

Probabilidades

Isaac Cortés Olmos

Universidad de Atacama

25 de marzo de 2025



- Probabilidades.
- Reglas de probabilidad

Probabilidades

Experimento

- Es cualquier proceso de observación o medición.

Espacio muestral

- Es el conjunto de todos los posibles resultados de un experimento y se denota por S o Ω

Eventos

- A todo subconjunto E de un espacio muestral se le conoce como un evento.

Probabilidades

Ejemplo:

- Imagina que estás organizando una fiesta y decides hacer un experimento con una lista de reproducción. El experimento consiste en elegir aleatoriamente una canción de una lista de reproducción con 10 canciones.
- Supongamos que la lista tiene las siguientes 10 canciones:
 - ▶ Canción A (Rock).
 - ▶ Canción B (Rock).
 - ▶ Canción C (Rock-comienza con letra C).
 - ▶ Canción D (Rock).
 - ▶ Canción E (Pop).
 - ▶ Canción F (Pop).
 - ▶ Canción G (Pop).
 - ▶ Canción H (Pop).
 - ▶ Canción I (Pop).
 - ▶ Canción J (Pop).

Probabilidades

Ejemplo:

- El espacio muestral es: $S = \{A, B, C, D, E, F, G, H, I, J\}$.
- Canciones de música ROCK: $A_1 = \{A, B, C, D\}$.
- Canciones de música POP: $A_2 = \{E, F, G, H, I, J\}$.

Probabilidades

Axiomas

- 1 La probabilidad de un evento es un número real no negativo; esto es, $\mathbb{P}(A) \geq 0$ para cualquier subconjunto A de S .
- 2 $P(S) = 1$.
- 3 Si A_1, A_2, A_3, \dots , es una secuencia finita o infinita de eventos mutuamente excluyentes (eventos disjuntos) de S , entonces

$$\mathbb{P}(A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup \dots) = \mathbb{P}(A_1) + \mathbb{P}(A_2) + \mathbb{P}(A_3) + \dots$$

Probabilidades

Ejemplo:

- Los eventos A_1 y A_2 son disjuntos (o excluyentes), porque no pueden ocurrir al mismo tiempo. Si eliges una canción de rock, no puedes elegir una canción de pop en ese mismo intento.
- Sea A_3 el evento de que empiece la canción con letra C

$$\mathbb{P}(A_3) = \frac{1}{10}$$

- Luego,

$$\mathbb{P}(A_1) = \frac{4}{10}$$

$$\mathbb{P}(A_2) = \frac{6}{10} = 1 - \mathbb{P}(A_1)$$

Ejemplo:

- Si se quiere saber la probabilidad de que la canción elegida sea de rock o que empiece con la letra C, tendríamos:

$$\begin{aligned}\mathbb{P}(A_1 \cup A_3) &= \mathbb{P}(A_1) + \mathbb{P}(A_3) - \mathbb{P}(A_1 \cap A_3) \\ &= \frac{4}{10} + \frac{1}{10} - \frac{1}{10} \\ &= \frac{4}{10}\end{aligned}$$

Probabilidades

Reglas de probabilidades:

- ① Si A y A' son eventos complementarios en un espacio muestral S , entonces

$$\mathbb{P}(A') = 1 - \mathbb{P}(A)$$

- ② $\mathbb{P}(\emptyset) = 0$ para cualquier espacio muestral S .
- ③ Si A y B son eventos en un espacio muestral S y $A \subset B$, entonces $\mathbb{P}(A) \leq \mathbb{P}(B)$.
- ④ Para cualquier evento: $0 \leq \mathbb{P}(A) \leq 1$.
- ⑤ Si A y B son dos eventos en el espacio muestral S , entonces

$$\mathbb{P}(A \cup B) = \mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(B) - \mathbb{P}(A \cap B)$$

Ejercicios

Ejercicio 1

- En una fábrica, la probabilidad de que una máquina falle en un día es $\mathbb{P}(A) = 0,2$ ¿Cuál es la probabilidad de que no falle en ese día?

Ejercicio 2

- En una urna hay 10 bolas: 4 rojas y 6 azules. Se extrae una bola al azar. ¿Cuál es la probabilidad de obtener una bola roja o azul?

Ejercicio 3

- En un grupo de 50 estudiantes, 30 practican fútbol (F) y 25 practican natación (N). Si 10 estudiantes practican ambos deportes, ¿cuál es la probabilidad de que un estudiante elegido al azar practique al menos uno de los dos deportes?

Soluciones

Ejercicio 1

- $\mathbb{P}(A^c) = 1 - \mathbb{P}(A) = 0,8$.

Ejercicio 2

- Sean $\mathbb{P}(R) = \frac{4}{10}$ y $\mathbb{P}(A) = \frac{6}{10}$. Entonces $\mathbb{P}(R \cup A) = \frac{4}{10} + \frac{6}{10} = 1$.

Ejercicio 3

- Sean $\mathbb{P}(F) = \frac{30}{50}$, $\mathbb{P}(N) = \frac{25}{50}$ y $\mathbb{P}(F \cap N) = \frac{10}{50}$. Entonces

$$\mathbb{P}(F \cup N) = \mathbb{P}(F) + \mathbb{P}(N) - \mathbb{P}(F \cap N) = \frac{30}{50} + \frac{25}{50} - \frac{10}{50} = \frac{45}{50}.$$

Referencias

 Freud, J. (2000). Estadística Matemática con Aplicaciones. Pearson