

Eletrônica Digital

Notas de aula

Prof. Yago Pessanha Corrêa

Laboratório de Mecatrônica e Processamento de Sinais (MSP)
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense (IFFluminense)
Curso Técnico em Automação
yago.correa@iff.edu.br

20 de maio de 2021



Sumário

- 1 Conceitos iniciais e sistemas de numeração
- 2 Álgebra booleana e funções (portas lógicas)
- 3 Circuitos digitais, expressões booleanas e tabela verdade
- 4 Simplificação de expressões booleanas por álgebra
- 5 Simplificação de expressões booleanas por mapa de Karnaugh
- 6 Circuitos combinacionais
- 7 Circuitos aritméticos
- 8 Circuitos integrados

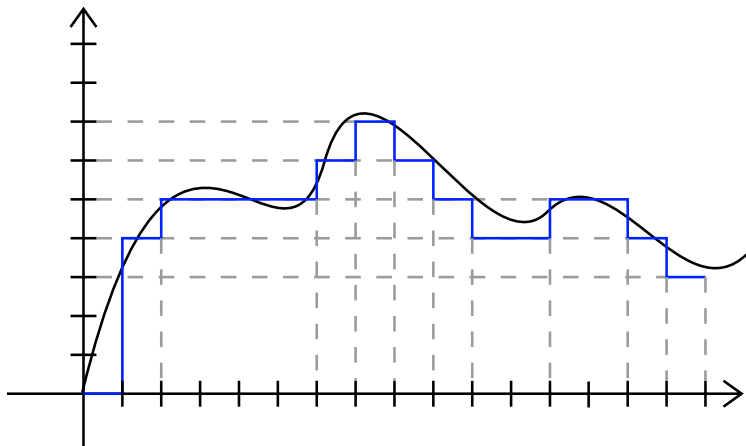


Sumário

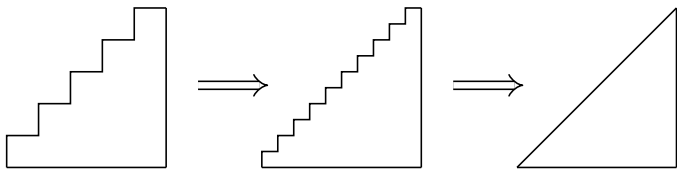
- 1 Conceitos iniciais e sistemas de numeração
- 2 Álgebra booleana e funções (portas lógicas)
- 3 Circuitos digitais, expressões booleanas e tabela verdade
- 4 Simplificação de expressões booleanas por álgebra
- 5 Simplificação de expressões booleanas por mapa de Karnaugh
- 6 Circuitos combinacionais
- 7 Circuitos aritméticos
- 8 Circuitos integrados



Analógico x digital



Analógico x digital



Grandezas digitais

Grandezas analógicas

Analógico x digital



Vantagens e desvantagens

Vantagens

- Sistemas digitais são mais simples de serem projetados.
- Maior facilidade em manter precisão e exatidão.
- Operações podem ser programadas.
- Menos afetados por ruídos.
- CI's (Circuitos Integrados) podem ser fabricados com mais dispositivos.



Vantagens e desvantagens

Desvantagens

- O mundo é quase todo analógico.
- Processar sinais digitais demanda tempo.

E no mundo real?

Importante

Como converter?



Sistemas de numeração

As quatro bases numéricas

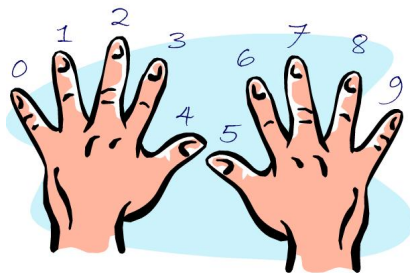
- Decimal
- Binário
- Octal
- Hexadecimal



Sistemas de numeração

Sistema decimal

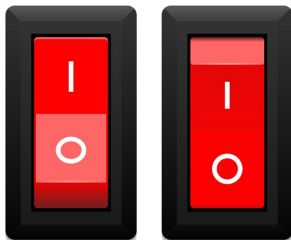
- Caracteres 0 a 9.
- Notação posicional – base 10.
- MSB x LSB.
- Exemplos de representação.



Sistemas de numeração

Sistema binário

- 2 dígitos.
- Notação posicional – base 2.
- MSB x LSB.
- Quantidade de dígitos para representar – como?.



Sistemas de numeração

Tipos de dados binários

Tipo de dado	Tamanho (em bits)
bit	1
nibble	4
byte	8
word	16
double word	32



Aritmética binária

Adição

$$\begin{array}{r} 00\overset{1}{1}1 \\ + 0101 \\ \hline 0110 \end{array}$$

Aritmética binária

Subtração

$$\begin{array}{r} 11 \\ 1\cancel{1}011 \\ - 01101 \\ \hline 01110 \end{array}$$

Aritmética binária

Multiplicação

	101	[5 em decimal]
	× 110	[6 em decimal]
	<hr/>	
+	000	[101 × 0]
+	101	[101 × 1, movido para a esquerda]
+	101	[101 × 1, movido para a esquerda duas posições]
	<hr/>	
	11110	[30 em decimal]



Conversão binário-decimal

Procedimento

- Se dá pela soma das multiplicações de cada termo por sua potência de base 2 equivalente.

$$\begin{array}{rcl} 11001_2 & & \\ \rightarrow 1 \cdot 2^0 & = & 1 \\ \rightarrow 0 \cdot 2^1 & = & 0 \\ \rightarrow 0 \cdot 2^2 & = & 0 \\ \rightarrow 1 \cdot 2^3 & = & 8 \\ \rightarrow 1 \cdot 2^4 & = & 16 \\ & & \hline & & 25 \end{array}$$

Conversão decimal-binário

Procedimento

- Método das divisões sucessivas

$$\begin{array}{r|l} 12 & 2 \\ \hline 12 & 6 & 2 \\ \hline 0 & 6 & 3 & 2 \\ & \hline & 0 & 2 & 1 \\ & & \hline & & 1 \end{array}$$

←

$$12 = 1100_2$$



Conversão fração decimal-binário

Procedimento

- Método das multiplicações sucessivas

Número para converter para a base 2: 3,75.

$$2 \times 3,75 = \boxed{7} + 0,5 \quad \longrightarrow 7$$

$$2 \times 0,5 = \boxed{1} + 0 \quad \longrightarrow 1$$

$$3,75 = [0,71]_2$$



Exercícios

01. Converter os seguintes números binários para decimais:

- $11\,111_2$
- $1\,001\,100_2$
- $1011,11_2$
- $1100,0011_2$

02. Converter os seguintes números decimais para binários:

- 215
- 102
- 9,92
- 7,47



Referências e exercícios complementares

- IDOETA, Ivan V. e CAPUANO, Francisco G. Elementos de Eletrônica Digital. São Paulo: Editora Érica, ed. 40. 2008.

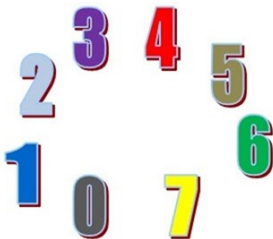
Página 36 - **1.6.1 até 1.6.5, 1.6.17 até 1.6.19**



Sistemas de numeração

Sistema octal

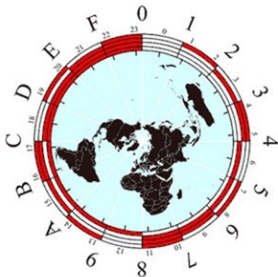
- Caracteres 0 a 7.
- CLP - gerenciamento de memórias.
- Novamente... notação posicional.
- Quantidade de dígitos para representar um número.



Sistemas de numeração

Sistema hexadecimal

- 16 caracteres... e agora, como representar?
- Novamente... notação posicional.
- Quantidade de dígitos para representar um número.
- Aplicações computacionais.



Conversão octal-decimal

Procedimento

- Se dá pela soma das multiplicações de cada termo por sua potência de base 8 equivalente.

$$\begin{array}{rcl} 331_8 & & \\ \text{↘} & & \\ 1 \cdot 8^0 & = & 1 \\ \text{↘} & & \\ 3 \cdot 8^1 & = & 24 \\ \text{↘} & & \\ 3 \cdot 8^2 & = & 192 \\ & & \hline & & 217 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} 45_8 & & \\ \text{↘} & & \\ 5 \cdot 8^0 & = & 5 \\ \text{↘} & & \\ 4 \cdot 8^1 & = & 32 \\ & & \hline & & 37 \end{array}$$

Conversão decimal-octal

Procedimento

- Método das divisões sucessivas

$$\begin{array}{r|l|l} 157 & 8 & \\ \hline 152 & 19 & 8 \\ \hline 5 & 16 & 2 \\ & \hline & 3 & \end{array}$$

←

$$157 = 235_8$$

Conversão hexadecimal-decimal

Procedimento

- Se dá pela soma das multiplicações de cada termo por sua potência de base 16 equivalente.

$$\begin{array}{rcl} \textcolor{red}{A}3_{16} & & \\ \textcolor{blue}{\curvearrowright} & \rightarrow & 3 \cdot 16^0 = \textcolor{blue}{3} \\ \textcolor{purple}{\curvearrowright} & \rightarrow & \textcolor{purple}{A} \cdot 16^1 = \textcolor{purple}{160} \\ & & \hline & & \textcolor{red}{163} \end{array}$$

Conversão decimal-hexadecimal

Procedimento

- Método das divisões sucessivas

$$\begin{array}{r}
 12412 \quad | \quad 16 \\
 \hline
 12400 \quad | \quad 775 \quad | \quad 16 \\
 \hline
 12 \quad | \quad 768 \quad | \quad 48 \quad | \quad 16 \\
 \hline
 \quad 7 \quad | \quad 48 \quad | \quad 3 \\
 \hline
 \quad \quad 0
 \end{array}$$

←

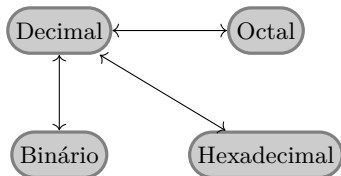
$$12412 = 30712_{16}$$



O que vimos até agora?

Até agora o "centro das atenções" era o sistema **DECIMAL**

- decimal-binário-decimal
- decimal-octal-decimal
- decimal-hexadecimal-decimal



E como converter entre as outras bases?

Conversão binário-octal

Procedimento

- Basta separar em grupos de **3 bits** a partir da direita

$$100\ 001\ 111_8 = \underbrace{100}_{4} \underbrace{001}_{1} \underbrace{111}_{7}_2$$

Conversão binário-hexadecimal

Procedimento

- Basta separar em grupos de **4 bits** a partir da direita

$$11\ 1010\ 0110_2 = \underbrace{11}_{\swarrow} \underbrace{1010}_{\downarrow} \underbrace{0110}_{\searrow} \\ 3\ A\ 6_{16}$$

Conversão octal-binário

Procedimento

- Observe cada dígito e transforme para binário

Octal	4	5	3	6
Binário	100	101	011	110
Final	100 101 011 110			

Conversão hexadecimal-binário

Procedimento

- Observe cada dígito e transforme para binário

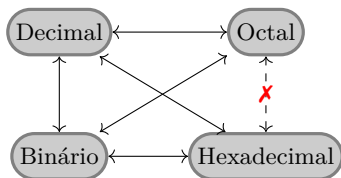
Hexadecimal	1	A	6	0	
Binário	0001	1010	0110	0000	s
Final	0001 1010 0110 0000				



E as outras duas conversões?

Para completar só faltaram os métodos de conversão:

- Octal para hexadecimal
- Hexadecimal para octal



São métodos complicados, portanto, é melhor utilizar conversões intermediárias.

Exercícios

01. Complete a tabela de conversão abaixo:

Decimal	Binário	Octal	Hexadecimal
33			
	1110101		
		703	
			1AF



Referências e exercícios complementares

- IDOETA, Ivan V. e CAPUANO, Francisco G. Elementos de Eletrônica Digital. São Paulo: Editora Érica, ed. 40. 2008.

