INTELIGÊNCIA ARTIFICIAL

LÓGICA RELACIONAL

Huei Diana Lee

Introdução

- O **Cálculo Relacional** (CR) é uma extensão do Cálculo Proposicional e possui maior capacidade de representação de conhecimento

- O CR é também denominado:
  - Cálculo de Predicados
  - Lógica Relacional
  - Lógica de Primeira Ordem (LPO)

Introdução

- No Cálculo Proposicional (CP), são utilizadas **proposições** para a representação de conceitos

- No Cálculo Relacional são utilizados:
  - **Objetos** (pertencentes a um domínio D)
  - **Fatos** sobre objetos
  - **Relações** entre os objetos de D

Motivação

- Dado o domínio

  D={ângelo, josé, fábio}

- Para expressar que todos os homens são fortes no Cálculo Proposicional, é necessário definir uma proposição para cada homem do domínio D
  - p: ângelo é forte
  - q: josé é forte
  - r: fábio é forte

Motivação

- Suponha D = conjunto de todos brasileiros

- Expressar no CP que todos os homens são fortes torna-se inviável (para domínios com grande número de elementos)

- Por exemplo:

  ângelo é forte

  josé é forte

  fábio é forte

  joão é forte

  mauro é forte

  rodrigo é forte

  ...

Solução

- Utilizar **variáveis**, como X ou Y, para representar elementos genéricos do domínio
- Por exemplo:
  - Para todo $X \in D$, **se** X é homem **então** X é forte

ou ainda,

  - Para todo $X \in D$, homem(X) $\rightarrow$ forte(X)

ou ainda pode-se omitir D, já que é conhecido

  - Para todo X, homem(X) $\rightarrow$ forte(X)

Predicados

- Para todo X, homem(X) $\rightarrow$ forte(X)
  - <u>Para todo X</u>: é o quantificador da variável X
  - <u>homem</u>, <u>forte</u>: são predicados

- **Predicado**
  - Relação com argumentos que possui valor-verdade associado **v(erdade)** ou **f(also)**
  - Expressão(ões) afirmada(s) ou negada(s) sobre o sujeito de uma proposição

Definições

- Símbolos Constantes
- Símbolos Variáveis
- Símbolos Funcionais
- Símbolos Predicados
- Termos
- Átomos
- Símbolo de Igualdade
- Conectivos
- Quantificadores

Símbolos Constantes

- Representam um **objeto específico** (ou elemento) do domínio do discurso (ou universo) D
- São representados por nomes que se iniciam com uma letra minúsculas ou números inteiros ou reais
- Exemplos:
  a, b, x, maria, 3, 10e+5

Símbolos Variáveis

- Representam um **objeto não específico** do domínio do discurso D
- São representados por nomes que se iniciam com letras maiúsculas
- Assumem apenas valores do domínio D

- Exemplos:
  - A, B, X, Y, Alguém
  - se D = {júlia, mônica, carolina},
    X não pode assumir o valor “fernando”

Símbolos Funcionais

- Representam funções f no domínio D

$$f: D_n \longmapsto D$$

onde n é a aridade (n° de argumentos)

- Usados para <u>rotular objetos</u> sem dar nomes a eles
- São representados por nomes que se iniciam com letras minúsculas
- Não possuem valor-verdade associado
- Exemplos:
  - orelha_direita(joão)
  - mãe_de(maria)

Símbolos Predicados

- Representam relação ou propriedade p de um ou mais objetos no domínio D

$$p: D_n \mapsto \{v,f\}$$

onde n é a aridade (n° de argumentos)

- São representados por nomes que se iniciam com letras minúsculas
- Possuem valor-verdade associado
- Exemplos:
  - gosta(X,Y)
  - empresta(Fulano,Objeto,Alguém)

Observações

- Símbolos variáveis assumem apenas valores no domínio D
- Símbolos funcionais sem argumentos (n=0) são símbolos constantes
- Símbolos funcionais não possuem valor-verdade associado
- Símbolos predicados possuem valor-verdade associado

