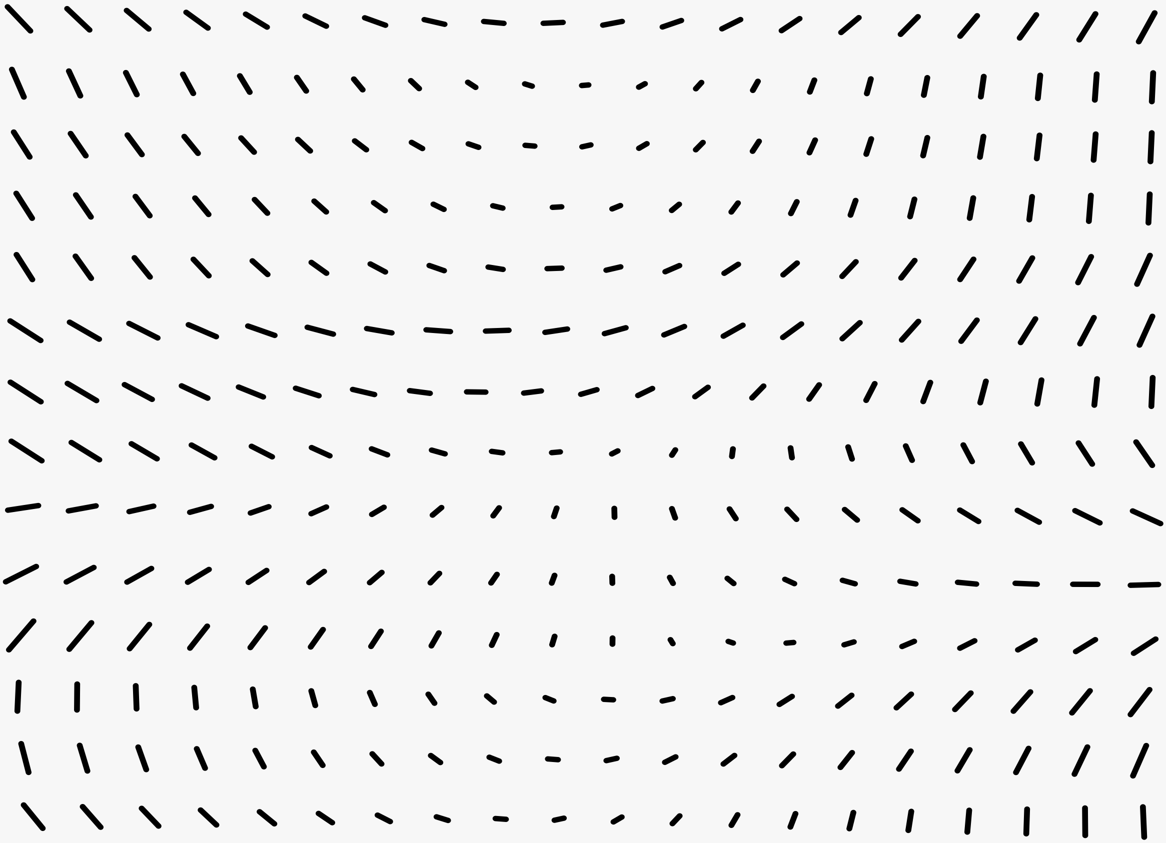
Ley de Faraday.

Prof. Kimberley I. Orozco C.



Cargas estáticas → Campo eléctrico $\vec{E}$

Cargas en movimiento → Campo magnético. $\vec{B}$

Ley de Faraday de la Inducción

Si imán está fijo ⇓ $I = 0$

Si muevo el imán → induzco corriente

Si retrocedo el imán → induzco corriente en dirección contraria.