Página 37 - 1.6.6 até 1.6.16



Sumário

- 1 Conceitos iniciais e sistemas de numeração
- 2 Álgebra booleana e funções (portas lógicas)**
- 3 Circuitos digitais, expressões booleanas e tabela verdade
- 4 Simplificação de expressões booleanas por álgebra
- 5 Simplificação de expressões booleanas por mapa de Karnaugh
- 6 Circuitos combinacionais
- 7 Circuitos aritméticos
- 8 Circuitos integrados



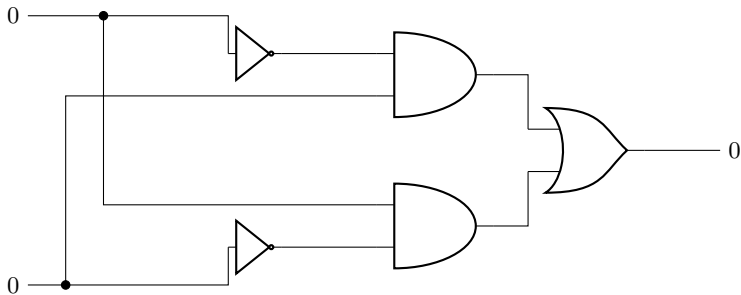
Álgebra booleana



Notação

- “1” representa a classe de todos os objetos (o universo).
- “0” representa a classe a que nenhum objeto pertença (a classe vazia).

Portas lógicas - Introdução



Portas lógicas - Introdução

O que são portas lógicas?

- Blocos básicos.
- No mínimo: 1 entrada e 1 saída.
- Não possuem memória.
- Representação gráfica.
- Tabela verdade.

Nas funções lógicas há 2 valores:

- 0 = Falso, sem tensão, baixo.
- 1 = Verdadeiro, com tensão, alto.

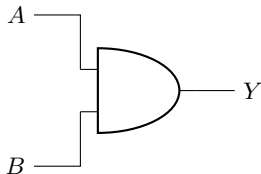


Portas lógicas - E (AND)

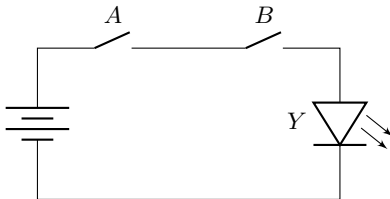
Notação

$$Y = A \cdot B$$

<i>A</i>	<i>B</i>	<i>Y</i>
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1



Portas lógicas - E (AND) - Circuito

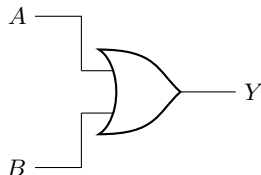


Portas lógicas - OU (OR)

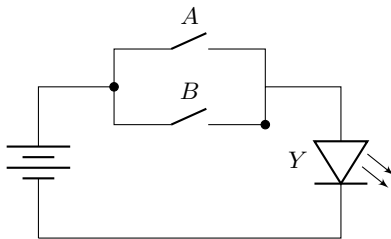
Notação

$$Y = A + B$$

<i>A</i>	<i>B</i>	<i>Y</i>
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1



Portas lógicas - OU (OR) - Circuito

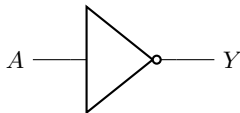


Portas lógicas - NÃO (NOT)

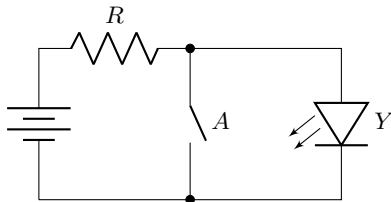
Notação

$$Y = \overline{A}$$

A	Y
1	0
0	1



Portas lógicas - NÃO (NOT) - Circuito

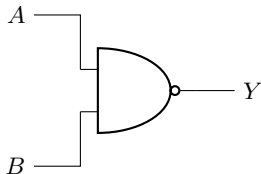


Portas lógicas - NÃO E (NAND)

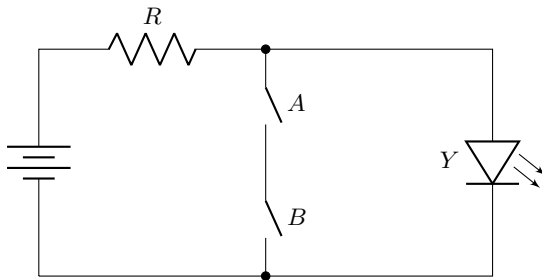
Notação

$$Y = \overline{A \cdot B}$$

<i>A</i>	<i>B</i>	<i>Y</i>
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0



Portas lógicas - NÃO E (NAND) - Circuito

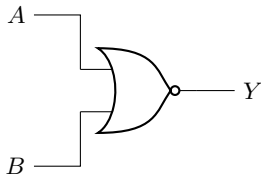


Portas lógicas - NÃO OU (NOR)

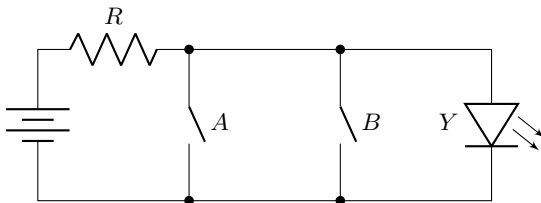
Notação

$$Y = \overline{A \cdot B}$$

<i>A</i>	<i>B</i>	<i>Y</i>
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0



Portas lógicas - NÃO OU (NOR) - Circuito

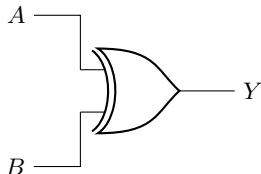


Portas lógicas - OU EXCLUSIVO (XOR)

Notação

$$Y = A \oplus B$$

<i>A</i>	<i>B</i>	<i>Y</i>
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

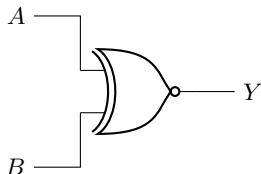


Portas lógicas - COINCIDÊNCIA (XNOR)

Notação

$$Y = \overline{A \oplus B} = A \odot B$$

<i>A</i>	<i>B</i>	<i>Y</i>
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1



Portas universais

NAND e NOR são portas universais

É possível obter a partir delas as portas:

- NOT
- AND
- OR

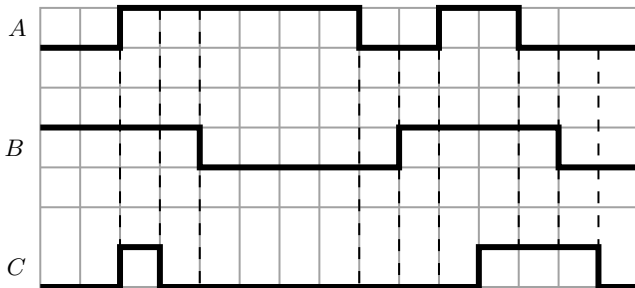
APOSTILA!

Exercícios

01. Desenhe a forma de onda de saída para uma porta NOR.

- Repita para a entrada C mantida sempre em nível baixo.
- Repita para a entrada C mantida sempre em nível alto.

02. Repita o problema para uma porta NAND.



Referências e exercícios complementares

- IDOETA, Ivan V. e CAPUANO, Francisco G. Elementos de Eletrônica Digital. São Paulo: Editora Érica, ed. 40. 2008.

Página 82 - **2.9.1, 2.9.14, 2.9.18 até 2.9.22**



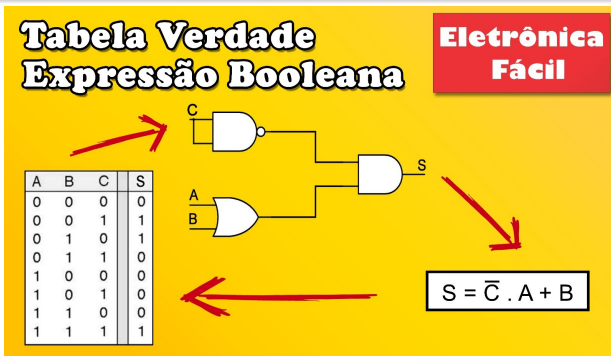
Sumário

- 1 Conceitos iniciais e sistemas de numeração
- 2 Álgebra booleana e funções (portas lógicas)
- 3 Circuitos digitais, expressões booleanas e tabela verdade**
- 4 Simplificação de expressões booleanas por álgebra
- 5 Simplificação de expressões booleanas por mapa de Karnaugh
- 6 Circuitos combinacionais
- 7 Circuitos aritméticos
- 8 Circuitos integrados

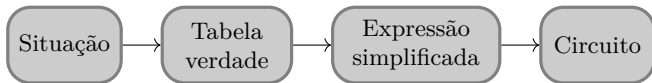


O que vimos até agora?

- Circuitos Lógicos.
- Expressões booleanas.
- Tabela verdade.



Como projetar um circuito digital?

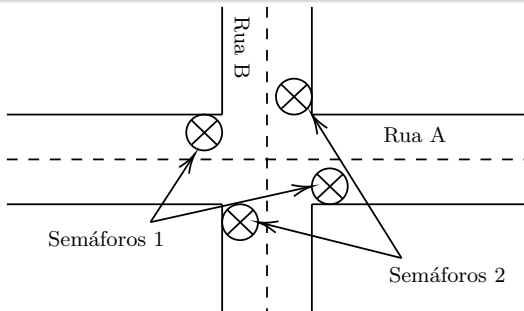


Resolução de projetos lógicos

Exemplo com duas variáveis

Caso tenha carro na(s)...

- Rua B
- Rua A
- Ruas A e B

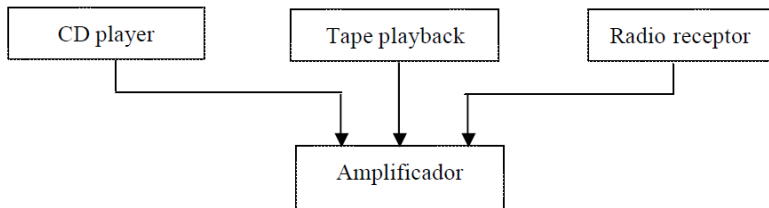


Resolução de projetos lógicos

Exemplo com três variáveis

Conexão de 3 aparelhos a um amplificador, obedecendo às prioridades:

- CD player
- Tape playback
- Radio receptor

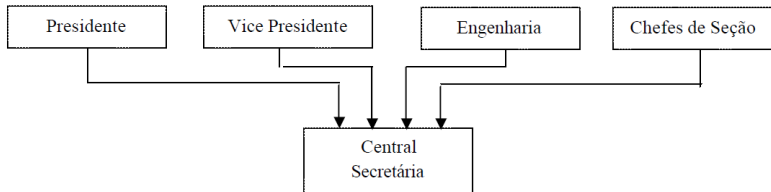


Resolução de projetos lógicos

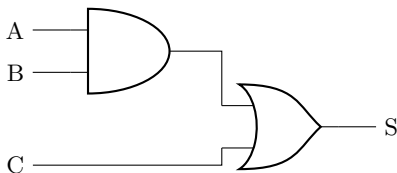
Exemplo com quatro variáveis

Conexão de 4 setores, via intercomunicadores, a central da Secretária, obedecendo às prioridades:

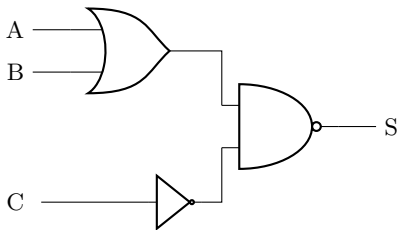
- Presidente
- Vice Presidente
- Engenharia
- Chefes de Seção



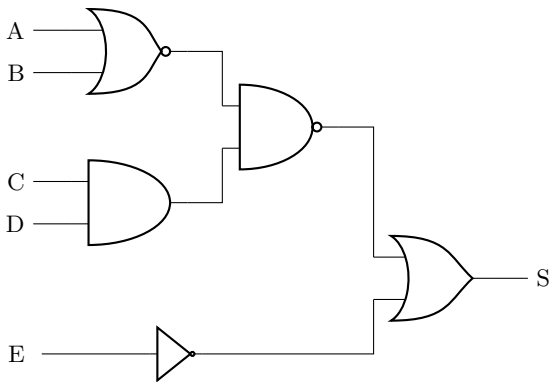
Obtendo a expressão a partir do circuito - Exemplo #01



Obtendo a expressão a partir do circuito - Exemplo #02



Obtendo a expressão a partir do circuito - Exemplo #03



Obtendo o circuito a partir da expressão

Hierarquia

- Parênteses.
- Bloco AND.
- Bloco OR.
- Negação.



