Nome:

N° USP:

PROVA 2

Física I

26 de junho de 2020

Leia com atenção essas instruções antes de iniciar a prova:

1. Esta prova inicia-se às 14hs e termina às 19hs, mas você deve começar o upload dos arquivos das respostas escaneadas no site antes das 18hs45.
2. Cada questão deve ser resolvida em uma ou mais folhas de papel branco A4, sem pauta, usando caneta preta.
3. Coloque seu **nome e número USP** em cada página pois vamos imprimir para corrigir.
4. Identifique bem os itens de cada questão que você está respondendo para facilitar a correção e garantir que o professor não irá achar que você não respondeu algum item.
5. Não responda questões diferentes na mesma folha.
6. A(s) folha(s) correspondente(s) a uma determinada questão deve(m) ser escaneada(s) em formato PDF e colocada(s) em um arquivo cujo nome deve ser P2_QX.pdf onde X corresponde ao número da questão.
7. Você deve fazer o upload desses arquivos PDF separados no site da disciplina.
8. É proibida a consulta a colegas, livros, apontamentos e internet. Lembre-se que você é o principal interessado em saber o quanto aprendeu.
9. Não serão aceitas respostas sem justificativa.
10. Leia toda a prova com cuidado antes de começar. Escolha as três questões de sua preferência.
11. Você deve resolver apenas 3 questões das 6 questões propostas.
12. O valor de cada questão está entre colchetes na frente do número da questão. Note que dependendo do valor das questões que você selecionar a sua prova pode valer entre 10 e 13 pontos.
13. Faça a prova com calma, com cuidado e atenção. Verifique as contas e seu raciocínio, antes de escanear a prova, para certificar-se que não cometeu nenhum erro elementar. Envie uma mensagem para o responsável do seu grupo após o upload da prova no site.

14. Note que há um pequeno formulário na última página, com valores de momentos de inércia que não precisam ser calculados e outras expressões que você pode precisar na prova e não precisa demonstrar.

Boa Prova!

Questão 1 [3,0]

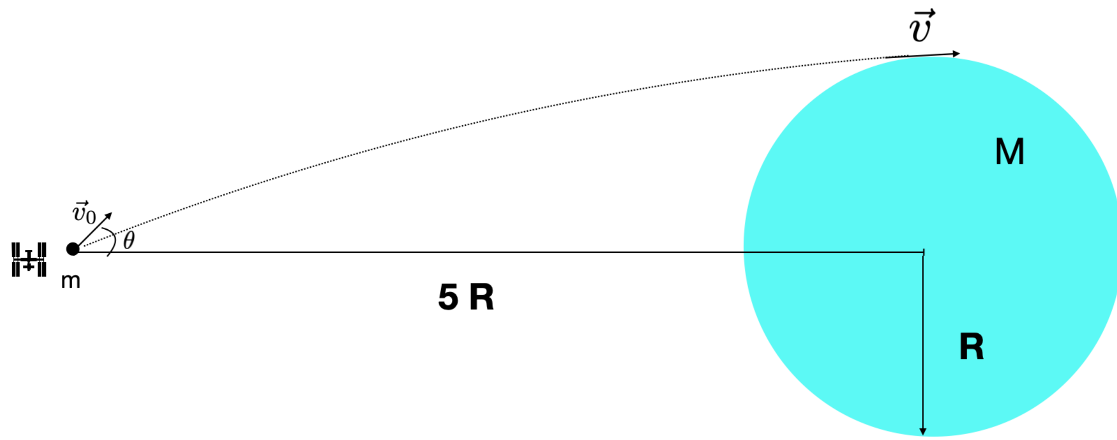

Figura 1: Espaçonave lançando uma sonda que deve tangenciar a superfície de um planeta.

Uma espaçonave é enviada para investigar um planeta de massa M e raio R. No momento em que ela encontra-se a uma distância de $5R$ do centro do planeta e em movimento estacionário relativamente ao planeta, ela lança uma sonda de massa m e com velocidade $\vec{v}_0$, segundo a Fig. 1. O objetivo é que a trajetória da sonda permita que ela tangencie a superfície do planeta, com velocidade $\vec{v}$, tirando fotografias. Como a massa da espaçonave é muito menor que a massa do planeta, ignore a sua contribuição.

