INTELIGÊNCIA ARTIFICIAL

LÓGICA PROPOSICIONAL

Huei Diana Lee e Newton Spolaôr

Cálculo Proposicional - CP

- Cálculo Proposicional
- Lógica Proposicional
- Cálculo de Proposições
- Lógica de Proposições

- Apenas enunciados/sentenças **declarativos** são permitidos

- Excluídas sentenças exclamativas, imperativas e interrogativas

Proposição

É uma sentença declarativa que pode assumir os valores **verdade** *(v) ou* **falso** *(f)*

(**valor verdade** verdadeiro ou falso)

- *Todo homem é mortal*
- *Meu carro é um fusca*
- *Está chovendo*

Termo

É usado para designar ***objetos***

- *Paula*
- *Um filme de terror*
- *Triângulo retângulo*

Proposição Atômica (Átomo)

Sentença que **não** contém conectivos

(e, ou, se...então, ...)

- Todo homem é mortal
- Meu carro é um fusca
- Está chovendo

- Em geral, são designadas por letras latinas minúsculas (p, q, r, ...)
- **Literal** é um átomo ou a negação de um átomo

Proposição Composta

Sentença que contém um ou mais conectivos/operadores (e, ou, se...então, ...)

- ***Se*** *Maria estuda* ***então*** *fará bons exames*
- *Ele come* ***e*** *dorme*
- *Pedro dança* ***ou*** *canta*

Conectivos

Conectivos ou Operadores:

- e $\wedge$ (conjunção)
- ou $\vee$ (disjunção)
- *não* $\neg$ (*negação*)
- *condicional* $\rightarrow$ (*implicação: se...então*)
- *bicondicional* $\leftrightarrow$ (*se e somente se*)

Proposição - Cuidado!

As expressões:

~~*Está chovendo?*~~

~~*A viagem entre Ribeirão Preto e Guarujá*~~

não *são sentenças do CP pois*

não possuem um ***valor verdade***

verdadeiro *(v)* ou falso *(f)* associado

Conectivo: e ($\land$)

- *A partir de duas proposições, obtém-se uma terceira denominada* conjunção
- *Exemplo:*
  - *(p) Maria estuda o problema*
  - *(q) José vai pescar*
  - Conjunção de *(p)* e *(q)*: $p \land q$
    - *Maria estuda o problema* **e** *José vai pescar*

Conectivo: **ou** ($\vee$)

- *A partir de duas proposições, obtém-se uma terceira denominada* disjunção
- *Exemplo:*
  - *(p) Maria estuda o problema*
  - *(q) José vai pescar*
  - *Disjunção de (p) e (q):* $p \vee q$
    - *Maria estuda o problema* **ou** *José vai pescar*

Conectivo: não (¬)

- *A partir de uma proposição, obtém-se uma segunda denominada* negação
- *Assim, a negação nega o valor-verdade de uma proposição*
- *Exemplo:*
  - *(p) Maria estuda o problema*
  - *Negação de (p):* ¬p
    - *não (Maria estuda o problema)*

Conectivo: condicional ($\rightarrow$)

- Conectivo condicional lido como se...então
- A partir de duas proposições, obtém-se uma terceira denominada condicional ou implicação
- Proposição à:
  - esquerda de $\rightarrow$ denomina-se **premissa** ou **antecedente**: "se"
  - direita de $\rightarrow$ denomina-se **conclusão** ou **conseqüente**: "então"

- Exemplo:
  - (p) Eu estudo muito
  - (q) Eu aprendo
  - Condicional de (p) e (q): $p \rightarrow q$
    - **Se** eu estudo muito **então** eu aprendo

Conectivo: bicondicional ($\leftrightarrow$)

- Conectivo bicondicional é lido como se e somente se $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$
- A partir de duas proposições, obtém-se uma terceira denominada bicondicional
- Equivale ao operador XNOR – função coincidência

- Exemplo:
  - (p) Um triângulo é retângulo
  - (q) Um triângulo tem um ângulo reto
  - Bicondicional de (p) e (q): $p \leftrightarrow q$
    - Um triângulo é retângulo **se e somente se** tem um ângulo reto

Semântica dos Conectivos

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$\neg p$	$p \rightarrow q$	$p \leftrightarrow q$
v	*v*	*v*	*v*	*f*	*v*	*v*
v	*f*	*f*	*v*	*f*	*f*	*f*
f	*v*	*f*	*v*	*v*	*v*	*f*
f	*f*	*f*	*f*	*v*	*v*	*v*

