

Trabajo: Estadística Aplicada

Profesor: Isaac Cortés Olmos

Fecha de entrega: 3 de Diciembre de 2025

1. Control granulométrico en chancado primario

En una planta minera de cobre, uno de los principales indicadores de desempeño del circuito de chancado primario es el *porcentaje que pasa* por una malla de $1/2''$ ($P_{1/2''}$). Este indicador se utiliza para evaluar si el mineral está siendo triturado dentro del rango óptimo para la etapa de molienda.

Para un turno de operación de 30 días, se registró el porcentaje que pasa por la malla de $1/2''$ en una muestra diaria de mineral a la salida del chancador primario. Los datos correspondientes se encuentran disponibles en la Tabla 2. En la Tabla 1 se presenta una clasificación referencial del estado granulométrico del mineral según el porcentaje que pasa por la malla de $1/2''$ y el riesgo operacional asociado.

Tabla 1: Clasificación referencial del estado granulométrico según $P_{1/2''}$.

| Estado granulométrico | $P_{1/2''}$ aproximado | Riesgo operacional asociado |
|------------------------------|------------------------|---|
| Sub-fragmentado (muy grueso) | 20 %–35 % | Alto riesgo: sobrecarga de molienda, baja liberación de mineral |
| Dentro de especificación | 35 %–55 % | Operación estable, desempeño esperado del circuito |
| Sobre-fragmentado (muy fino) | 55 %–70 % | Riesgo de sobredimensionar molienda y aumentar consumo de energía |
| Extremadamente fino | > 70 % | Riesgo muy alto: posible pérdida de eficiencia global del proceso |

- Calcule la media, mediana y moda (si existe) del porcentaje que pasa por la malla de $1/2''$. ¿Cuál de estas tres medidas considera más adecuada como medida de tendencia central para este conjunto de datos? Justifique su elección en función del contexto operacional.
- Calcule los cuartiles y construya un gráfico tipo *boxplot*. Interprete los resultados en el contexto del riesgo asociado al estado granulométrico del mineral, usando la clasificación de la Tabla 2.
- Calcule la desviación media, el rango, la varianza muestral y la desviación estándar. Comente el nivel de dispersión observado y discuta sus posibles implicancias sobre la estabilidad del circuito de molienda.

- d) Construya un histograma de los datos. Además, calcule los coeficientes de asimetría y curtosis. Interprete estos resultados con base en la forma de la distribución distribución del porcentaje que pasa por la malla de $1/2''$.
- e) Ajuste los modelos Normal, Lognormal, Weibull y Gamma a los datos de $P_{1/2''}$. Determine cuál de ellos ofrece un mejor ajuste utilizando los criterios de información AIC y BIC. Sobre el histograma obtenido en el inciso (d), sobreponga la función de densidad del modelo con mejor ajuste.
- f) Usando el modelo seleccionado en el inciso (e), estime la probabilidad de que el porcentaje que pasa por la malla de $1/2''$ se encuentre:
- Dentro del rango de operación estable (35 %–55 %).
 - En un estado de sub-fragmentación ($P_{1/2''} < 35\%$).
 - En un estado de sobre-fragmentación o extremadamente fino ($P_{1/2''} > 55\%$).

Tabla 2: $P_{1/2''} \%$

| | | | | |
|------|------|------|------|------|
| 42.1 | 47.5 | 51.2 | 55.8 | 49.7 |
| 38.4 | 34.9 | 57.3 | 52.8 | 46.5 |
| 41.3 | 36.7 | 44.9 | 60.2 | 58.4 |
| 53.6 | 39.5 | 35.6 | 48.1 | 50.3 |
| 56.7 | 43.9 | 37.4 | 61.5 | 63.1 |
| 54.2 | 45.6 | 49.0 | 40.7 | 58.9 |

2. Control de calidad de la dimensión de bolsas de plástico

En una fábrica de bolsas de plástico, uno de los aspectos fundamentales del aseguramiento de la calidad es el control de la longitud final del producto. Durante una etapa del proceso productivo, ciertas máquinas deben cortar automáticamente las bolsas a una medida objetivo de 30 cm. El procedimiento utilizado hasta ahora consiste en que el operador, “de vez en cuando”, mide una sola bolsa y, según ese valor aislado, decide si debe ajustar o no la máquina. Este enfoque es inadecuado, ya que conduce a decisiones reactivas y no permite evaluar adecuadamente la variabilidad del proceso.

