

Provinha XI

Data de entrega: 27 de maio de 2019

Matéria escura em aglomerados de galáxias

Em 1933, o astrônomo suíço-americano Fritz Zwicky, baseando-se em medidas publicadas por Edwin Hubble e Milton Humason, em 1931, foi o primeiro astrônomo a trazer provas convincentes acerca da existência da chamada *matéria escura*¹. Vamos entender como isso aconteceu.

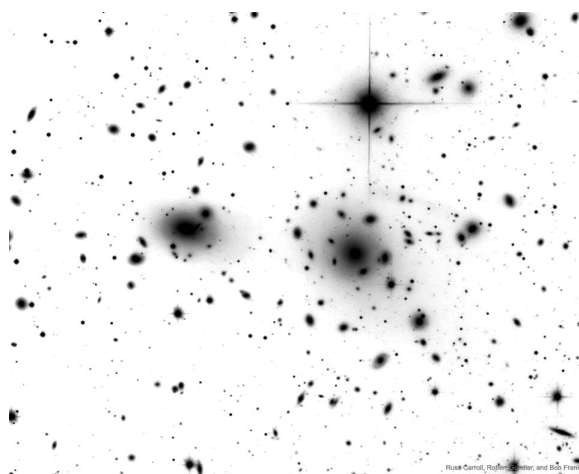


Figura 1: Aglomerado de galáxias *Coma*. Quase todo objeto mostrado na imagem é uma galáxia e é um dos aglomerados mais densos hoje conhecido, contendo milhares de galáxias. Cada uma das galáxias possui bilhões de estrelas. Ainda que próximo de nós se comparado à distância de outros aglomerados conhecidos, a luz de Coma demora cerca de centenas de milhares de anos para chegar até nós. Ainda mais: o aglomerado é tão grande que a luz demora milhões de anos para ir de um lado ao outro do aglomerado. [Crédito: Russ Carroll, Robert Gendler, & Bob Franke; Dan Zowada Memorial Observatory]

Zwicky observou que a dispersão (desvio padrão) da componente da velocidade ao longo da linha de visada, também chamada de velocidade radial, de oito galáxias individuais no aglomerado é da ordem de $\sigma_r = \sqrt{\langle v_r^2 \rangle - \langle v_r \rangle^2} \sim 10^3 \text{ km s}^{-1}$. Esta medida nos dá uma ótima estimativa da energia cinética do sistema. Contudo, a quantidade de matéria e gás visíveis no aglomerado não são capazes de produzir atração gravitacional suficiente para manter o sistema ligado! Tal fato já havia sido notado por Hubble e Humason, mas foi Zwicky quem aplicou o teorema do virial para estimar a massa do aglomerado (até onde sabemos).

¹Apesar do termo ter-se popularizado com o trabalho de Zwicky, ele não foi o primeiro a introduzir o termo em context astronômico. Em 1906, Henri Poincaré já havia discutido a possibilidade da existência de “matière obscure” dentro da nossa própria galáxia [Poincaré, H. “The Milky Way and the Theory of Gases”, *Popular Astronomy*, v. 14, p.475-488, 1906]. Se você não sabia, o Teorema do Virial foi derivado pela primeira vez no contexto da teoria cinética dos gases. Ele estava sendo utilizado por Kelvin (sim, o cara da termodinâmica) na tentativa de estimar a densidade de matéria na Via Láctea.

- (0) **Unidades:** Utilizaremos o parsec para medir distâncias. Tal unidade é comumente adotada em cosmologia e astronomia galáctica e extragaláctica:

$$1 \text{ pc} \approx 3 \times 10^{13} \text{ km.}$$

Também trabalharemos com anos (quanto vale um ano em segundos?). Para a sua sanidade, escreva a velocidade das galáxias nessas unidades (pc/ano) e trabalhe com essas unidades no que segue!

- (1) Primeiro, vamos entender por que é razoável utilizar o teorema do virial nessa situação. Assuma que o raio e idade do aglomerado são da ordem de $\sim 1.5 \text{ Mpc}$, onde $1 \text{ Mpc} = 10^6 \text{ pc}$, e $\sim 10^{10}$ anos, respectivamente. *Estime* quantos anos leva para uma galáxia atravessar o aglomerado e, com isso, *estime* quantas vezes cada galáxia pode cruzar, em média, o aglomerado. Argumente porque podemos supor que o aglomerado de Coma encontra-se em equilíbrio e, portanto, podemos utilizar o teorema do virial.
- (2) Vamos fazer então a aproximação da vaca esférica: trate o aglomerado como sendo uma esfera homogênea de massa M e raio R . Mostre que a energia potencial total é dada por

$$U = -\frac{3}{5} \frac{GM^2}{R}$$

Dica: considere a energia potencial gravitacional que uma casca esférica de espessura dr (qual é a massa $m(r)$ da casca?) sente na presença de um núcleo esférico sólido de raio r e densidade ρ constante (e qual é a massa $M(r)$ do núcleo?).

- (3) Uma vez que você se convenceu que o sistema pode ser tratado como estando em equilíbrio, considere a energia cinética média, $K = \frac{1}{2}M\langle v^2 \rangle$, e utilize o teorema do virial para expressar a massa M do aglomerado em termos da média do raio R do aglomerado e do quadrado da velocidade tridimensional, $\langle v_{\text{tot}}^2 \rangle = \langle v_x^2 + v_y^2 + v_z^2 \rangle$.
- (4) Com os valores de raio e dispersão de velocidades assumidos para o aglomerado de Coma, estime a massa do aglomerado. Lembre-se que essa massa é a massa necessária para manter o sistema (aglomerado) coeso. *Dica: assumo que a dispersão de velocidades total é isotrópica, ou seja, não depende da direção, e que $\langle v_{\text{tot}} \rangle = \langle v_r \rangle = 0$!*
- (5) Compare o resultado do item anterior com os valores da massa estelar $M_\star \approx 3 \times 10^{13} M_\odot$ e da massa em forma de gás $M_{\text{gas}} \approx 2 \times 10^{14} M_\odot$ medidos para o aglomerado. Como isso se traduz na porcentagem de matéria bariônica (ou seja, gás e estrelas)? O que podemos concluir? Note que todas as nossas conclusões estão baseando-se na hipótese fundamental de que o teorema do virial pode ser aplicado ao sistema. Ou seja, estamos tratando as galáxias no aglomerado como partículas em um gás.

Dados: Considere $G \approx 4 \times 10^{-3} \text{ pc } M_\odot^{-1} (\text{km/s})^2$, onde $M_\odot \approx 2 \times 10^{30} \text{ kg}$ é a massa solar, unidade padrão de massa em astronomia.