Obtendo o circuito a partir da expressão

Exercícios

- $S = (A + B) \cdot C \cdot (B + D)$
- $Z = (\overline{A \cdot B} \oplus A) + (\overline{A} + B)$
- $Y = (A \cdot B) + \overline{C} \cdot D$
- $X = (A + B + C) \cdot (\overline{A} + C) \cdot \overline{(A + \overline{B})}$



Obtendo a tabela verdade a partir da expressão

Tabela verdade

A **tabela verdade** deve registrar **todas as possibilidades** de um dada expressão booleana, e pode ser obtida através dos seguintes passos:

- 1 Monte o quadro de possibilidades.
- 2 **n** colunas para as variáveis.
- 3 Use colunas auxiliares para os membros.
- 4 Monte uma coluna para o resultado final.



Obtendo a tabela verdade a partir da expressão

Exemplo #01

$$Z = (\overline{A \cdot B} \oplus A) + (\overline{A} + B)$$

A	B	$\overline{A \cdot B}$	$\overline{A \cdot B} \oplus A$	\overline{A}	$\overline{A} + B$	S
0	0	1	1	1	1	1
0	1	1	1	1	1	1
1	0	1	0	0	0	0
1	1	0	1	0	1	1

Obtendo a tabela verdade a partir da expressão

Exercícios

- $S = (A \cdot \overline{B} \cdot C) + (A \cdot \overline{D}) + (\overline{A} \cdot B \cdot D)$
- $Z = \overline{A} + B + A \cdot \overline{B} \cdot \overline{C}$
- $Y = C \oplus (\overline{A \cdot B})$
- $X = A \cdot \overline{B} + \overline{A} \cdot B$

Obtendo a expressão a partir da tabela verdade

Situação mais utilizada

Lembre-se do problema inicial

- Situação.
- Tabela verdade.
- Expressão booleana.
- Circuito lógico.

MINTERMOS: saídas iguais a **1** - **SoP**

MAXTERMOS: saídas iguais a **0** - **PoS**



Obtendo a expressão a partir da tabela verdade

MINTERMOS

- Saídas iguais a 1 - SoP

A	B	C	S
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

Expressão final

$$S = (\bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{C}) + (\bar{A} \cdot \bar{B} \cdot C) + (\bar{A} \cdot B \cdot \bar{C}) + (A \cdot \bar{B} \cdot C) + (A \cdot B \cdot C)$$



Obtendo a expressão a partir da tabela verdade

MAXTERMS

- Saídas iguais a 0 - PoS

A	B	C	S
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

Expressão final

$$S = (A + \overline{B} + \overline{C}) \cdot (\overline{A} + B + C) \cdot (\overline{A} + \overline{B} + C)$$



Exercícios

01. A partir da tabela verdade abaixo encontre a expressão booleana por mintermos e maxtermos. Após isto, implemente ambos os circuitos digitais.

A	B	C	S
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

Referências e exercícios complementares

- IDOETA, Ivan V. e CAPUANO, Francisco G. Elementos de Eletrônica Digital. São Paulo: Editora Érica, ed. 40. 2008.

Página 82 - **2.9.2 até 2.9.13, 2.9.15 até 2.9.17**



Sumário

- 1 Conceitos iniciais e sistemas de numeração
- 2 Álgebra booleana e funções (portas lógicas)
- 3 Circuitos digitais, expressões booleanas e tabela verdade
- 4 Simplificação de expressões booleanas por álgebra**
- 5 Simplificação de expressões booleanas por mapa de Karnaugh
- 6 Circuitos combinacionais
- 7 Circuitos aritméticos
- 8 Circuitos integrados



Por que simplificar?

Vantagens

- Menor número de portas lógicas.
- Mais simples, menor.
- Mais barato.

Postulados

P1.	Identidade	$A + 0 = A$	$A \cdot 1 = A$
P2.	Elemento nulo	$A + 1 = 1$	$A \cdot 0 = 0$
P3.	Equivalência	$A + A = A$	$A \cdot A = A$
P4.	Complemento	$A + \overline{A} = 1$	$A \cdot \overline{A} = 0$
P5.	Involução	$\overline{\overline{A}} = A$	$\overline{\overline{A}} = A$



Propriedades

PR1.	Cumulativa	$A + B = B + A$
PR2.	Associativa	$(A + B) + C = A + (B + C)$
PR3.	Distributiva	$A + (B \cdot C) = (A + B) \cdot (A + C)$

PR1.	Cumulativa	$A \cdot B = B \cdot A$
PR2.	Associativa	$(A \cdot B) \cdot C = A \cdot (B \cdot C)$
PR3.	Distributiva	$A \cdot (B + C) = (A \cdot B) + (A \cdot C)$



Teoremas

T1.	Absorção 1	$A + (A \cdot B) = A$
T2.	Absorção 2	$A + (\bar{A} \cdot B) = A + B$
T3.	De Morgan	$\overline{A + B} = \bar{A} \cdot \bar{B}$

T1.	Absorção 1	$A \cdot (A + B) = A$
T2.	Absorção 2	$A \cdot (\bar{A} + B) = A \cdot B$
T3.	De Morgan	$\overline{A \cdot B} = \bar{A} + \bar{B}$



Exemplo #01

Resolução

$$S = A \cdot B \cdot C + A \cdot \overline{C} + A \cdot \overline{B}$$

Distributiva

$$= A \cdot (B \cdot C + \overline{C} + \overline{B})$$

Comutativa

$$= A \cdot (B \cdot C + \overline{B} + \overline{C})$$

De Morgan

$$= A \cdot (B \cdot C + \overline{B \cdot C})$$

Complemento

$$= A \cdot (1)$$

Identidade

$$= A$$



Exemplo #02

Resolução

$$S = \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot \overline{C} + \overline{A} \cdot B \cdot \overline{C} + A \cdot \overline{B} \cdot C$$

Distributiva

$$= \overline{A} \cdot \overline{C} \cdot (\overline{B} + B) + A \cdot \overline{B} \cdot C$$

Complemento

$$= \overline{A} \cdot \overline{C} \cdot (1) + A \cdot \overline{B} \cdot C$$

Identidade

$$= \overline{A} \cdot \overline{C} + A \cdot \overline{B} \cdot C$$



Exemplo #03

Resolução #01 - Parte 1

$$S = A \cdot B + A \cdot \overline{B} \cdot C$$

Identidade

$$= A \cdot B \cdot 1 + A \cdot \overline{B} \cdot C$$

Elemento Nulo

$$= A \cdot B \cdot (1 + C) + A \cdot \overline{B} \cdot C$$

Distributiva

$$= A \cdot B \cdot 1 + A \cdot B \cdot C + A \cdot \overline{B} \cdot C$$

Identidade

$$= A \cdot B + A \cdot B \cdot C + A \cdot \overline{B} \cdot C$$



Exemplo #03

Resolução #01 - Parte 2

$$S = A \cdot B + A \cdot B \cdot C + A \cdot \overline{B} \cdot C$$

Distributiva

$$= A \cdot B + A \cdot C \cdot (B + \overline{B})$$

Complemento

$$= A \cdot B + A \cdot C \cdot (1)$$

Identidade

$$= A \cdot B + A \cdot C$$



Exemplo #03

Resolução #02

- Alternativamente, podemos resolver a mesma questão em menos etapas usando a *absorção*.

$$S = A \cdot B + A \cdot \overline{B} \cdot C$$

Distributiva

$$= A \cdot (B + \overline{B} \cdot C)$$

Absorção 1

$$= A \cdot (B + C)$$



Exercícios

01. Simplifique as expressões booleanas a seguir:

- $\overline{A + \overline{B} \cdot C}$
- $\overline{(\overline{A} + C) \cdot (B + \overline{D})}$
- $(\overline{A} + B) \cdot (A + B + D) \cdot \overline{D}$
- $A \cdot \overline{B} \cdot C + A \cdot \overline{B} \cdot \overline{C}$
- $(\overline{A} + B) \cdot (A + B)$

Referências e exercícios complementares

- IDOETA, Ivan V. e CAPUANO, Francisco G. Elementos de Eletrônica Digital. São Paulo: Editora Érica, ed. 40. 2008.

Página 148 - **3.10.1 até 3.10.7**



Sumário

- 1 Conceitos iniciais e sistemas de numeração
- 2 Álgebra booleana e funções (portas lógicas)
- 3 Circuitos digitais, expressões booleanas e tabela verdade
- 4 Simplificação de expressões booleanas por álgebra
- 5 Simplificação de expressões booleanas por mapa de Karnaugh**
- 6 Circuitos combinacionais
- 7 Circuitos aritméticos
- 8 Circuitos integrados



Mapa de Karnaugh

Mapeamento da tabela verdade

- Circuito mínimo.
- Fácil utilização.

K-map - Duas variáveis

		A	
		0	1
B	0		
	1		

K-map - Três variáveis

		AB			
		00	01	11	10
C	0				
	1				



K-map - Quatro variáveis

		AB			
		00	01	11	10
CD	00				
	01				
	11				
	10				



Mapa de Karnaugh x Tabela verdade

Atenção à ORDEM

- **Troca de 10 e 11.**
- Em células adjacentes apenas uma variável pode mudar de valor.

Como montar?

Montagem do K-map

Podemos utilizar **mintermos** ou **maxtermos**.

Passo-a-passo:

- ❶ Preencher as células de acordo com a tabela verdade.
- ❷ Agrupar os 1's (mintermos) ou 0's (maxtermos):
 - ❶ Unir na horizontal ou vertical.
 - ❷ **NUNCA** na diagonal.
 - ❸ **PODE USAR** os cantos.
 - ❹ Deve ser múltiplos da **BASE 2**.
 - ❺ **MAIOR AGRUPAMENTO POSSÍVEL.**

Como agrupar? - Adjacências

		A	
		0	1
B	0	0	0
	1	1	1

Como agrupar? - Adjacências

		A	
		0	1
B	0	0	0
	1	1	1

Como agrupar? - Adjacências

		AB			
		00	01	11	10
C	0	0	0	1	1
	1	1	1	0	0

Como agrupar? - Adjacências

		AB			
		00	01	11	10
C	0	0	0	1	1
	1	1	1	0	0

Como agrupar? - Linhas ou colunas

		AB			
		00	01	11	10
CD	00	1	1	1	1
	01	1	0	0	0
	11	1	0	0	0
	10	1	0	0	0



Como agrupar? - Linhas ou colunas

		AB			
		00	01	11	10
CD	00	1	1	1	1
	01	1	0	0	0
	11	1	0	0	0
	10	1	0	0	0

Como agrupar? - Quadra

		AB			
		00	01	11	10
CD	00	1	1	0	0
	01	1	1	0	0
	11	0	0	1	1
	10	0	0	1	1

Como agrupar?