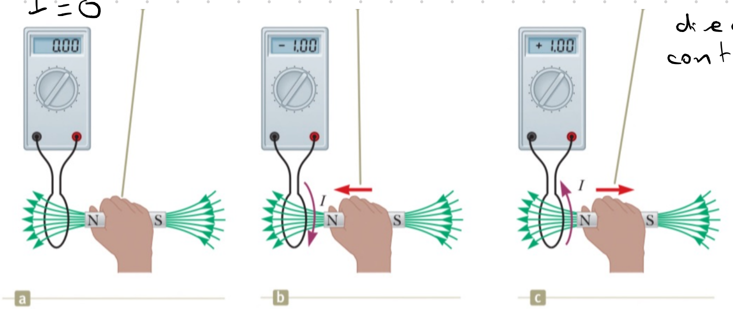
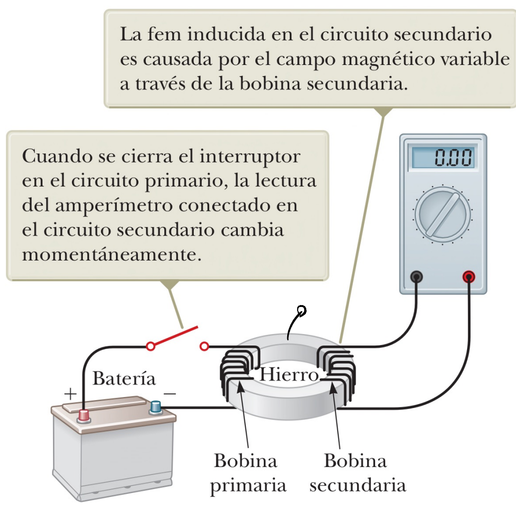


Figura 30.1 Un experimento simple muestra que se induce una corriente en una espira cuando un imán se aproxima o se aleja de la espira.

Campos magnéticos variables → Pueden producir corrientes eléctricos

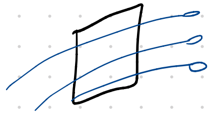


Ley de Faraday.

Corriente variable ⇓ campo magnético

$$\Phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

Podemos inducir una corriente en una espira, si hay un flujo magnético cambiante a través de esta:



$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

fem

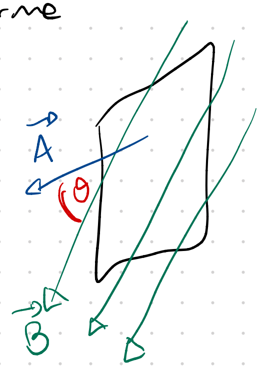
Ley de Faraday de la inducción.

donde $\Phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{A}$ es el flujo a través de la espira.

Si tenemos una bobina con N espiras la fem inducida es

$$\mathcal{E} = -N\frac{d\Phi_B}{dt} \quad \text{(Bobina)}$$

Sea una espira con área A que se encuentra en un campo magnético uniforme



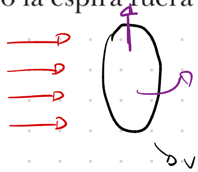
$$\Phi_B = BA\cos\theta$$

$$\mathcal{E} = -\frac{d}{dt}(BA\cos\theta)$$

Podemos producir fem!

- Cambiando B
- Cambiando A
- Cambiando θ

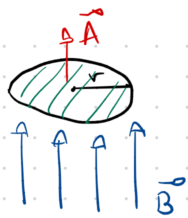
EXAMEN RÁPIDO 30.1 Una espira de alambre circular está en un campo magnético uniforme con el plano de la espira perpendicular a las líneas de campo. ¿Cuál de los siguientes casos *no* causará la inducción de una corriente en la espira? **(a)** Si se aplasta la espira; **(b)** si se gira la espira respecto a un eje perpendicular a las líneas de campo; **(c)** conservando fija la orientación de la espira y moviéndola a lo largo de dichas líneas; **(d)** retirando la espira fuera del campo.



Ejemplo

3. BIO Actualmente, se desarrolla trabajo científico para determinar si los débiles campos magnéticos oscilantes pueden afectar la salud humana. Por ejemplo, un estudio encontró que los conductores de trenes tenían una mayor incidencia de cáncer en la sangre que otros trabajadores de los ferrocarriles, posiblemente debido a la exposición prolongada a los dispositivos mecánicos en la cabina de la máquina del tren. Considere la posibilidad de un campo magnético de magnitud 1.00×10^{-3} T, oscilando sinusoidalmente en 60.0Hz. Si el diámetro de un glóbulo rojo es de 8.00 μm, determine la fem máxima que puede ser generada alrededor del perímetro de una célula en este campo.

