

→ Atividades

- Matrizes

listas

1)

a) $A + 2B$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 7 \end{bmatrix} + 2 \begin{bmatrix} 0 & 5 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 7 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 5 \\ 3 & -2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 5 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 7 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 10 \\ 6 & -4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 10 \\ 8 & 3 \end{bmatrix}$$

b) $AB - B \cdot A$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 7 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 7 \end{pmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 \cdot 0 + 0 \cdot 3 & 1 \cdot 5 + 0 \cdot (-2) \\ 2 \cdot 0 + 7 \cdot 3 & 2 \cdot 5 + 7 \cdot (-2) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \cdot 1 + 5 \cdot 2 & 0 \cdot 0 + 5 \cdot 7 \\ 3 \cdot 1 + (-2) \cdot 2 & 3 \cdot 0 + (-2) \cdot 7 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 5 \\ 21 & -4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 10 & 35 \\ -1 & -14 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -10 & -30 \\ 22 & 10 \end{bmatrix}$$

c) $2C - D$

$$\begin{pmatrix} -2 & 3 & -7 \\ 7 & -3 & -2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2 & 3 & -7 \\ 7 & -3 & -2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -3 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 4 \\ -2 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -4 & 6 & -14 \\ 14 & -6 & -4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -3 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 4 \\ -2 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

Impossível

d) $20^t - 3E^t$

$$2 \cdot \begin{bmatrix} -3 & 1 & -2 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 4 & 2 \end{bmatrix} - 3 \cdot \begin{bmatrix} 2 & -1 & -6 \\ 4 & 0 & -9 \\ 3 & -4 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 6 & 2 & -4 \\ 4 & 2 & 0 \\ 0 & 8 & 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 6 & -3 & -18 \\ 12 & 0 & 0 \\ -9 & -12 & -3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -12 & 5 & 14 \\ -8 & 2 & 0 \\ 9 & 20 & 7 \end{bmatrix}$$

e) $D^2 + D \cdot E$

$$\begin{pmatrix} -3 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 4 \\ -2 & 0 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -3 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 4 \\ -2 & 0 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -3 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 4 \\ -2 & 0 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 4 & -3 \\ -2 & 0 & -4 \\ 6 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -9 & 6 & 0 \\ -3 & 3 & 8 \\ -6 & 0 & 6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -6 & 4 & 0 \\ 2 & 2 & 8 \\ 0 & 4 & 8 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -6 & 4 & 0 \\ 2 & 2 & 8 \\ 0 & 4 & 8 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & 4 & -3 \\ -2 & 0 & -4 \\ 6 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 11 & -4 & 8 \\ -10 & 3 & 12 \\ 2 & -4 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -8 & -2 & 1 \\ -5 & 4 & -11 \\ -16 & 8 & -4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3 & -16 & 9 \\ -33 & 7 & 1 \\ -14 & -12 & 8 \end{bmatrix}$$

f) $C^t \cdot A$

$$\begin{bmatrix} 2 & 7 \\ 3 & -3 \\ -7 & -2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 7 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -2 & 14 \\ 3 & 6 \\ -7 & -4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 14 \\ 0 & -21 \\ 0 & -14 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 12 & 49 \\ -3 & -21 \\ -11 & -14 \end{bmatrix}$$

g) $E - A^2$

$$\begin{bmatrix} 2 & 4 & -3 \\ -1 & 0 & -4 \\ 6 & 0 & -1 \end{bmatrix} - \left(\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 7 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 3 & -7 \\ 7 & -3 & -2 \end{bmatrix} \right)$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 4 & -3 \\ -1 & 0 & -4 \\ 6 & 0 & -1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -2 & 0 & 3 & 0 & -7 & 0 \\ -4 & 14 & 6 & -21 & -14 & -14 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 4 & -3 \\ -1 & 0 & -4 \\ 6 & 0 & -1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -2 & 3 & -7 \\ 14 & -15 & -28 \end{bmatrix} = \text{Impossível}$$

h) $F^t E$

$$\begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 4 & -3 \\ -3 & 0 & -4 \\ 6 & 0 & -1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 2 & 2 & 0 & 4 & 0 & 0 & -3 & 8 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 4 & 4 & 0 \end{bmatrix}$$

$$1 \times 2 \quad 2 \times 3 \quad 3 \times 1$$

i) $B \cdot C \cdot F$

$$\begin{bmatrix} 0 & 5 \\ 3 & -2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -2 & 2 & -1 \\ 0 & -3 & -2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0+35 & 0-15 & 0-10 \\ -6+14 & 4+6 & -2+10 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 35 & -15 & -10 \\ -2 & 10 & -10 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 35 & -10 & 0 \\ -20 & -36 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 65 \\ -50 \end{bmatrix}$$

