Minimal LaTeXexample

José Luis Juanico

August 12, 2024

Abstract

In this paper we develop the general theory of $L-$functions of one variable. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Ut purus elit, vestibulum ut, placerat ac, adipiscing vitae, felis. Curabitur dictum gravida mauris.

1 Preliminaries

Euler discovered that

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}. \tag{1}$$

Later, Riemann generalized this to the so-called Riemann zeta function, defined by

$$\zeta(s) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^s} = \frac{1}{1^s} + \frac{1}{2^s} + \frac{1}{3^s} + \cdots, \forall s \in \mathbb{C}, \Re(s) > 1. \tag{2}$$

The Riemann zeta function $\zeta(s)$ is a function of a complex variable $s = \sigma + it$, where σ and t are real numbers. (Then notation s, σ and t is used traditionally in the study of the zeta function, following Riemann). When $\Re(s) = \sigma > 1$, the function can be written as a converging summation or as an integral:

$$\zeta(s) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^s} = \frac{1}{\Gamma(s)} \int_0^{\infty} \frac{x^{s-1}}{\mathrm{e}^x - 1} \mathrm{d}x, \tag{3}$$

where

$$\Gamma(s) = \int_0^{\infty} x^{s-1} \mathrm{e}^{-x} \mathrm{d}x \tag{4}$$

is the *gamma function.* The Riemann zeta function is defined for other complex values via *analytic continuation* of the function defined for $\sigma > 1$.

Si G y H son grupos cíclicos, entonces $G \equiv H \iff |G| = |H|$. En efecto, pues si $G = \langle g \rangle$ y $H = \langle h \rangle$, la función $\varphi : G \longrightarrow H$ definida como $\varphi(g^i) := h^i$ es un homomorfismo.

Si G es un grupo cíclico, entonces los subgrupos y los cocientes de G también son cíclicos. Pues si $G = \langle g \rangle$, como $H \lhd G$, existe $n \geq 1$ tal que $g^n \in H$, sea m el menor enterno positivo con esta propiedad. Es fácil verificar que $H = \langle g^m \rangle$.

Sea G un grupo finito, entonces G es cíclico si y sólo si para todo divisor k de $|G|$ existe un único subgrupo cíclico G_k de G con $|G_k| = k$.