$B_0 = 1 \times 10^{-3}$ T



Si $\vec{B}$ y $\vec{A}$ son paralelos, $\to \Phi_B$ es máximo. $\theta = 0$

$$B(t) = B_0 \operatorname{sen}(\omega t)$$

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \cdot 60 = 120\pi$$

$$\Rightarrow B(t) = 1 \times 10^{-3} \operatorname{sen}(120\pi t)$$

$$\Phi_B = \int B\, dA = B \int dA = BA$$

$$\Phi_B(t) = B(t) \cdot A$$

$$A = \frac{\pi D^2}{4} = \pi \cdot \frac{(8 \times 10^{-6})^2}{4} = 5{,}03 \times 10^{-11}\ m^2$$

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

$$\to \mathcal{E} = -\frac{d}{dt}\left[1 \times 10^{-3} \operatorname{sen}(120\pi t) \cdot 5{,}03 \times 10^{-11}\right]$$

$$\mathcal{E} = -1 \times 10^{-3} \cdot 120\pi \cdot 5{,}03 \times 10^{-11} \cdot \cos(120\pi t)$$

$$\mathcal{E} = -1{,}895 \times 10^{-11} \underbrace{\cos(120\pi t)}_{\text{Cuando esto es } \pm 1}$$

$$\to \mathcal{E}_{max} = -1{,}895 \times 10^{-11}\ V$$

Fem de movimiento

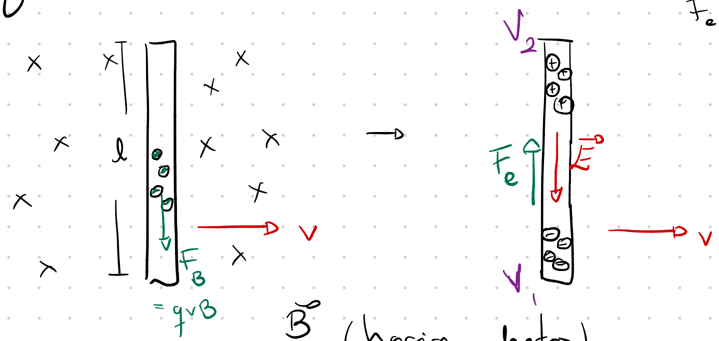
Esta fem se obtiene de mover un conductor dentro de un campo magnético uniforme.

$$\vec{F_e} = q\vec{E}$$

$$\vec{F_B} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

$$F_B = qvB\underbrace{\operatorname{sen}\theta}_{1} \quad \theta = 90^\circ$$

$$F_B = qvB$$



$\vec{B}$ (hacia adentro)

En el equilibrio,

$$\Sigma F = 0$$

$$F_e = F_B$$

$$\cancel{q}E = \cancel{q}vB$$

El campo eléctrico inducido dentro del conductor es

$$\boxed{E = vB}$$

La diferencia de potencial entre sus extremos está dado

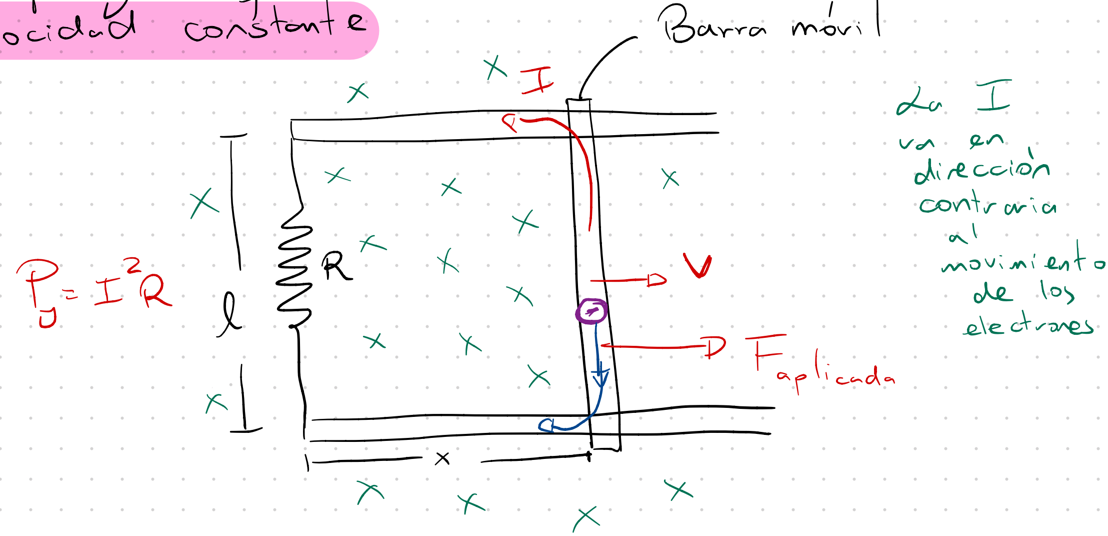
$$\Delta V = El = vBl$$

$$V_2 > V_1$$

Si se invierte la dirección de la velocidad se invierte la polaridad.

