

# Trabalho Prático 1

## Resolvedor de Expressão Numérica

Isabela Saenz Cardoso

Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG)  
Belo Horizonte – MG – Brasil

isabelasaenz@ufmg.br  
Matrícula: 2021040032

### 1. Introdução

Este sistema implementa uma árvore de expressão para resolver expressões matemáticas, e possui suporte a modificação da representação da expressão numérica, assim como a possibilidade de solução automática da expressão. O código é dividido em várias classes e funções, incluindo uma classe *Pilha* para armazenar elementos temporários durante a construção da árvore de expressão e classes *No* e *Arvore* para representar os nós e a estrutura da árvore de expressão.

### 2. Implementação

O programa foi desenvolvido na linguagem C++, compilada pelo compilador G++ da GNU Compiler Collection em um Subsistema Windows para Linux (WSL2).

#### 2.1. Estruturas de dados

O sistema utiliza duas estruturas de dados principais: *Pilha* e *Arvore*. A classe *Pilha* é uma implementação de uma pilha genérica, que pode armazenar elementos de qualquer tipo. Já a classe *Arvore* representa uma árvore binária de expressões, onde cada nó armazena um valor numérico ou um operador.

##### 2.1.1. Árvore Binária

A árvore binária é usada para armazenar e representar a expressão matemática. Cada nó da árvore armazena um número ou um operador e possui até dois filhos, representando os operandos da operação. A classe *No* é utilizada para representar os nós da árvore, e a classe *Arvore* é usada para gerenciar a árvore como um todo. A árvore binária permite realizar operações de inserção, remoção, busca e percurso em ordem, pós-ordem e pré-ordem.

##### 2.1.2. Pilha

A pilha é uma estrutura de dados linear que segue o princípio de LIFO (Last In, First Out), ou seja, o último elemento inserido é o primeiro a ser removido. As pilhas são

utilizadas para auxiliar na construção da árvore binária a partir de uma expressão infixa ou posfixa. As pilhas são implementadas pela classe *Pilha*. As principais operações em uma pilha são *push* (inserção), *pop* (remoção) e *getTopo* (consulta do elemento no topo da pilha).

## 2.2. Classes

A classe *Expressao* apresentada no código é responsável por realizar diversas operações relacionadas a expressões matemáticas. As principais funcionalidades desta classe incluem:

- Ler uma expressão matemática infixa e construir uma árvore de expressão correspondente (*lerInfixa*).
- Ler uma expressão matemática posfixa e construir uma árvore de expressão correspondente (*lerPosfixa*).
- Obter a representação infixa da expressão (*Infixa*).
- Obter a representação posfixa da expressão (*Posfixa*).
- Resolver a expressão matemática e retornar o resultado (*resolve*).
- Verificar se a árvore de expressão está vazia (*vazia*).

### 2.2.1. lerInfixa

A função *lerInfixa* é responsável por ler uma expressão matemática infixa (e.g.,  $2 * (3 + 4)$ ) e construir uma árvore de expressão correspondente. Ao final do processo, a raiz da árvore é atualizada com o resultado final. Para isso, a função utiliza duas pilhas: uma para armazenar os nós e outra para armazenar os operadores.

Durante o processo, a função verifica o tipo do token encontrado (número, parêntese esquerdo, parêntese direito ou operador) e realiza as operações correspondentes. Caso o token seja um número, ele é inserido na pilha de nós. Se for um parêntese esquerdo, é inserido na pilha de operadores. Se for um parêntese direito, são processados os operadores dentro dos parênteses. Já se for um operador, processa os operadores fora dos parênteses.

### 2.2.2. lerPosfixa

A função *lerPosfixa* é responsável por ler uma expressão matemática posfixa (e.g.,  $2\ 3\ 4\ +\ *$ ) e construir uma árvore de expressão correspondente. Neste caso, a função utiliza apenas uma pilha para armazenar os nós.

Assim como na função *lerInfixa*, a função verifica o tipo do token encontrado (número ou operador) e realiza as operações correspondentes. Caso o token seja um número, ele é inserido na pilha de nós. Se for um operador, realiza a operação com os dois últimos elementos da pilha de nós e insere o resultado novamente na pilha.

Ao final do processo, a árvore é verificada para garantir que possui apenas um elemento ou que está vazia. Caso contrário, a árvore é limpa.