Termos

- Uma constante é um termo
- Uma variável é um termo
- $f(t_1, t_2, ..., t_n)$ é um termo, onde f é um símbolo funcional e $t_1, t_2, ..., t_n$ são termos
- $(t_1, t_2, ..., t_n)$ é uma tupla de termos
- Exemplos:
  - a, baleia
  - X, Alguém
  - orelha(joão), orelha(mãe(joão))

Átomos (ou Fórmulas Atômicas)

- Símbolo predicado aplicado a uma tupla de termos
- Assume a forma $p(t_1, t_2, ..., t_n)$ onde p é um símbolo predicado e $t_1, t_2, ..., t_n$ são termos
- Exemplos:
  - gosta(maria,ana)
  - gosta(maria,X)
  - gosta(maria,mãe(joão))
  - empresta(maria,livro,joão)
  - empresta(maria,livro,mãe(joão))

Símbolo de Igualdade

- É utilizado para fazer declarações que afirmam que dois termos se referem ao mesmo objeto

- Exemplo:
  - pai(joão) = henrique
  - Indica que o objeto referido por “pai(joão)” e o objeto referido por “henrique” são iguais

Conectivos

Conectivos (onde X é variável, p é predicado):

e	$\wedge$	conjunção
ou	$\vee$	disjunção
não	$\neg$	negação
condicional	$\rightarrow$	condicional
bicondicional	$\leftrightarrow$	bicondicional
para todo X, P	$\forall X\ P$	quantificador universal
existe X, P	$\exists X\ P$	quantificador existencial

Quantificadores

- Permitem expressar propriedades ou relações de toda uma coleção de objetos
- Evitam enumeração de cada objeto separadamente
- Atuam apenas sobre objetos do domínio
- Pode-se definir vários quantificadores, desde que cada um atue apenas sobre objetos

Quantificador Universal $\forall$

- Permite enumerar **todos** os objetos do domínio D
- Representado pelo símbolo $\forall$
- $\forall$X P é lido como
  - "para todo X$\in$D, P é verdade" ou
  - "para todo X$\in$D, P" ou
  - "para todo X, P"

- Exemplo
  - $\forall$X gosta(ana,X)
  - é lido como "para todo X, Ana gosta deste X" ou "Ana gosta de todos"

Quantificador Universal ∀

Exemplo: “Maria gosta de todos”

- D={frajola, tom, maria}
- ∀X gosta(maria,X) é equivalente a:

  gosta(maria,frajola) ∧
  gosta(maria,tom) ∧
  gosta(maria, maria)

Quantificador Existencial $\exists$

- Permite enumerar **pelo menos um** objeto do domínio D
- Representado pelo símbolo $\exists$
- $\exists X\ P$ é lido como
  - "existe um $X \in D$ tal que P é verdade" ou
  - "existe um $X \in D$, P" ou
  - "existe X, P"
- Exemplo: $\exists X$ gosta(ana,X) é lido como "existe X tal que Ana gosta deste X" ou "Ana gosta alguém"

Quantificador Existencial ∃

Exemplo:

- D={frajola, tom, maria}
- ∃X gosta(maria,X) é equivalente a:

  gosta(maria,frajola) ∨
  gosta(maria,tom) ∨
  gosta(maria,maria)
- Note que existe uma **disjunção** entre cada sentença individual (sem quantificador)
- Assim, é necessário que **pelo menos uma** seja **v(erdade)** para que ∃X gosta(ana,X) seja **v**

Simbolização

- A simbolização permite transformar uma sentença em linguagem natural para a linguagem lógica (e vice-versa)
- Não existe um único modo de simbolizar um determinado conhecimento

Simbolização

- Assim como no CP, é possível simbolizar sentenças em linguagem natural no Cálculo Relacional
- Normalmente, adotam-se <u>nomes significativos</u> para predicados, constantes e símbolos funcionais
- É importante também definir o <u>significado</u> de cada predicado ou símbolo funcional

- Ex: gosta(A,B): A gosta de B

Simbolização

- Por exemplo: “A casa é amarela”
  - amarela(casa1)
  - cor(casa1,amarela)
  - valor(cor,casa1,amarela)
  - é(casa1,amarela)

- Generalização da simbolização x representatividade
- Outro exemplo de simbolização?

