TD - Série N° 2

Objectifs pédagogiques : construction d'une analyse – comment passer d'une analyse à l'algorithme ? – comment dérouler un algorithme ? manipulation des objets élémentaires – respect du formalisme algorithmique – apprentissage du Pascal.

I. À traiter en cours

Exercice 1 : Sachant qu'un nombre premier est un nombre qui n'accepte aucun diviseur excepté 1 et lui-même. Construire la solution qui nous permet de savoir si un nombre est premier ou non.

Exercice 2 : Sachant qu'il n'existe que 4 nombres compris entre 100 et 500 tels que la somme des cubes des chiffres les composant est égale au nombre lui-même.

Construire la solution qui permet de retrouver ces 4 nombres.

Exemple : $153 = 1^3 + 5^3 + 3^3$

II. À traiter en TD

Exercice 3 : Un nombre parfait est un nombre qui est égal à la somme de tous ses diviseurs exceptés lui-même. Rechercher tous les nombres parfaits compris entre 1 et N.

Exemple de nombre parfait : 6

Exercice 4 : Construire la solution qui nous calcule le Nième (avec N>1) terme de la suite de FIBONACCI qui est définie par :

– La suite de Fibonacci est une suite d'entiers dans laquelle chaque terme est la somme des deux termes qui le précèdent.
– Notée *(F_n)*, elle est définie par : $F_0 = 0$; $F_1 = 1$; $F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$ *pour* $n >= 2$

Exemple :

F_0	F_1	F_2	F_3	F_4	F_5	F_6	F_7	F_8	F_9	F_{10}	F_{11}	F_{12}	F_{13}	F_{14}	F_{15}	F_{16}		F_n
0	1	1	2	3	5	8	13	21	34	55	89	144	233	377	610	987	...	$F_{n-1} + F_{n-2}$

Exercice 5 : *(EMD - 1992)* Comment convertir un nombre entier en binaire ?

Exemple : 29 en base 10 donne 11101 en base 2 → $(29)_{10} = (11101)_2$

Exercice 6 : *(Emd1 2002-2003).* Construire la solution qui permet l'addition de deux nombres binaires.

Exemple : si A= 1 1 0 1 et B = 1 0 1 0, A+B = 1 0 1 1 1

Exercice 7 : *(EMD - 1994)* Construire la solution qui effectue un Swapping, autrement dit qui échange les octets de poids fort et de poids faible d'un nombre entier quelconque.

Exemple : Si N = 5961, le résultat après Swapping → 1965

Si N = -18, le résultat après Swapping → - 81

Si N = 723859, le résultat après Swapping → 923857

Si N = 9, le résultat après Swapping → 9

Exercice 8 *: (EMD 2000-2001).* A partir d'un nombre entier N on voudrait obtenir deux autres nombres N1 et N2. Le premier (N1) sera constitué par les chiffres pairs de N et le second (N2) par les chiffres impairs.

Exemples :

N = 25461327	N1 = 2462	N2 = 5137
N = 42613786	N1= 42686	N2 = 137
N = 240682	N1 = 240682	N2 = 0
N = 103	N1 = 0	N2 = 13

TD - Série N° 2

Exercice 9 : *(EMD 2011-2012).* La multiplication squelettique est ce que l'on appelle un astérithme. C'est une multiplication dans laquelle des chiffres sont remplacés par des ? et ou le problème consiste à retrouver les trois nombres la composant.

Construire la solution qui nous permet de résoudre la multiplication squelettique **particulière** suivante :

$$\begin{array}{ccccccccc} & & & ? & 4 & ? & ? & ? \\ \times & & & & & 5 & ? & 9 \\ \hline = & 7 & ? & ? & ? & 3 & 9 & 2 \end{array}$$

Exercice 10 : *(EMD 2012-2013).* Si vous prenez un nombre entier naturel N > 1 et vous calculez la somme de ses diviseurs propres (c'est-à-dire excepté lui-même), et vous refaites la même opération sur ce résultat, vous obtenez une suite aliquote.