Ejemplo

Suponga que movemos la barra móvil a velocidad constante



Al ir moviendo la barra, el área de la espira cambia y por lo tanto cambia el flujo.

$$A = \ell x$$

$$\Phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{A} = \int B \cos\theta \, dA$$

0° (Espira es ⊥ al $\vec{B}$)

$$\Phi_B = B \int dA = B \cdot A = B \cdot \ell x$$

Faraday $\quad \mathcal{E} = -\dfrac{d\Phi_B}{dt} = -\dfrac{d}{dt}(B\ell x) = -B\ell \underbrace{\dfrac{dx}{dt}}_{v}$

$$\boxed{\mathcal{E} = -B\ell v}$$

→ Fem del movimiento.

La corriente en el circuito es

$$I = \frac{|\mathcal{E}|}{R} = \frac{B\ell v}{R}$$

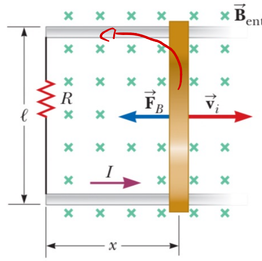
¿A qué potencia se hace trabajo?

$$P = F_{apl} \cdot v = I^2 R$$

$$= \left(\frac{B\ell v}{R}\right)^2 R$$

$$= \frac{B^2 \ell^2 v^2}{R}$$

$\vec{F}_B = I\vec{L}\times\vec{B}$



Ejemplo 30.2 Fuerza magnética que actúa sobre una barra deslizante

La barra conductora ilustrada en la figura 30.9 (se mueve sobre dos rieles paralelos sin fricción en presencia de un campo magnético uniforme dirigido hacia la página. La barra tiene masa m y su longitud es ℓ. A la barra se le da una velocidad inicial $\vec{v}_i$ hacia la derecha y se libera en $t = 0$.

(A) Usando las leyes de Newton, encuentre la velocidad de la barra como función del tiempo después de que es liberada.

SOLUCIÓN

Cambio $A \rightarrow$ Cambio en flujo $\Phi_B \rightarrow$ Produce fem $\rightarrow I$

$$\Phi_B = \int \vec{B}\cdot d\vec{A} \qquad A = \ell x$$

$$= B\int dA = B\ell x$$

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{d}{dt}(B\ell x) = -B\ell \underbrace{\frac{dx}{dt}}_{v(t)} = -B\ell v(t)$$

La corriente que se forma $\quad I(t) = \frac{|\mathcal{E}|}{R} = \frac{B\ell v(t)}{R}$

$$a = \frac{dv}{dt}$$

$$\sum F = ma$$

$$F_B = m\frac{dv}{dt}$$

$$-I\ell B = m\frac{dv}{dt}$$

$\vec{F}_B = I\vec{L}\times\vec{B}$

$F_B = I\ell B \operatorname{sen}\cancel{\theta}\,90^\circ$

$= I\ell B$

$$-\frac{B\ell v}{R}\cdot \ell B = m\frac{dv}{dt}$$

$$-\frac{B\ell v}{R}\cdot \ell B = m\frac{dv}{dt}$$

$$-\frac{B^2\ell^2 v}{R} = m\frac{dv}{dt}$$

$$\int_{v_i}^{v}\frac{dv'}{v'} = \int_0^t -\frac{B\ell^2}{mR}\,dt'$$

$$\ln\left(\frac{v}{v_i}\right) = -\frac{B\ell^2}{mR}t$$

$$v = v_i\, e^{-\underbrace{\frac{B\ell^2}{mR}}_{1/\tau}t}$$

$$\tau = \frac{mR}{B\ell^2}$$

$$v(t) = v_i\, e^{-t/\tau}$$

Ejemplo 30.3 Fem de movimiento inducida en una barra giratoria

Una barra conductora de longitud ℓ da vueltas con una rapidez angular constante ω en torno a un pivote en un extremo. Un campo magnético uniforme $\vec{\mathbf{B}}$ se dirige perpendicular al plano de rotación, como se muestra en la figura 30.10. Encuentre la fem de movimiento inducida entre los extremos de la barra.

