Operaciones con conjuntos

Isaac Cortés Olmos

Universidad de Atacama

25 de marzo de 2025

Esquema

- Unión.
- Intersección.
- Diferencia.
- Complemento.
- Operaciones con conjuntos comparables.

Operaciones con conjuntos

Unión

- La unión de los conjuntos A y B es el conjunto de todos los elementos que pertenecen a A o a B o a ambos. Se denota la unión de A y B por $A \cup B$ que se lee "A unión B".
- Definición: $A \cup B = \{x |\, x \in A \text{ o } x \in B\}$.

Ejemplo:

- Sean $S = \{a, b, c, d\}$ y $T = \{f, b, d, g\}$. Entonces $S \cup T = \{a, b, c, d, f, g\}$.

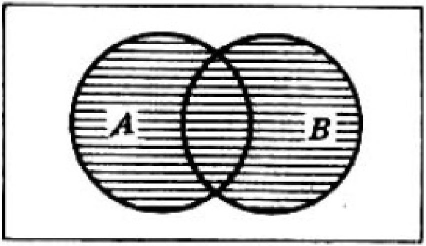
Observaciones:

- Se sigue inmediatamente de la definición de la unión de dos conjuntos que $A \cup B$ y $B \cup A$ son el mismo conjunto, esto es $A \cup B = B \cup A$.
- A y B son ambos subconjuntos de $A \cup B$, es decir que:

$$A \subset (A \cup B) \text{ y } B \subset (A \cup B).$$

Operaciones con conjuntos

Figura 1: En el diagrama de Venn de la Figura 1, $A \cup B$ aparece rayado, o sea el área de A y el área de B.



Operaciones con conjuntos

Intersección

- La intersección de los conjuntos A y B es el conjunto de los elementos que son comunes a A y B, esto es, de aquellos elementos que pertenecen a A y que también pertenecen a B. Se denota la intersección de A y B por $A \cap B$ que se lee "A intersección B".
- Definición:$A \cap B = \{x | \, x \in A \text{ y } x \in B\}$.

Ejemplo:

- Sean $S = \{a, b, c, d\}$ y $T = \{f, b, d, g\}$. Entonces $S \cap T = \{b, d\}$.

Operaciones con conjuntos

Observaciones:

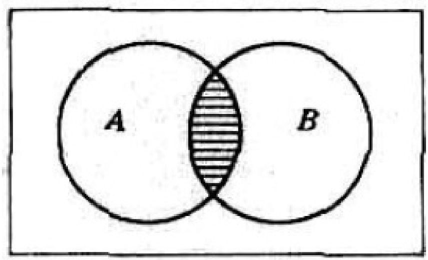
- Se sigue inmediatamente de la definición de la intersección de dos conjuntos que $A \cap B = B \cap A$
- Cada de uno de los conjuntos A y B contiene al $A \cap B$ como subconjunto, es decir,

$$(A \cap B) \subset A \text{ y } (A \cap B) \subset B.$$

- Si A y B son disjuntos, entonces la intersección de A y B es el conjunto vacío, o sea $A \cap B = \emptyset$.

Operaciones con conjuntos

Figura 2: En el diagrama de Venn de la Figura 2 se ha rayado $A \cap B$, el área común a ambos conjuntos A y B.



Operaciones con conjuntos

Diferencia

- La diferencia de los conjuntos A y B es el conjunto de elementos que pertenecen a A, pero no a B. Se denota la diferencia de A y B por

$$A - B$$

que se puede leer "A menos B".
- Definición: $A - B = \{x \mid x \in A \text{ y } x \notin B\}$

Ejemplo:

- Sean $S = \{a, b, c, d\}$ y $T = \{f, b, d, g\}$, entonces $S - T = \{a, c\}$.

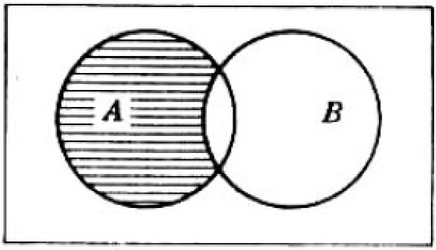
Operaciones con conjuntos

Observaciones:

- El conjunto A contiene al $A-B$ como subconjunto, esto es $(A-B)\subset A$
- Los conjuntos $(A-B)$, $A\cap B$ y $(B-A)$ son mutuamente disjuntos, es deicr, la intersección de dos cualesquiera es vacía.

Operaciones con conjuntos

Figura 3: En el diagrama de Venn de la Figura 2 se ha rayado $A - B$, el área de A que no es parte de B.



Conjuntos y subconjuntos

Complemento

- El complemento de un conjunto A es el conjunto de elementos que no pertenecen a A, es decir, la diferencia del conjunto universal U y del A. Se denota por complemento de A por A' o A^c.
- Definición: $A' = \{x|\, x \in U \text{ y } x \notin A\} = \{x|\, x \notin A\}$

Ejemplo:

- Suponiendo que el conjunto universal U sea el alfabeto, dado $T = \{a, b, c\}$, entonces $T' = \{d, e, f, \ldots, y, z\}$.

Operaciones con conjuntos

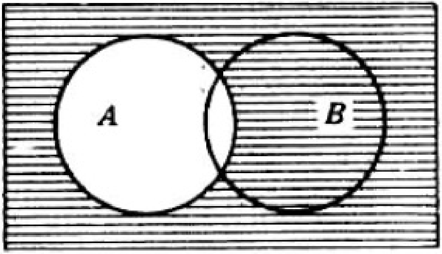
Observaciones:

- La unión de cualquier conjunto A y su complemento A' es el conjunto universal, o sea que $A \cup A' = U$. Por otra parte, el conjunto A y su complemento A' son disjuntos, es decir, $A \cap A' = \emptyset$.
- El complemento del conjunto universal U es el conjunto vacío $\emptyset$, y viceversa, o sea que $U' = \emptyset$ y $\emptyset' = U$.
- El complemento del complemento de un conjunto A es el conjunto A mismo. En breve $(A')' = A$.
- La diferencia de A y B es igual a la intersección de A y el complemento de B, o sea:

$$A - B = A \cap B'$$

Conjuntos y subconjuntos

Figura 4: En el diagrama de Venn de la Figura 4 se ha rayado el complemento de A, o sea el área exterior a A. Se supone que el conjunto universal U es el área del rectángulo.



Operaciones con conjuntos comparables

- Teorema: Sea A un subconjunto de B. Entonces la intersección de A y B es precisamente A es decir:

$$A \subset B \text{ implica } A \cap B = A$$

- Teorema: Sea A un subconjunto de B. Entonces la unión de A y B es precisamente B, es decir:

$$A \subset B \text{ implica } A \cup B = B$$

- Teorema: Sea A un subconjunto de B. Entonces B' es un subconjunto de A, es decir:

$$A \subset B \text{ implica } B' \subset A'$$

- Teorema: Sea A un subconjunto de B. Entonces la unión de A y $(B - A)$ es precisamente B, es decir:

$$A \subset B \text{ implica } A \cup (B - A) = B$$

Referencias

Lipschutz, S. (1991). Teoría de conjuntos y temas afines. McGraw-Hill.