Estadística Inferencial

Isaac Cortés Olmos

Universidad de Atacama

10 de noviembre de 2025

Esquema

- Distribuciones muestrales.
- Estimación de parámetros.
- Estimación puntual.

Distribuciones muestrales

Objetivo de la inferencia:

- Uno espera llegar a algunas conclusiones acerca de la población, realizando un muestreo adecuado de esta población, y analizando, después, los objetos muestreados.

Distribuciones muestrales

Distribución muestral

- Una distribución muestral es el conjunto de todas las muestras distintas de determinado tamaño n que es posible extraer de una población de tamaño n que es posible extraer de una población de tamaño N.
- Al analizar todas estas posibles muestras, se extraen conclusiones respecto al posible comportamiento de una sola muestra.
- Las distribuciones muestrales más analizadas son:
  - Media.
  - Proporción.
  - Varianza.

Distribuciones muestrales

Distribución muestral:

- Es el conjunto de las medias de todas las muestras de tamaño n que es posible obtener de una población de tamaño N.
- Ejemplo: Suponga que se tiene una población de 5 familias $(N = 5)$ y la variable que se estudia es el número de hijos de cada familia. Los datos correspondientes aparecen en las dos primeras columnas del Cuadro 1.

Distribuciones muestrales

Familia	Hijos (X)	$(X - \mu)$	$(X - \mu)^2$
Pérez	2	-4	16
Gómez	4	-2	4
Durán	6	0	0
Hidalgo	8	2	4
Juárez	10	4	16
Totales	30	0	40

Distribuciones muestrales

Ejemplo:

- La media y la desviación estándar de la población son:

$$\mu = \sum_{i=1}^{N} \frac{X_i}{N} = 6$$

$$\sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^{N} \frac{(X_i - \mu)^2}{N}} = 2,8284$$

- Las posibles muestras de tamaño 2 están dados por

$$\frac{N!}{n!(N-n)!} = \frac{5 \times 4 \times 3 \times 2}{2 \times (3 \times 2)} = 10$$

Distribuciones muestrales

Familia	Hijos (X)	$\overline{X}$	$(X - \mu_{\overline{X}})$	$(X - \mu_{\overline{X}})^2$
Pérez, Gómez	2, 4	3	-3	9
Pérez, Durán	2, 6	4	-2	4
Pérez, Hidalgo	2, 8	5	-1	1
Pérez, Juárez	2, 10	6	0	0
Gómez, Durán	4, 6	5	-1	1
Gómez, Hidalgo	4, 8	6	0	0
Gómez, Juárez	4, 10	7	1	1
Durán, Hidalgo	6, 8	7	1	1
Durán, Juárez	6, 10	8	2	4
Hidalgo, Juárez	8, 10	9	3	9
Totales		60	0	30

Distribuciones muestrales

Ejemplo:

- La media y la desviación estándar de las muestras son:

$$\mu_{\overline{X}} = \sum_{i=1}^{N} \frac{\overline{X}_i}{10} = 6$$

$$\sigma_{\overline{X}} = \sqrt{\sum_{i=1}^{10} \frac{(\overline{X}_i - \mu_{\overline{X}})^2}{10}} = 1,73$$

Estimación de parámetros

Estimación de parámetros:

- En estadística el problema central consiste en usar los datos observados para realizar inferencias acerca de los parámetros desconocidos.
- Es posible hacer estimaciones de parámetros de dos maneras
  - Estimaciones puntuales: Consiste en utilizar un sólo valor para estimar el parámetro.
  - Estimaciones por intervalo: Consiste en un rango de valores o un intervalo.

Estimación de parámetros

Ejemplos:

- Se estima que el promedio mensual de los ingresos de las familias de la zona metropolitana es de $480.000
- Se estima con una confianza de 95 % de estar en lo correcto, que el intervalo de $500.000 y $550.000 contenga el verdadero valor promedio de los ingresos de la familia Copiapina.

Estimación puntual

Métodos de máxima verosimilitud:

- Sea $X_1, \ldots, X_n$ una muestra aleatoria de una población con función densidad (o masa) $f(x;\theta)$. Esto significa que todas las variables aleatorias de la muestra aleatoria tienen función de densidad $f(x;\theta)$ que depende de un parámetro desconocido θ.

Estimación puntual

Función de verosimilitud:

- La función de verosimilitud de una muestra aleatoria $X_1, \ldots, X_n$ denotada por $L(\theta)$, se define como la función densidad conjunta

$$L(\theta) = f(X_1, \ldots, X_n | \theta) = \prod_{i=1}^{n} f(x_i | \theta)$$

Estimación puntual

Estimador de máxima verosimilitud:

- El estimador de máxima verosimilitud (EMV) de θ es el valor $\widehat{\theta} \in \Theta$ que maximiza la función de verosimilitud $L(\theta)$, es decir

$$\widehat{\theta} = \text{argmáx} L(\theta) \text{ con } \theta \in \Theta$$

Referencias

- Freud, J. (2000). Estadística Matemática con Aplicaciones. Pearson.
- Anderson, D. R., Sweeney, D. J., William, T. A., Camm, J. D., & Cochran, J. J. (2012). Estadística para negocios y economía.