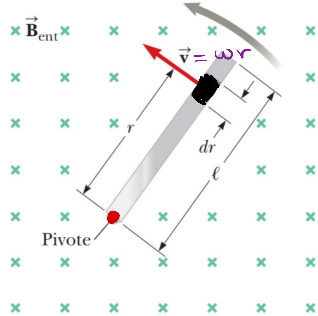


Figura 30.10 (Ejemplo 30.3) Una barra conductora gira en torno a un pivote en un extremo en un campo magnético uniforme que es perpendicular al plano de rotación. Una fem de movimiento se induce a través de los extremos de la barra.

$$\boxed{\mathcal{E} = -B\ell v}$$

$$v = \omega r$$

$$\boxed{d\mathcal{E} = -Bv\,d\ell}$$

$$d\mathcal{E} = -Bv \cdot dr$$

$$d\mathcal{E} = -B\omega r\,dr$$

$$\mathcal{E} = \int d\mathcal{E} = -\int_{r=0}^{r=\ell} B\omega r\,dr$$

$$\mathcal{E} = -B\omega \frac{r^2}{2}\Big|_0^{\ell} = -\frac{B\omega \ell^2}{2}$$

Ley de Lenz

Ya sabemos que $\mathcal{E} = -\dfrac{d\Phi}{dt}$

fem inducida y cambio en el flujo tienen signos opuestos.

> La corriente inducida en una espira está en la dirección que crea un campo magnético que se opone al cambio en el flujo magnético en el área encerrada por la espira.

$\Phi = \int \vec{B} \cdot d\vec{A}$

$\Phi = \int B \cos\theta \, dA$

Si Φ aumenta con el tiempo $\dfrac{d\Phi}{dt} \to \oplus$

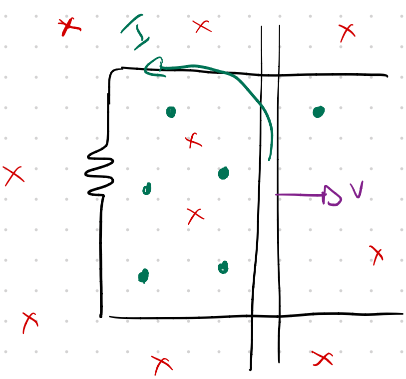
aumenta B
aumentar cos θ
aumentar área

Orientar la corriente tal que el campo generado se oponga al actual

Si Φ disminuye con el tiempo $\dfrac{d\Phi}{dt} \to \ominus$

Disminuir B
Disminuir cos θ
Disminuir a

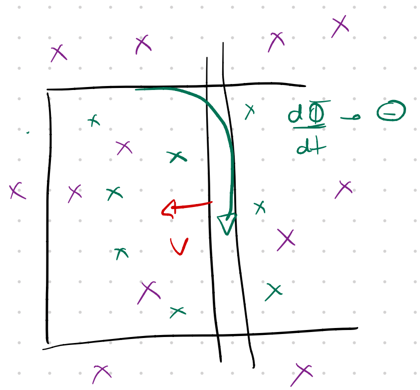
Orientar la corriente tal que el campo generado refuerce el actual



$\dfrac{d\Phi}{dt} \to \oplus$

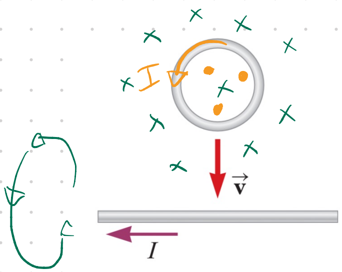
↓

Dibujar I tal que produzca un campo hacia afuera de página



$\dfrac{d\Phi}{dt} \to \ominus$

EXAMEN RÁPIDO 30.3 La figura 30.12 muestra una espira redonda de alambre que cae hacia un alambre que conduce corriente hacia la izquierda. La dirección de la corriente inducida en la espira es **(a)** en sentido de las manecillas del reloj, **(b)** opuesta a las manecillas del reloj, **(c)** cero, **(d)** imposible de determinar.



x: Generado por el alambre.

B es mayor mientras más cerca del alambre

$\Phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{A}$ → No cambia

aumenta B porque nos acercamos al alambre.

$\frac{d\Phi_B}{dt} \rightarrow +$

→ $\vec{B}$ debe ir hacia afuera

I ↺

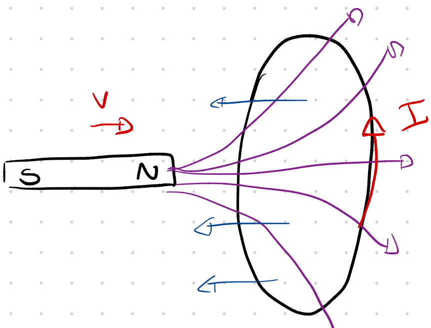
Ejemplo conceptual 30.4 Aplicación de la ley de Lenz

Se coloca un imán cerca de una espira metálica, como se muestra en la figura 30.13a.