		AB			
		00	01	11	10
CD	00	1	1	0	0
	01	1	1	0	0
	11	0	0	1	1
	10	0	0	1	1



Como agrupar? - Quadra em anel

		AB			
		00	01	11	10
CD	00	1	0	0	1
	01	0	0	0	0
	11	0	0	0	0
	10	1	0	0	1

Como agrupar? - Quadra em anel

		AB			
		00	01	11	10
CD	00	1	0	0	1
	01	0	0	0	0
	11	0	0	0	0
	10	1	0	0	1

Como agrupar? - Quadra em anel

		AB			
		00	01	11	10
CD	00	0	1	1	0
	01	1	0	0	1
	11	1	0	0	1
	10	0	1	1	0

Como agrupar? - Quadra em anel

		AB			
		00	01	11	10
CD	00	0	1	1	0
	01	1	0	0	1
	11	1	0	0	1
	10	0	1	1	0

Como agrupar? - Oitava

		AB			
		00	01	11	10
CD	00	0	1	1	0
	01	1	1	1	1
	11	1	1	1	1
	10	0	1	1	0



Como agrupar? - Oitava

		AB			
		00	01	11	10
CD	00	0	1	1	0
	01	1	1	1	1
	11	1	1	1	1
	10	0	1	1	0



Diagramas com condições irrelevantes

		AB			
		00	01	11	10
CD	00	X	0	X	1
	01	1	0	1	1
	11	0	X	X	0
	10	0	1	0	X

Diagramas com condições irrelevantes

		AB			
		00	01	11	10
CD	00	X	0	X	1
	01	1	0	1	1
	11	0	X	X	0
	10	0	1	0	X

Obtendo a expressão simplificada - Exemplo #01

- A variável que **muda de estado** é retirada.

$$S = A \cdot \overline{B} + A \cdot B + \overline{A} \cdot B$$

		A	
		0	1
B	0	0	1
	1	1	1

Expressão simplificada

$$S = A + B$$

Obtendo a expressão simplificada - Exemplo #02

$$S = A \cdot B \cdot \overline{C} \cdot \overline{D} + A \cdot B \cdot \overline{C} \cdot D + A \cdot B \cdot C \cdot D + A \cdot B \cdot C \cdot \overline{D}$$

		<i>AB</i>			
		00	01	11	10
<i>CD</i>	00	0	0	0	0
	01	0	0	0	0
	11	1	1	1	1
	10	0	0	0	0

Expressão simplificada

$$S = A \cdot B$$



Obtendo a expressão simplificada - Exemplo #03

$$S = \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot \overline{C} \cdot \overline{D} + \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot C \cdot \overline{D} + A \cdot \overline{B} \cdot \overline{C} \cdot \overline{D} + A \cdot \overline{B} \cdot C \cdot \overline{D}$$

		<i>AB</i>			
		00	01	11	10
<i>CD</i>	00	1	0	0	1
	01	0	0	0	0
	11	0	0	0	0
	10	1	0	0	1

Expressão simplificada

$$S = \overline{B} \cdot \overline{D}$$



Obtendo a expressão simplificada - Exemplo #03

$$S = \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot \overline{C} \cdot \overline{D} + \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot C \cdot \overline{D} + A \cdot \overline{B} \cdot \overline{C} \cdot \overline{D} + A \cdot \overline{B} \cdot C \cdot \overline{D}$$

		<i>AB</i>			
		00	01	11	10
<i>CD</i>	00	1	0	0	1
	01	0	0	0	0
	11	0	0	0	0
	10	1	0	0	1

Expressão simplificada

$$S = \overline{B} \cdot \overline{D}$$



Obtendo a expressão simplificada - Exemplo #04

A	B	C	D	S
0	0	0	0	X
0	0	0	1	0
0	0	1	0	1
0	0	1	1	X
0	1	0	0	1
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	0	1	1
1	0	1	0	X
1	0	1	1	0
1	1	0	0	0
1	1	0	1	X
1	1	1	0	0
1	1	1	1	X

Obtendo a expressão simplificada - Exemplo #04

		<i>AB</i>			
		00	01	11	10
<i>CD</i>	00	X	1	0	0
	01	0	0	X	1
	11	X	1	X	0
	10	1	1	0	X

Expressão simplificada

$$S = \bar{A} \cdot C + A \cdot \bar{C} \cdot D + \bar{A} \cdot \bar{D}$$



Obtendo a expressão simplificada - Exemplo #05

		<i>AB</i>			
		00	01	11	10
<i>CD</i>	00	0	0	1	0
	01	1	1	1	1
	11	1	1	0	0
	10	0	0	0	0

Expressão simplificada

$$S = \overline{C} \cdot D + \overline{A} \cdot D + A \cdot B \cdot \overline{C}$$



Exercícios

01. Simplifique as expressões booleanas a seguir pelo Mapa de Karnaugh:

- $S = \overline{C} \cdot (\overline{A} \cdot \overline{B} \cdot \overline{D} + D) + A \cdot \overline{B} \cdot C + \overline{D}$
- $S = \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot \overline{C} + \overline{A} \cdot B \cdot \overline{C} + \overline{A} \cdot B \cdot C + A \cdot \overline{B} \cdot \overline{C} + A \cdot B \cdot \overline{C}$
- $S = \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot \overline{C} + \overline{A} \cdot B \cdot \overline{C} + \overline{A} \cdot B \cdot C + A \cdot B \cdot C$



Referências e exercícios complementares

- IDOETA, Ivan V. e CAPUANO, Francisco G. Elementos de Eletrônica Digital. São Paulo: Editora Érica, ed. 40. 2008.

Página 149 - **3.10.9 até 3.10.15**

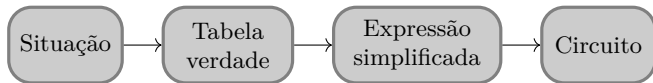


Sumário

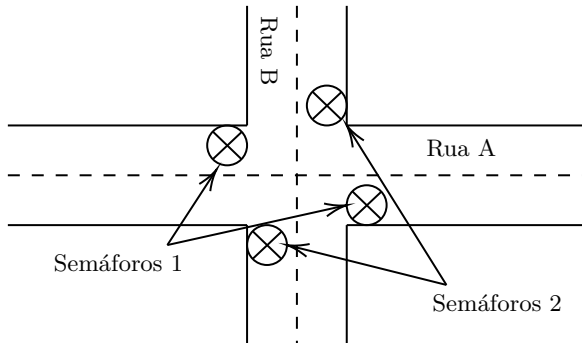
- 1 Conceitos iniciais e sistemas de numeração
- 2 Álgebra booleana e funções (portas lógicas)
- 3 Circuitos digitais, expressões booleanas e tabela verdade
- 4 Simplificação de expressões booleanas por álgebra
- 5 Simplificação de expressões booleanas por mapa de Karnaugh
- 6 Circuitos combinacionais**
- 7 Circuitos aritméticos
- 8 Circuitos integrados



Relembrando...



Circuitos combinacionais com 2 variáveis - Exemplo #01



Circuitos combinacionais com 2 variáveis - Exemplo #01

Deseja-se instalar, no cruzamento, um sistema automático de semáforos, com as seguintes características:

- Quando houver carros transitando somente na rua B, o semáforo 2 deverá permanecer verde para os carros trafegarem livremente.
- Igualmente, quando houver carros transitando somente na rua A, o semáforo 1 deverá permanecer verde.
- Quando houver carros transitando em ambas as ruas, o semáforo da rua A deve ficar verde, pois é a rua preferencial.



Circuitos combinacionais com 2 variáveis - Exemplo #01

A	B	G1	R1	G2	R2
0	0				
0	1				
1	0				
1	1				

Circuitos combinacionais com 2 variáveis - Exemplo #01

A	B	G1	R1	G2	R2
0	0				
0	1				
1	0				
1	1				

Circuitos combinacionais com 2 variáveis - Exemplo #01

A	B	G1	R1	G2	R2
0	0	X	X	X	X
0	1				
1	0				
1	1				



Circuitos combinacionais com 2 variáveis - Exemplo #01

A	B	G1	R1	G2	R2
0	0	X	X	X	X
0	1				
1	0				
1	1				

Circuitos combinacionais com 2 variáveis - Exemplo #01

A	B	G1	R1	G2	R2
0	0	X	X	X	X
0	1	0	1	1	0
1	0				
1	1				



Circuitos combinacionais com 2 variáveis - Exemplo #01

A	B	G1	R1	G2	R2
0	0	X	X	X	X
0	1	0	1	1	0
1	0				
1	1				

Circuitos combinacionais com 2 variáveis - Exemplo #01

A	B	G1	R1	G2	R2
0	0	X	X	X	X
0	1	0	1	1	0
1	0	1	0	0	1
1	1				

Circuitos combinacionais com 2 variáveis - Exemplo #01

A	B	G1	R1	G2	R2
0	0	X	X	X	X
0	1	0	1	1	0
1	0	1	0	0	1
1	1				



Circuitos combinacionais com 2 variáveis - Exemplo #01

A	B	G1	R1	G2	R2
0	0	X	X	X	X
0	1	0	1	1	0
1	0	1	0	0	1
1	1	1	0	0	1



Circuitos combinacionais com 2 variáveis - Exemplo #01

A	B	G1	R1	G2	R2
0	0	X	X	X	X
0	1	0	1	1	0
1	0	1	0	0	1
1	1	1	0	0	1



Circuitos combinacionais com 2 variáveis - Exemplo #01

		<i>A</i>	
		0	1
<i>B</i>	0	X	1
	1	0	1

Expressão simplificada

$$G1 = A$$



Circuitos combinacionais com 2 variáveis - Exemplo #01

		A	
		0	1
B	0	X	0
	1	1	0

Expressão simplificada

$$R1 = \overline{A}$$



Circuitos combinacionais com 2 variáveis - Exemplo #01

		A	
		0	1
B	0	X	0
	1	1	0

Expressão simplificada

$$G2 = \overline{A}$$



Circuitos combinacionais com 2 variáveis - Exemplo #01

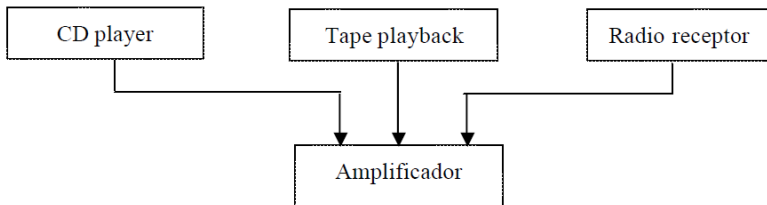
		<i>A</i>	
		0	1
<i>B</i>	0	X	1
	1	0	1

Expressão simplificada

$$R2 = A$$



Circuitos combinacionais com 3 variáveis - Exemplo #02



Circuitos combinacionais com 3 variáveis - Exemplo #02

Deseja-se instalar um amplificador para ligar três aparelhos, com as seguintes prioridades:

- Prioridade 1: CD player
- Prioridade 2: Tape playback
- Prioridade 3: Rádio receptor

