

Confiabilidad

Isaac Cortés Olmos

Universidad de Atacama

October 9, 2025

Confiabilidad

Conceptos

- Confiabilidad: Probabilidad de que un sistema ejecute su función designada durante un período de tiempo dado sin ninguna falla. Una falla causa que el funcionamiento del sistema se desvíe de su función establecida.
- Una falla es un estado de error del sistema.
- La confiabilidad es el análisis de fallas, sus causas y consecuencias; es la característica más importante de la calidad del producto, tal característica tiene que estar trabajando satisfactoriamente antes de considerar otros atributos de calidad.

Conceptos

- Los datos de tiempo de sobrevivencia miden el tiempo de cierto evento, tal como la falla, muerte, respuesta, recaída o desarrollo de una enfermedad.
- Estos tiempos, están sujetos a variaciones aleatorias, y como cualquier variable aleatoria, tienen una distribución. La distribución del tiempo de sobrevivencia está caracterizada, por tres funciones:
 - ① La función de confiabilidad.
 - ② La función densidad de probabilidad y,
 - ③ La tasa de falla.

Conceptos

- $$R(t) = \mathbb{P}(T > t), \quad t \geq 0$$

- La probabilidad de falla, o no confiabilidad, es entonces,

$$F(t) = 1 - R(t) = \mathbb{P}(T \leq t), \quad t \geq 0$$

4 / 16

Confiabilidad

Conceptos

- Si la variable aleatoria del tiempo a la falla tiene una función densidad $f(t)$, entonces

$$R(t) = \int_t^{\infty} f(x) dx.$$

- La función de densidad puede ser descrita matemáticamente como

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \mathbb{P}(t < T \leq t + \Delta t)$$

- Esta puede ser interpretada como la probabilidad de que el tiempo de falla T ocurrirá entre el tiempo t y el siguiente intervalo de operación, $\Delta t + t$.

Confiabilidad

Tasa de falla (función de riesgo)

- La función de tasa de falla se usa comúnmente para indicar la condición de funcionamiento de un dispositivo activo.
- Una tasa de falla elevada indica una mala condición de funcionamiento porque la probabilidad a fallar en el siguiente instante de tiempo para el dispositivo es alta.
- La función de riesgo se define como la probabilidad de falla durante un intervalo de tiempo muy pequeño, asumiendo que el ítem ha sobrevivido al inicio del intervalo, o como la probabilidad de que el ítem falla en un intervalo muy pequeño, $t + \Delta t$, dado que ha sobrevivido hasta el tiempo t , esto es

$$h(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{R(t) - R(\Delta t + t)}{\Delta t R(t)} = \frac{f(t)}{R(t)}$$

Confiabilidad

Tasa de falla

- La cantidad $h(t)$ representa la probabilidad de que un dispositivo que ha funcionado hasta el tiempo t falle en un pequeño intervalo de tiempo t a $t + \Delta t$, $h(t)$ es un indicador natural de la propensión a la falla de una unidad después de que ha pasado un tiempo t .

- La función de la tasa de falla acumulada en el intervalo $(0, t]$ es

$$H(t) = \int_0^t h(u) du$$

- y se puede observar que

$$R(t) = e^{-H(t)}.$$

- Las funciones $f(t)$, $F(t)$, $R(t)$, $H(t)$ y $h(t)$ se relacionan estrechamente entre sí. Si alguna de ellas es conocida, las demás pueden ser determinadas.

Ejercicio

- En una faena minera, se monitorea la vida (horas hasta fallo) de rodamientos de un rodillo de correa transportadora. Supongamos que la vida se ajusta razonablemente a una Weibull con parámetros $a = 1.5$ y $\sigma = 1200$.
- Queremos calcular las funciones de interés en confiabilidad, su interpretación a $t = 500, 1000, 1500$ horas.

Variable aleatoria Weibull

Definición:

Una v.a aleatoria X tiene una distribución Weibull con parámetros $a > 0$ y $\sigma > 0$ si su densidad de probabilidad está dada por

$$f(x; a, \sigma) = \left(\frac{a}{\sigma}\right) \left(\frac{x}{\sigma}\right)^{a-1} \exp\left\{-\left(\frac{x}{\sigma}\right)^a\right\}, \quad \text{para } x > 0.$$

Definición:

La función de distribución acumulada $F(x)$ de la v.a X es dada por

$$F(x) = \int_0^x \left(\frac{a}{\sigma}\right) \left(\frac{t}{\sigma}\right)^{a-1} \exp\left\{-\left(\frac{t}{\sigma}\right)^a\right\} dt = 1 - \exp\left\{-\left(\frac{x}{\sigma}\right)^a\right\},$$

para $0 < x < \infty$ y $F(x) = 0$ para $x < 0$.