Simbolização

- *Processo de substituição de frases em linguagem natural para* ***letras proposicionais*** *e conectivos* ***lógicos***

1. *Ex: Se chove então Maria Angélica estuda o problema e se não faz frio Ana Laura está nadando*
   - *p: Maria Angélica estuda o problema*
   - *q: Ana Laura está nadando*
   - *r: chove*
   - *s: faz frio*
2. *Encontrar conectivos:*
   *(**Se** chove **então** Maria Angélica estuda o problema) **e** (**se** (**não** faz frio) **então** Ana Laura está nadando)*
3. *Substituir frases e conectivos:*
   $(r \rightarrow p) \wedge (\neg s \rightarrow q)$

Fórmulas Bem Formadas (wff)

- *Fórmulas construídas mediante a combinação **válida** de símbolos*
- *Fórmulas Bem Formadas = Well Formed Formula = wff*
- *Para representar wff são usadas meta-variáveis proposicionais representadas pelas letras α, β, γ, entre outras*
- *Cada expressão envolvendo α, β, γ, ... é chamada de forma sentencial*

Αα...Ωω

Alfabeto grego			
Αα	Alfa	Νν	Ni
Ββ	Beta	Ξξ	Csi
Γγ	Gama	Οο	Ómicron
Δδ	Delta	Ππ	Pi
Εε	Épsilon	Ρρ	Rô
Ζζ	Zeta	Σσς	Sigma
Ηη	Eta	Ττ	Tau
Θθ	Teta	Υυ	Úpsilon
Ιι	Iota	Φφ	Fi
Κκ	Capa	Χχ	Qui
Λλ	Lambda	Ψψ	Psi
Μμ	Mi	Ωω	Ômega
Letras obsoletas			
Ϝϝ	Digama	Ϻϻ	San
Ͱͱ	Hetá	Ϸϸ	Sho
Letras numéricas			
Ϛϛ	Stigma	Ϡϡ	Sampi
Ϙϙ	Qoppa		

Fórmulas Bem Formadas (wff)

(1) um átomo é uma wff

(2) se α e β são wff, então são também wff:

wff	lê-se
$\neg\alpha$	não α
$\alpha \wedge \beta$	α e β
$\alpha \vee \beta$	α ou β
$\alpha \rightarrow \beta$	se α então β
$\alpha \leftrightarrow \beta$	α se e somente se β

(3) As únicas wff são definidas por (1) e (2)

Prioridade dos Conectivos

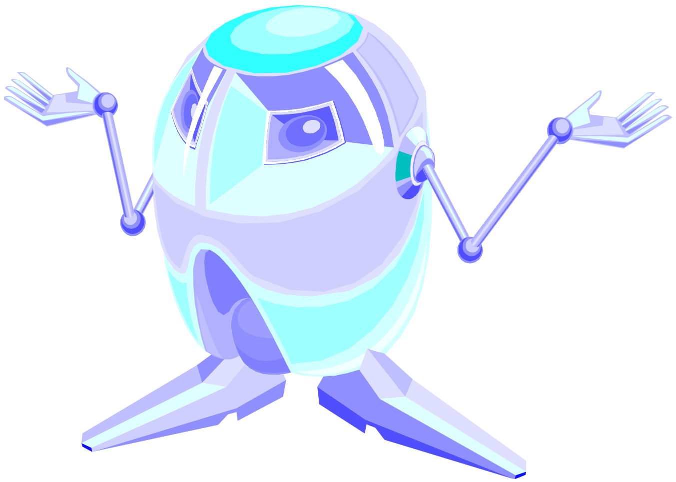
$\neg$

$\wedge$

$\vee$

$\rightarrow$

$\leftrightarrow$



Prioridade dos Conectivos

maior prioridade $\neg$

$\wedge$

$\vee$

$\rightarrow$

menor prioridade $\leftrightarrow$

Prioridade dos Conectivos

- Exemplos:
  - $\alpha \to \beta \vee \gamma$ significa $\alpha \to (\beta \vee \gamma)$
  - $\alpha \vee \beta \wedge \gamma$ significa $\alpha \vee (\beta \wedge \gamma)$
  - $\alpha \to \beta \wedge \neg \gamma \vee \delta$ significa $\alpha \to ((\beta \wedge (\neg \gamma)) \vee \delta)$

