__/__/__

lista 2

1)

a- $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -4 & 3 \end{bmatrix} = 1 \cdot 3 - (-8) = 3 + 8 = 11$

b- $\begin{bmatrix} \sqrt{2} & 3\sqrt{6} \\ 2 & \sqrt{3} \end{bmatrix} = (3\sqrt{6} \cdot 2) - (\sqrt{2} \cdot \sqrt{3}) = 6\sqrt{6} \cdot \sqrt{6} = 6 \cdot 6 = 36$ //

c- $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 5 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ $D = a_{11} \cdot a_{22} - a_{12} \cdot a_{21}$

$D = 5 \cdot 0 - (-1 \cdot 1) = 1$

$D = 1 + 1 = 2$ //

d- $\begin{bmatrix} -2 & 1 & -1 \\ 1 & 5 & 4 \\ -3 & 4 & 2 \end{bmatrix}$ $D = a_{11} \cdot a_{22} - a_{12} \cdot a_{21}$

$D = 1 \cdot 4 - (5 \cdot (-3))$

$D = 4 - (-15)$

$D = 4 + 15$

$D = 19$

e- $\begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & 1 \\ 2 & -1 & 2 \end{bmatrix}$ $D = 1 \cdot (-1) - (2 \cdot 3)$

$D = -1 - 6$

$D = -7$

f- $\begin{bmatrix} 3 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$ $3 \cdot (-1)^{1+1} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} + 0 + 0 + 0$ $\quad 1 \cdot (-1)^{1+3} \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = -1$ $\quad D = (-1 - 1) \cdot 3 = -6$ //

$1 \cdot (-1)^{1+1} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} + 0 = -1$

g- $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 5 & 1 & 2 & 5 & 3 \\ 7 & 2 & \sqrt{5} & 0 & 0 \\ 10 & -3 & 6 & 1 & 0 \\ -2 & -3 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ $1 \cdot (-1)^{1+1} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 5 & 3 \\ 2 & \sqrt{5} & 0 & 0 \\ -3 & 6 & 1 & 0 \\ -3 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + 0 + 0 + 0 + 0$ 1×3 1×3 $\quad -3 \cdot (-1)^4 \begin{bmatrix} \sqrt{5} & 0 \\ 6 & 1 \end{bmatrix} + 0 + 0$

$-3 \cdot (\sqrt{5}) = -3\sqrt{5}$

$3 \cdot (-1)^5 \begin{bmatrix} 2 & \sqrt{5} & 0 \\ -3 & 6 & 1 \\ -3 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ 3×1 $0 + 0 + 0$ 2×3 $\quad D = -3\sqrt{5} \cdot (-3) \cdot 1 = 9\sqrt{5}$

h- $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ $3 \cdot (-1)^{1+1} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -2 & 0 & 0 \end{bmatrix} + 0 + 0 + 0 \rightarrow 0 + (-2) \cdot (-1)^{2+4} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} + 0 + 0 \rightarrow 0 + 0 + 1 \cdot (-1)^{3+3} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$

$0 - 2 \cdot 0 = 0$ $\quad 0 + 0 + 1 \cdot (0 - 0) = 0$

$D = 3 \cdot 0 \cdot 0 = 0$ //

2)

a- $\det(A+B)$

$\begin{bmatrix} 3 & -5 & 7 \\ 4 & 2 & 8 \\ 1 & -9 & 6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4 & 3 & 7 \\ -1 & 0 & 2 \\ 3 & 1 & -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & -2 & 14 \\ 3 & 2 & 10 \\ 4 & -8 & +2 \end{bmatrix} \begin{matrix} 7 & -2 \\ 3 & 2 \\ 4 & -8 \end{matrix}$

$-112 + 560 + 12 + 28 - 80 - 336 = 72$

b- $\det(AB) \rightarrow \det(A) \cdot \det(B)$

$\det(A) = \begin{bmatrix} 3 & -5 & 7 \\ 4 & 2 & 8 \\ 1 & -9 & 6 \end{bmatrix} \begin{matrix} 3 & -5 \\ 4 & 2 \\ 1 & -9 \end{matrix}$

