

# Pruebas de Hipótesis

**Isaac Cortés Olmos**

**Universidad de Atacama**

June 5, 2025

## ① Pruebas de Hipótesis

- ▶ Pruebas de hipótesis: la media  $\mu$  con  $\sigma$  desconocido

# Pruebas de Hipótesis

# Pruebas de hipótesis

## Propiedades de la distribución $t$ (g.l. $> 2$ )

- $t$  está distribuida simétricamente alrededor de su media (cero).
- $t$  está distribuida para formar una familia de distribuciones, una distribución separada para cada número diferente de grados de libertad (g.l.  $\geq 1$ ).
- La distribución  $t$  se aproxima a la distribución normal estándar cuando aumenta el número de grados de libertad.
- $t$  está distribuida con una varianza mayor a 1, pero cuando aumentan los grados de libertad, la varianza se aproxima a 1.
- $t$  está distribuida para ser menos puntiaguda en la media y más gruesa en las colas que su distribución normal.

# Pruebas de hipótesis

## Suposición

- Inferencias acerca de la media  $\mu$  cuando  $\sigma$  es desconocida: la población muestreada está normalmente distribuida.

## Intervalos de confianza para $\mu$

- $\left( \bar{X} - t_{n-1, \alpha/2} \frac{s}{\sqrt{n}} ; \bar{X} + t_{n-1, \alpha/2} \frac{s}{\sqrt{n}} \right)$ .
- Con  $n - 1$  grados de libertad.

# Procedimiento de pruebas de hipótesis

## Estadística de prueba de hipótesis

$$t^* = \frac{\bar{X} - \mu}{s/\sqrt{n}} \quad \text{con } (n-1) \text{ g.l.} \quad (1)$$

## Ejemplo

Environmental Protection Agency (EPA) deseaba demostrar que el nivel medio de monóxido de carbono era más alto que 4.9 partes por millón. ¿Una muestra aleatoria de 22 lecturas (resultados muestrales:  $\bar{X} = 5.1$  y  $s = 1.17$ ) presenta evidencia suficiente para apoyar lo dicho por la EPA?. Use  $\alpha = 0.05$ . Estudios previos han indicado que estas lecturas tienen una distribución aprox normal.

# Procedimiento

## ① El inicio:

- a) Describir el parámetro poblacional de interés.
- b) Expresar  $H_0$  y  $H_1$ .

## ② Criterios de prueba de hipótesis:

- a) Comprobar las suposiciones.
- b) Identificar la distribución de probabilidad y la estadística de prueba a usar.
- c) Determinar el nivel de significación  $\alpha$

## ③ La evidencia muestral:

- a) Recolectar la información muestral.
- b) Calcular el valor de la estadística de prueba.

## ④ La distribución de probabilidad:

- a) Determina la región crítica y el (los) valor (es) crítico(s).
- b) Determinar si el estadístico de prueba está o no en la región crítica.

## ⑤ Los resultados:

- a) Expresar la decisión acerca de  $H_0$ .
- b) Expresar la conclusión acerca de  $H_1$ .

## Procedimiento

### 1 El inicio:

- a)  $\mu$ , el nivel medio de monóxido de carbono de aire en el centro de Rochester.
- b)  $H_0 : \mu = 4.9$  ( $\leq$  no más alto) y  $H_1 : \mu > 4.9$  (no más alto).

### 2 Criterios de prueba de hipótesis:

- a) Las suposiciones se satisfacen porque la población muestreada es aproximada normal.
- b)  $\sigma$ , es desconocido; por tanto, se usaría la distribución  $t$  con  $g.l = n - 1 = 21$ , y la estadística de prueba es  $t^*$ .
- c)  $\alpha = 0.05$

### 3 La evidencia muestral:

- a)  $n = 22$ ,  $\bar{X} = 5.1$  y  $S = 1.17$ .
- b)  $t^* = \frac{5.1 - 4.9}{1.17/\sqrt{22}} = 0.80$ .



## Procedimiento

### ④ La distribución de probabilidad:

- a)  $t = 1.72$ .
- b)  $t^* = 0.80$  no se encuentra en la región crítica.

### ⑤ Los resultados:





- a) No rechazar  $H_0$ .
- b) En el nivel de significación de 0.05, la EPA no tiene suficiente evidencia para demostrar que el nivel medio de monóxido de carbono es mayor a 4.9.

# Pruebas de hipótesis

## Ejercicio 1

- Un grupo de estudiantes sostiene que todos los días, el estudiante promedio debe viajar al menos 25 minutos en una dirección para llegar a la universidad. La oficina de inscripciones de la universidad obtuvo una muestra aleatoria de 31 tiempos de viaje en una dirección de estudiantes. La muestra tuvo una media de 19.4 minutos y una desviación estándar de 9.6 minutos. ¿Tiene la oficina de inscripciones suficiente evidencia para rechazar lo dicho por los estudiantes?. Use  $\alpha = 0.01$ .

# Referencias I

-  Devore, J. L. (2009). *Probabilidad y estadística para ingeniería y ciencias*. Cengage Learning Editores.
-  Díaz Mata, A. (2013). *Estadística aplicada a la Administración y Economía*. McGraw–Hill.
-  Ross, S. M. (2002). *Probabilidad y estadística para ingeniería y ciencias*. McGraw–Hill.
-  Spiegel, M. R., & Stephens, L. J. (2009). *Estadística*. McGraw–Hill.