- A precedência pode ser alterada pelo uso de parênteses, como ocorre em linguagens de programação

Semântica do CP

- Consiste na *interpretação* de suas fórmulas, ou seja, atribuição dos valores-verdade (**v** ou **f**) às formulas atômicas, por exemplo:

$$(p \vee q) \rightarrow (p \wedge q)$$

- Como a fórmula possui 2 componentes atômicos, p e q, ela admite 2^2 interpretações
- Portanto, para uma fórmula de **n** componentes tem-se 2^n interpretações

Semântica dos Conectivos

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$\neg p$	$p \rightarrow q$	$p \leftrightarrow q$
v	*v*	*v*	*v*	*f*	*v*	*v*
v	*f*	*f*	*v*	*f*	*f*	*f*
f	*v*	*f*	*v*	*v*	*v*	*f*
f	*f*	*f*	*f*	*v*	*v*	*v*

Argumento Válido

*Um argumento **válido** pode ser lido como:*

- $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_{n-1}$ acarretam α_n ou
- α_n decorre de $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_{n-1}$ ou
- α_n é conseqüência lógica de $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_{n-1}$

- *Para $n=1$, o argumento é válido se e somente se α_1 for tautológica – sempre verdadeira*

Exemplo

A fórmula $\neg(p \land \neg p)$ é uma tautologia

p	$\neg p$	$(p \land \neg p)$	$\neg(p \land \neg p)$
v	*f*	*f*	*v*
f	*v*	*f*	*v*

Princípio da Substituição

- *Subfórmulas: dada a fórmula*

$$\alpha\text{: } (p \to q) \leftrightarrow r\text{, então}$$

$$p \to q\text{, } p\text{, } q\text{, } r\text{, são as } \textbf{subfórmulas} \text{ de } \alpha.$$

- *O princípio afirma que uma subfórmula de uma fórmula α, ou toda a fórmula α, pode ser substituída por uma <u>fórmula equivalente</u> e que a <u>fórmula resultante</u> é equivalente a α*
- *Equivalente: fórmula que gera a mesma tabela-verdade*

Princípio da Substituição

- *Exemplo: pelo princípio da substituição, a fórmula*

$$\alpha: (p \vee q) \wedge (p \vee r)$$

é equivalente a:

$$\Upsilon: (\neg p \rightarrow q) \wedge (\neg p \rightarrow r).$$

Propriedades

- *Existem várias propriedades da negação, conjunção e disjunção*

- *Estas propriedades podem ser verificadas como* ***equivalências lógicas***

- *Para demonstrar cada uma, basta utilizar as tabelas-verdade, constatando a tautologia*

Equivalência Lógica

- Uma fórmula α é logicamente equivalente ($\equiv$) a uma fórmula β quando α for conseqüência lógica de β e β for conseqüência lógica de α

- Assim, $\alpha \equiv \beta$ se e somente se $\alpha \leftrightarrow \beta$ é uma tautologia

Exemplo

- Provar que $(p \rightarrow q)$ é equivalente a $(\neg p \vee q)$

p	q	$p \rightarrow q$	$\neg p \vee q$
v	v		
v	f		
f	v		
f	f		

Exemplo

- Provar que $(p \rightarrow q)$ é equivalente a $(\neg p \vee q)$

p	q	$p \rightarrow q$	$\neg p \vee q$
v	v	v	v
v	f	f	f
f	v	v	v
f	f	v	v

Exemplo

- Provar que $(p \rightarrow q)$ é equivalente a $(\neg p \vee q)$

p	q	$p \rightarrow q$	$\neg p \vee q$	$(p \rightarrow q) \leftrightarrow (\neg p \vee q)$
v	*v*	*v*	*v*	*v*
v	*f*	*f*	*f*	*v*
f	*v*	*v*	*v*	*v*
f	*f*	*v*	*v*	*v*