Exemple : si N = 24 La suite aliquote obtenue est : N = 24, 36, 55, 17,1

Généralement une suite aliquote s'arrête lorsque l'on arrive à 1 (car 1 n'a pas de diviseur propre). Lorsque le premier élément calculé est égal à 1, N est un nombre premier[4]. Mais ce n'est pas toujours le cas, il arrive que la suite aliquote soit fermée[1] et compte ***e*** éléments calculés, dans ce cas, N est ce que l'on appelle un nombre sociable d'ordre ***e***. De plus si l'ordre ***e*** est égal à 1, N est un nombre parfait[2] et si e est égal à 2, N est un nombre amical[3].

Rechercher la suite aliquote qui commence par un nombre donné N et détecter le cas ou N est premier. Mais aussi, dans le cas ou N est sociable il faudra préciser qu'il est sociable et donner son ordre ***e***, et vérifier aussi s'il est parfait ou amical.

Définitions :

1. Une suite aliquote fermée est une suite dont le dernier élément est égal au premier élément donné de la suite. Son ordre e est égal au nombre d'éléments calculés de la suite (c.à.d. excepté le premier) (exemples 3, 4 et 5)
2. un nombre parfait est un nombre dont la somme des diviseurs propres est égale au nombre lui-même. (exemple 3)
3. deux nombres A et B sont dits amicaux si la somme des diviseurs de A est égale à B et la somme des diviseurs de B est égale à A. exemple 4)
4. un nombre premier est un nombre qui n'accepte comme diviseurs que 1 et lui-même.

Exemple 1 : N = 24 suite aliquote : 24, 36, 55, 17, 1

Exemple 2 : N = 11 suite aliquote : 11, 1 N est un nombre premier

Exemple 3 : N = 28 suite aliquote : 28, 28 N est sociable et parfait d'ordre 1

Exemple 4 : N = 220 suite aliquote :220, 284, 220 N est sociable et amical d'ordre 2

Exemple 5 : N =12496 suite aliquote :12496, 14288, 15472, 14536, 14264, 12496 N est sociable d'ordre 5

Exercice 11 : Construire la solution qui permet de vérifier si un chiffre existe dans un nombre entier N. Ensuite, il faut supprimer sa première occurrence en décalant les chiffres qui le suivent d'une position vers la droite. Enfin, il faut rajouter un zéro à droite.

Exemple : N= 19622022. Le chiffre = 6.

Solution : 19220220.

III. Exercices Supplémentaires

Exercice 12 : *(EMD -1990)* Soit un nombre entier NB donné. Ecrire la solution qui recherche le plus petit diviseur de NB différent de 1 et le plus grand diviseur de NB différent de lui-même.

Exemple 1 : NB = 7 Résultat : NB N'A PAS DE DIVISEUR

Exemple 2 : NB = 4 Résultat : NB A UN SEUL DIVISEUR : 2

Exemple 3 : NB = 8 Résultat : PLUS PETIT DIVISEUR : 2 PLUS GRAND DIVISEUR : 4

TD - Série N° 2

Exercice 13 : *(EMD 1997-1998).* On voudrait à partir de 2 nombres A et B, de 4 positions chacun, construire un troisième nombre C tel que C est composé des chiffres de A et de B mais concaténés de manière alternée, c'est à dire que C est composé du premier chiffre de A puis du premier chiffre de B, ensuite du deuxième chiffre de A puis du deuxième chiffre de B, etc ...

Regardez attentivement l'exemple suivant : si A = 1 2 3 4 et B = 5 6 7 8 C = 1 5 2 6 3 7 4 8

Exercice 14 : *(EMD1 2018-2019)***.** Un entier naturel est appelé nombre sublime si la somme et le nombre de ses diviseurs sont tous les deux des nombres parfaits.

Donner la solution qui nous permet de trouver les nombres sublimes inférieurs à N.