### 2.2.3. Infixa e Posfixa

A função *Infixa* retorna a representação infixada da expressão matemática, utilizando a função *inOrdemParenteses* da árvore.

A função *Posfixa* retorna a representação posfixada da expressão matemática, utilizando a função *posOrdem* da árvore.

### 2.2.4. resolve

A função *resolve* é responsável por resolver a expressão matemática e retornar o resultado. Para isso, a função utiliza a notação posfixada da expressão e uma pilha auxiliar.

Durante o processo, a função verifica se o elemento é um número ou um operador. Se for um número, converte para *double* e insere na pilha auxiliar. Se for um operador, realiza a operação com os dois últimos elementos da pilha auxiliar e insere o resultado novamente na pilha. Ao final do processo, a função retorna o resultado da expressão.

### 2.2.5. vazia

A função *vazia* verifica se a árvore de expressão está vazia, retornando *true* se estiver vazia e *false* caso contrário.

## 3. Análise de complexidade

### 3.1. Expressao::lerInfixa

Tempo:

- O loop principal percorre a string de entrada uma vez, com tempo  $O(n)$ , onde  $n$  é o tamanho da string.
- Dentro do loop principal, há operações de pilha, como *push*, *pop*, *getTopo* e *vazia*, todas com tempo  $O(1)$ .
- As chamadas para a função *lerTipoString* também são  $O(1)$ .

Portanto, a complexidade de tempo total é  $O(n)$ .

Espaço:

- A função utiliza duas pilhas: *pilhaNo* e *pilhaOperador*.
- No pior caso, ambas as pilhas podem conter elementos na ordem de  $O(n)$ .

Portanto, a complexidade de espaço total é  $O(n)$ .

### 3.2. Expressao::lerPosfixa

Tempo:

- O loop principal percorre a string de entrada uma vez, com tempo  $O(n)$ , onde  $n$  é o tamanho da string.
- As operações de pilha e as chamadas para a função *lerTipoString* são  $O(1)$ .

Portanto, a complexidade de tempo total é  $O(n)$ .

Espaço:

- A função utiliza uma pilha.
- No pior caso, a pilha pode conter elementos na ordem de  $O(n)$ .

Portanto, a complexidade de espaço total é  $O(n)$ .

### 3.3. Expressao::Infixa e Expressao::Posfixa

Tempo:

- As funções *inOrdemParenteses* e *posOrdem* são chamadas, que percorrem a árvore em tempo  $O(n)$ , onde  $n$  é o número de nós.

Portanto, a complexidade de tempo total para ambas as funções é  $O(n)$ .

Espaço:

- Não há uso significativo de espaço adicional nessas funções.
- A complexidade de espaço total é  $O(1)$ .

### 3.3. Expressao::resolve

Tempo:

- A função utiliza a pilha posfixa da expressão, percorrendo-a em tempo  $O(n)$ , onde  $n$  é o número de elementos na pilha.
- As operações de pilha e as chamadas para a função *lerTipoString* são  $O(1)$ .

Portanto, a complexidade de tempo total é  $O(n)$ .

Espaço:

- A função utiliza duas pilhas: *pilhaPosOrdem* e *pilhaAux*.
- No pior caso, ambas as pilhas podem conter elementos na ordem de  $O(n)$ .

Portanto, a complexidade de espaço total é  $O(n)$ .

### 3.4. Expressao::vazia

Tempo:

- A função chama o método *vazia* da árvore, que é  $O(1)$ .

Portanto, a complexidade de tempo total é  $O(1)$ .

Espaço:

- Não há uso significativo de espaço adicional nessa função.
- A complexidade de espaço total é  $O(1)$ .

### 3.5. lerTipoString - exemplo usado na análise experimental

A complexidade da função `lerTipoString` pode ser determinada da seguinte forma:

- A complexidade de acessar o mapa `instrucoes` através da função `find` é  $O(\log k)$ , onde  $k$  é o número de elementos no mapa. Neste caso,  $k$  é uma constante (4 elementos), então a complexidade é  $O(1)$ .
- A complexidade da função `isDouble` é  $O(n)$ , onde  $n$  é o tamanho da string de entrada, pois a leitura da string é feita caractere por caractere.
- A complexidade da função `isChar` é  $O(1)$ , pois verifica a igualdade do caractere com um conjunto fixo de caracteres.