Circuitos combinacionais com 3 variáveis - Exemplo #02

A	B	C	SA	SB	SC
0	0	0			
0	0	1			
0	1	0			
0	1	1			
1	0	0			
1	0	1			
1	1	0			
1	1	1			

Circuitos combinacionais com 3 variáveis - Exemplo #02

A	B	C	SA	SB	SC
0	0	0			
0	0	1			
0	1	0			
0	1	1			
1	0	0			
1	0	1			
1	1	0			
1	1	1			

Circuitos combinacionais com 3 variáveis - Exemplo #02

A	B	C	SA	SB	SC
0	0	0	X	X	X
0	0	1			
0	1	0			
0	1	1			
1	0	0			
1	0	1			
1	1	0			
1	1	1			



Circuitos combinacionais com 3 variáveis - Exemplo #02

A	B	C	SA	SB	SC
0	0	0	X	X	X
0	0	1			
0	1	0			
0	1	1			
1	0	0			
1	0	1			
1	1	0			
1	1	1			

Circuitos combinacionais com 3 variáveis - Exemplo #02

A	B	C	SA	SB	SC
0	0	0	X	X	X
0	0	1	0	0	1
0	1	0			
0	1	1			
1	0	0			
1	0	1			
1	1	0			
1	1	1			

Circuitos combinacionais com 3 variáveis - Exemplo #02

A	B	C	SA	SB	SC
0	0	0	X	X	X
0	0	1	0	0	1
0	1	0			
0	1	1			
1	0	0			
1	0	1			
1	1	0			
1	1	1			

Circuitos combinacionais com 3 variáveis - Exemplo #02

A	B	C	SA	SB	SC
0	0	0	X	X	X
0	0	1	0	0	1
0	1	0	0	1	0
0	1	1			
1	0	0			
1	0	1			
1	1	0			
1	1	1			

Circuitos combinacionais com 3 variáveis - Exemplo #02

A	B	C	SA	SB	SC
0	0	0	X	X	X
0	0	1	0	0	1
0	1	0	0	1	0
0	1	1			
1	0	0			
1	0	1			
1	1	0			
1	1	1			

Circuitos combinacionais com 3 variáveis - Exemplo #02

A	B	C	SA	SB	SC
0	0	0	X	X	X
0	0	1	0	0	1
0	1	0	0	1	0
0	1	1	0	1	0
1	0	0			
1	0	1			
1	1	0			
1	1	1			

Circuitos combinacionais com 3 variáveis - Exemplo #02

A	B	C	SA	SB	SC
0	0	0	X	X	X
0	0	1	0	0	1
0	1	0	0	1	0
0	1	1	0	1	0
1	0	0			
1	0	1			
1	1	0			
1	1	1			

Circuitos combinacionais com 3 variáveis - Exemplo #02

A	B	C	SA	SB	SC
0	0	0	X	X	X
0	0	1	0	0	1
0	1	0	0	1	0
0	1	1	0	1	0
1	0	0	1	0	0
1	0	1			
1	1	0			
1	1	1			

Circuitos combinacionais com 3 variáveis - Exemplo #02

A	B	C	SA	SB	SC
0	0	0	X	X	X
0	0	1	0	0	1
0	1	0	0	1	0
0	1	1	0	1	0
1	0	0	1	0	0
1	0	1			
1	1	0			
1	1	1			

Circuitos combinacionais com 3 variáveis - Exemplo #02

A	B	C	SA	SB	SC
0	0	0	X	X	X
0	0	1	0	0	1
0	1	0	0	1	0
0	1	1	0	1	0
1	0	0	1	0	0
1	0	1	1	0	0
1	1	0			
1	1	1			

Circuitos combinacionais com 3 variáveis - Exemplo #02

A	B	C	SA	SB	SC
0	0	0	X	X	X
0	0	1	0	0	1
0	1	0	0	1	0
0	1	1	0	1	0
1	0	0	1	0	0
1	0	1	1	0	0
1	1	0			
1	1	1			

Circuitos combinacionais com 3 variáveis - Exemplo #02

A	B	C	SA	SB	SC
0	0	0	X	X	X
0	0	1	0	0	1
0	1	0	0	1	0
0	1	1	0	1	0
1	0	0	1	0	0
1	0	1	1	0	0
1	1	0	1	0	0
1	1	1			

Circuitos combinacionais com 3 variáveis - Exemplo #02

A	B	C	SA	SB	SC
0	0	0	X	X	X
0	0	1	0	0	1
0	1	0	0	1	0
0	1	1	0	1	0
1	0	0	1	0	0
1	0	1	1	0	0
1	1	0	1	0	0
1	1	1			

Circuitos combinacionais com 3 variáveis - Exemplo #02

A	B	C	SA	SB	SC
0	0	0	X	X	X
0	0	1	0	0	1
0	1	0	0	1	0
0	1	1	0	1	0
1	0	0	1	0	0
1	0	1	1	0	0
1	1	0	1	0	0
1	1	1	1	0	0

Circuitos combinacionais com 3 variáveis - Exemplo #02

A	B	C	SA	SB	SC
0	0	0	X	X	X
0	0	1	0	0	1
0	1	0	0	1	0
0	1	1	0	1	0
1	0	0	1	0	0
1	0	1	1	0	0
1	1	0	1	0	0
1	1	1	1	0	0

Circuitos combinacionais com 3 variáveis - Exemplo #02

		AB			
		00	01	11	10
C	0	X	0	1	1
	1	0	0	1	1

Expressão simplificada

$$SA = A$$



Circuitos combinacionais com 3 variáveis - Exemplo #02

		AB			
		00	01	11	10
C	0	X	1	0	0
	1	0	1	0	0

Expressão simplificada

$$SB = \overline{A} \cdot B$$



Circuitos combinacionais com 3 variáveis - Exemplo #02

		AB			
		00	01	11	10
C	0	X	0	0	0
	1	1	0	0	0

Expressão simplificada

$$SC = \overline{A} \cdot \overline{B}$$



Exercícios

01. Quatro juízes participam de um programa de calouros e cada um tem a sua disposição, uma chave liga/desliga correspondendo ao julgamento do candidato: aprovado ou reprovado. Na saída existem três lâmpadas, correspondentes a três resultados: aprovado (pela maioria), reprovado (pela maioria) ou empate.

02. Um motor deve funcionar quando uma ou mais das seguintes condições forem satisfeitas: **(1)** Regime de carga $\geq 80\%$ e Temperatura $> 25^\circ\text{C}$; **(2)** Regime de carga $< 80\%$, Umidade relativa $> 60\%$ e Temperatura $> 25^\circ\text{C}$; **(3)** Regime de carga $< 80\%$, no período de carga entre as 15 h e 16 h; **(4)** Temperatura $> 25^\circ\text{C}$, fora do período de carga entre as 15 h e 16 h.

03. Projete um circuito digital com 4 variáveis de entrada, que indique quando há um número primo presente na entrada.



Referências e exercícios complementares

- IDOETA, Ivan V. e CAPUANO, Francisco G. Elementos de Eletrônica Digital. São Paulo: Editora Érica, ed. 40. 2008.

Página 174 - **4.3.1 até 4.3.8**



Códigos binários - BCD 8421

BCD 8241

- BCD: *binary coded decimal*.
- Técnica mais simples e normal de ser utilizada – **natural**.
- Cada dígito binário é representado pelo seu correspondente binário de 4 dígitos.
- 8421 indica os "pesos" de cada algarismo no sistema binário.
- A grande vantagem do sistema BCD 8421 é a facilidade entre homem-máquina.
- O código BCD, no entanto, é menos eficiente que o código binário puro, pois são usados **mais bits** para se representar um determinado valor.



Códigos binários - BCD 8421

Decimal	BCD 8421			
	A	B	C	D
0	0	0	0	0
1	0	0	0	1
2	0	0	1	0
3	0	0	1	1
4	0	1	0	0
5	0	1	0	1
6	0	1	1	0
7	0	1	1	1
8	1	0	0	0
9	1	0	0	1

- 10=0001 0000
- 11=0001 0001
- ...
- 15=0001 0101



Códigos binários - BCD 7421

Decimal	BCD 7421			
	A	B	C	D
0	0	0	0	0
1	0	0	0	1
2	0	0	1	0
3	0	0	1	1
4	0	1	0	0
5	0	1	0	1
6	0	1	1	0
7	1	0	0	0
8	1	0	0	1
9	1	0	1	0



Códigos binários - Excesso 3

- Transformação do número decimal no binário correspondente somando-se 3 unidades.
- É obtido adiantando o código BCD três vezes.
- Neste modelo há apenas de zero a nove decimal.
- Apresenta algumas vantagens nas operações matemáticas - utilizado em circuitos aritméticos.



Códigos binários - Excesso 3

Decimal	Excesso 3			
	A	B	C	D
0	0	0	1	1
1	0	1	0	0
2	0	1	0	1
3	0	1	1	0
4	0	1	1	1
5	1	0	0	0
6	1	0	0	1
7	1	0	1	0
8	1	0	1	1
9	1	1	0	0



Códigos binários - Gray

- De um número para o outro apenas **um bit** varia.
- A cada linha o número binário é variado em um algarismo de forma que não se repita nenhum anterior.
- Utilizado no K-map.
- Sua estrutura facilita a detecção de erros.



Códigos binários - Gray

Decimal	Gray			
	A	B	C	D
0	0	0	0	0
1	0	0	0	1
2	0	0	1	1
3	0	0	1	0
4	0	1	1	0
5	0	1	1	1
6	0	1	0	1
7	0	1	0	0
8	1	1	0	0
9	1	1	0	1
10	1	1	1	1
11	1	1	1	0
12	1	0	1	0
13	1	0	1	1
14	1	0	0	1
15	1	0	0	0



Códigos binários - Johnson

- Possui cinco dígitos binários.
- Cada código possui apenas um bit diferente do seu sucessor.
- Sua vantagem é a facilidade de gerar palavras código.



Códigos binários - Johnson

Decimal	Johnson				
	A	B	C	D	E
0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	1
2	0	0	0	1	1
3	0	0	1	1	1
4	0	1	1	1	1
5	1	1	1	1	1
6	1	1	1	1	0
7	1	1	1	0	0
8	1	1	0	0	0
9	1	0	0	0	0



Códigos binários - 9876543210

- Decodificação de “uma saída de 10”.
- Um único bit será 1, enquanto os demais serão 0
- O valor 1 assume a posição correspondente ao número decimal



Códigos binários - 9876543210

Decimal	9876543210									
	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
2	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
3	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
4	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
5	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
6	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
7	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
8	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
9	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0

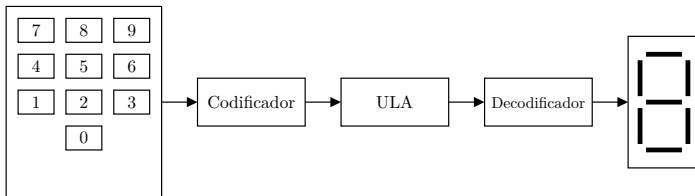


Codificadores e decodificadores

- **Codificador** é um circuito combinacional que torna possível a passagem de um código conhecido para um desconhecido.
- Por outro lado, **decodificador** faz a operação inversa: passa um código desconhecido para um conhecido.



Codificadores e decodificadores

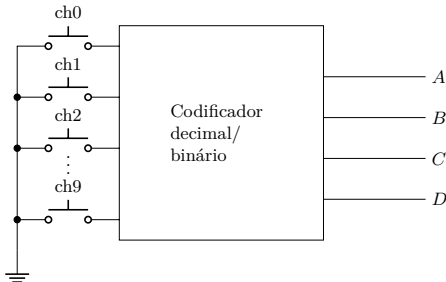


Atenção:

- Depende do referencial.
- Para o usuário:
 - Sistema de entrada: codificador.
 - Sistema de saída: decodificador.
- Para a máquina:
 - Sistema de entrada: decodificador.
 - Sistema de saída: codificador.

Codificadores e decodificadores - Projeto #01 - calculadora

- Primeira parte: codificador decimal-binário



Codificador decimal-binário

- Entrada: chaves de 0 a 9
- Saída: 4 bits em BCD 8421
- Chave fechada equivale a nível 0 - problema TTL.



Codificadores e decodificadores - Projeto #01 - calculadora

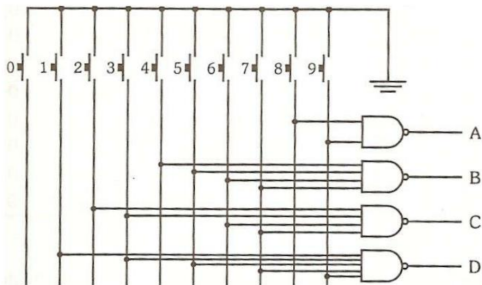
Decimal	BCD 8421			
	A	B	C	D
Ch0	0	0	0	0
Ch1	0	0	0	1
Ch2	0	0	1	0
Ch3	0	0	1	1
Ch4	0	1	0	0
Ch5	0	1	0	1
Ch6	0	1	1	0
Ch7	0	1	1	1
Ch8	1	0	0	0
Ch9	1	0	0	1



Codificadores e decodificadores - Projeto #01 - calculadora

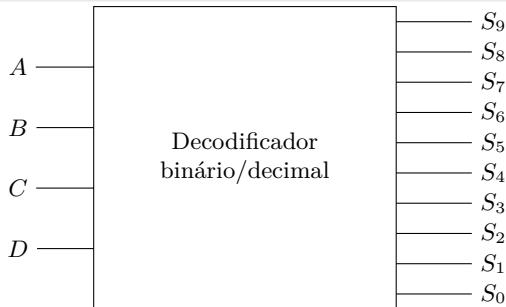
Lembre-se:

- Chave fechada equivale a nível 0 - problema TTL.
- Utilização de uma porta NAND em cada saída
- Fornece nível 1 quando qualquer entrada for 0 (chave fechada).



Codificadores e decodificadores - Projeto #01 - calculadora

- Segunda parte: decodificador binário-decimal



Decodificador decimal-binário

- Entrada: 4 bits em BCD 8421
- Saída: Código 9876543210



Codificadores e decodificadores - Projeto #01 - calculadora

BCD 8421				Código 9876543210									
<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>	<i>S</i> ₉	<i>S</i> ₈	<i>S</i> ₇	<i>S</i> ₆	<i>S</i> ₅	<i>S</i> ₄	<i>S</i> ₃	<i>S</i> ₂	<i>S</i> ₁	<i>S</i> ₀
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
0	1	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Codificadores e decodificadores - Projeto #01 - calculadora

Agora...