$$2 \times 3 \quad 3 \times 1$$

2-

a) Existente $\rightarrow C_{3 \times 4}$

e) Inexistente $\rightarrow 4 \neq 3$

b) Existente $\rightarrow C_{4 \times 2}$

f) Existente $\rightarrow C_{4 \times 4}$

c) Inexistente $\rightarrow 2 \neq 3$

g) Existente $\rightarrow C_{2 \times 3}$

d) Existente $\rightarrow C_{5 \times 3}$

h) Existente $\rightarrow C_{1 \times 2}$

3-

$$a) \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -3 \\ 4 & 2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$d) \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 6 & 8 \\ 4 & 8 & 12 & 16 \\ 6 & 12 & 18 & 24 \\ 8 & 16 & 24 & 32 \end{bmatrix}$$

$$b) \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & -1 & -2 \\ 3 & 8 & 1 \\ 8 & 7 & 12 \end{bmatrix}$$

$$c) \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \end{bmatrix}$$

4-

$$a) \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 2 & -1 & 4 \\ -3 & -1 & -7 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -2 & -3 & 2 \\ 1 & 4 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1+0+15 & 2+0+12 & 1+0+15 \\ 2+(-2)+2 & 4+3+16 & 2+(-2)+20 \\ -3+6+(-3) & -6+3+(-28) & -3+(-2)+(-35) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 14 & 16 \\ 0 & 23 & 20 \\ 0 & -31 & -40 \end{bmatrix} \Rightarrow a_{2 \times 3} = 20$$

$$b) \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -2 & -3 & 2 \\ 1 & 4 & 5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 2 & -1 & 4 \\ -3 & -1 & -7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1+4+(-3) & 0+(-2)+(-1) & 3+8+(-7) \\ -2+(-6)+(-6) & 0+3+(-2) & -6+(-2)+(-14) \\ 1+8+(-15) & 0+(-4)+(-5) & 3+16+(-35) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 4 \\ -14 & 1 & -22 \\ -6 & -9 & -16 \end{bmatrix} \Rightarrow a_{2 \times 3} = -32$$

$$c) \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 2 & -1 & 4 \\ -3 & -1 & -7 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 2 & -1 & 4 \\ -3 & -1 & -7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1+0+(-9) & 0+0+(-3) & 3+0+(-21) \\ 2+(-2)+(-12) & 0+1+(-4) & 6+(-4)+(-28) \\ -3+(-2)+21 & 0+1+7 & -9+(-4)+49 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -8 & -3 & -18 \\ -12 & -3 & -26 \\ 16 & 8 & 36 \end{bmatrix} \Rightarrow a_{3 \times 1} = 16$$

$$d) \text{tr}(A) = 1 + (-3) + 5 = 3$$

$$e) \det(A) = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 0 & -1 & -1 \\ 3 & 4 & -7 \end{vmatrix} = -9$$

$$f) \det(A-B) = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -2 & -3 & 2 \\ 1 & 4 & 5 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 1 & 0 & 3 \\ -2 & -1 & 4 \\ -3 & -1 & 7 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & 2 & -2 \\ -4 & -2 & -2 \\ 4 & 5 & 12 \end{vmatrix} = 10$$

$$g) \det(AB) = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -2 & -3 & 2 \\ 1 & 4 & 5 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 2 & -1 & 4 \\ -3 & -1 & 7 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1+4+(-3) & 0+(-2)+(-3) & 3+8-7 \\ -2+(-6)+(-6) & 0+3+(-2) & -6+(-12)+(-24) \\ 1+8+(-15) & 0+(-4)+(-5) & 3+16+(-35) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & -5 & 4 \\ -14 & 1 & -32 \\ -6 & -9 & -16 \end{vmatrix} = 2+1+(-16) = -13$$

5-

$$a) 2x + \begin{bmatrix} -1 & 7 \\ 2 & 6 \end{bmatrix} = 3 \cdot \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$b) y + \begin{bmatrix} -1 & 7 \\ 2 & 6 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \left(\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \right)^t$$

$$2x + \begin{bmatrix} -1 & 7 \\ 2 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 3 \\ 12 & 9 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$y + \begin{bmatrix} -1 & 7 \\ 2 & 6 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \left(\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 3 \end{bmatrix} \right)^t$$

$$2x + \begin{bmatrix} -1 & 7 \\ 2 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 5 \\ 13 & 9 \end{bmatrix}$$

$$y + \begin{bmatrix} -1 & 7 \\ 2 & 6 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$2x = \begin{bmatrix} -6 & 5 \\ 13 & 9 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -1 & 7 \\ 2 & 6 \end{bmatrix}$$

$$y = \begin{bmatrix} 2/2 & 3/2 \\ -1/2 & 3/2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -1 & 7 \\ 2 & 6 \end{bmatrix}$$

