

Nome:

Número USP:

Provinha I

- ① Um dos grandes problemas da física atômica do século XX era a incompatibilidade entre as previsões teóricas do eletromagnetismo com os modelos atômicos que representavam o átomo como um sistema planetário. Isso porque a teoria clássica prevê que uma carga elétrica acelerada emite radiação. Portanto o elétron, ao orbitar o núcleo, perderia sua energia e iria em um movimento espiral em direção ao núcleo, colapsando o átomo. Essa sequência de eventos aconteceria em um tempo da ordem de 10^{-12} s, tornando a realização dessa provinha impossível!

A primeira hipótese na direção de resolver o problema foi feita por Planck, que postulou que a energia eletromagnética não é absorvida nem emitida de maneira contínua e sim em pacotes proporcionais à frequência ν do fóton emitido. A constante de proporcionalidade é nomeada constante de Planck e denotada como h . Bohr, inspirado pela existência de linhas de emissão bem definidas (veja figura abaixo), postulou que o átomo só pode existir em estados discretos de energia os quais satisfazem a condição:

$$E_1 - E_2 = h\nu$$

- (a) Sabendo que ν é a frequência da luz emitida, e pela equação acima, qual a dimensão da constante de Planck h .

Dados: A dimensão de frequência é T^{-1}

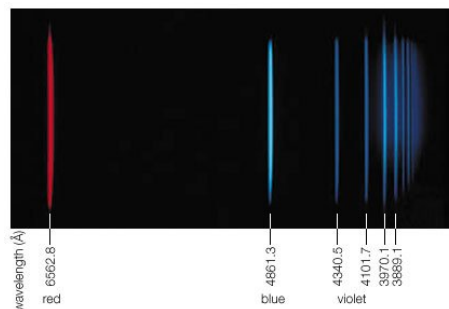


Figura 1: Linhas de emissão correspondentes à série de Balmer do átomo de Hidrogênio. Retirado de [1]

O espectro do átomo de hidrogênio era bem conhecido na época e o físico matemático suíço Johann J. Balmer mostrou de forma empírica, que as linhas do espectro visível eram repre-

sentadas pela seguinte fórmula¹:

$$h\nu = R_E \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right) \quad (1)$$

Onde n e m são números inteiros e positivos e R_E é uma constante, hoje em dia denominada constante de *Rydberg*. O espectro é uma digital do elemento, a partir dele é possível reconstruir a composição química de objetos muito distantes, como uma estrela e, além disso, a partir de sua análise é possível determinar a abundância dos elementos no universo. Apesar dos físicos saberem da existência das linhas de emissão em anos posteriores à 1985, o padrão postulado por Balmer só foi realmente compreendido com a Mecânica Quântica. Com isso em mente e em posse do resultado de (a) responda aos seguintes itens:

- (b) Você viu até agora as dimensões fundamentais de massa (M), tempo (T) e comprimento (L). Mas isso não é tudo! No eletromagnetismo precisamos também considerar a carga elétrica que tem dimensão C. Sabendo que a magnitude da força elétrica entre duas cargas pontuais q_1 e q_2 separadas de uma distância r é $F = k_e \frac{q_1 q_2}{r^2}$, determine as **dimensões** da constante de Coulomb k_e .
- (c) Para o modelo do átomo de hidrogênio de um elétron orbitando o núcleo, justifique porque a energia do elétron deve depender apenas de h , m_e , k_e e e (carga elementar).
- (d) Exprima a dependência da **energia** do elétron com as grandezas relevantes do item (c) por meio da **análise dimensional**.

Extra - As seguintes questões são opcionais. Recomendamos que pensem sobre elas em casa e discutam entre si e nas monitorias.

- (e) Com base na equação (1), justifique por que a energia do elétron E_n está quantizada de maneira proporcional a n^{-2} , onde n é um inteiro positivo *.
- (f) Sabendo que a energia potencial gravitacional é negativa, justifique por que também devemos ter que $E_n < 0$, para todo $n > 0$ *.
- (g) Considere agora um átomo de número atômico Z . Tendo em base a dependência da energia E_n com a carga elementar e , ache a dependência de E_n com Z .

* Dado que a energia do sistema livre é zero.

Referências

- [1] Encyclopædia Britannica Arthur L. Schawlow Theodore W. Hansch. *Balmer series of hydrogen lines*. URL: <https://www.britannica.com/science/Balmer-series> (acedido em 04/03/2020).

¹Sendo fiel à história Balmer na verdade conjecturou a fórmula para $n = 2$, porém a generalização é feita pelo formato da equação.