- Portanto, $(p \rightarrow q) \equiv (\neg p \vee q)$

Propriedades

- Propriedades da Conjunção
  - comutativa
    $\alpha \wedge \beta \equiv \beta \wedge \alpha$
  - associativa
    $\alpha \wedge (\beta \wedge \Upsilon) \equiv (\alpha \wedge \beta) \wedge \Upsilon$
  - idempotente
    $\alpha \wedge \alpha \equiv \alpha$
  - propriedade de (**v**)erdade
    $\alpha \wedge \mathbf{v} \equiv \alpha$
  - propriedade de (**f**)also
    $\alpha \wedge \mathbf{f} \equiv \mathbf{f}$
- Propriedades da Disjunção
  - comutativa
    $\alpha \vee \beta \equiv \beta \vee \alpha$
  - associativa
    $\alpha \vee (\beta \vee \Upsilon) \equiv (\alpha \vee \beta) \vee \Upsilon$
  - idempotente
    $\alpha \vee \alpha \equiv \alpha$
  - propriedade de (**v**)erdade
    $\alpha \vee \mathbf{v} \equiv \mathbf{v}$
  - propriedade de (**f**)also
    $\alpha \vee \mathbf{f} \equiv \alpha$

Propriedades

- Distributiva
  - $\alpha \wedge (\beta \vee \Upsilon) \equiv (\alpha \wedge \beta) \vee (\alpha \wedge \Upsilon)$
  - $\alpha \vee (\beta \wedge \Upsilon) \equiv (\alpha \vee \beta) \wedge (\alpha \vee \Upsilon)$
- Negação
  - $\neg(\neg\alpha) \equiv \alpha$
- Absorção
  - $\alpha \vee (\alpha \wedge \beta) \equiv \alpha$
  - $\alpha \wedge (\alpha \vee \beta) \equiv \alpha$
- De Morgan
  - $\neg(\alpha \wedge \beta) \equiv \neg\alpha \vee \neg\beta$
  - $\neg(\alpha \vee \beta) \equiv \neg\alpha \wedge \neg\beta$
- Equivalência da Implicação
  - $\alpha \rightarrow \beta \equiv \neg\alpha \vee \beta$

Fórmulas Proposicionais Equivalentes

Exemplo da forma de leitura de uma fórmula proposicional equivalente denominada modus ponens:

