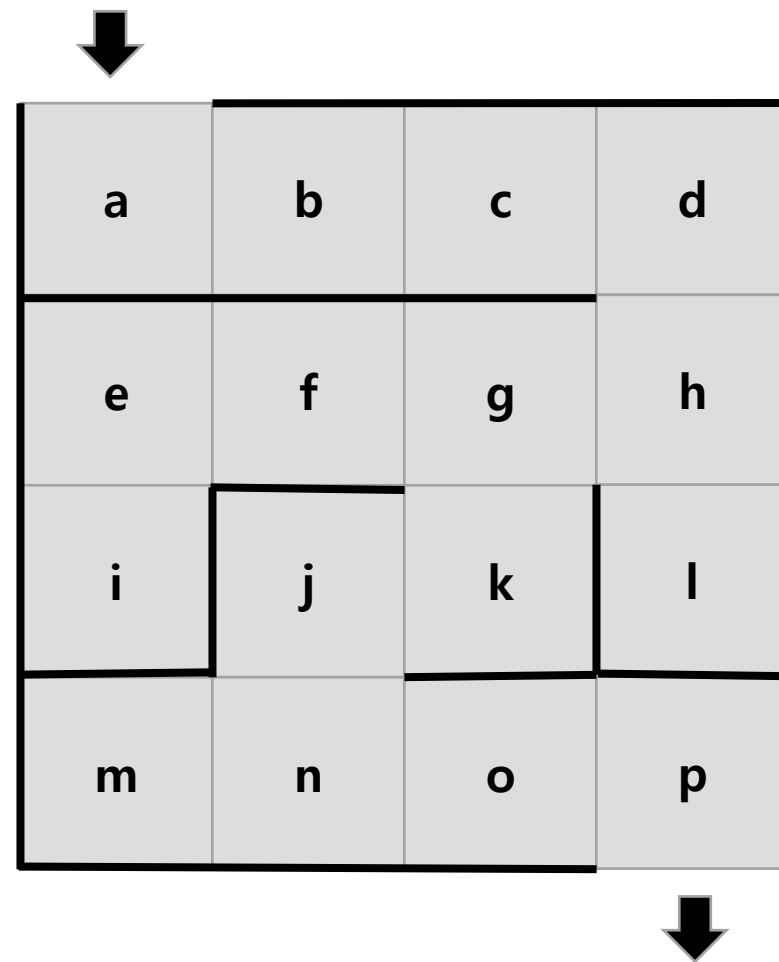
- 어떤 주어진 그래프 G 에 대해 인접한 어느 두 영역도 같은 색이 안되도록 각 정점에 색을 칠하는 문제
- 그래프 G 를 색칠하는데 필요한 최소한의 색의 수를 $x(G)$ 로 표현하고 색칠 수라고 한다



이산수학 – 문제해결

- 이산수학 – 실생활 문제해결 (미로찾기)