Dado que a complexidade das operações envolvidas na função `lerTipoString` são  $O(1)$  e  $O(n)$ , a complexidade geral da função é dominada pela função `isDouble`, resultando em uma complexidade de  $O(n)$ .

Em resumo, a complexidade do programa é dominada pelas funções `lerInfixa`, `lerPosfixa` e `resolve`, todas com complexidade de tempo  $O(n)$  e complexidade de espaço  $O(n)$ . As outras funções têm complexidades menores e não afetam significativamente a análise geral.

## 4. Estratégias de Robustez

Várias estratégias de robustez são para lidar com possíveis erros e garantir a correção do programa:

1. Checagem de árvore vazia antes de realizar operações. Isso evita tentativas de acesso a elementos que não existem, o que poderia causar erros ou comportamento indefinido
2. Limpeza da árvore antes de construir uma nova. Verifica se a árvore já possui elementos e, se necessário, realiza a limpeza (`arvore.clean();`) antes de construir uma nova árvore.
3. Tratamento de possíveis exceções utilizando blocos try-catch para tratar possíveis exceções que possam ocorrer durante a leitura da expressão infixa.
4. Prevenção de divisão por zero na função `resolve()`.
5. Verificação da pilha após a leitura. Na função `lerPosfixa()`, após processar a expressão, o código verifica se a pilha possui apenas um elemento e se a árvore não está vazia.

## 5. Análise Experimental

A análise experimental foi feita usando a ferramenta `gprof`, que serve para medir o tempo gastos pelas funções de um algoritmo. O primeiro arquivo de entrada possui 86 caracteres (`entdouble.s4.n5.p`), e o segundo possui 946 caracteres (`entdouble.s35.n50.i`).

O aumento no número de chamadas pode ser explicado pela natureza linear da função  $O(n)$ . À medida que a entrada cresce, o número de chamadas da função também aumenta proporcionalmente.

Alguns dos resultados de *entdouble.s4.n5.p*:

Podemos observar que a função *lerTipoString* foi chamada um total de 18 vezes, logo seguida por *isDouble*.