(A) Encuentre la dirección de la corriente inducida en la espira cuando el imán se empuja hacia la espira.

(B) Encuentre la dirección de la corriente inducida en la espira cuando el imán se aleja de la espira.

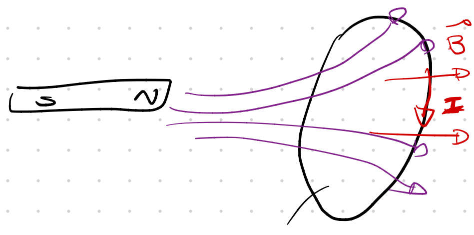
a)



aumenta B

$\frac{d\Phi_B}{dt} \rightarrow +$

b)



B disminuye

$\frac{d\Phi_B}{dt} \rightarrow -$

Forma general de la Ley de Faraday.

En regiones donde hay un campo magnético variable, se puede generar un campo eléctrico inducido. Su naturaleza es no conservativa (esto quiere decir que su naturaleza es distinta al generado por cargas estacionarias)

$$\oint \vec{E}\cdot d\vec{s} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

Recordatorio

$\longrightarrow I$

$\longrightarrow \vec{E}$

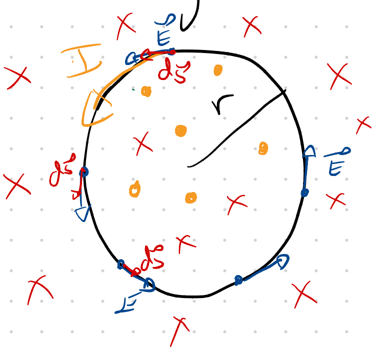
(Ley de Ohm)

$\vec{J} = \sigma\vec{E}$

$d\vec{s}$: Tangente a trayectoria

Ejemplo

Una espira de radio r se encuentra perpendicular a una región de campo magnético $B = B(t)$, que aumenta con el tiempo.
Encuentre la magnitud del campo eléctrico en la espira.



1. B aumenta con el tiempo

$$\frac{d\Phi}{dt} \rightarrow \oplus$$

$$\oint \vec{E}\cdot d\vec{s} = \oint E \underbrace{\cos\overset{0}{\theta}}_{1}\, ds$$

$$E\oint ds = E\cdot 2\pi r$$

Sigue $\rightarrow$

Lado derecho

$$\Phi_B = B \cdot A = B(t) \cdot \pi r^2$$

$$\frac{d\Phi_B}{dt} = \pi r^2 \frac{dB}{dt}$$

Por lo tanto:

$$E \cdot 2\cancel{\pi} r = -\cancel{\pi} r^2 \frac{dB}{dt}$$

$$\hookrightarrow \boxed{E = \frac{r}{2}\frac{dB}{dt}}$$

Magnitud $\hookrightarrow$ Campo eléctrico inducido.

Para encontrar su dirección, aplique ley de Lenz

- Si $\frac{dB}{dt} \to +$

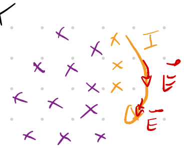
Dibuje la corriente tal que I produzca un $\vec{B}$ contrario al actual. La dirección de I es la de $\vec{E}$.

$\frac{dB}{dt} \to +$

- Si $\frac{dB}{dt} \to -$

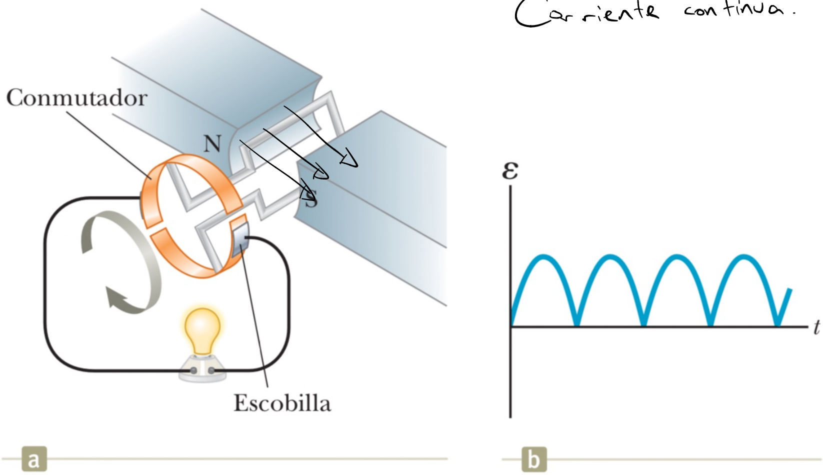
Dibuje la corriente tal que I produzca un $\vec{B}$ que refuerce el actual. La dirección de I es la de $\vec{E}$

$\frac{dB}{dt} \to -$



Generadores y motores

Corriente continua.