- Monta-se o Mapa de Karnaugh para cada uma das saídas da tabela.
- Código BCD 8421 só vai até o 9 - demais casos: condição irrelevante



Codificadores e decodificadores - Projeto #01 - calculadora

		<i>CD</i>			
		00	01	11	10
<i>AB</i>	00	0	0	0	0
	01	0	0	0	0
	11	X	X	X	X
	10	0	1	X	X

Expressão simplificada

$$S_9 = A \cdot D$$



Codificadores e decodificadores - Projeto #01 - calculadora

		<i>CD</i>			
		00	01	11	10
<i>AB</i>	00	0	0	0	0
	01	0	0	0	0
	11	X	X	X	X
	10	1	0	X	X

Expressão simplificada

$$S_8 = A \cdot \overline{D}$$



Codificadores e decodificadores - Projeto #01 - calculadora

		<i>CD</i>			
		00	01	11	10
<i>AB</i>	00	0	0	0	0
	01	0	0	1	0
	11	X	X	X	X
	10	0	0	X	X

Expressão simplificada

$$S_7 = B \cdot C \cdot D$$



Codificadores e decodificadores - Projeto #01 - calculadora

		<i>CD</i>			
		00	01	11	10
<i>AB</i>	00	0	0	0	0
	01	0	0	0	1
	11	X	X	X	X
	10	0	0	X	X

Expressão simplificada

$$S_6 = B \cdot C \cdot \overline{D}$$



Codificadores e decodificadores - Projeto #01 - calculadora

		<i>CD</i>			
		00	01	11	10
<i>AB</i>	00	0	0	0	0
	01	0	1	0	0
	11	X	X	X	X
	10	0	0	X	X

Expressão simplificada

$$S_5 = B \cdot \overline{C} \cdot D$$



Codificadores e decodificadores - Projeto #01 - calculadora

		<i>CD</i>			
		00	01	11	10
<i>AB</i>	00	0	0	0	0
	01	1	0	0	0
	11	X	X	X	X
	10	0	0	X	X

Expressão simplificada

$$S_4 = B \cdot \overline{C} \cdot \overline{D}$$



Codificadores e decodificadores - Projeto #01 - calculadora

		<i>CD</i>			
		00	01	11	10
<i>AB</i>	00	0	0	1	0
	01	0	0	0	0
	11	X	X	X	X
	10	0	0	X	X

Expressão simplificada

$$S_3 = \overline{B} \cdot C \cdot D$$



Codificadores e decodificadores - Projeto #01 - calculadora

		<i>CD</i>			
		00	01	11	10
<i>AB</i>	00	0	0	0	1
	01	0	0	0	0
	11	X	X	X	X
	10	0	0	X	X

Expressão simplificada

$$S_2 = \overline{B} \cdot C \cdot \overline{D}$$



Codificadores e decodificadores - Projeto #01 - calculadora

		<i>CD</i>			
		00	01	11	10
<i>AB</i>	00	0	1	0	0
	01	0	0	0	0
	11	X	X	X	X
	10	0	0	X	X

Expressão simplificada

$$S_1 = \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot \overline{C} \cdot D$$



Codificadores e decodificadores - Projeto #01 - calculadora

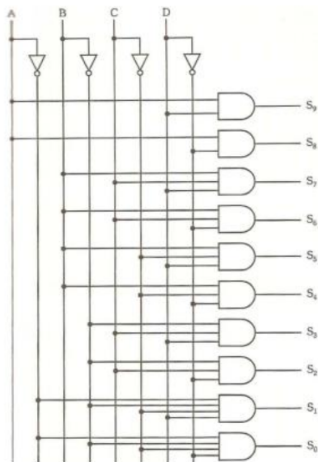
		<i>CD</i>			
		00	01	11	10
<i>AB</i>	00	1	0	0	0
	01	0	0	0	0
	11	X	X	X	X
	10	0	0	X	X

Expressão simplificada

$$S_0 = \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot \overline{C} \cdot \overline{D}$$



Codificadores e decodificadores - Projeto #01 - calculadora



Codificadores e decodificadores - Projeto #02 - conversor BCD 8421 para Excesso 3

Situação

- 2 códigos.
- Construir a tabela verdade que os relaciona.
- Simplificar via K-Map.

Conversor BCD 8421 para Excesso 3

- Entrada: código BCD 8421.
- Saída: código Excesso 3.



Codificadores e decodificadores - Projeto #02 - conversor BCD 8421 para Excesso 3

BCD 8421				Excesso 3			
A	B	C	D	S_3	S_2	S_1	S_0
0	0	0	0	0	0	1	1
0	0	0	1	0	1	0	0
0	0	1	0	0	1	0	1
0	0	1	1	0	1	1	0
0	1	0	0	0	1	1	1
0	1	0	1	1	0	0	0
0	1	1	0	1	0	0	1
0	1	1	1	1	0	1	0
1	0	0	0	1	0	1	1
1	0	0	1	1	1	0	0



Codificadores e decodificadores - Projeto #02 - conversor BCD 8421 para Excesso 3

		<i>CD</i>			
		00	01	11	10
<i>AB</i>	00	0	0	0	0
	01	0	1	1	1
	11	X	X	X	X
	10	1	1	X	X

Expressão simplificada

$$S_3 = B \cdot D + B \cdot C + A$$



Codificadores e decodificadores - Projeto #02 - conversor BCD 8421 para Excesso 3

		<i>CD</i>			
		00	01	11	10
<i>AB</i>	00	0	1	1	1
	01	1	0	0	0
	11	X	X	X	X
	10	0	1	X	X

Expressão simplificada

$$S_2 = B \cdot \bar{C} \cdot \bar{D} + \bar{B} \cdot C + \bar{B} \cdot D$$



Codificadores e decodificadores - Projeto #02 - conversor BCD 8421 para Excesso 3

		<i>CD</i>			
		00	01	11	10
<i>AB</i>	00	1	0	1	0
	01	1	0	1	0
	11	X	X	X	X
	10	1	0	X	X

Expressão simplificada

$$S_1 = \overline{C} \cdot \overline{D} + C \cdot D$$



Codificadores e decodificadores - Projeto #02 - conversor BCD 8421 para Excesso 3

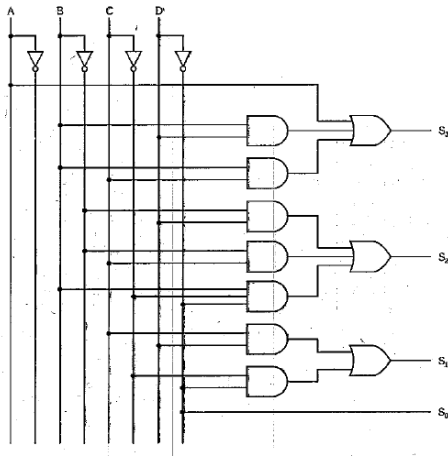
		<i>CD</i>			
		00	01	11	10
<i>AB</i>	00	1	0	0	1
	01	1	0	0	1
	11	X	X	X	X
	10	1	0	X	X

Expressão simplificada

$$S_0 = \overline{D}$$

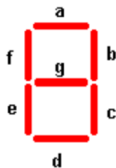


Codificadores e decodificadores - Projeto #02 - conversor BCD 8421 para Excesso 3



Exercícios

01. Um **Display de 7 segmentos** pode ser visto a seguir.



Este dispositivo possibilita a escrita de números decimais de 0 a 9, além de outros caracteres. Cada segmento possui um LED.

Projete um decodificador BCD 8421 para um display 7 segmentos. Como entrada considere os dígitos 0 a 9; e como saída os segmentos "a" até "g". *Dica:* Verifique em cada caractere os segmentos que devem ser acesos e atribua o nível 1 em função da respectiva entrada no código binário.

Referências e exercícios complementares

- IDOETA, Ivan V. e CAPUANO, Francisco G. Elementos de Eletrônica Digital. São Paulo: Editora Érica, ed. 40. 2008.

Página 229 - **5.6.1 até 5.6.9**



Sumário

- 1 Conceitos iniciais e sistemas de numeração
- 2 Álgebra booleana e funções (portas lógicas)
- 3 Circuitos digitais, expressões booleanas e tabela verdade
- 4 Simplificação de expressões booleanas por álgebra
- 5 Simplificação de expressões booleanas por mapa de Karnaugh
- 6 Circuitos combinacionais
- 7 Circuitos aritméticos**
- 8 Circuitos integrados



Circuitos aritméticos

- Circuitos que realizam operações aritméticas com números binários.
- São utilizados, principalmente, para construir a **ULA** - Unidade Lógica Aritmética.
- Geralmente realizam operações de soma e subtração.



Circuitos somadores - Meio somador

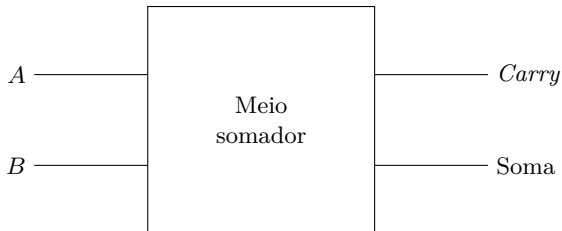
Meio Somador

- Possibilita a soma de 2 números binários de 1 bit.
- Entradas: 2 bits.
- Saídas: Soma + *Carry*.

<i>A</i>	<i>B</i>	<i>S</i>	<i>C</i>
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1



Circuitos somadores - Meio somador



Circuitos somadores - Meio somador

		A	
		0	1
B	0	0	1
	1	1	0

Expressão simplificada

$$S = A \oplus B$$



Circuitos somadores - Meio somador

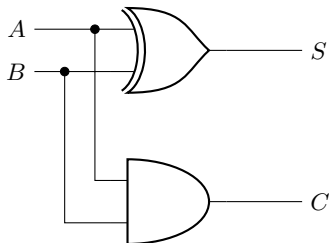
		<i>A</i>	
		0	1
<i>B</i>	0	0	0
	1	0	1

Expressão simplificada

$$C = A \cdot B$$



Circuitos somadores - Meio somador



Circuitos somadores - Somador completo

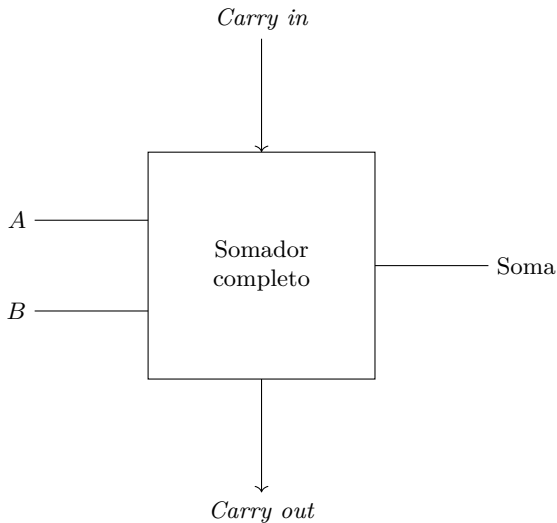
Somador Completo

- Possibilita a soma de 2 números binários de 1 bit + o carry anterior.
- Entradas: 2 bits + *Carry in*.
- Saídas: Soma + *Carry out*.