(a) Determine o **vetor** da força gravitacional que o planeta exerce na sonda. [0,25]

(b) Qual a energia potencial gravitacional $U(r)$ da sonda se adotarmos $U(r \to \infty) = 0$. [0,5]

(c) Calcule o valor do **módulo** da velocidade $\vec{v}$ quando a sonda tangencia o planeta. Dê sua resposta em função de m, R, M, v_0 e G. [0,75]

(d) Calcule o valor do ângulo θ para que a velocidade $\vec{v}$ seja tangencial ao planeta. Dê sua resposta em função de m, R, M, v_0 e G. [0,75]

(e) Calcule o valor mínimo do **módulo** da velocidade v_0 para que a sonda possa não colidir com o planeta. Dê sua resposta em função de m, R, M, e G. [0,5]

(f) Qual o **módulo** da velocidade máxima, $v_0^{\max}$, que a sonda pode ter? Explique. [0,25]

Questão 2 [3,5]

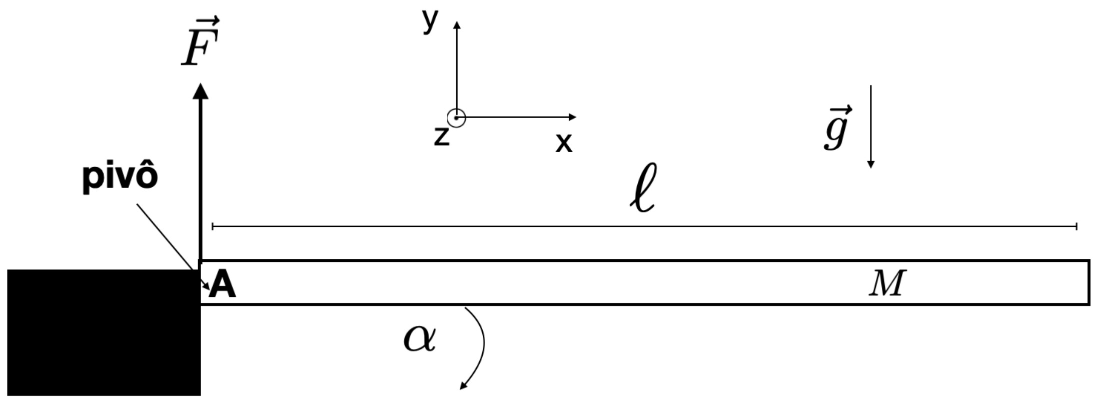

Figura 2: Barra delgada rígida girante.

Considere uma barra homogênea, fina e rígida de comprimento ℓ e massa M presa a uma parede por um pivô na extremidade **A** que permite que ela gire conforme a Fig. 2 sem atrito. A barra é solta do repouso na posição horizontal sob ação da gravidade local.

(a) Calcule o **vetor** torque da força peso em torno do ponto A como função do ângulo α. [0,75]

(b) Usando o fato que você conhece o momento de inércia da barra em torno do centro de massa (veja formulário), calcule o momento de inércia da barra em torno do eixo que passa pelo ponto **A**. [0,5]

(c) Calcule o **vetor** aceleração angular da barra como função do ângulo α. [0,5]

(d) Calcule o **vetor** aceleração linear do centro de massa da barra como função do ângulo α. [0,75]

(e) Calcule o valor da força $\vec{F}$ da Fig. 2 como função do ângulo α. [0,5]

(f) Qual a energia mecânica da barra em movimento? Justifique sua resposta. [0,5]

Questão 3 [3,5]

Considere uma esfera de raio R e massa M que rola sem escorregar por uma rampa de comprimento L, inclinada de um ângulo θ em relação à horizontal, como mostra a Fig. 3. Há atrito entre a esfera e a rampa.

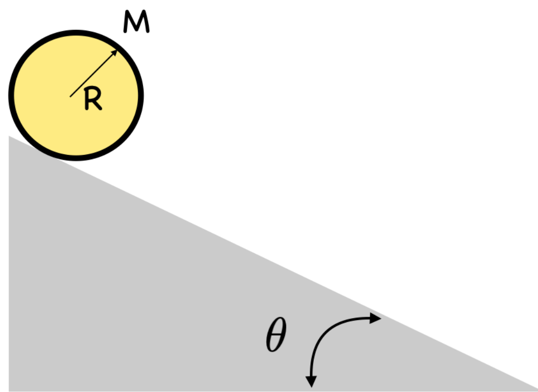

Figura 3: Esfera em rolamento sem escorregamento.

