

Sistemas lineares - Capítulo 2 - Isaac Freitas

1º $(D^2 + 6D + 8)y(t) = (D + 1)x(t)$. Se as condições iniciais são $y(0) = 1$ e $y'(0) = -1$

Para λ , temos $\lambda^2 + 6\lambda + 8 \therefore \Delta 36 - 32 = 4 //$

$$\frac{-6 \pm 2}{2} = \boxed{\begin{matrix} \lambda_1 = -2 \\ \lambda_2 = -4 \end{matrix}}$$

→ $y_0(t) = Ae^{-2t} + Be^{-4t} = 1 (* 2)$
 $y_0'(t) = -2Ae^{-2t} - 4Be^{-4t} = -1$
 $y(0) = -2Be^{-4t} = 1$

Logo $B = \boxed{-\frac{1}{2}}$

Logo $A - \frac{1}{2} = 1 \Rightarrow A = \frac{3}{2} //$

Então $y_0(t) = \frac{3}{2}e^{-2t} + \left(-\frac{1}{2}e^{-4t}\right) //$

2º Tomando como condição que:

$$y(0) = 0, \text{ e } y'(0) = 1,$$

$$y(0) = Ae^{-2t} + Be^{-4t} = 0 \quad (*) 2)$$

$$y'(0) = -2Ae^{-2t} - 4Be^{-4t} = 1$$

$$-2B = 1 \quad \therefore B = -\frac{1}{2}$$

$$\text{Então } A = \frac{1}{2}$$

$$h(t) = \frac{1}{2} (e^{-2t} - e^{-4t})$$

$$h(t) = \left[(D+1) \left(\frac{e^{-2t}}{2} - \frac{e^{-4t}}{2} \right) \right] u(t)$$

$$h(t) = \left((-e^{-2t} + 2e^{-4t}) + \frac{e^{-2t}}{2} - \frac{e^{-4t}}{2} \right) u(t).$$

$$h(t) = \left[\frac{e^{-2t}}{2} + e^{-4t} \right] u(t)$$

$$B_0 (2e^t - e^{-3t}) u(t)$$

$$03^{ro} (2e^{-t} - e^{-2t} + te^{-2t}) u(t)$$

Integrando para verificar se aponta um valor divergente

$$u = 2e^{-t}$$

$$= \int \frac{2^u - u^2 - u^2 \ln(u)}{u} = \int \frac{2^u - u^2 - u^2 \ln(u)}{u} du$$

$$= - \int \frac{2^u}{u} - u - u \ln(u) du$$

$$= \int \left(\frac{2^u}{u} du - \int u du - \int u \ln(u) du \right)$$

No caso o sistema não é um BIBO estável por não ser integrável. Pois a integração resulta num valor divergente.

$$04^{ro} \quad h(t) = 2e^{-t} - e^{-3t} u(t)$$

$$x(t) = e^{-t} u(t)$$

$$\begin{aligned} h(t) * x(t) &= (2e^{-t} - e^{-3t} u(t)) * e^{-t} u(t) = \\ &= 2e^{-t} u(t) * e^{-t} u(t) - e^{-3t} u(t) * e^{-t} u(t) = \end{aligned}$$

consultando a tabela de convoluções:

$$h(t) * x(t) = 2te^{-t} - \frac{e^{-t} - e^{-3t}}{2}$$

$$y(t) = 2te^{-t} - \frac{e^{-t} - e^{-3t}}{2}$$