

Sendo o trabalho, por definição

$$w = \int F \, dr$$

temos, então que, dado um deslocamento infinitesimal

$$dw = f \, dl$$

Sendo $P = F/A$, por definição, temos que

$$dw = A P \, dl = P \, dV$$

Temos que

$$w = \int_{V_i}^{V_f} P \, dV = P(V_f - V_i)$$

Para que igualemos as forças temos que tomar a diferença entre a pressão interna nos dois estados. Sejam P_p (o peso de um dos pesos), A (área do cilindro), temos

$$P_p = P A \implies \Delta P = A(2P_p - P_p) = A P_p$$

Sendo $P = RT/V_m$, por definição, temos que

$$dw = \frac{RT}{V_m} dV$$

Sendo T constante e o aproveitamento do processo máximo (i.e. reversível), temos que

$$w = \int_{V_i}^{V_f} \frac{RT}{V_m} dV = RT (\ln V_f - \ln V_i) = RT \ln \left(\frac{V_f}{V_i} \right)$$