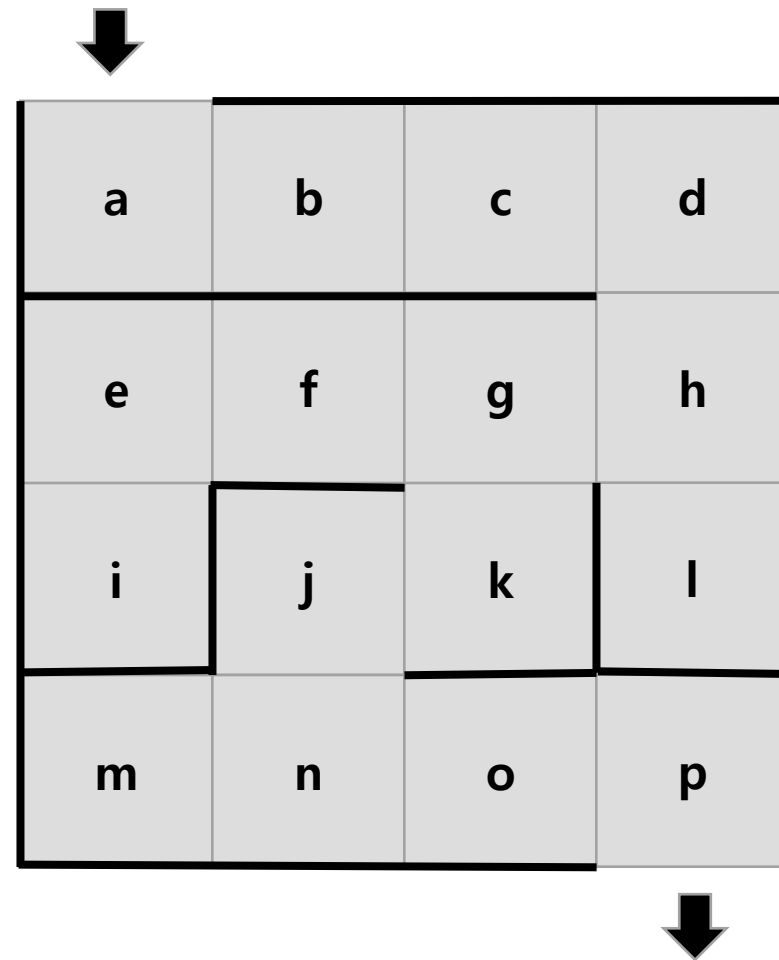
- 문제인식
 - 출발점, 끝점, 경로
- 문제해결 모델
 - 눈으로 찾기, 직접 그리기, 그래프, 트리
- 문제해결 방법
 - 직접 붓그리기, 자료구조(리스트, 집합, 딕셔너리), 연산
- 문제해결 시도
 - 붓 그리기, 코딩
- 문제해결 결과
 - 경로



이산수학 – 문제해결

- 이산수학 – 실생활 문제해결 (미로찾기)

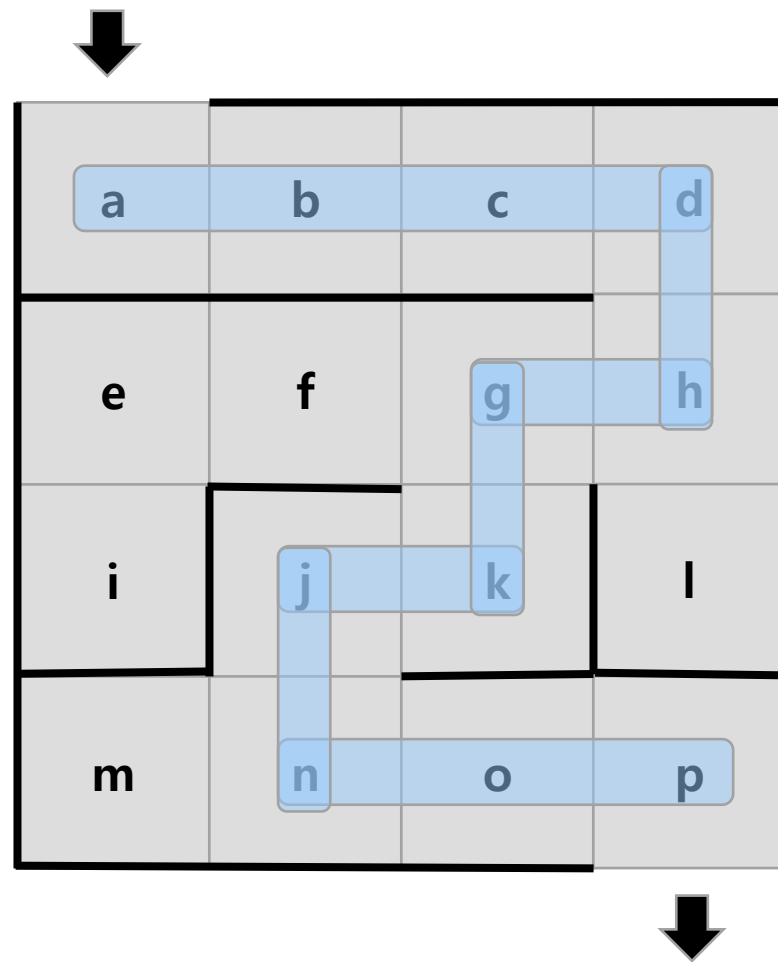
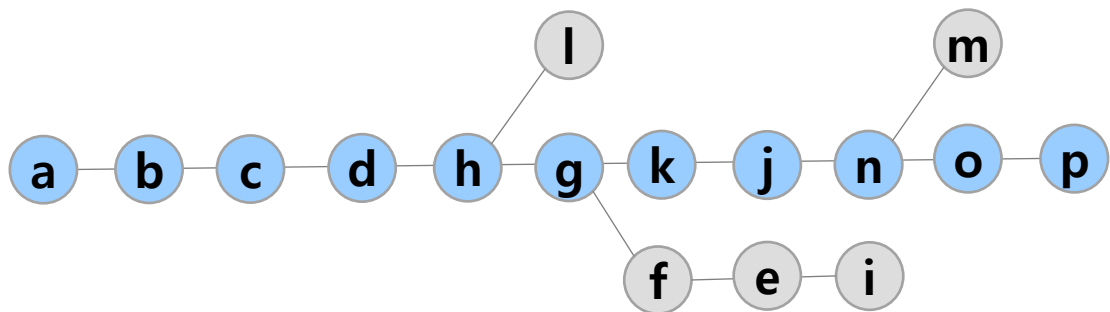
- 문제인식
 - 출발점, 끝점, 경로
- 문제해결 모델
 - 눈으로 찾기
 - $a \rightarrow b \rightarrow c \rightarrow d \rightarrow h \rightarrow g \rightarrow k \rightarrow j \rightarrow n \rightarrow o \rightarrow p$