$= 14 + 216 + 120 + 36 - 40 - 252 = 66$

$\det(B) = \begin{bmatrix} 4 & 3 & 7 \\ -1 & 0 & 2 \\ 3 & 1 & -4 \end{bmatrix} \begin{matrix} 4 & 3 \\ -1 & 0 \\ 3 & 1 \end{matrix} =$

$= 0 - 8 - 12 + 0 + 18 - 7 = -9$

$= -9 \cdot 66 = -594$

___/___/___

c- $\det(B^t \cdot A^t) \to \det(B^t) \cdot \det(A^t)$
$\det(A^t) = \det(A) = 66$
$\det(B^t) = \det(B) = -9 \Rightarrow 66 \cdot (-9) = -594$

d- $\det(3 \cdot A - 2C + B)$

$$\left(3 \cdot \begin{bmatrix} 3 & -5 & 7 \\ 4 & 2 & 8 \\ 1 & -9 & 6 \end{bmatrix}\right) - \left(2 \begin{bmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 6 & 9 & -2 \\ 8 & 12 & -3 \end{bmatrix}\right) + \begin{bmatrix} 4 & 3 & 7 \\ -1 & 0 & 2 \\ 3 & 1 & -4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 9 & -15 & 21 \\ 12 & 6 & 24 \\ 3 & -27 & 18 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 4 & 6 & -2 \\ 12 & 18 & -4 \\ 16 & 24 & -6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4 & 3 & 7 \\ -1 & 0 & 2 \\ 3 & 1 & -4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 9 & -18 & 30 \\ -1 & -12 & 30 \\ -10 & -50 & 20 \end{bmatrix} \begin{matrix} 9 & -18 \\ -1 & -12 \\ -10 & -50 \end{matrix}$$

$-3600 + 13500 - 360 - 2160 + 5400 + 1500 = 14280$

e) $\det(A \cdot C^t)$

$\det(C^t) = \det(C) = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 6 & 9 & -2 \\ 8 & 12 & -3 \end{bmatrix} \to 2 \cdot (-1)^{1+1} \cdot \begin{bmatrix} 9 & -2 \\ 12 & -3 \end{bmatrix} + 3 \cdot (-1)^{1+2} \begin{bmatrix} 6 & -2 \\ 8 & -3 \end{bmatrix} + (-1) \cdot (-1)^{1+3} \begin{bmatrix} 6 & 9 \\ 8 & 12 \end{bmatrix}$

$2 \cdot (24 - 27) + (-3) \cdot (16 - 18) + (-1) \cdot (-72 + 72) = -6 + 6 + 0 = 0$

$\det(A) \cdot \det(C^t) = 66 \cdot 0 = 0$

3)
a- $\det(A^t) = -2$
b- $\det(6 \cdot A) = 6 \cdot \det(A) = 6 \cdot (-2) = -12$
c- $\det(A^7) \Rightarrow \det(A^n) = \det(A) \Rightarrow (-2)^7 = -128$
d- $\det(A^{-1}) = \det(A^{-1}) = \frac{1}{\det(A)} = \frac{1}{-2} = -\frac{1}{2}$ //

4)
a- $\begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ 4g & 4h & 4i \end{bmatrix} = -3 \cdot 4 = -12$

b- $\begin{bmatrix} a & b & -2c \\ 3d & 3e & -6f \\ g & h & -2i \end{bmatrix} = -3$

c- $\begin{bmatrix} -a & -b & -c \\ g & h & i \\ -d & -e & -f \end{bmatrix} = (-1) \cdot (-3) = 3$

d- $\begin{bmatrix} g & h & i \\ a & b & c \\ d & e & f \end{bmatrix} = -(-3) = 3$ //

e- $\begin{bmatrix} a & b & c \\ 2d+a & 2e+b & 2f+c \\ g & h & i \end{bmatrix} = -3$

f- $\begin{bmatrix} Ka+a & Kb+b & Kc+c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix} = -3$