$$-\frac{1}{2} - \frac{3}{2} - \frac{3}{2} - \frac{4}{2} = -\frac{9}{2}$$

$$2x = \begin{bmatrix} -5 & -2 \\ 11 & 3 \end{bmatrix}$$

$$y = \begin{bmatrix} -3 & -11/2 \\ -5/2 & -9/2 \end{bmatrix}$$

$$x = \begin{bmatrix} -5/2 & -1 \\ 11/2 & 3/2 \end{bmatrix}$$

$$c) 3x + \begin{bmatrix} -1 & 7 \\ 2 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 3 \end{bmatrix} - x$$

$$d) \begin{cases} x + y = 3A \\ x - y = 2B + C \end{cases} \rightarrow \begin{bmatrix} 1/2 & 25/2 \\ 15/2 & 12 \end{bmatrix} + y = 3 \cdot \begin{bmatrix} -1 & 7 \\ 2 & 6 \end{bmatrix}$$

$$3x + x = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -1 & 7 \\ 2 & 6 \end{bmatrix}$$

$$2x = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 7 \\ 2 & 6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$y = \begin{bmatrix} -3 & 21 \\ 6 & 18 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1/2 & 25/2 \\ 15/2 & 12 \end{bmatrix}$$

$$4x = \begin{bmatrix} 3 & -6 \\ 2 & -3 \end{bmatrix}$$

$$2x = \begin{bmatrix} -3 & 21 \\ 6 & 18 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 8 & 6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$y = \begin{bmatrix} -7/2 & 19/2 \\ -3/2 & 6 \end{bmatrix}$$

$$x = \begin{bmatrix} 3/4 & -3/2 \\ 1/2 & -3/4 \end{bmatrix}$$

$$2x = \begin{bmatrix} 1 & 25 \\ 15 & 24 \end{bmatrix}$$

$$x = \begin{bmatrix} 1/2 & 25/2 \\ 15/2 & 12 \end{bmatrix}$$

$$6 - A^2 = 2A \rightarrow A^n = 2^{n-1} \cdot A$$

$$n=1 \rightarrow A^1 = 2^{1-1} \cdot A \rightarrow A = 2^0 \cdot A \rightarrow A = A$$

$$n=2 \rightarrow A^2 = 2^{2-1} \cdot A \rightarrow A^2 = 2A$$

$$n=3 \rightarrow A^3 = 2^{3-1} \cdot A \rightarrow A^3 = 4A$$

$$n=4 \rightarrow A^4 = 2^{4-1} \cdot A \rightarrow A^4 = 8A$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} \cdot 2$$

7)

$$a - A(B \cdot C)$$

$$= AB + AC$$

$$= X + Y$$

$$b - B^T A^T = X^T$$

$$c - C^T A^T = Y^T$$

$$d - (A \cdot B \cdot A) \cdot C$$

$$(X \cdot A) \cdot C$$

$$X \cdot (A \cdot C)$$

$$XY$$

10)

$$a - R(\theta)^T R(\theta) = I$$

$$\begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} = I$$

$$\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I$$

$$b - \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \\ x & y & z \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & x \\ 0 & 1/\sqrt{2} & y \\ 0 & 1/\sqrt{2} & z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} 1+x^2=1 & 1/2+y^2=1 & 1/2+z^2=1 \\ x=0 & y^2=0.5 & z^2=0.5 \\ & y=\sqrt{0.5} & z=\sqrt{0.5} \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} 1+0+x^2 & 0+0+yx & 0+0+zx \\ 0+0+xy & 0+1/2+y^2 & 0+1/2+zy \\ 0+0+xz & 0+1/2+yz & 0+1/2+z^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1+x^2 & yx & zx \\ xy & 1/2+y^2 & 1/2+zy \\ xz & 1/2+yz & 1/2+z^2 \end{bmatrix}$$

8)

$$a) \begin{bmatrix} 4 & x+2 \\ 3x-3 & x+1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 2x+3 \\ x+2 & 2x+1 \end{bmatrix} \sim \begin{cases} 2x-3 = x+2 \\ x=5 \end{cases} \quad A = \begin{bmatrix} 4 & 7 \\ 7 & 6 \end{bmatrix}$$

$$b) A^T = \begin{bmatrix} 0 & x & y \\ -4 & 0 & 2z \\ 2 & 1/2 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 4 & -2 \\ -x & 0 & -1/2+z \\ -y & -1/2 & 0 \end{bmatrix} \sim \begin{cases} x=4 \\ y=-2 \\ z=-1 \end{cases}$$

$$q) \begin{bmatrix} 3x & 3y \\ 3z & 3t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x+4 & 6+(x+y) \\ -1+(z+t) & 2t+3 \end{bmatrix} \quad \begin{cases} 3x = x+4 \\ 2x = 4 \\ x = 2 \end{cases} \quad \begin{cases} 3y = 6+(2+y) \\ 3y-y = 6+2 \\ y = 8 \end{cases} \quad \begin{cases} 3t = 2t+3 \\ t = 3 \end{cases} \quad \begin{cases} 3z = -1+(2+3) \\ 3z \cdot z = -1+3 \\ 2z = 2 \\ z = 1 \end{cases}$$