¿Por qué se prefiere AC en lugar de DC?
↓
Es más sencilla de transportar, conlleva menores pérdidas.

Alterna

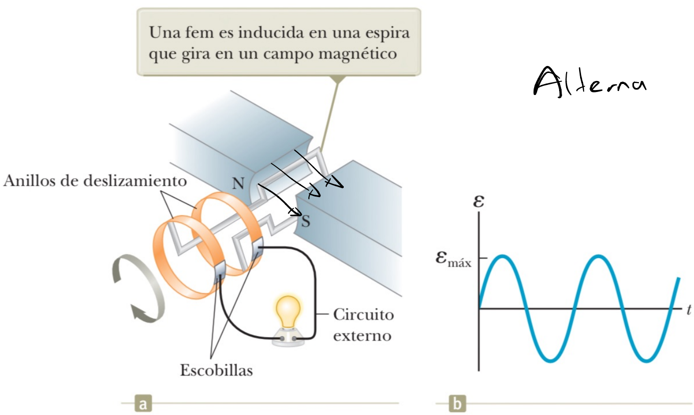


Figura 30.18 (a) Diagrama esquemático de un generador de CA. (b) Fem alternante inducida en la espira graficada en función del tiempo.

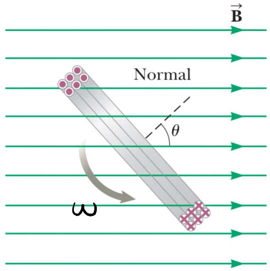
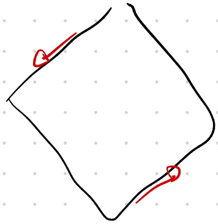


Figura 30.19 Vista del corte transversal de una espira que encierra un área A y que tiene N vueltas, girando con una velocidad angular constante v en un campo magnético. La fem inducida en la espira varía sinusoidalmente con el tiempo.



El flujo magnético a través de la espira es

$$\Phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{A} = \int B \cos\theta \, dA$$

$$\theta = \omega t$$

$$\Phi_B = B \cos\omega t \cdot \int dA = BA\cos\omega t$$

$$\Rightarrow \quad \mathcal{E} = -N\frac{d\Phi_B}{dt} = -N\frac{d}{dt}(BA\cos\omega t)$$

$$\mathcal{E} = +NBA\omega \,\text{sen}\, \omega t$$

$$\mathcal{E}_{max} = NBA\omega$$

cuando $\text{sen}\,\omega t = \pm 1$

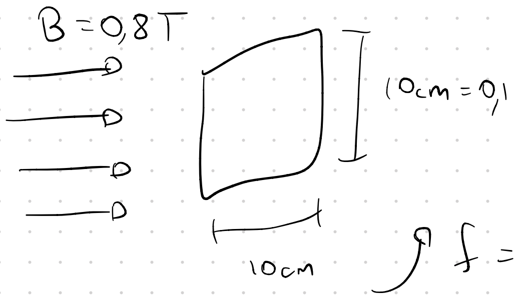
$\rightarrow \omega t = \pi/2$ ó $3\pi/2$

90° $\quad 270^\circ$

Recuerde que $\omega = 2\pi f$

$\rightarrow$ Hz

25. La espira giratoria cuadrada de un generador de CA tiene 10.0 cm por lado. Se le hace girar a 60.0 Hz en un campo uniforme de 0.800 T. Calcule (a) el flujo a través de la espira como una función del tiempo, (b) la fem inducida en la espira, (c) la corriente inducida en la espira si ésta tiene una resistencia de 1.00 Ω, (d) la potencia entregada a la espira y (e) el momento de torsión que se debe ejercer para que gire.