__/__/__

5) $\begin{bmatrix} 10 & 8 & 40 & 2 \\ 4 & 6 & 20 & 4 \\ -5 & -7 & -30 & 1 \\ 3 & -6 & -30 & 12 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 & 8 & 4 & 2 \\ 4 & 6 & -2 & -4 \\ -5 & -7 & -3 & 1 \\ 3 & -6 & -3 & 12 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 4 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & -1 & -2 \\ -5 & -7 & -3 & 1 \\ 1 & -2 & -1 & 4 \end{bmatrix} \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 =$

linhas 3 → l_3 - linhas

$\begin{bmatrix} 5 & 4 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & -1 & -2 \\ 10 & -4 & -5 & 0 \\ 1 & -2 & -1 & 4 \end{bmatrix} \cdot 12$

$1 \cdot (-1)^{1+4} \begin{bmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 10 & -7 & -5 \\ 1 & -2 & 1 \end{bmatrix} + 2 \cdot (-1)^{2+4} \begin{bmatrix} 5 & 4 & 2 \\ 10 & -7 & -5 \\ 1 & -2 & 1 \end{bmatrix} + 0 + 4 \cdot (-1)^{4+4} \begin{bmatrix} 5 & 4 & 2 \\ 2 & 3 & -1 \\ 10 & -7 & -5 \end{bmatrix}$

$-8 \qquad -22 \quad +0 \quad +8$

6)

a- $\begin{bmatrix} 4 & 6 & x \\ 7 & 4 & 2x \\ 5 & 2 & -x \end{bmatrix} = -128 \rightarrow x \cdot (-1)^{1+3} \cdot \begin{bmatrix} 7 & 4 \\ 5 & 2 \end{bmatrix} + 2x \cdot (-1)^{2+3} \begin{bmatrix} 4 & 6 \\ 5 & 2 \end{bmatrix} + (-x) \cdot (-1)^{3+3} \begin{bmatrix} 4 & 6 \\ 7 & 4 \end{bmatrix}$

$x \cdot (14-20) + (-2x) \cdot (8-30) + (-x) \cdot (16-42)$

$-6x + 44x + 26x = 128 \rightarrow x = 2$

b- $\begin{bmatrix} 3 & 5 & 7 \\ 2x & x & 3x \\ 4 & 6 & 7 \end{bmatrix} = 39 \rightarrow 2x \cdot (-1)^{2+1} \begin{bmatrix} 5 & 7 \\ 6 & 7 \end{bmatrix} + x \cdot (-1)^{2+2} \begin{bmatrix} 3 & 7 \\ 4 & 7 \end{bmatrix} + 3x \cdot (-1)^{2+3} \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 4 & 6 \end{bmatrix}$

$-2x \cdot (35-42) + x \cdot (21-28) - 3x \cdot (18-20)$

$+14x - 7x + 6x = 39 \rightarrow \frac{39}{13} = 3$

c- $\begin{bmatrix} x+3 & x+1 & x+4 \\ 4 & 5 & 3 \\ 9 & 10 & 7 \end{bmatrix} = -7 \rightarrow (x+3) \cdot (-1)^{1+1} \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 10 & 7 \end{bmatrix} + (x+1) \cdot (-1)^{1+2} \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 9 & 7 \end{bmatrix} + (x+4) \cdot (-1)^{1+3} \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 9 & 10 \end{bmatrix}$