이산수학 – 문제해결

- 이산수학 – 실생활 문제해결 (미로찾기)

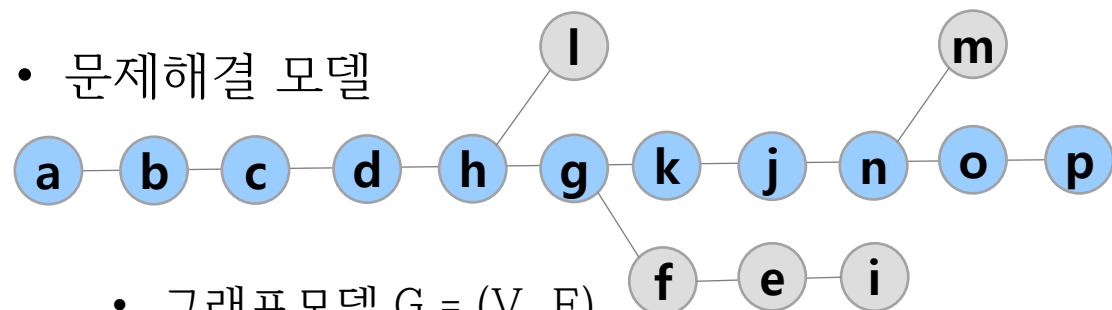
- 문제인식
 - 출발점, 끝점, 경로
- 문제해결 모델
 - 그래프, 트리 찾기



