

Probabilidades

Isaac Cortés Olmos

Universidad de Atacama

25 de marzo de 2025



- Probabilidades.
- Reglas de probabilidad

Probabilidades

Experimento

- Es cualquier proceso de observación o medición.

Espacio muestral

- Es el conjunto de todos los posibles resultados de un experimento y se denota por S o Ω

Eventos

- A todo subconjunto E de un espacio muestral se le conoce como un evento.

Probabilidades

Ejemplo:

- Imagina que estás organizando una fiesta y decides hacer un experimento con una lista de reproducción. El experimento consiste en elegir aleatoriamente una canción de una lista de reproducción con 10 canciones.
- Supongamos que la lista tiene las siguientes 10 canciones:
 - ▶ Canción A (Rock).
 - ▶ Canción B (Rock).
 - ▶ Canción C (Rock-comienza con letra C).
 - ▶ Canción D (Rock).
 - ▶ Canción E (Pop).
 - ▶ Canción F (Pop).
 - ▶ Canción G (Pop).
 - ▶ Canción H (Pop).
 - ▶ Canción I (Pop).
 - ▶ Canción J (Pop).

Probabilidades

Ejemplo:

- El espacio muestral es: $S = \{A, B, C, D, E, F, G, H, I, J\}$.
- Canciones de música ROCK: $A_1 = \{A, B, C, D\}$.
- Canciones de música POP: $A_2 = \{A, B, C, D\}$.

Probabilidades

Axiomas

- 1 La probabilidad de un evento es un número real no negativo; esto es, $\mathbb{P}(A) \geq 0$ para cualquier subconjunto A de S .
- 2 $P(S) = 1$.
- 3 Si A_1, A_2, A_3, \dots , es una secuencia finita o infinita de eventos mutuamente excluyentes (eventos disjuntos) de S , entonces

$$\mathbb{P}(A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup \dots) = \mathbb{P}(A_1) + \mathbb{P}(A_2) + \mathbb{P}(A_3) + \dots$$

Probabilidades

Ejemplo:

- Los eventos A_1 y A_2 son disjuntos (o excluyentes), porque no pueden ocurrir al mismo tiempo. Si eliges una canción de rock, no puedes elegir una canción de pop en ese mismo intento.
- Sea A_3 el evento de que empiece la canción con letra C

$$\mathbb{P}(A_3) = \frac{1}{10}$$

- Luego,

$$\mathbb{P}(A_1) = \frac{4}{10}$$

$$\mathbb{P}(A_2) = \frac{6}{10} = 1 - \mathbb{P}(A_1)$$

Ejemplo:

- Si se quiere saber la probabilidad de que la canción elegida sea de rock o que empiece con la letra C, tendríamos:

$$\begin{aligned}\mathbb{P}(A_1 \cup A_3) &= \mathbb{P}(A_1) + \mathbb{P}(A_3) - \mathbb{P}(A_1 \cap A_3) \\ &= \frac{4}{10} + \frac{1}{10} - \frac{1}{10} \\ &= \frac{4}{10}\end{aligned}$$

Probabilidades

Reglas de probabilidades:

- ① Si A y A' son eventos complementarios en un espacio muestral S , entonces

$$\mathbb{P}(A') = 1 - \mathbb{P}(A)$$

- ② $\mathbb{P}(\emptyset) = 0$ para cualquier espacio muestral S .
- ③ Si A y B son eventos en un espacio muestral S y $A \subset B$, entonces $\mathbb{P}(A) \leq \mathbb{P}(B)$.
- ④ Para cualquier evento: $0 \leq \mathbb{P}(A) \leq 1$.
- ⑤ Si A y B son dos eventos en el espacio muestral S , entonces

$$\mathbb{P}(A \cup B) = \mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(B) - \mathbb{P}(A \cap B)$$

Ejercicios

Ejercicio 1

- En una fábrica, la probabilidad de que una máquina falle en un día es $\mathbb{P}(A) = 0,2$ ¿Cuál es la probabilidad de que no falle en ese día?

Ejercicio 2

- En una urna hay 10 bolas: 4 rojas y 6 azules. Se extrae una bola al azar. ¿Cuál es la probabilidad de obtener una bola roja o azul?

Ejercicio 3

- En un grupo de 50 estudiantes, 30 practican fútbol (F) y 25 practican natación (N). Si 10 estudiantes practican ambos deportes, ¿cuál es la probabilidad de que un estudiante elegido al azar practique al menos uno de los dos deportes?

Referencias

 Freud, J. (2000). Estadística Matemática con Aplicaciones. Pearson