Exemple : 12 est un nombre sublime

Exercice 15 : *(EMD1 2018-2019)***.** Retrouver tous les nombres entiers qui se trouvent dans l'intervalle [N1, N2] et tels qu'ils sont divisibles par tous leurs chiffres non nuls.

Exemple : 306

Exercice 16 : À partir d'un nombre entier N on voudrait obtenir le nombre d'apparition des chiffres suivants : 1,2 et 6.

Exemple : N= 19622022.

Solution :

- Chiffre 1 : 1 Une seule fois.
- Chiffre 2 : 4 fois
- Chiffre 6 : 1 fois.

TD - Series No. 2

Learning objectives: Building an analysis - How to go from analysis to algorithm? - Handling elementary objects - Respecting algorithmic formalism - Learning Pascal langage.

I. To be done in class

Exercise 1. A prime number is a number that accepts no divisors except 1 and itself. Construct the solution that determines whether a number is prime or not.

Exercise 2. There are only 4 numbers between 100 and 500 such that the sum of the cubes of the digits composing them is equal to the number itself. Construct the solution that finds these 4 numbers.

Example: $153 = 1^3 + 5^3 + 3^3$

II. To be done in TD's class

Exercise 3. A perfect number is a number that is equal to the sum of all its divisors except itself. Find all the perfect numbers between 1 and N.

Example of a perfect number: 6

Exercise 4. Construct the solution that calculates the N^{th} (with N>1) term of the FIBONACCI sequence which is defined by:

- The Fibonacci sequence is a sequence of integers in which each term is the sum of its two preceding terms.
- Noted F_n, it is defined by: $F_0 = 0; F_1 = 1; F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$ *for* $n >= 2$

Exemple :

F_0	F_1	F_2	F_3	F_4	F_5	F_6	F_7	F_8	F_9	F_{10}	F_{11}	F_{12}	F_{13}	F_{14}	F_{15}	F_{16}		F_n
0	*1*	*1*	*2*	*3*	*5*	*8*	*13*	*21*	*34*	*55*	*89*	*144*	*233*	*377*	*610*	*987*	...	$F_{n-1} + F_{n-2}$

Exercise 5 *(EMD - 1992).* Construct the solution that convert an integer into binary

Example: 29 in base 10 gives 11101 in base 2→ $(29)_{10} = (11101)_2$

Exercise 6 *(Emd1 2002-2003).* Construct the solution that allows the addition of two binary numbers.

Example: if A= 1 1 0 1 and B = 1 0 1 0, A+B = 1 0 1 1 1

Exercise 7 *(EMD - 1994).* Build a solution that performs swapping, i.e. exchanges the most and least significant bytes of any integer.

Example: If N = 5961, the result after Swapping→ 1965

If N = -18, the result after Swapping→ - 81

If N = 723859, the result after Swapping→ 923857

If N = 9, the result after Swapping→ 9

Exercise 8: *(EMD 2000-2001).* From an integer N we would like to obtain two other numbers N1 and N2. The first (N1) will consist of the even numbers of N and the second (N2) of the odd numbers.

Examples:

N = 25461327 N1 = 2462 N2 = 5137

N = 42613786 N1= 42686 N2 = 137

N = 240682 N1 = 240682 N2 = 0

N = 103 N1 = 0 N2 = 13

Exercise 9 *(EMD 2011-2012).* Skeletal multiplication is what's known as an asterithm. It's a multiplication in which the digits are replaced by asterisks, and the problem is to find the three numbers that make up the multiplication.

TD - Series No. 2

Construct the solution that allows us to solve the following **particular** skeletal multiplication:

$$\begin{array}{cccccccc}
 & & & ? & 4 & ? & ? & ? \\
\times & & & & & 5 & ? & 9 \\
\hline
= & 7 & ? & ? & ? & 3 & 9 & 2
\end{array}$$

Exercise 10 *(EMD 2012-2013)*. If you take a natural number N > 1 and calculate the sum of its proper divisors (i.e. excluding itself), and then perform the same operation on this result, you obtain an aliquot sequence.