$$\alpha,\ \alpha \rightarrow \beta \models \beta$$

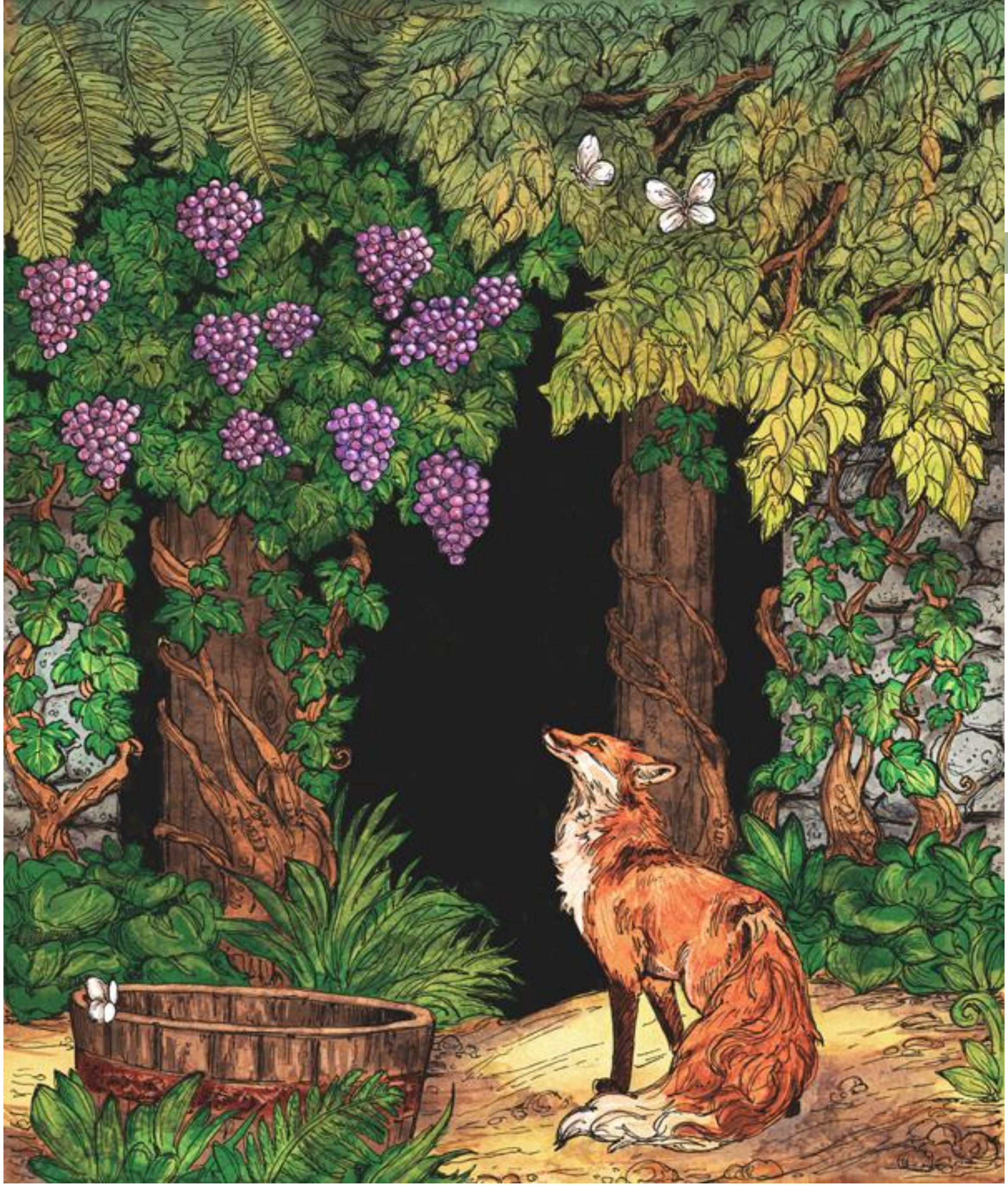
Caso α seja verdade

e $\alpha \rightarrow \beta$ seja verdade,

obrigatoriamente β será verdade

Fórmulas Proposicionais Equivalentes

Nome da Regra	*Regra*
modus ponens	$\alpha, \alpha \to \beta \models \beta$
modus tollens	$\alpha \to \beta, \neg\beta \models \neg\alpha$
silogismo hipotético ou regra da cadeia	$\alpha \to \beta, \beta \to \gamma \models \alpha \to \gamma$
silogismo disjuntivo	$\alpha \vee \beta, \neg\alpha \models \beta$
dilema construtivo	$\alpha \to \beta, \gamma \to \delta, \alpha \vee \gamma \models \beta \vee \delta$
dilema destrutivo	$\alpha \to \beta, \gamma \to \delta, \neg\beta \vee \neg\gamma \models \neg\alpha \vee \neg\gamma$
simplificação	$\alpha \wedge \beta \models \alpha$
conjunção	$\alpha, \beta \models \alpha \wedge \beta$
adição	$\alpha \models \alpha \vee \beta$
contraposição	$\alpha \to \beta \models \neg\beta \to \neg\alpha$
exportação	$\alpha \to (\beta \to \gamma) \models (\alpha \wedge \beta) \to \gamma$
importação	$(\alpha \wedge \beta) \to \gamma \models \alpha \to (\beta \to \gamma)$



The Fox And The Grapes

https://www.deviantart.com/dreoilin/art/The-Fox-And-The-Grapes-352502178

Exemplo

Se as uvas caem, então a raposa as come.

Se a raposa as come, então estão maduras.

As uvas estão verdes ou caem.

Logo,

A raposa come as uvas se e só se as uvas caem.

Exemplo

α_1: Se as uvas caem, então a raposa as come.

α_2: Se a raposa as come, então estão maduras.

α_3: As uvas estão verdes ou caem.

Logo,

β: A raposa come as uvas se e só se as uvas caem.

Exemplo

α_1: Se as uvas caem, então a raposa as come.

α_2: Se a raposa as come, então estão maduras.

α_3: As uvas estão verdes ou caem.

Logo,

β: A raposa come as uvas se e só se as uvas caem.

Proposições:

p: as uvas caem

q: a raposa come as uvas

r: as uvas estão maduras

($\neg$r: as uvas estão verdes)

Exemplo

α_1: Se as uvas caem, então a raposa as come.

α_2: Se a raposa as come, então estão maduras.

α_3: As uvas estão verdes ou caem.

Logo,

β: A raposa come as uvas se e só se as uvas caem.

Proposições:

p: as uvas caem

q: a raposa come as uvas

r: as uvas estão maduras

($\neg$r: as uvas estão verdes)

Premissas	
α_1:	$p \rightarrow q$
α_2:	$q \rightarrow r$
α_3:	$\neg r \vee p$

Conclusão	
β:	$p \leftrightarrow q$

Provar que:

$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 \models \beta$

$p \rightarrow q, q \rightarrow r, \neg r \vee p \models p \leftrightarrow q$

Exemplo

α_1: Se as uvas caem, então a raposa as come.