(a) O que significa rolamento sem escorregamento? Explique. [0,25]

(b) Calcule a aceleração do centro de massa da esfera e mostre que não depende de M ou de R. [0,75]

(c) Calcule a força de atrito. [0,75]

(d) Calcule a energia cinética do centro de massa da esfera e a sua velocidade na extremidade inferior do plano. [0,75]

(e) Imagine agora que você tivesse duas rampas iguais a essa. Em uma delas você colocaria a esfera, na outra um bloquinho cúbico de dimensões aproximadamente iguais a da esfera. Ambos são liberados partindo do repouso e da mesma posição inicial no topo da rampa. Qual deles irá chegar primeiro ao solo? Porquê? [0,5]

(f) Calcule a variação do momento angular da esfera, após percorrer uma distância ℓ no plano inclinado, partindo do repouso. [0,5]

Questão 4 [4,0]

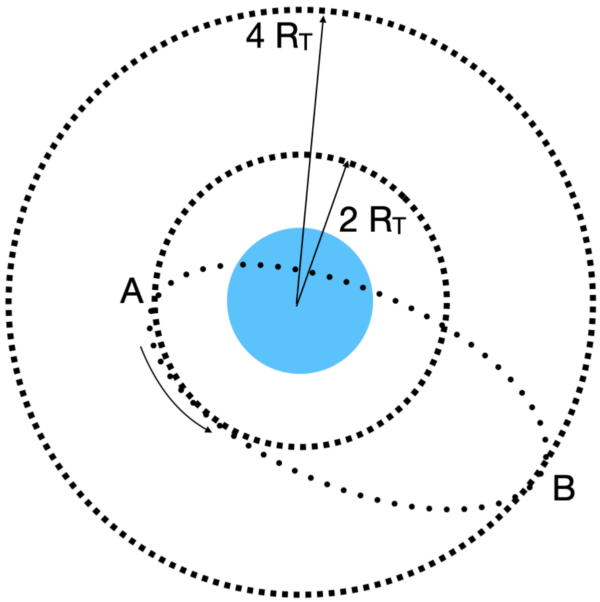

Figura 4: Veículo espacial em órbita circular.

Considere um veículo espacial descrevendo uma órbita circular em torno da Terra. Suponha que a massa do veículo seja m e o raio da órbita $2R_T$, onde R_T é o raio da Terra. Queremos transferí-lo para uma outra órbita circular, mais alta, de raio $4R_T$, veja a Fig. 4. A maneira mais eficiente de fazer essa transferência é usando uma órbita de transferência elíptica.

(a) Calcule a energia mecânica total de uma massa m movendo-se no campo gravitacional terrestre em uma órbita circular de raio r. Considere que energia potencial $U(r \to \infty) = 0$ e que a massa da Terra é muito maior do que m. Dê sua resposta em função de m, R_T, g e r. [1,0]

(b) Calcule a energia mecânica total do veículo espacial em cada uma das duas órbitas circulares. Dê sua resposta em termos de m, R_T, e g. [0,5]

(c) Calcule o trabalho que deve ser realizado para fazer a transferência do veículo entre as duas órbitas circulares usando a órbita elíptica da Fig. 4 entre o periélio em A e o afélio em B? [1,0]

(d) Calcule a mudança no módulo da velocidade necessária para passar da órbita circular para a elíptica em A? [1,0]

(e) Calcule a mudança no módulo da velocidade necessária para passar da órbita elíptica para a circular em B? [0,5]

Questão 5 [4,5]

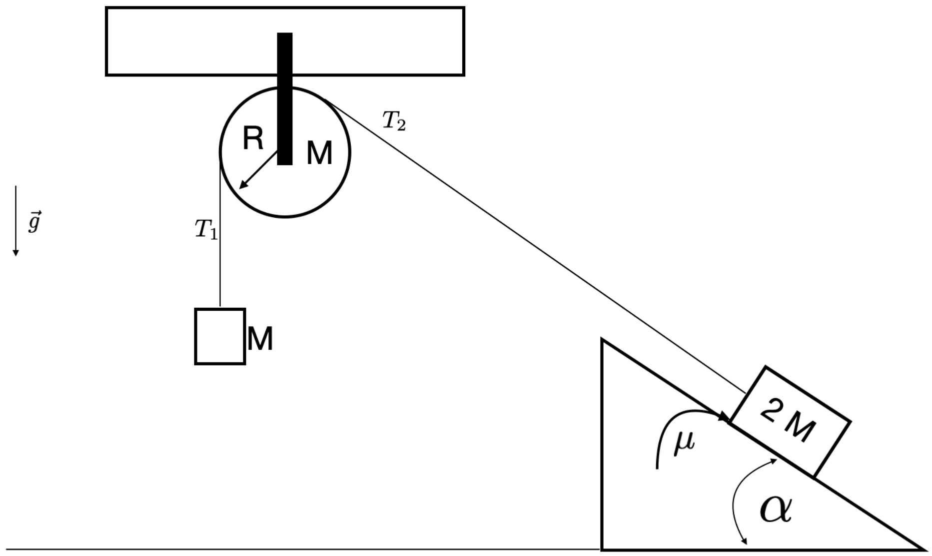

Figura 5: Dispositivo com polia e pesos.