$x+3 \cdot (35-30) - (x+1) \cdot (28-27) + (x+4) \cdot (40-45)$

$((x+3) \cdot 5) - ((x+1) \cdot 1) + ((x+4) \cdot (-5)) = -7$

$5x + 15 - x - 1 - 5x - 20 = -7 \rightarrow -x = -1 \rightarrow x = 1$

d- $\begin{bmatrix} x & x+2 \\ 1 & x \end{bmatrix} = 0 \rightarrow x \cdot x + 2 \cdot 1 = 0 \qquad det = (-2) \cdot (-2) + (2+2) \cdot 1$

$x + 2 = 0 \qquad det = -4 + 4 = 0$

$x = -2$

e- $\begin{bmatrix} x-4 & 0 & 3 \\ 2 & 0 & x-9 \\ 0 & 3 & 0 \end{bmatrix} = 0 + 0 + 3(-1)^{3+2} \begin{bmatrix} x-4 & 3 \\ 2 & x-9 \end{bmatrix}$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = (13)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 30$

$(x-4) \cdot (x-9) - 6 = x^2 - 9x - 4x + 36 - 6 = 0 \qquad \Delta = 169 - 120$

$x_1 = \frac{-(-13)+7}{2} = 10$ { x tem que ser diferente de 3 e 10 para que o det(E) ≠ 0 e a matriz seja inversível }

$x^2 - 13x + 30 = 0 \qquad \Delta = 49$

$x_2 = \frac{-(-13)-7}{2} = 3$

__/__/__

7-

a- $(A)\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \cdot (A^{-1})\begin{bmatrix} w & x \\ y & z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ou seja $\rightarrow \begin{bmatrix} a \cdot w + c \cdot x = 1 & b \cdot w + d \cdot x = 0 \\ a \cdot y + c \cdot z = 0 & b \cdot y + d \cdot z = 1 \end{bmatrix}$

b- $(A)\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 2 \end{bmatrix} \cdot (A^{-1})\begin{bmatrix} w & x \\ y & z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \cdot w + 5x = 1 & 1 \cdot w + 2x = 0 \\ 3 \cdot y + 5z = 0 & 1 \cdot y + 2z = 1 \end{bmatrix}$

$\rightarrow w + 2x = 0$ | $\rightarrow y + 2z = 1$ | $\rightarrow 3 \cdot (1-2z) + 5z = 0$ | $\rightarrow 3 \cdot (-2x) + 5x = 1$

$w = -2x$ | $y = 1 - 2z$ | $3 - 6z + 5z = 0$ | $-6x + 5x = 1$

$w = -2 \cdot (-1)$ | $y = 1 - 2 \cdot 3$ | $-z = -3$ | $-x = 1$

$w = 2$ | $y = -5$ | $z = 3$ | $x = -1$

$(A^{-1}) = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -5 & 3 \end{bmatrix}$

$(B)\begin{bmatrix} 4 & 7 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \cdot (B^{-1})\begin{bmatrix} w & x \\ y & z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4w + x = 1 & 7w + 2x = 0 \\ 4y + z = 0 & 7y + 2z = 1 \end{bmatrix}$

$4y + z = 0$ | $4w + x = 1$ | $7w + 2(1-4w) = 0$ | $7y + 2 \cdot (-4y) = 1$

$z = -4y$ | $x = 1 - 4w$ | $7w + 2 - 8w = 0$ | $7y - 8y = 1$

$z = -4 \cdot (-1)$ | $x = 1 - 4 \cdot 2$ | $-w = -2$ | $-y = 1$

$z = 4$ | $x = -7$ | $w = 2$ | $y = -1$

$(B^{-1}) = \begin{bmatrix} 2 & -7 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$

$(A \cdot B)^{-1} \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 4 & 7 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12+15 & 21+2 \\ 20+2 & 35+4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 27 & 23 \\ 22 & 39 \end{bmatrix}$

{pela análise do resultado das outras, vou poupar trabalho}

$(AB^{-1}) = \begin{bmatrix} 39 & -23 \\ -22 & 27 \end{bmatrix}$

8)

a- $\begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$ $A_{1x1} = (-1)^{1+1} \cdot det(1) = 1$