α_2: Se a raposa as come, então estão maduras.

α_3: As uvas estão verdes ou caem.

Logo,

β: A raposa come as uvas se e só se as uvas caem.

Proposições:

p: as uvas caem

q: a raposa come as uvas

r: as uvas estão maduras

($\neg r$: as uvas estão verdes)

Premissas	
α_1:	$p \rightarrow q$
α_2:	$q \rightarrow r$
α_3:	$\neg r \vee p$

Conclusão	
β:	$p \leftrightarrow q$

Deduz-se que:		
C_1:	$r \rightarrow p$	(α_3: equivalência)

Provar que:
$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 \models \beta$
$p \rightarrow q,\ q \rightarrow r,\ \neg r \vee p \ \models p \leftrightarrow q$

Exemplo

α_1: Se as uvas caem, então a raposa as come.

α_2: Se a raposa as come, então estão maduras.

α_3: As uvas estão verdes ou caem.

Logo,

β: A raposa come as uvas se e só se as uvas caem.

Proposições:

p: as uvas caem

q: a raposa come as uvas

r: as uvas estão maduras

($\neg r$: as uvas estão verdes)

Premissas	
α_1:	$p \rightarrow q$
α_2:	$q \rightarrow r$
α_3:	$\neg r \vee p$

Conclusão	
β:	$p \leftrightarrow q$

Provar que:
$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 \models \beta$
$p \rightarrow q,\ q \rightarrow r,\ \neg r \vee p \models p \leftrightarrow q$

Deduz-se que:		
C_1:	$r \rightarrow p$	(α_3: equivalência)
C_2:	$q \rightarrow p$	(α_2 + C_1: regra da cadeia)

Exemplo

α_1: Se as uvas caem, então a raposa as come.

α_2: Se a raposa as come, então estão maduras.

α_3: As uvas estão verdes ou caem.

Logo,

β: A raposa come as uvas se e só se as uvas caem.

Proposições:

p: as uvas caem

q: a raposa come as uvas

r: as uvas estão maduras

($\neg r$: as uvas estão verdes)

Premissas	
α_1:	$p \to q$
α_2:	$q \to r$
α_3:	$\neg r \vee p$

Conclusão	
β:	$p \leftrightarrow q$

Provar que:

$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 \models \beta$

$p \to q,\ q \to r,\ \neg r \vee p \models p \leftrightarrow q$

Deduz-se que:		
C_1:	$r \to p$	(α_3: equivalência)
C_2:	$q \to p$	(α_2 + C_1: regra da cadeia)
C_3:	$p \to q \wedge q \to p$	(α_1 + C_2: conjunção)

Exemplo

α_1: Se as uvas caem, então a raposa as come.

α_2: Se a raposa as come, então estão maduras.

α_3: As uvas estão verdes ou caem.

Logo,

β: A raposa come as uvas se e só se as uvas caem.

Proposições:

p: as uvas caem

q: a raposa come as uvas

r: as uvas estão maduras

($\neg r$: as uvas estão verdes)

Premissas	
α_1:	$p \rightarrow q$
α_2:	$q \rightarrow r$
α_3:	$\neg r \vee p$

Conclusão	
β:	$p \leftrightarrow q$

Provar que:

$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 \models \beta$

$p \rightarrow q, q \rightarrow r, \neg r \vee p \models p \leftrightarrow q$

Deduz-se que:		
C_1:	$r \rightarrow p$	(α_3: equivalência)
C_2:	$q \rightarrow p$	(α_2 + C_1: regra da cadeia)
C_3:	$p \rightarrow q \wedge q \rightarrow p$	(α_1 + C_2: conjunção)
$C_4(\equiv\beta)$:	$p \leftrightarrow q$	(C_3: equivalência)

Formas Normais

- Há várias maneiras de escrever uma mesma fórmula

  Ex: $(p \to q) \land m \equiv (\neg p \lor q) \land m$

- A Forma Normal é usada para **uniformizar** a notação
  - Forma Normal Disjuntiva (FND)
  - Forma Normal Conjuntiva (FNC)

- Um enunciado do Cálculo Proposicional sempre pode ser escrito na FN

Forma Normal Disjuntiva

Uma fórmula proposicional α está na FND quando:

α é uma *disjunção* $\beta_1 \vee \beta_2 \vee \ldots \vee \beta_n$, $(n \geq 1)$,

em que cada β_i $(1 \leq i \leq n)$ é uma *conjunção* de literais, ou um literal, ou seja:

β_i é da forma

$p_1 \wedge \neg p_2 \wedge \ldots \wedge p_m$, $(m \geq 1)$

Forma Normal Disjuntiva

A fórmula α está na FND se e somente se:

- contém como conectivos apenas $\vee$, $\wedge$, $\neg$

$\neg$ só opera sobre proposições atômicas (não tem alcance sobre $\vee$, $\wedge$)

- não aparecem negações sucessivas ($\neg\neg$)

$\wedge$ não tem alcance sobre $\vee$, ou seja, não existe expressão do tipo: $p \wedge (q \vee r)$

Forma Normal Disjuntiva

Forma geral

$$(p_1 \wedge p_2 \wedge \ldots \wedge p_k) \vee (q1 \wedge q2 \ldots \wedge q_l) \vee$$
$$(r_1 \wedge r_2 \wedge r_3 \wedge \ldots \wedge r_s) \vee \ldots$$

Exemplo:

$$\alpha: \neg p \vee q \rightarrow r$$

$$FND(\alpha): (p \wedge \neg q) \vee r$$

Obtenção da FND por:

tabela verdade ou por equivalência

Forma Normal Conjuntiva

Uma fórmula proposicional α está na FNC quando:

α é uma conjunção $\beta_1 \wedge \beta_2 \wedge \ldots \wedge \beta_n$, $(n \geq 1)$,

em que cada β_i $(1 \leq i \leq n)$ é uma disjunção de literais, ou um literal, ou seja:

Átomo ou negação de uma átomo

β_i é da forma

$p_1 \vee \neg p_2 \vee \ldots p_m$, $(m \geq 1)$

Forma Normal Conjuntiva

A fórmula α está na FNC se e somente se:

- contém como conectivos apenas $\vee$, $\wedge$, $\neg$

$\neg$ só opera sobre proposições atômicas (não tem alcance sobre $\vee$, $\wedge$)

- não aparecem negações sucessivas ($\neg$ $\neg$)

$\vee$ não tem alcance sobre $\wedge$, ou seja, não existe expressão do tipo: $p \vee (q \wedge r)$

Forma Normal Conjuntiva

Forma geral

$$(p_1 \lor p_2 \lor \ldots \lor p_k) \land (q1 \lor q2 \ldots \lor q_l) \land$$
$$(r_1 \lor r_2 \lor r_3 \lor \ldots \lor r_s) \land \ldots$$

Exemplo:

$$\alpha: \neg p \lor q \to r$$

$$FNC(\alpha): (\neg p \lor \neg q \lor r) \land (p \lor \neg q \lor r) \land (p \lor q \lor r)$$

Obtenção da FNC por:

tabela verdade ou por equivalência

Notação Clausal

Cláusula: disjunção de literais:

$$F_i = L_1 \vee L_2 \vee \dots \vee L_r$$

Fórmula na FNC: escrita como conjunção de cláusulas:

$$F_1 \wedge F_2 \wedge \dots \wedge F_n$$

A FNC é uma coleção de cláusulas, porque a conjunção $\wedge$ tem propriedade associativa. Por isso, pode-se escrever uma fórmula α na forma:

$$\{F_1, F_2, \dots F_n\} \equiv F_1 \wedge F_2 \wedge \dots \wedge F_n$$

A disjunção também tem a propriedade associativa, e por isso, também podemos escrever uma cláusula F_i na forma:

$$F_i = \{L_1, L_2, \dots, L_n\} \equiv L_1 \vee L_2 \vee \dots \vee L_n$$

Notação Clausal

Exemplo

FNC($((p \vee q) \wedge (\neg p \vee r)) \rightarrow s$):

$((s \vee \neg q \vee p) \wedge (s \vee \neg p \vee \neg r) \wedge (s \vee \neg q \vee \neg r))$

Pode-se escrever:

FNC($((p \vee q) \wedge (\neg p \vee r)) \rightarrow s$): $F_1 \wedge F_2 \wedge F_3$

onde

F_1: $(s \vee \neg q \vee p)$, F_2: $(s \vee \neg p \vee \neg r)$, F_3: $(s \vee \neg q \vee \neg r)$

que pode ser representado por $F = \{F_1, F_2, F_3\}$, onde a conjunção está implícita