A	B	C_{in}	S	C_{out}
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1



Circuitos somadores - Somador completo



Circuitos somadores - Somador completo

		AB			
		00	01	11	10
C_{in}	0	0	1	0	1
	1	1	0	1	0

Expressão simplificada

$$S = A \oplus B \oplus C_{in}$$



Circuitos somadores - Somador completo

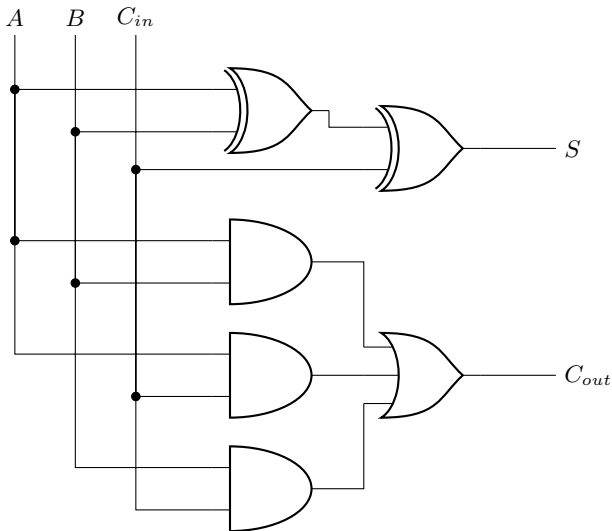
		AB			
		00	01	11	10
C_{in}	0	0	0	1	0
	1	0	1	1	1

Expressão simplificada

$$C_{out} = A \cdot B + B \cdot C_{in} + A \cdot C_{in}$$



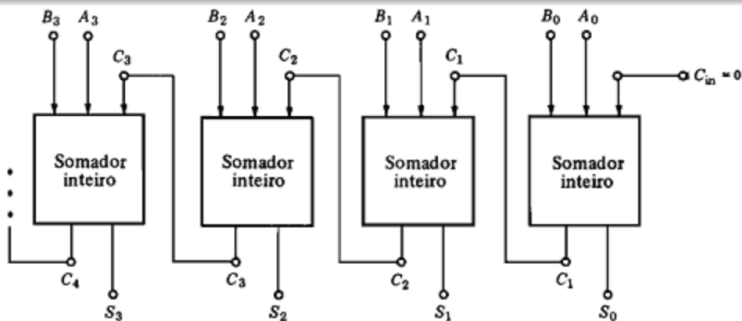
Circuitos somadores - Somador completo



Circuitos somadores - Somador de n bits

Ex.: Somador de 4 bits

- Utiliza-se 4 somadores completos, um para cada bit.
- Para o LSB pode ser utilizado um meio somador - **Por quê?**
- Conecta-se cada C_{out} no C_{in} do próximo bit.



Circuitos somadores - Somador completo a partir de meio somadores

- Meio somador:

$$S = A \oplus B$$

$$C = A \cdot B$$

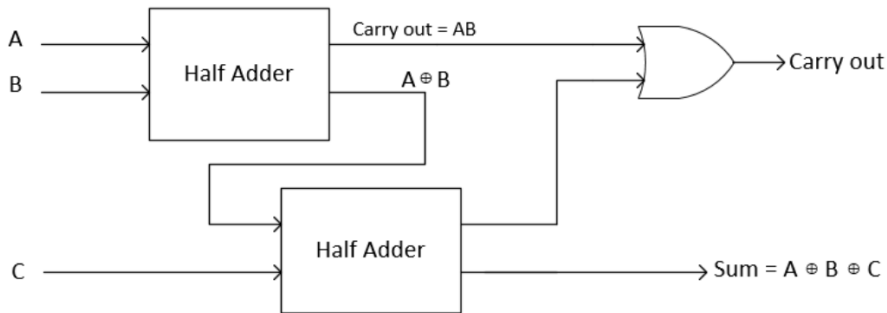
- Somador completo:

$$S = A \oplus B \oplus C_{in}$$

$$\begin{aligned} C_{out} &= \bar{A} \cdot B \cdot C_{in} + A \cdot \bar{B} \cdot C_{in} + A \cdot B \cdot \overline{C_{in}} + A \cdot B \cdot C_{in} \\ &= C_{in}(A \oplus B) + A \cdot B \end{aligned}$$



Circuitos Somadores - Somador completo a partir de meio somadores



Circuitos subtratores - Meio subtrator

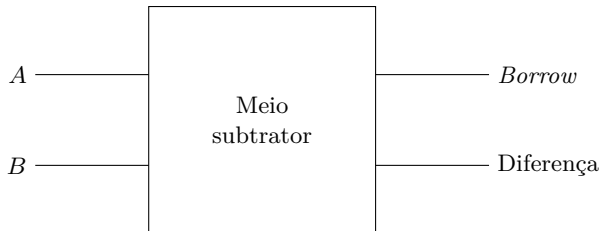
Meio Subtrator

- Possibilita a subtração de 2 números binários de 1 bit.
- Entradas: 2 bits.
- Saídas: Diferença + *Borrow*.

A	B	D	B_o
0	0	0	0
0	1	1	1
1	0	1	0
1	1	0	0



Circuitos subtratores - Meio subtrator



Circuitos subtratores - Meio subtrator

		A	
		0	1
B	0	0	1
	1	1	0

Expressão simplificada

$$D = A \oplus B$$

Circuitos subtratores - Meio subtrator

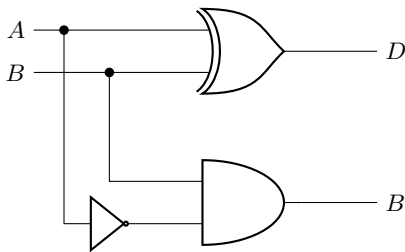
		A	
		0	1
B	0	0	0
	1	1	0

Expressão simplificada

$$B_o = \overline{A} \cdot B$$



Circuitos subtratores - Meio subtrator



Circuitos subtratores - Subtrator completo

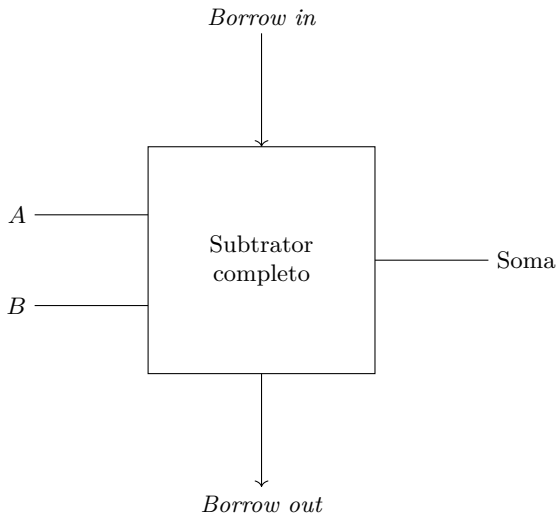
Subtrator Completo

- Possibilita a soma de 2 números binários de 1 bit + o borrow anterior.
- Entradas: 2 bits + *Borrow* anterior.
- Saídas: Diferença + *Borrow*.

A	B	B_{in}	D	B_{out}
0	0	0	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	1	0	0	0
1	1	1	1	1



Circuitos subtratores - Subtrator completo



Circuitos subtratores - Subtrator completo

		AB			
		00	01	11	10
B_{in}	0	0	1	0	1
	1	1	0	1	0

Expressão simplificada

$$D = A \oplus B \oplus B_{in}$$



Circuitos subtratores - Subtrator completo

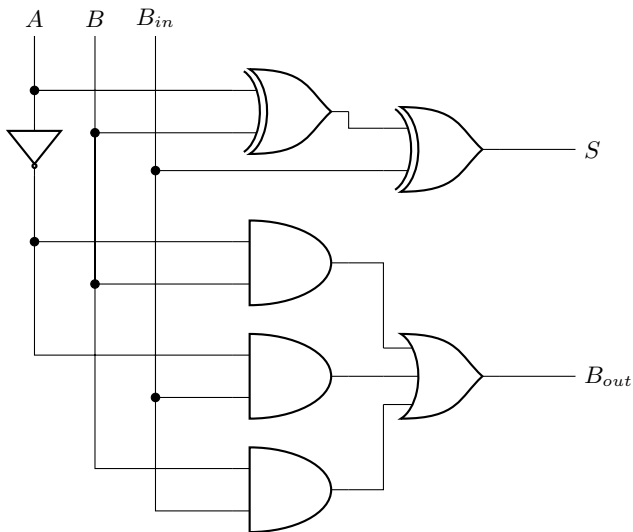
		AB			
		00	01	11	10
B_{in}	0	0	1	0	0
	1	1	1	1	0

Expressão simplificada

$$B_{out} = \overline{A} \cdot B + \overline{A} \cdot B_{in} + B \cdot B_{in}$$



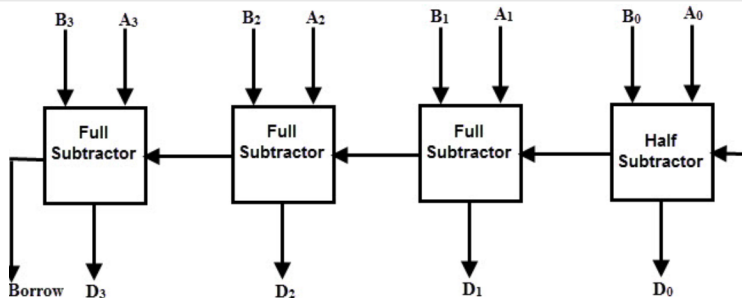
Circuitos subtratores - Subtrator completo



Circuitos subtratores - Subtrator de n bits

Ex.: Subtrator de 4 bits

- Utiliza-se 4 subtratores completos, um para cada bit.
- Conecta-se cada B_{out} no B_{in} do próximo bit.



Circuitos subtratores - Subtrator completo a partir de meio subtratores

- Meio subtrator:

$$D = A \oplus B_{in}$$

$$B_{out} = \overline{A} \cdot B$$

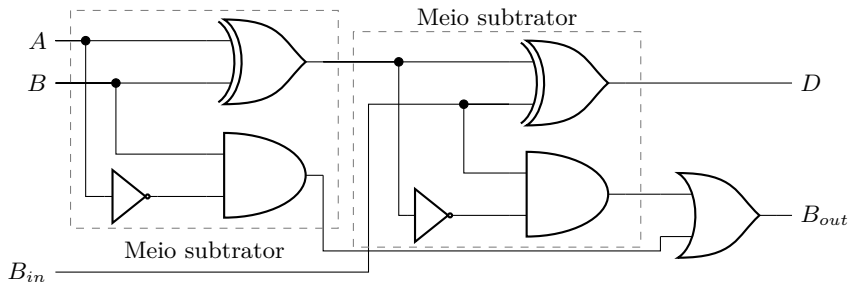
- Subtrator completo:

$$D = A \oplus B \oplus B_{in}$$

$$\begin{aligned} B_{out} &= \overline{A} \cdot B \cdot \overline{B_{in}} + \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot B_{in} + \overline{A} \cdot B \cdot B_{in} + A \cdot B \cdot B_{in} \\ &= B_{in}(\overline{A \oplus B}) + \overline{A} \cdot B \end{aligned}$$



Circuitos subtratores - Subtrator completo a partir de meio subtratores



Exercícios

01. Projete um circuito combinacional que realize as duas operações - somador e subtrator. Para tal, acrescente uma variável de entrada **M** que faça este controle. Assuma que para $M = 0$, o circuito realize uma soma completa.
02. Desenhe um sistema somador para dois números de dois bits apenas com blocos de somadores completos.



Referências e exercícios complementares

- IDOETA, Ivan V. e CAPUANO, Francisco G. Elementos de Eletrônica Digital. São Paulo: Editora Érica, ed. 40. 2008.

Página 229 - **5.6.10 até 5.6.17**



Sumário

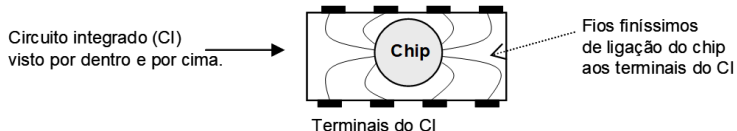
- 1 Conceitos iniciais e sistemas de numeração
- 2 Álgebra booleana e funções (portas lógicas)
- 3 Circuitos digitais, expressões booleanas e tabela verdade
- 4 Simplificação de expressões booleanas por álgebra
- 5 Simplificação de expressões booleanas por mapa de Karnaugh
- 6 Circuitos combinacionais
- 7 Circuitos aritméticos
- 8 Circuitos integrados**



Introdução

Definição

Os circuitos integrados são circuitos eletrônicos funcionais, constituídos por um conjunto de transistores, diodos, resistências e condensadores, fabricados num mesmo processo, sobre uma substância comum semicondutora de silício que se designa vulgarmente por chip.