$$A = 0{,}1 \cdot 0{,}1 = 0{,}01\ m^2$$

$$f = 60\ Hz$$

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \cdot 60 = 120\pi$$

a) $$\Phi_B(t) = BA\cos\omega t = 0{,}8 \cdot 0{,}01 \cos(120\pi t)$$

$$\Phi_B = 0{,}008 \cos(120\pi t) \quad T\cdot m^2$$

b) $$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt} = -0{,}08 \cdot 120\pi \cdot -\operatorname{sen}(120\pi t)$$

$$\mathcal{E}(t) = 3{,}02 \operatorname{sen}(120\pi t) \quad V$$

c) $$I = \frac{\mathcal{E}(t)}{R} = \frac{3{,}02 \operatorname{sen}(120\pi t)}{1\ \Omega} = 3{,}02 \operatorname{sen}(120\pi t) \quad A$$

d) $P = I^2 R = \left[3{,}02 \text{ sen}(120\pi t)\right]^2 \cdot 1$

$$P = 9{,}1 \text{ sen}^2(120\pi t) \quad \text{Watts.}$$

e) Si se ejerce un torque sobre un objeto y él rota a una rapidez angular ω,

$$\underbrace{P}_{\text{Potencia}} = \tau \cdot \omega \rightarrow \tau = \frac{P}{\omega} = \frac{9{,}1 \text{ sen}^2(120\pi t)}{120\pi}$$

$$\tau = 0{,}024 \text{ sen}^2(120\pi t) \quad N \cdot m$$

Motores

Se transfiere energía eléctrica a una bobina, se genera un momento de torsión que produce un trabajo.

$I \to B \to \mu \to$ Rotación

En este caso, como se funciona de forma inversa al generador, por Ley de Lenz se produce una fem que tiende a reducir la corriente en la bobina. Esta se llama fuerza contraelectromotriz.

f contraelectromotriz varía con el tiempo.

Al inicio, $\mathcal{E}_{contraelectromotriz} = 0$

En cualquier momento t, el voltaje neto en el motor está dado por

$$V_{neta}(t) = \underbrace{\mathcal{E}}_{fem} - \mathcal{E}_{contraelectromotriz}$$

$$I(t) = \frac{\mathcal{E} - \mathcal{E}_{contraelect}}{R}$$

Corrientes de Eddy → de Foucalt.

Hemos estudiado que si hay flujo magnético variable, se induce fem ($\mathcal{E}$) y por tanto una corriente.

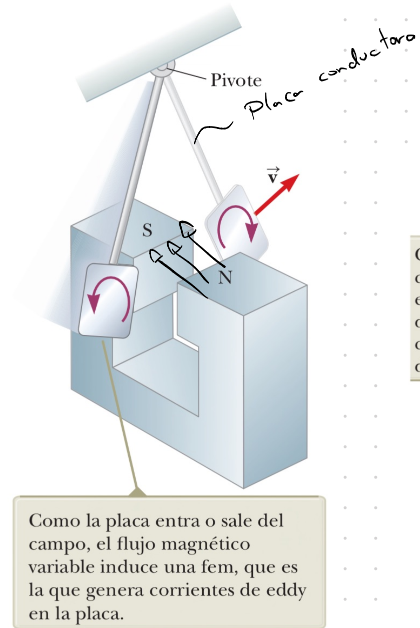
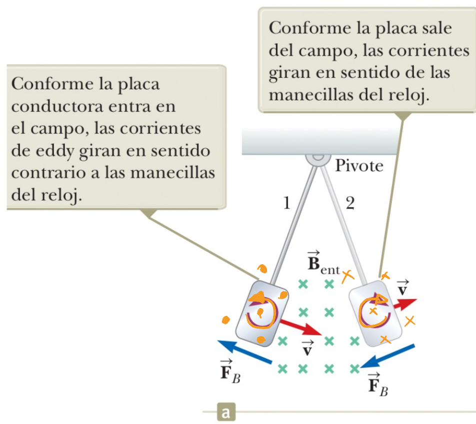


Figura 30.20 Formación de corrientes de eddy en una placa conductora que se mueve a través de un campo magnético.



- Cuando placa va entrando al campo, $\frac{d\Phi_B}{dt} \to +$

  porque las líneas de campo que pasan por la placa aumentan

  ↳ B va hacia afuera

- Cuando placa va saliendo $\frac{d\Phi_B}{dt} \to -$ → B va hacia adentro.

Las corrientes de Eddy, inducen un frenado de la placa, por lo que son indeseables

¿Cómo reducirlas? Si es posible se pueden hacer ranuras en la placa para limitar las corrientes. También, se pueden fabricar piezas conductoras laminadas con materiales no conductores (p. ejemplo lacas o óxidos de metal) para limitar las corrientes. Esto se utiliza en los núcleos de los transformadores.