Notação de Kowalsky

A separação de literais positivos e negativos prepara a cláusula para a notação definida por Kowalsky, em que as conclusões vem antes das premissas:

FNC	FNC Kowalsky	CP
F_1: $s \lor p \lor \neg q$	F_1: $s, p \leftarrow q$	$q \rightarrow s \lor p$
F_2: $s \lor \neg p \lor \neg r$	F_2: $s \leftarrow p, r$	$p \land r \rightarrow s$
F_3: $s \lor \neg q \lor \neg r$	F_3: $s \leftarrow q, r$	$q \land r \rightarrow s$

Observar que todas as notações são equivalentes

Notação de Kowalsky

Há uma disjunção ($\vee$) implícita à esquerda de $\leftarrow$, chamada de *conclusão(ões)*

F_1: s, p $\leftarrow$ q

F_2: s $\leftarrow$ p, r

F_3: s $\leftarrow$ q, r

Há uma conjunção ($\wedge$) implícita à direita de $\leftarrow$, chamada de *premissa(s)* ou *condição(ões)*

Notação de Kowalsky

São equivalentes as seguintes notações:

(1) $B_1, B_2, \ldots, B_n \rightarrow A_1, A_2, \ldots, A_m$

(2) $A_1, A_2, \ldots, A_m \leftarrow B_1, B_2, \ldots, B_n$

(3) $A_1 \vee A_2 \vee \ldots \vee A_m \leftarrow B_1 \wedge B_2 \wedge \ldots \wedge B_n$

(4) $A_1 \vee A_2 \vee \ldots \vee A_m \vee \neg(B_1 \wedge B_2 \wedge \ldots \wedge B_n)$

(5) $A_1 \vee A_2 \vee \ldots A_m \vee \neg B_1 \vee \neg B_2 \vee \ldots \vee \neg B_n$

A cláusula (2) é uma cláusula genérica na notação de Kowalsky

Cláusulas de Horn

Dependendo do número de literais, tem-se:

1. Se $m>1$, as conclusões são indefinidas, ou seja, há várias conclusões
2. Se $m \leq 1$, tem-se as **Cláusulas de Horn**

   $m=1$ e $n > 0$, $(A \leftarrow B_1, B_2, \ldots, B_n)$ chamada <u>cláusula definida</u>, onde só existe uma solução

   $m=1$ e $n=0$, $(A \leftarrow\ )$ é a <u>cláusula indefinida incondicional</u>, ou <u>fato</u>. Neste caso, o símbolo $\leftarrow$ é abandonado

   $m=0$ e $n>0$, $(\ \leftarrow B_1, B_2, \ldots, B_n)$ é a <u>negação pura</u> de $B_1, B_2, \ldots, B_n$

   $m=0$ e $n=0$, $(\ \leftarrow\ )$ é a <u>cláusula vazia</u>, denotada por []

Cláusulas de Horn

Kowalski mostrou que uma cláusula de Horn do tipo

$$A \leftarrow B_1, B_2, \ldots, B_n$$

pode ser executada numa linguagem de programação recursiva, na qual A é a cabeça do procedimento e os B_i's o seu corpo

$A \leftarrow B_1, B_2, \ldots, B_n$ pode ser lido como:

para resolver (executar) A, resolva (execute) B_1 e B_2 e ... e B_n

Cláusulas de Horn

Em Prolog

$A \leftarrow B_1, B_2, \ldots, B_n$ é representado como

$A :- B_1, B_2, \ldots, B_n.$

:- é chamado *neck*

Pode-se ler "$A :- B_1, B_2, \ldots, B_n.$" do seguinte modo:

A é verdade se B_1 é verdade e B_2 é verdade e … e B_n é verdade

Cláusulas de Horn

As únicas cláusulas que podem ser representadas em Prolog são as Cláusulas de Horn

Assim, se um determinado conhecimento puder ser expresso mediante o cálculo proposicional, somente a parte formada por cláusulas de Horn poderá ser representada em Prolog. Ou seja, um sub-conjunto do cálculo proposicional

Slides baseados em:

Monard, M.C., Nicoletti, M.C., Noguchi.R.H.,
O Cálculo Proposicional: Uma abordagem voltada à compreensão da linguagem Prolog,
Notas Didáticas do ICMC-USP, 1992

(http://labic.icmc.usp.br/didatico/pdf/Cproposicional_pdf.zip)

Material elaborado por

José Augusto Baranauskas

Adaptado por Huei Diana Lee