이산수학 – 문제해결

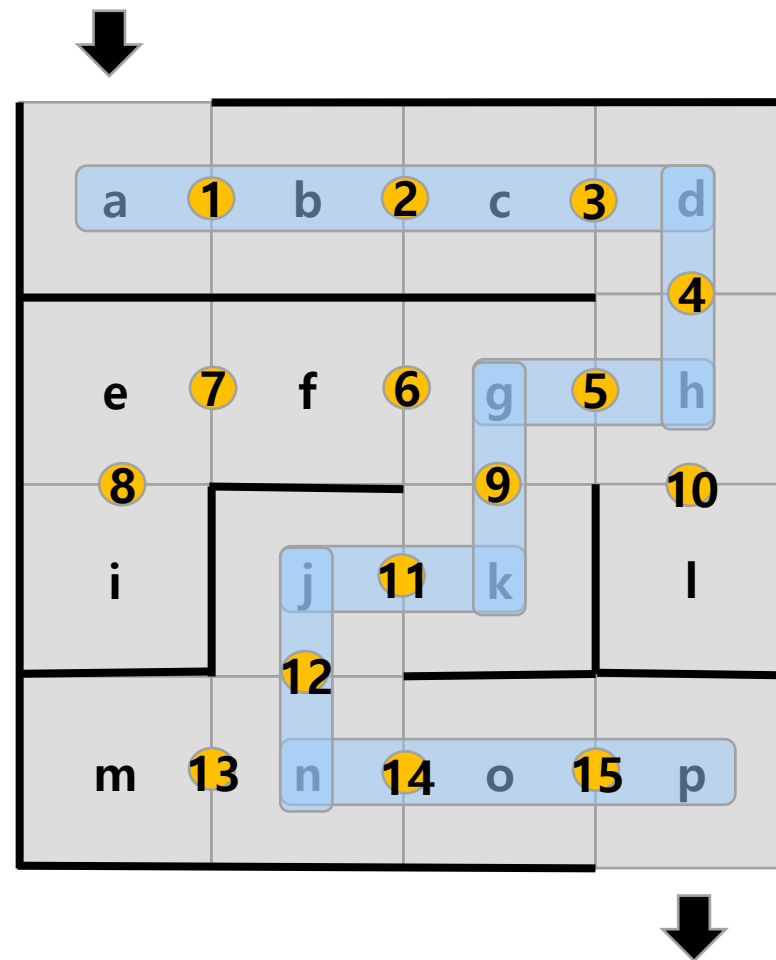
• 이산수학 - 실생활 문제해결 (미로찾기)

• 문제해결 모델



• 그래프모델 $G = (V, E)$

- $(a, (a-b)) \leftrightarrow (a, \text{1})$
- $(b, (b-c)) \leftrightarrow (b, \text{2})$
- $(c, (c-d)) \leftrightarrow (c, \text{3})$
- $(d, (d-h)) \leftrightarrow (d, \text{4})$
- $(h, (h-g), (h-l)) \leftrightarrow (h, \text{5}, \text{10})$
- $(g, (g-k), (g-f)) \leftrightarrow (g, \text{9}, \text{6})$
- $(f, (f-e)) \leftrightarrow (f, \text{7})$
- $(e, (e-i)) \leftrightarrow (e, \text{8})$
- $(k, (k-j)) \leftrightarrow (k, \text{11})$
- $(j, (j-n)) \leftrightarrow (j, \text{12})$
- $(n, (n-o), (n-m)) \leftrightarrow (n, \text{14}, \text{13})$
- $(o, (o-p)) \leftrightarrow (o, \text{15})$