$A_{1x2} = (-1)^{2+1}\, det(3) = -3$

$A_{2x1} = (-1)^{2+1}\, det(-2) = 2$

$A_{2x2} = (-1)^{2+2}\, det(2) = 2$

$\begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$

b- $\begin{bmatrix} 2 & -2 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$ $A_{1x1} = (-1)^{1+1} \cdot det\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} = -3$

$-2 - 1 = -3$

$A_{1x2} = (-1)^{1+2}\, det\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = 1$

$-1 - 0 = -1$

$A_{1x3} = (-1)^{1+3} \cdot det\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = 1$

$1 - 0 = 1$

$A_{2x1} = (-1)^{2+1} \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} = -2$

$2 + 0 = 2$

__/__/__

$A_{2x2} = (-1)^{2+2} \cdot \det \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = -2$; $-2-0=-2$

$A_{3x2} = (-1)^{3+2} \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = -2$; $2-0$

$A_{2x3} = (-1)^{2+3} \det \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = -2$; $2-0$

$A_{3x3} = (-1)^{3+3} \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = 2$; $4-2$

$A_{3x1} = (-1)^{3+1} \det \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} = -2$; $-2-0$

$$\begin{bmatrix} -3 & 1 & 1 \\ -2 & -2 & -2 \\ -2 & -2 & 2 \end{bmatrix}$$

q) $M^{-1} = \frac{1}{\det(M)} \cdot \bar{M}$

a- $\begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$; $2-(-6)=8$

$A_{1x1} = (-1)^{1+1} \cdot \det(1) = 1$

$A_{1x2} = (-1)^{1+2} \cdot \det(3) = -3$

$A_{2x1} = (-1)^{2+1} \det(-2) = 2$

$A_{2x2} = (-1)^{2+2} \det(2) = 2$

$\bar{A} = cof(A)^t \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} 1/8 & 1/4 \\ -3/8 & 1/4 \end{bmatrix}$

b- $\begin{bmatrix} 2 & -2 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \rightsquigarrow 0 + 1 \cdot (-1)^{2+3} \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + (-1) \cdot (-1)^{3+3} \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$

$0 + \quad 2-0=2 \quad 4-(-2)=6 = 8$

$B_{1x1} = (-1)^{1+1} \cdot \det \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} = -3$

$B_{1x2} = (-1)^{1+2} \cdot \det \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = 1$

$B_{1x3} = (-1)^{1+3} \cdot \det \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = 1$

$B_{2x1} = (-1)^{2+1} \cdot \det \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} = -2$

$B_{2x2} = (-1)^{2+2} \det \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = -2$

$B_{2x3} = (-1)^{2+3} \det \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = -2$

$B_{3x1} = (-1)^{3+1} \det \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = 2$

$B_{3x2} = (-1)^{3+2} \det \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = -2$

$B_{3x3} = (-1)^{3x3} \det \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = 6$

$$\begin{bmatrix} -3 & 1 & 1 \\ -2 & -2 & -2 \\ 2 & 2 & 6 \end{bmatrix}$$

$\bar{B} = \begin{bmatrix} -3 & -2 & -2 \\ 1 & -2 & 2 \\ 1 & -2 & 6 \end{bmatrix} \rightsquigarrow (B^{-1}) \begin{bmatrix} -3/8 & -1/4 & -1/4 \\ 1/8 & -1/4 & 1/4 \\ 1/8 & -1/4 & 3/4 \end{bmatrix}$

c- $\begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 2 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \rightsquigarrow 1 \cdot (-1)^{3+1} \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} + 1 \cdot (-1)^{3+2} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} + 0$

$1 + 2 + 0 = 3$

$C_{1x1} = (-1)^{1+1} \det \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = 1$

$C_{1x2} = (-1)^{1+2} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = -1$

$C_{1x3} = (-1)^{1+3} \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = 2$

$C_{2x1} = (-1)^{2+1} \det \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = 1$