Variable aleatoria Exponencial

Definición:

Una v.a aleatoria X tiene una distribución exponencial con parámetro λ si su densidad de probabilidad está dada por

$$f(x; \lambda) = \lambda e^{-\lambda x}, \quad \text{para } x > 0,$$

donde $\lambda > 0$ es una constante.

Definición:

La función de distribución acumulada $F(x)$ de la v.a X es dada por

$$F(x; \lambda) = \int_0^x \lambda e^{-\lambda t} dt = 1 - e^{-\lambda x},$$

para $0 < x < \infty$ y $F(x) = 0$ para $x < 0$.

Tiempo medio entre fallas o tiempo medio hasta la falla

- El tiempo medio entre fallas para equipos reparables (MTTF) o tiempo medio hasta la falla para equipos no reparables (MTBF).
- La expresión para MTTF o MTBF viene dada por:

$$\text{MTBF(oMTTF)} = \int_0^{\infty} t f(t) dt = \int_0^{\infty} R(t) dt \quad (1)$$

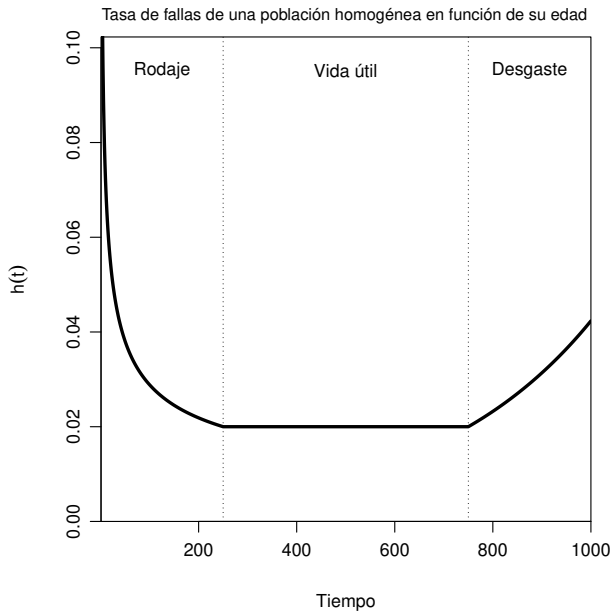


Figure 1: Ciclo de vida del equipo.

Cálculo de las funciones de confiabilidad y falla

Ejemplo

- Se considerará un equipo, el cual posee un componente principal, que al fallar provoca de inmediato la falla del equipo.
- Adicionalmente, se lleva un registro histórico de la frecuencia con la cual se realiza el reemplazo de este componente, la que ha sido clasificada de acuerdo a intervalos de 50 horas.
- Considerando esta información se puede calcular la función de densidad de falla $f(t)$, de acuerdo al porcentaje de intervenciones realizadas en cada intervalo, respecto del total.

Table 1: Histograma de intervenciones

Intervalo (horas)	N° de fallas
0 – 50	5
51 – 100	12
101 – 150	14
151 – 200	25
201 – 250	52
251 – 300	28
301 – 350	19
351 – 400	14
401 – 450	12
Total	181

Considerando este histograma se tiene, por ejemplo, que 52 veces el componente debió ser reemplazado entre las 201 y las 250 horas. Se posee un registro de 181 reemplazos.

Table 2: Cálculo de tasa de falla $h(t)$.

Intervalo (horas)	N° de fallas	$f(t)$	$F(t)$	$R(t)$	$h(t)$
0 – 50	5	0.02762	0.02762	0.97238	0.02762
51 – 100	12	0.06630	0.09392	0.90608	0.06818
101 – 150	14	0.07735	0.17127	0.82873	0.08537
151 – 200	25	0.13812	0.30939	0.69061	0.16667
201 – 250	52	0.28729	0.59669	0.40331	0.38356
251 – 300	28	0.15470	0.75138	0.24862	0.41600
301 – 350	19	0.10497	0.85635	0.14365	0.42222
351 – 400	14	0.07735	0.93370	0.06630	0.53846
401 – 450	12	0.06630	1.00000	0.00000	1.00000

Cálculo de las funciones de confiabilidad y falla

- Para el intervalo entre las 201 y 250 horas se tiene que:
 - ▶ Se producen 52 fallas de un total de 181 intervenciones.
 - ▶ La probabilidad de falla en ese intervalo es de 28,279%, $f(t)$.
 - ▶ El componente tiene una probabilidad de 59,669% de fallar antes de las 250 horas, $F(t)$.
 - ▶ El componente tiene una probabilidad de 40,331% de funcionar sin fallar antes de las 250 horas, $R(t)$.
 - ▶ De todos los componentes que funcionan sin fallar hasta las 200 horas, 41,600% falla antes de las 250 horas, $h(t)$.

