a) ~~sendo~~ Fazendo

$$\frac{d}{dt}(S(t)+I(t)+R(t)) =$$

$$= \frac{d}{dt}S(t) + \frac{d}{dt}I(t) + \frac{d}{dt}R(t) =$$

$$= \left[-\frac{\beta}{N}I(t)S(t)\right] + \left[\frac{\beta}{N}I(t)S(t) - \gamma I(t)\right] + \left[\gamma I(t)\right] =$$

$$= 0 = \frac{d}{dt}(c), \ c \in \mathbb{R}$$

ou seja, como a soma das derivadas é zero, temos que $S(t) + I(t) + R(t)$ é constante, já que ~~[illegible]~~ $\frac{d}{dt}(f(t)) = 0 \Rightarrow f(t) = c, \ c \in \mathbb{R}$.

b) Sendo $\frac{dI}{dt}(0) = \frac{\beta}{N}I(0)S(0) - \gamma I(0)$, temos:

$\frac{dI}{dt}(0) = \gamma I(0)\left(\frac{\beta}{\gamma N}S(0) - 1\right)$. Assumindo $\gamma I(0) > 0$, $\frac{\beta}{\gamma N}S(0) > 1 \Rightarrow \frac{dI}{dt}(0) > 0$, e, portanto, a função tende a crescer. Caso $\frac{\beta}{\gamma N}S(0) < 1$, $\frac{dI}{dt}(0) < 0$, e a função será decrescente. Com $I(t)$ crescente, teremos uma epidemia, e com $I(t)$ decrescente, a população infectada ~~será~~ ~~pa~~ será limitada.

c) Dada $S(t) = S_0 \exp\left(-\frac{\beta}{\gamma N}(R(t) - R_0)\right) \Rightarrow \dot{S}(t) = u' S_0 \exp(u)$, $u = -\frac{\beta}{\gamma N}(R(t) - R_0)$.

$$\dot{S}(t) = -\frac{\beta}{\gamma N}\dot{R}(t) S_0 \exp(u) = -\frac{\beta}{\cancel{\gamma} N}[\cancel{\gamma} I(t)] S_0 \exp(u) = -\frac{\beta}{N} I(t) S_0 \exp(u) = -\frac{\beta}{N} I(t) S(t)$$

Portanto, a ~~equação~~ função dada satisfaz a equação diferencial.