$C_{2x2} = (-1)^{2+2} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = -1$

$C_{2x3} = (-1)^{2+3} \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = -1$

$C_{3x1} = (-1)^{3+1} \det \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = 1$

$C_{3x2} = (-1)^{3+2} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} = 2$

$C_{3x3} = (-1)^{3+3} \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} = 2$

$cof(C) = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 1 & -1 & -1 \\ 1 & 2 & 2 \end{bmatrix}$

$\bar{C} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 2 & -1 & 2 \end{bmatrix} \rightsquigarrow (C^{-1}) = \begin{bmatrix} 1/3 & 1/3 & 1/3 \\ 1/3 & -1/3 & -1/3 \\ 2/3 & -1/3 & 2/3 \end{bmatrix}$ //

d- $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \rightsquigarrow 1 \cdot (-1)^{1+1} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} + 0 + 0 + 1 \cdot (-1)^{1+4} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \rightsquigarrow 3 - 2 = 1 \; det(D)$

$1 (-1)^{1+1} \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} + 0 + 0 \quad 0 + 1 \cdot (-1)^{1+2} \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} + 0 = 2$

$= 3$

$D_{1\times1} = (-1)^{1+1} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} = 3$ (det = 3)

$D_{1\times2} = (-1)^{1+2} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 3 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} = 0$ (det = 0)

$D_{1\times3} = (-1)^{1+3} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = 0$

$D_{1\times4} = (-1)^{1+4} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} = -2$

$D_{2\times1} = (-1)^{2+1} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} = 0$ (det = 0)

$D_{2\times2} = (-1)^{2+2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 3 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} = 0$

$D_{2\times3} = (-1)^{2+3} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} = 0$

$D_{2\times4} = (-1)^{2+4} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = 0$

$D_{3\times1} = (-1)^{3+1} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} = 0$ (det = 0)

$D_{3\times2} = (-1)^{3+2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} = 0$

$D_{3\times3} = (-1)^{3+3} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = 0$

$D_{3\times4} = (-1)^{3+4} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} = 1$

$D_{4\times1} = (-1)^{4+1} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 3 \end{bmatrix} = 0$ (det = 0)

$D_{4\times2} = (-1)^{4+2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \end{bmatrix} = 0$

$D_{4\times3} = (-1)^{4+3} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 3 \end{bmatrix} = -1$

$D_{4\times4} = (-1)^{4+4} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \end{bmatrix} = 2$

$\begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ -2 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} \rightsquigarrow (D^{-1}) = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ -2 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$

10)

$2A^t = C - XB$

a- $2A^t = C - XB$

$-XB = 2A^t - C \cdot (-1)$

$(B^{-1}) XB = C - 2A^t \cdot (B^{-1})$

$X = (C - 2A^t) \cdot (B^{-1})$ //

b- $2 \cdot \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & -1 \\ -1 & 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 4 & 0 \\ 0 & 8 & -2 \\ -2 & 0 & 6 \end{bmatrix} - \left(X \cdot \begin{bmatrix} 3 & -2 & 6 \\ 2 & -1 & 5 \\ 1 & 0 & 3 \end{bmatrix} \right)$

$\begin{bmatrix} 2 & 4 & 0 \\ 0 & 6 & -2 \\ -2 & 0 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 4 & 0 \\ 0 & 8 & -2 \\ -2 & 0 & 6 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3X & -2X & 6X \\ 2X & -X & 5X \\ X & 0 & 3X \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} 2 & 4 & 0 \\ 0 & 6 & -2 \\ -2 & 0 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4-3X & 4+2X & -6X \\ -2X & 8+X & -2-5X \\ -2-X & 0 & 6-3X \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} 2/3 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 2/3 \end{bmatrix}$

$4 - 3x = 2$
$-3x = -2$
$x = \frac{2}{3}$

$6 - 3x = 4$
$-3x = -2$
$x = \frac{2}{3}$