Um dispositivo da Fig. 5, consiste de uma polia (disco) de raio R e massa M, em torno do qual uma corda de massa desprezível conecta dois blocos de massa M e $2M$. O bloco mais pesado está sobre uma rampa que tem ângulo de abertura α. O coeficiente de atrito entre a superfície da rampa e o bloco é μ. Assuma que a corda nunca escorregue e que o conjunto esteja submetido à aceleração da gravidade local, cuja magnitude é g.

(a) Determine a condição sobre o ângulo α que permite que o bloco mais leve possa subir. [0,25]

(b) Determine a condição sobre o ângulo α que permite que o bloco mais leve possa descer. [0,25]

(c) Escolhendo um sistema de coordenadas conveniente, escreva as equações de movimento para cada um dos componentes do dispositivo: a massa mais leve, a polia e a massa mais pesada. [1,5]

(d) Encontre o vínculo entre as acelerações dos três corpos. [0,5]

(e) Calcule os módulos das tensões T_1 e T_2 na corda. Forneça seu resultado em termos de α, M e μ. [1,0]

(f) Calcule a aceleração do bloco mais leve. Qual a condição para o bloco descer com velocidade constante? [1,0]

Questão 6 [4,5]

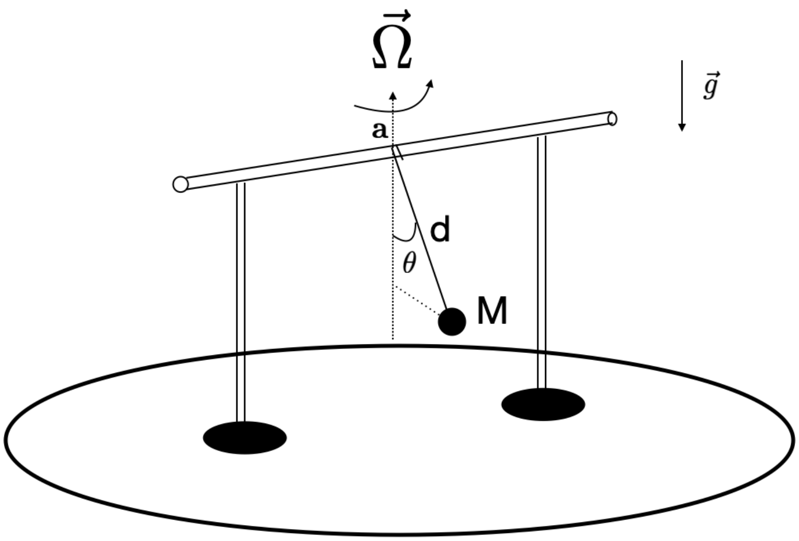

Figura 6: Pêndulo em uma plataforma girante.

Um pêndulo está fixo de forma rígida em um eixo sustentado por dois suportes de forma que só pode balançar em um plano perpendicular ao eixo. O pêndulo é formado de uma massa M ligada a uma vara de massa desprezível e comprimento d. Os suportes estão montados sobre uma plataforma que roda com velocidade angular constante $\vec{\Omega}$. Adote um referencial fixo com respeito à plataforma girante.

(a) Calcule as forças atuando sobre a massa M no referencial em rotação. Forneça módulo, sentido e direção dessas forças. [2,0]

(b) Encontre o **vetor** torque em torno do pivô **a** em função de M, g, d, Ω e θ (o ângulo de oscilação). [1,0]

(c) Encontre a equação que permite determinar a frequência de oscilação do pêndulo. Não é para tentar resolver essa equação! [1,0]

(d) Obtenha o limite de pequenas oscilações desta equação, i.e. para $\theta \approx 0$. [0,5]

Formulário

- $\dot{\mathbf{r}} = \dot{r}\,\hat{\mathbf{r}} + r\dot{\theta}\,\hat{\boldsymbol{\theta}}$
- $\ddot{\mathbf{r}} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\hat{\mathbf{r}} + (r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta})\hat{\boldsymbol{\theta}}$
- $I = \int \rho^2\, dm$
- $I_{\text{cm}}^{zz} = \frac{2}{5}\, MR^2$ (esfera uniforme)
- $I_{\text{cm}}^{zz} = \frac{1}{12}\, ML^2$ (barra uniforme)
- $I_{\text{cm}}^{zz} = \frac{1}{2}\, MR^2$ (disco uniforme)
- $\left(\dfrac{d\mathbf{B}}{dt}\right)_{\text{inercial}} = \left(\dfrac{d\mathbf{B}}{dt}\right)_{\text{girante}} + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{B}$
- $\mathbf{L} = \mathbf{r} \times \mathbf{p}$
- $\boldsymbol{\tau} = \mathbf{r} \times \mathbf{F}$
- teorema dos eixos paralelos: $I = I_{\text{CM}} + Mr^2$