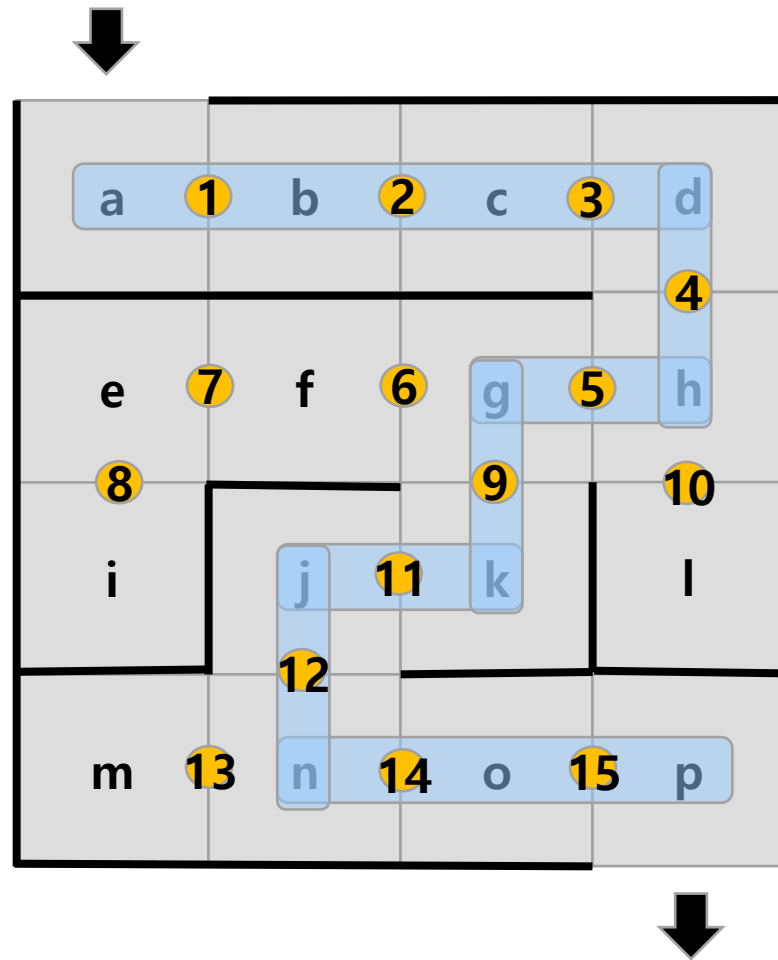
이산수학 – 문제해결

- 이산수학 – 실생활 문제해결 (미로찾기)

- 문제해결방법

- 파이썬 코딩

```
maze = {  
    'a': ['b'],  
    'b': ['c'],  
    'c': ['d'],  
    'd': ['h'],  
    'e': ['i'],  
    'f': ['e'],  
    'g': ['k', 'f'],  
    'h': ['g', 'l'],  
    'i': ['j'],  
    'j': ['n'],  
    'k': ['j'],  
    'l': ['l'],  
    'm': ['m'],  
    'n': ['o', 'm'],  
}
```



이산수학 – 문제해결

- 이산수학 - 실생활 문제해결 (미로찾기)

- 문제해결방법

```
def my_maze(g, start, end):
```

```
    qu []
```

```
    done = set()
```

```
    qu.append(start)
```

```
    done.add(start)
```

```
    while qu:
```

```
        p = qu.pop(0)
```

```
        v= p[-1]
```

```
        if v == end:
```

```
            return p
```

```
        for x in g[v]:
```

```
            if x not in done:
```

```
                qu.append(p+x)
```

```
                done.add(x)
```

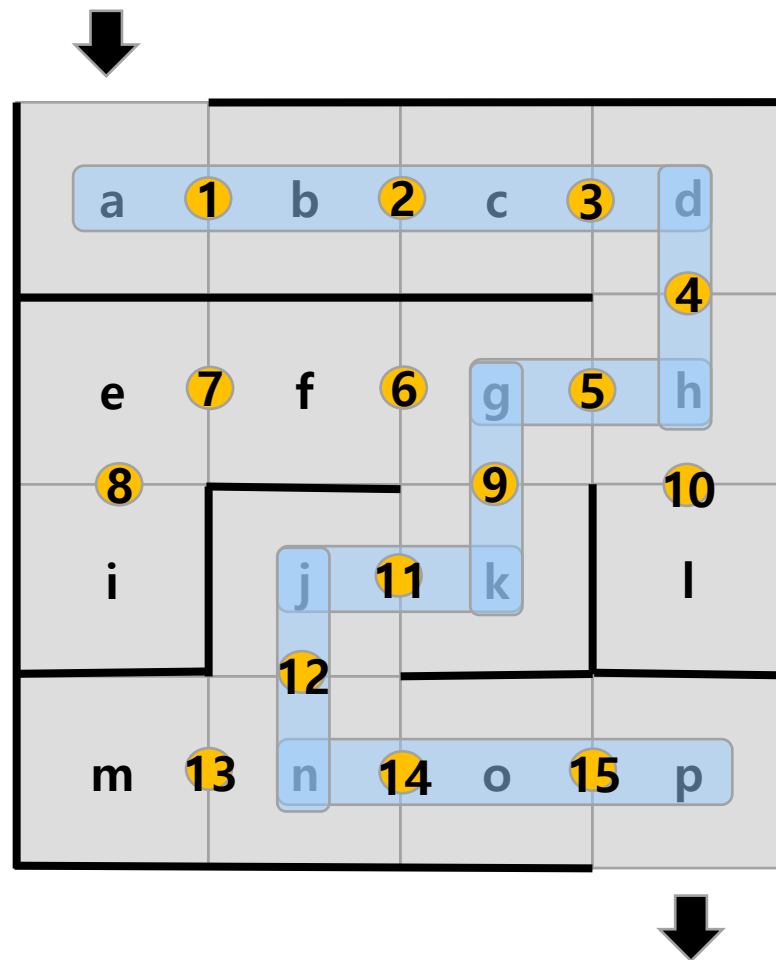
```
    return “?”
```

```
    maze = {'a': ['b'], 'b': ['c'], 'c': ['d'], 'd': ['h'], 'e': ['i'],
```

```
           'g': ['k', 'f'], 'h': ['g', 'l'], 'i': ['j'], 'j': ['n'], 'k': ['j'],
```

```
           'l': ['l'], 'm': ['m'], 'n': ['o', 'm'], }
```

```
    print(my_maze(maze, 'a', 'p'))
```