Example: if N = 24 The aliquot sequence obtained is: N = 24, 36, 55, 17.1

Generally, an aliquot sequence stops at 1 (because 1 has no proper divisor). When the first element calculated is equal to 1, N is a prime number[4] . But this isn't always the case: sometimes the aliquot sequence is closed[1] and has ***e*** calculated elements, in which case N is what we call a sociable number of order ***e***. Furthermore, if the order ***e*** is equal to 1, N is a perfect number[2] and if e is equal to 2, N is a friendly number[3] .

Find the aliquot sequence starting with a given number N and detect the case where N is prime. But also, if N is sociable, specify that it is sociable and give its order ***e***, and check whether it is perfect or friendly.

Definitions :

1. A closed aliquot sequence is a sequence whose last element is equal to the first given element of the sequence. Its order e is equal to the number of calculated elements in the sequence (i.e. excluding the first) (examples 3, 4 and 5).

2. A perfect number is a number whose sum of proper divisors is equal to the number itself (example 3).

3. two numbers A and B are said to be friendly if the sum of the divisors of A is equal to B and the sum of the divisors of B is equal to A (example 4)

4. A prime number is a number whose divisors are 1 and itself.

Example 1: N = 24 aliquot sequence: 24, 36, 55, 17, 1

Example 2: N = 11 aliquot sequence: 11, 1 N is a prime number

Example 3: N = 28 aliquot sequence: 28, 28 N is sociable and perfect of order 1

Example 4: N = 220 aliquot sequence:220, 284, 220 N is sociable and friendly of order 2

Example 5: N =12496 aliquot sequence :12496, 14288, 15472, 14536, 14264, 12496 N is sociable of order 5

Exercise 11. Construct the solution that checks whether a digit exists in an integer N. Next, remove its first occurrence by shifting the digits that follow it one position to the right. Finally, add a zero to the right.

Example: N= 19622022. The number = 6.

Solution: 19220220.

Exercise 12. Give the worst-case time complexity of the following algorithms:

1)
```
Begin
For i from 1 to n Do
 For j from 1 to 2n + 1 Do
Writing ('The exam is very easy')
EndFor
EndFor
End.
```
2)
```
Begin
For i from 1 to 10 Do
 For j from 1 to n Do
Writing ('The exam is very difficult')
EndFor
EndFor
End.
```

TD - Series No. 2

3) Begin
Read (n)
x← 0
For I from 1 to n Do
For j from 1 to n Do x← x+1
Write (x)
End.

III. Supplementary exercises

Exercise 13 *(EMD -1990).* Given an integer NB. Write the solution that finds the smallest divisor of NB not equal to 1 and the largest divisor of NB not equal to itself.

Example 1: NB = 7 Result: NB HAS NO DIVISOR

Example 2: NB = 4 Result: NB HAS ONLY ONE DIVISOR: 2

Example 3: NB = 8 Result: SMALLEST DIVISOR: 2 LARGEST DIVISOR: 4

Exercise 14 *(EMD 1997-1998).* From 2 numbers A and B, of 4 positions each, we would like to construct a third number C such that C is composed of the digits of A and B but concatenated in an alternating manner, i.e. C is composed of the first digit of A then the first digit of B, then the second digit of A then the second digit of B, etc ...

Look carefully at the following example: if A = 1 2 3 4 and B = 5 6 7 8 C = 1 5 2 6 3 7 4 8

Exercise 15 *(EMD1 2018-2019)***.** A natural number is called a sublime number if the sum and the number of its divisors are both perfect numbers.

Give the solution that allows us to find the sublime numbers less than N.

Example: 12 is a sublime number

Exercise 16 *(EMD1 2018-2019)***.** Find all integers that lie in the interval [N1, N2] and such that they are divisible by all their non-zero digits.

Example: 306

Exercise 17. Given a whole number N, we'd like to obtain the number of times the following digits appear: 1, 2 and 6.

Example: N= 19622022.

Solution:

- Digit 1: 1 Only once.
- Number 2: 4 times
- Number 6: 1 time.