Simbolização

X é uma variável (por estar sempre quantificada)
m é uma propriedade ou relação (predicado)
n é uma propriedade ou relação (predicado)

- $\forall X\ (m(X) \rightarrow n(X))$
  - Todo **m** é **n**
  - **m** são **n**
  - Cada **m** é um **n**
  - Qualquer **m** é um **n**
  - Todos os objetos com a propriedade **m** são objetos que têm a propriedade **n**
- $\forall X\ (m(X) \rightarrow \neg n(X))$
  - Nenhum **m** é **n**
  - Ninguém que seja **m** é **n**
  - Nada que seja **m** é **n**
  - Nenhum dos **m** é **n**

Simbolização

X é uma variável (por estar sempre quantificada)
m é uma propriedade ou relação (predicado)
n é uma propriedade ou relação (predicado)

- $\exists X\ (m(X) \land n(X))$
  - Alguns **m** são **n**
  - Existem **m** que são **n**
  - Há **m** que são **n**
- $\exists X\ (m(X) \land \neg n(X))$
  - Alguns **m** são não **n**
  - Alguns **m** não são **n**
  - Certos **m** não são **n**
  - Existem **m** que não são **n**
  - Pelo menos um **m** não é **n**

Exemplos

- Todos os homens são mortais
  - $\forall X\ (homem(X) \rightarrow mortal(X))$
- Alguns gatos são amarelos
  - $\exists X\ (gato(X) \wedge amarelo(X))$
- Nenhuma baleia é peixe
  - $\forall X\ (baleia(X) \rightarrow \neg peixe(X))$
- Nem tudo que é reluz é ouro
  - $\exists X\ (reluz(X) \wedge \neg ouro\ (X))$
  - $\neg \forall X\ (reluz(X) \rightarrow ouro(X))$

Exemplos

- Meninas e meninos gostam de brincar
  - $\forall X\ (menina(X) \vee menino(X) \rightarrow gosta(X,brincar))$
  - $\forall X\ (menino(X) \rightarrow gosta(X,brincar)) \wedge \forall Y\ (menina(Y) \rightarrow gosta(Y,brincar))$
- Leite e banana são nutritivos
  - $\forall X\ (leite(X) \vee banana(X) \rightarrow nutritivo(X))$
- Jacó não foi o primeiro homem
  - $\exists X\ (homem(X) \wedge nasceu(X,DataX) \wedge nasceu(jacó,D) \wedge DataX < D)$

Fórmulas Bem Formadas (wff)

1. um átomo é uma wff
2. se α e β são wff e X uma variável livre, então são também wff:

wff	lê-se
$\neg\alpha$	não α
$\alpha \wedge \beta$	α e β
$\alpha \vee \beta$	α ou β
$\alpha \rightarrow \beta$	se α então β
$\alpha \leftrightarrow \beta$	α se e somente se β
$\forall X\ \alpha$	para todo X, α
$\exists X\ \alpha$	existe X, α