Vantagens e limitações

Vantagens

- Redução de custos, peso e tamanho.
- Maior velocidade de trabalho.
- Menor consumo de energia.
- Redução dos erros de montagem.
- Melhoria das características técnicas do circuito.
- Simplifica ao máximo a produção industrial.



Vantagens e limitações

Limitações

- Limitação nos valores das resistências e condensadores.
- Reduzida potência de dissipação.
- Limitações nas tensões de funcionamento.
- Impossibilidade de integrar num chip bobinas ou indutâncias.

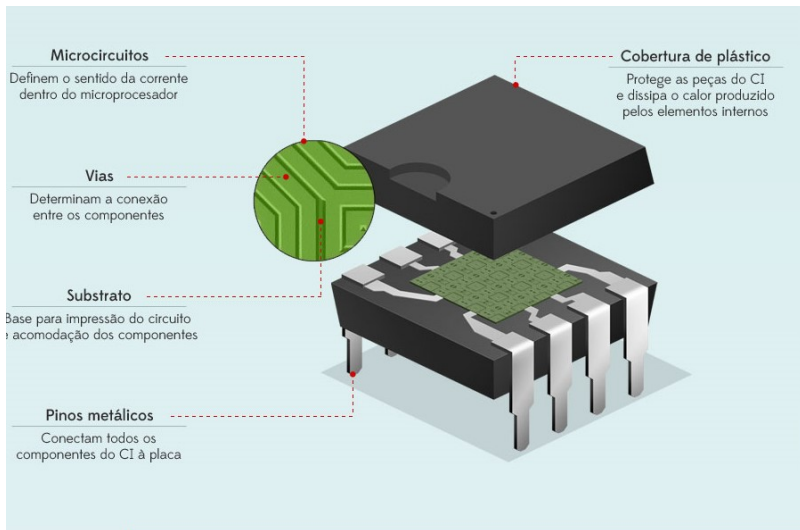
Escala de integração e nanotecnologia

As portas não são vendidas individualmente, mas agrupadas em um circuito integrado (chip). Variam de acordo com seu tamanho:

- **SSI (Small Scale Integration)** - 1 a 12 portas.
- **MSI (Medium Scale Integration)** - 13 a 99 portas.
- **LSI (Large Scale Integration)** - 100 a 9999 portas.
- **VLSI (Very Large Scale Integration)** - 10 000 a 99 999 portas.
- **ULSI (Ultra Large Scale Integration)** - Acima de 100 000 portas.

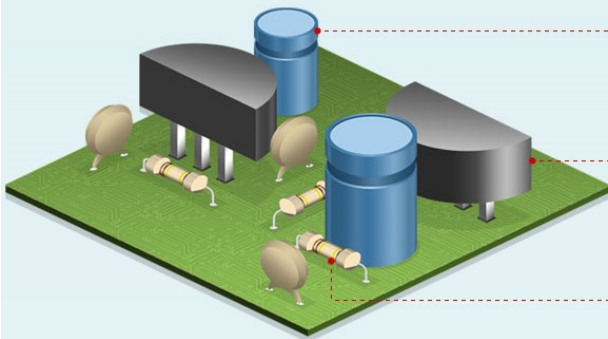


Como funciona?



Como funciona?

Os principais componentes de um CI



Capacitor

Peças com dois terminais
(feitas com condutores e isoladores)
que armazenam energia

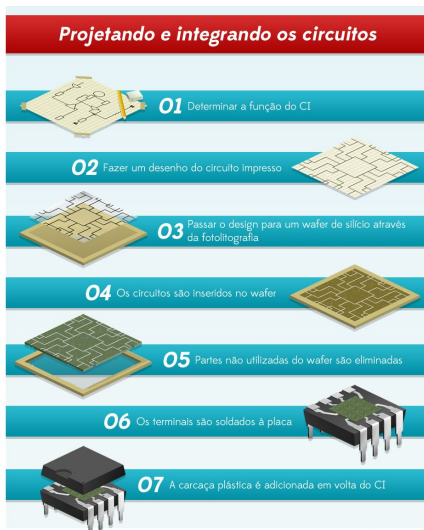
Transistor

Dispositivos semicondutor com
três terminais capazes de alternar
e amplificar um sinal eletrônico

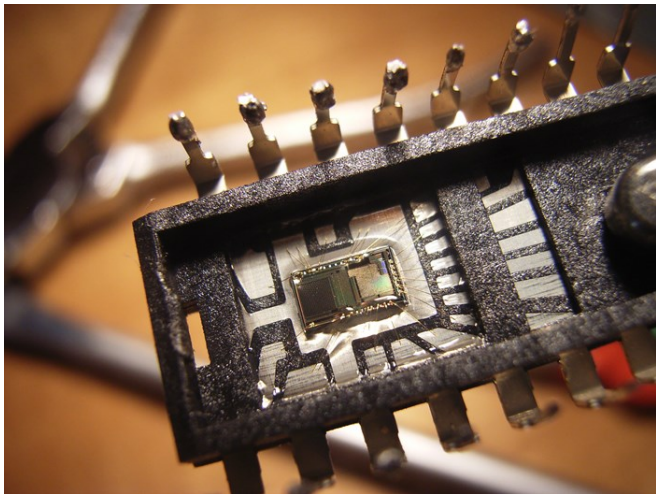
Resistor

Componentes de dois terminais
que adicionam resistência à corrente,
limitando o fluxo da corrente

Como funciona?



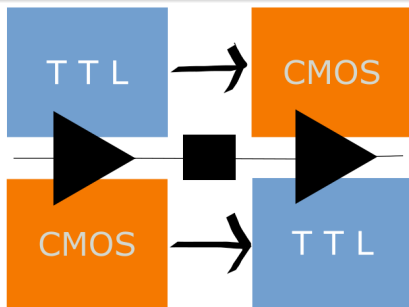
Como funciona?



Famílias: TTL x CMOS

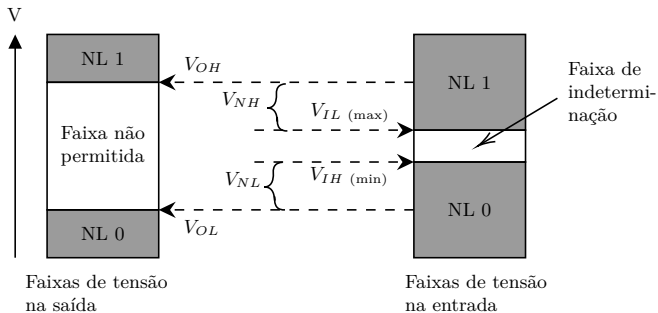
Introdução

- Tipo de estrutura interna.
- Cada família utiliza determinados componentes em seus blocos.
- Diferentes características.



Conceitos - Níveis de tensão

- Níveis 1 e 0 dentro de faixas.



Conceitos - Níveis de corrente

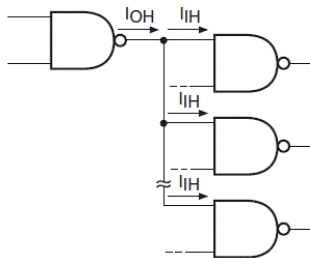
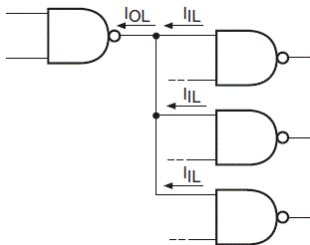
De modo semelhante ao nível de tensão:

- I_{IL} : valor de corrente máxima no terminal de entrada quando é aplicado nível 0
- I_{OL} : valor de corrente máxima que a saída pode receber quando em nível 0
- I_{IH} : valor de corrente máxima no terminal de entrada quando é aplicado nível 1
- I_{OH} : valor de corrente máxima que a saída pode receber quando em nível 1



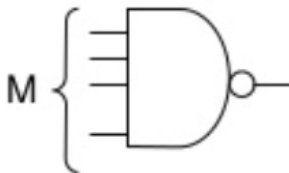
Conceitos - *Fan out*

- A mesma saída pode ser usada para excitar diversas funções.
- A entrada de cada função precisa de certa corrente e a saída da função que vai excitar tem uma capacidade limitada de fornecimento de corrente.



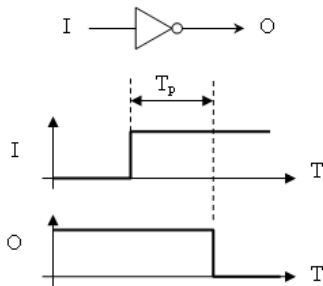
Conceitos - *Fan in*

- Definido como o número de entradas de determinada porta lógica
- Quanto maior este número, mais lenta será a porta.



Conceitos - Tempo de atraso de propagação

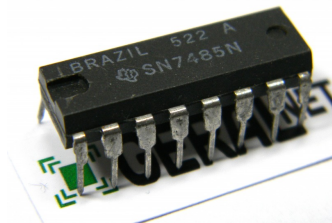
- Tempo que o bloco lógico leva para mudar de estado após uma mudança de nível.
- t_{PLH} : *low to high* - tempo para mudar de 0 para 1.
- t_{PHL} : *high to low* - tempo para mudar de 1 para 0.



A família TTL

Conceitos

- TTL significa Transistor-Transistor-Logic.
- A família TTL foi originalmente desenvolvida pela Texas Instruments.
- Série 74xx - comercial.
- Série 54xx - militar.



A família TTL - Voltagem

- Alimentado com uma tensão de 5 V.
- Nível lógico 0 é sempre a ausência de tensão ou 0 V.
- Nível lógico 1 é sempre uma tensão de 5 V.
- Os níveis lógicos para serem reconhecidos devem estar dentro de faixas bem definidas.

Níveis de Tensão Elétrica –
Entrada TTL



Níveis de Tensão Elétrica –
Saída TTL



A família TTL - Corrente

- I_{IL} : 1,6 mA.
- I_{OL} : 16 mA.
- I_{IH} : 40 μ A.
- I_{OH} : 400 μ A.

A família TTL - Tempo de atraso

- Valor médio de aproximadamente 10 ns, na versão *standard*.



A família CMOS

Conceitos

- CMOS significa Complementary MOS.
- Transistores MOSFET.
- Série 4000A - comercial.
- Série 4000B - comercial.
- Série 54/74C - comercial - similar ao TTL.
- Série 74HC/74HCT - comercial - alta velocidade.



A família CMOS - Voltagem

- Série 4000/74C - 3 a 15 V
- Série 74HC - 2 a 6 V
- Série 74HCT - 4,5 a 5,5 V

Níveis de Tensão Elétrica
CMOS



A família CMOS - Corrente

- I_{IL} : 1 μ A.
- I_{OL} : 0,4mA.
- I_{IH} : 1 μ A.
- I_{OH} : 0,4mA.

A família CMOS - Tempo de atraso

- Valor médio de aproximadamente 90 ns, nas séries mais comuns.



TTL x CMOS

Comparação entre as famílias

- A família CMOS possui maior imunidade a ruídos.
- A família CMOS possui um maior número de *fan out*.
- Ao contrário da família TTL, na CMOS não é aconselhável deixar terminais de entradas desconectados. Estes devem ser ligados na tensão positiva ou terra, dependendo do modelo.
- A família CMOS trabalha com uma faixa maior para alimentação.
- A família TTL não possui problemas com o manuseio dos CI - eletricidade estática.
- A família TTL possui um tempo de atraso menor, se comparado com a CMOS.



Exercícios

01. No último slide, têm-se a seguinte afirmação: “*A família CMOS possui um maior número de fan out*”. Através dos conceitos e cálculos estudados, mostre que esta afirmação é verdadeira.



Referências e exercícios complementares

- IDOETA, Ivan V. e CAPUANO, Francisco G. Elementos de Eletrônica Digital. São Paulo: Editora Érica, ed. 40. 2008.

Página 469 - **9.8.9 até 9.8.11**



Encerramento

Tais notas de aula consistem em um compilado de diversas fontes, inclusive do livro texto indicado.

Estas não substituem a leitura do livro e a presença em sala de aula.

É expressamente proibido sua cópia, reprodução, difusão, transmissão, modificação, venda, publicação, distribuição ou qualquer outro uso, na totalidade ou em parte, sem prévia autorização por escrito.

Para quaisquer dúvidas e/ou informações:

yago.correa@ifff.edu.br