Para implementar un control de calidad apropiado, se decide realizar un muestreo sistemático. La siguiente tabla presenta las observaciones de una muestra de bolsas medidas en centímetros:

Tabla 3: Longitud de las bolsas (cm).

| | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|
| 30.10 | 30.04 | 30.16 | 29.81 | 29.99 |
| 29.45 | 30.21 | 29.87 | 29.61 | 30.22 |
| 29.76 | 29.98 | 30.02 | 29.79 | 29.72 |
| 30.10 | 29.68 | 30.44 | 30.29 | 29.89 |
| 30.37 | 30.08 | 29.92 | 30.09 | 29.90 |
| 29.88 | 29.81 | 30.05 | 30.06 | 29.99 |
| 29.72 | 29.94 | 30.01 | 30.26 | 30.04 |
| 29.78 | 29.75 | 30.06 | 30.02 | 29.98 |
| 30.29 | 30.14 | 29.70 | 30.19 | 30.18 |
| 30.18 | 30.10 | 30.11 | 30.27 | 30.54 |
| 30.00 | 30.40 | 30.33 | 30.05 | 30.01 |
| 30.00 | 30.05 | 30.20 | 29.97 | 30.11 |
| 30.43 | 29.85 | 29.90 | 29.88 | 29.85 |
| 30.26 | 29.78 | 30.26 | 29.96 | 29.94 |
| 30.18 | 30.06 | 29.78 | 29.97 | 29.98 |
| 30.00 | 30.23 | 29.72 | 29.68 | 30.11 |
| 29.89 | 30.00 | 29.90 | 29.66 | 29.82 |
| 29.58 | 29.97 | 30.24 | 29.79 | 29.94 |
| 29.90 | 29.79 | 30.05 | 29.72 | 29.87 |
| 30.25 | 29.96 | 30.06 | 30.08 | 30.08 |
| 30.24 | 29.86 | 30.13 | 30.27 | 30.42 |
| 29.88 | 29.72 | 30.03 | 30.04 | 30.07 |

- Calcule la media, mediana y moda (si existe).
- Calcule los cuartiles y construya un gráfico *boxplot*. Interprete los resultados en el contexto del control de calidad del proceso.

- c) Calcule la desviación media, el rango, la varianza muestral y la desviación estándar. Comente el nivel de dispersión observado respecto de la tolerancia de la industria.
- d) Construya un histograma de los datos. Además, calcule los coeficientes de asimetría y curtosis e interprete la forma de la distribución.
- e) Realice un test de normalidad para los datos usando un nivel de significancia del 5 %.
- f) Estime con un 95 % de confianza la media poblacional de la longitud de las bolsas.
- g) Estime con un 95 % de confianza la desviación estándar poblacional.
- h) Determine, con un nivel de significancia del 5 %, si es posible garantizar que la longitud promedio de las bolsas es igual a la especificación objetivo de 30 cm. Formule adecuadamente las hipótesis, el estadístico de prueba y la conclusión.
- i) La industria ha fijado como criterio de control que la desviación estándar del proceso no debe exceder los 0.2 cm. Realice un test de hipótesis para evaluar si, con un nivel de significancia del 5 %, el proceso se encuentra fuera de control respecto a la variabilidad.

3. Relación lineal entre la resistencia eléctrica y el tiempo de falla

En un estudio de ingeniería se desea analizar cómo influye la resistencia eléctrica (medida en ohms) en el tiempo que tardan en fallar ciertos dispositivos cuando son sometidos a sobrecarga. Para ello, se recopilaron mediciones de 24 resistencias eléctricas y se registró para cada una de ellas el tiempo hasta la falla (en minutos). Los datos obtenidos se presentan en la siguiente tabla:

| Resistencia (en ohms) | Tiempo de falla |
|-----------------------|-----------------|
| 43 | 32 |
| 29 | 20 |
| 44 | 45 |
| 33 | 35 |
| 33 | 22 |
| 47 | 46 |
| 34 | 28 |
| 31 | 26 |
| 48 | 37 |
| 34 | 33 |
| 46 | 47 |
| 37 | 30 |
| 36 | 36 |
| 39 | 33 |
| 36 | 21 |
| 47 | 44 |
| 28 | 26 |
| 40 | 45 |
| 42 | 39 |
| 33 | 25 |
| 46 | 36 |
| 28 | 25 |
| 48 | 45 |
| 45 | 36 |

- Calcule el coeficiente de correlación lineal de Pearson entre la resistencia y el tiempo de falla. Además, determine el coeficiente de determinación. Interprete ambos resultados en el contexto del comportamiento del dispositivo.
- Estime los coeficientes \hat{a} (intercepto) y \hat{b} (pendiente) del modelo de regresión lineal simple. Interprete el significado de cada coeficiente en el contexto del problema.

- c) Construye un gráfico de dispersión que muestre la relación entre resistencia y tiempo de falla, e incluya la recta de regresión ajustada por el método de mínimos cuadrados. Comente si la relación visual parece lineal.
- d) Evalúe los supuestos fundamentales del modelo de regresión lineal (linealidad, normalidad y homocedasticidad) utilizando pruebas estadísticas apropiadas, considerando un nivel de significancia del 5 %. Comente si el modelo es adecuado.
- e) Calcule intervalos de confianza del 95 % para los parámetros β_0 y β_1 . Interprete el significado de estos intervalos dentro del contexto del problema.
- f) Realice y construya las siguientes pruebas de hipótesis, considerando un nivel de significancia del 5 %:

- $H_0: \beta_0 = 0$ vs $H_1: \beta_0 \neq 0$
- $H_0: \beta_1 = 0$ vs $H_1: \beta_1 \neq 0$

Interprete el resultado de cada prueba en términos de si existe evidencia estadística de una relación lineal entre resistencia eléctrica y tiempo de falla.