3. As únicas wff são definidas por (1) e (2)

Prioridade dos Conectivos

maior prioridade

menor prioridade

$\neg$

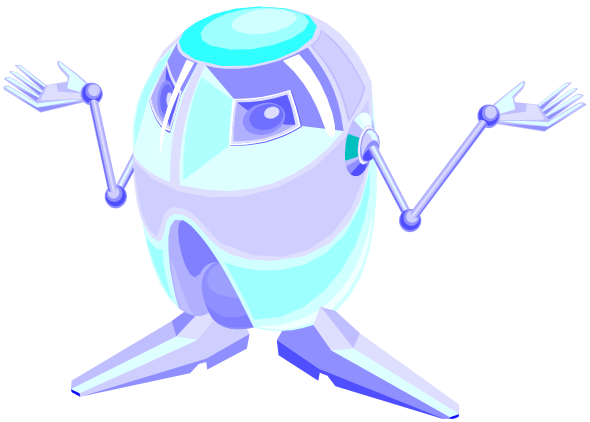
$\wedge$

$\vee$

$\rightarrow$

$\leftrightarrow$

$\forall X$, $\exists X$



Prioridade dos Conectivos

- Exemplo

  $\forall X\ p(X) \rightarrow \exists Y\ q(X,Y) \wedge p(Y)$

  significa

  $\forall X\ (p(X) \rightarrow (\exists Y\ (q(X,Y) \wedge p(Y))))$

- A precedência pode ser alterada pelo uso de parênteses

Semântica do CR

- Para interpretar uma wff no CR é necessário definir o domínio D

- Se os valores-verdade das fórmulas α e β são calculados, então os valores-verdade das fórmulas:

  $$\neg\alpha,\ (\alpha \wedge \beta),\ (\alpha \vee \beta),\ (\alpha \rightarrow \beta) \text{ e } (\alpha \leftrightarrow \beta)$$

  são determinados usando tabelas-verdade dos conectivos, como definido no Cálculo Proposicional

Semântica do CR

- $\forall X\ \alpha$ é **v** se o valor-verdade de α for **v** **para todo** X no domínio D; caso contrário será **f**

- $\exists X\ \alpha$ é **v** se o valor-verdade de α for **v** **para pelo menos um** X no domínio D; caso contrário será **f**

Equivalência entre $\forall$ e $\exists$

- $\forall X\ P(X) \equiv (\neg\exists X)\ (\neg P(X))$
- $\forall X\ (\neg P(X)) \equiv (\neg\exists X)\ P(X)$
- $\exists X\ (\neg P(X)) \equiv (\neg\forall X)\ P(X)$
- $\exists X\ P(X) \equiv (\neg\forall X)\ (\neg P(X))$
- $\neg(\forall X\ P(X)) \equiv (\neg\forall X)\ P(X)$
- $\neg(\exists X\ P(X)) \equiv (\neg\exists X)\ P(X)$

Restrições Semânticas do CR

Uma *mesma variável* **não** pode ser quantificada mais de uma vez

- $\forall X \ \exists X$ pessoa(X) é ilegal
- $\forall X \ (p(X) \rightarrow \exists X \ q(X))$ é permitido e é equivalente a $\forall X \ (p(X) \rightarrow \exists Y \ q(Y))$