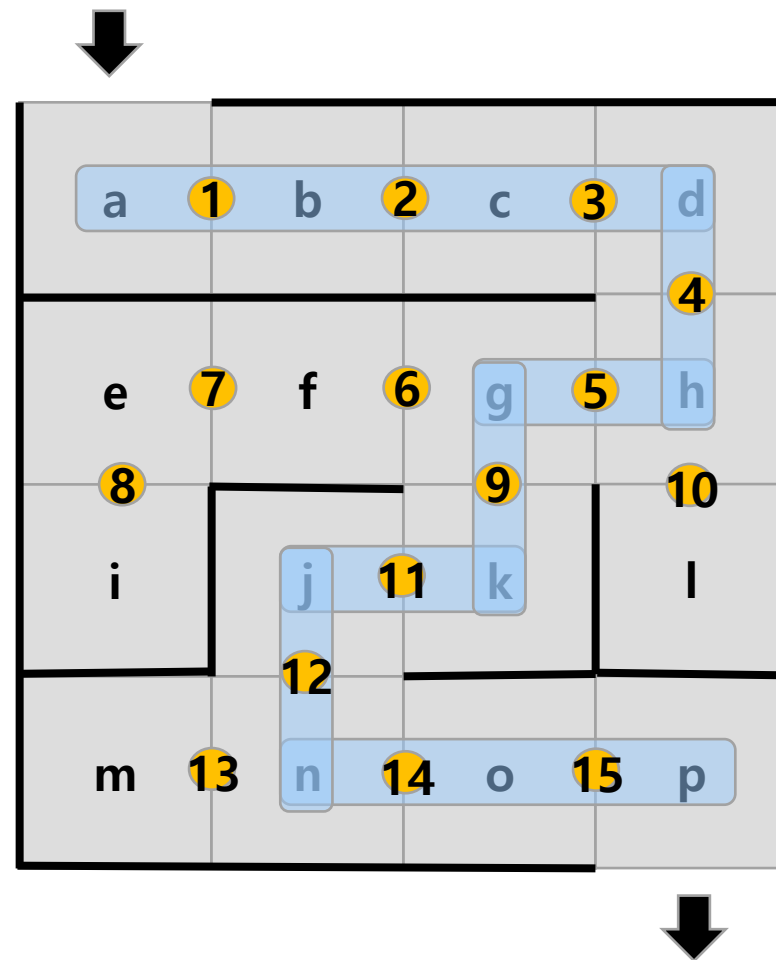
이산수학 – 문제해결

- 이산수학 - 실생활 문제해결 (미로찾기)

- 문제해결 결과

- a b c d h g k j n o p

- 1 2 3 4 5 9 11 12 14 15



맷음말

- 그래프의 기본 개념
- 그래프 용어
- 그래프 종류
- 그래프 표현
- 그래프 탐색
- 그래프 응용