Restrições Semânticas do CR

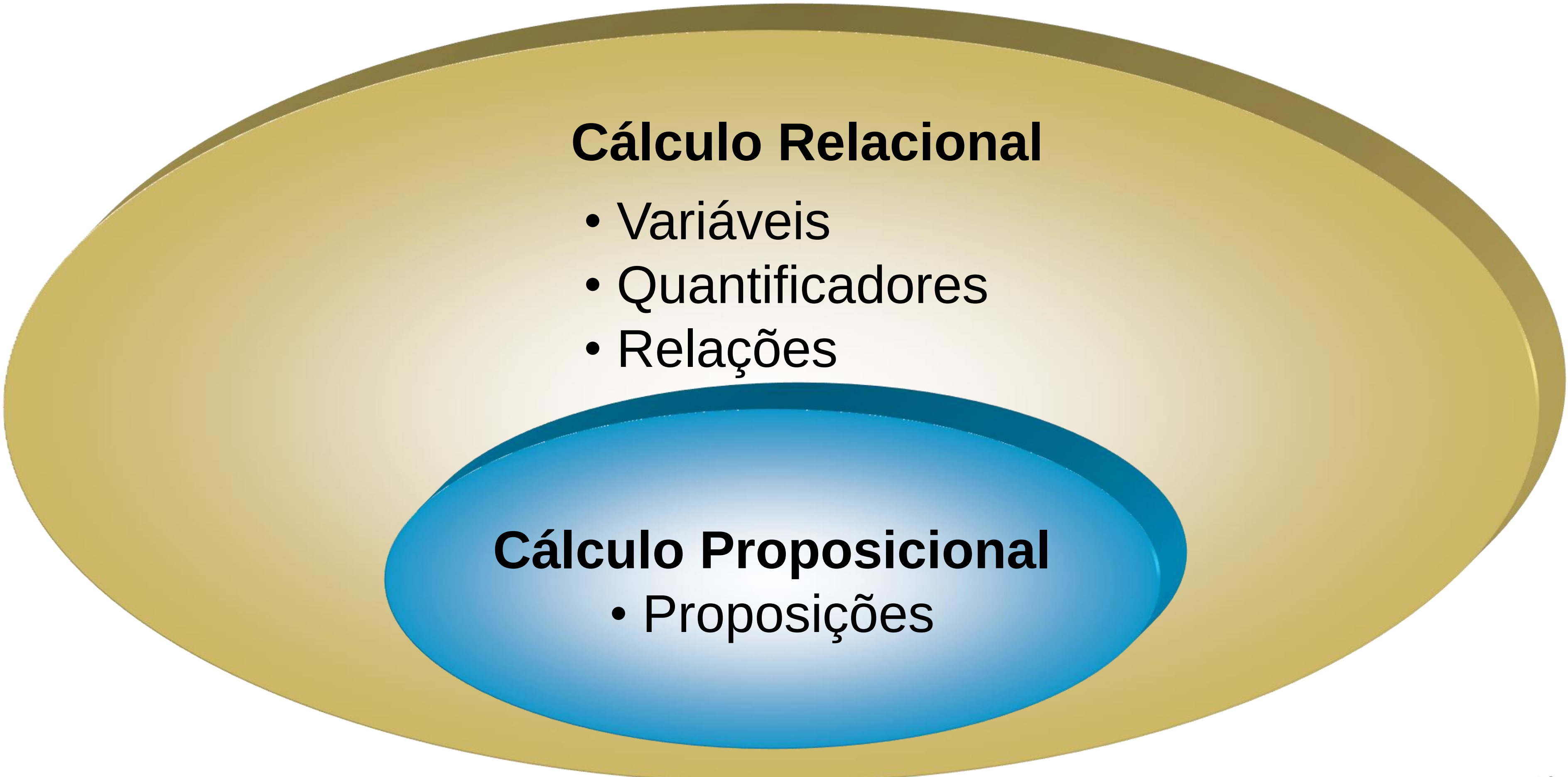
- Um símbolo predicado ou funcional deve sempre ter o mesmo número de argumentos
- Entretanto, esta restrição não existe em Prolog
- Valores de todas as constantes, variáveis e argumentos de símbolos funcionais e predicados devem ser extraídos do universo do discurso D

Relembrando Pontos Importantes

- **Predicados** permitem expressar as propriedades e os relacionamentos entre objetos
- **Aridade** é o número de argumentos de predicados e símbolos funcionais
- **Variáveis** representam objetos do domínio D
- **Quantificadores** atuam apenas sobre variáveis, ou seja, apenas sobre objetos do domínio D

Pontos Importantes

CP é um subconjunto do CR



Slides baseados em:

Monard, M.C. & Nicoletti, M.C., *O Cálculo de Predicados* e *a Linguagem Prolog,*
Notas Didáticas do ICMC-USP
(http://labic.icmc.usp.br/didatico/pdf/Cpredicados_pdf.zip)

Material elaborado por

José Augusto Baranauskas

Modificado por Huei Diana Lee