## Alguns dos resultados de *entdouble.s35.n50.i*:

% time	cumulative seconds	self seconds	calls	self Ts/call	total Ts/call	name
0.00	0.00	0.00	3439	0.00	0.00	std::_Rb_tree_const_iterator<std::pair<std::__cxx11::basic_string<char, std::char_traits<char>, std::allocator<char>>>>>
0.00	0.00	0.00	2612	0.00	0.00	std::_Select1st<std::pair<std::__cxx11::basic_string<char, std::char_traits<char>, std::allocator<char>>>>>
0.00	0.00	0.00	2603	0.00	0.00	__gnu_cxx::__aligned_membuf<std::pair<std::__cxx11::basic_string<char, std::char_traits<char>, std::allocator<char>>>>>
0.00	0.00	0.00	2603	0.00	0.00	__gnu_cxx::__aligned_membuf<std::pair<std::__cxx11::basic_string<char, std::char_traits<char>, std::allocator<char>>>>>
0.00	0.00	0.00	2603	0.00	0.00	std::_Rb_tree_node<std::pair<std::__cxx11::basic_string<char, std::char_traits<char>, std::allocator<char>>>>>
0.00	0.00	0.00	2598	0.00	0.00	std::less<std::__cxx11::basic_string<char, std::char_traits<char>, std::allocator<char>>>>
0.00	0.00	0.00	2598	0.00	0.00	std::_Rb_tree<std::__cxx11::basic_string<char, std::char_traits<char>, std::allocator<char>>>>
0.00	0.00	0.00	2598	0.00	0.00	bool std::operator< <char, std::char_traits<char>, std::allocator<char>>>>(std::pair<std::__cxx11::basic_string<char, std::char_traits<char>, std::allocator<char>>>>>
0.00	0.00	0.00	2578	0.00	0.00	std::_Rb_tree<std::__cxx11::basic_string<char, std::char_traits<char>, std::allocator<char>>>>
0.00	0.00	0.00	2487	0.00	0.00	bool std::operator==(std::pair<std::__cxx11::basic_string<char, std::char_traits<char>, std::allocator<char>>>>>
0.00	0.00	0.00	1719	0.00	0.00	std::_Rb_tree<std::__cxx11::basic_string<char, std::char_traits<char>, std::allocator<char>>>>
0.00	0.00	0.00	873	0.00	0.00	std::_Rb_tree<std::__cxx11::basic_string<char, std::char_traits<char>, std::allocator<char>>>>
0.00	0.00	0.00	861	0.00	0.00	std::map<std::__cxx11::basic_string<char, std::char_traits<char>, std::allocator<char>>>>
0.00	0.00	0.00	861	0.00	0.00	std::map<std::__cxx11::basic_string<char, std::char_traits<char>, std::allocator<char>>>>
0.00	0.00	0.00	861	0.00	0.00	std::_Rb_tree<std::__cxx11::basic_string<char, std::char_traits<char>, std::allocator<char>>>>
0.00	0.00	0.00	861	0.00	0.00	std::_Rb_tree<std::__cxx11::basic_string<char, std::char_traits<char>, std::allocator<char>>>>
0.00	0.00	0.00	861	0.00	0.00	std::_Rb_tree<std::__cxx11::basic_string<char, std::char_traits<char>, std::allocator<char>>>>
0.00	0.00	0.00	861	0.00	0.00	std::_Rb_tree<std::__cxx11::basic_string<char, std::char_traits<char>, std::allocator<char>>>>
0.00	0.00	0.00	861	0.00	0.00	std::operator==(std::_Rb_tree_const_iterator<std::pair<std::__cxx11::basic_string<char, std::char_traits<char>, std::allocator<char>>>>>
0.00	0.00	0.00	861	0.00	0.00	std::operator!=(std::_Rb_tree_const_iterator<std::pair<std::__cxx11::basic_string<char, std::char_traits<char>, std::allocator<char>>>>>
0.00	0.00	0.00	760	0.00	0.00	std::remove_reference<std::__cxx11::basic_string<char, std::char_traits<char>, std::allocator<char>>>>
0.00	0.00	0.00	570	0.00	0.00	lerTipoString(std::__cxx11::basic_string<char, std::char_traits<char>, std::allocator<char>>>>
0.00	0.00	0.00	569	0.00	0.00	isDouble(std::__cxx11::basic_string<char, std::char_traits<char>, std::allocator<char>>>>
0.00	0.00	0.00	473	0.00	0.00	isChar(char)
0.00	0.00	0.00	381	0.00	0.00	Pilha<std::__cxx11::basic_string<char, std::char_traits<char>, std::allocator<char>>>>
0.00	0.00	0.00	291	0.00	0.00	lerEntrada(std::__cxx11::basic_string<char, std::char_traits<char>, std::allocator<char>>>>
0.00	0.00	0.00	285	0.00	0.00	std::__cxx11::basic_string<char, std::char_traits<char>, std::allocator<char>>>>
0.00	0.00	0.00	237	0.00	0.00	Pilha<std::__cxx11::basic_string<char, std::char_traits<char>, std::allocator<char>>>>
0.00	0.00	0.00	237	0.00	0.00	Pilha<std::__cxx11::basic_string<char, std::char_traits<char>, std::allocator<char>>>>
0.00	0.00	0.00	190	0.00	0.00	std::__cxx11::basic_string<char, std::char_traits<char>, std::allocator<char>>>>
0.00	0.00	0.00	190	0.00	0.00	std::__cxx11::basic_string<char, std::char_traits<char>, std::allocator<char>>>>
0.00	0.00	0.00	189	0.00	0.00	Pilha<std::__cxx11::basic_string<char, std::char_traits<char>, std::allocator<char>>>>
0.00	0.00	0.00	142	0.00	0.00	bool std::operator!=(std::pair<std::__cxx11::basic_string<char, std::char_traits<char>, std::allocator<char>>>>>
0.00	0.00	0.00	95	0.00	0.00	No::~No()
0.00	0.00	0.00	95	0.00	0.00	Pilha<No*>::pop()
0.00	0.00	0.00	95	0.00	0.00	Pilha<No*>::push(No*)
0.00	0.00	0.00	95	0.00	0.00	Pilha<No*>::vazia()
0.00	0.00	0.00	95	0.00	0.00	Pilha<double>::pop()
0.00	0.00	0.00	95	0.00	0.00	Pilha<double>::push(double)
0.00	0.00	0.00	95	0.00	0.00	Pilha<double>::vazia()
0.00	0.00	0.00	95	0.00	0.00	std::__cxx11::basic_string<char, std::char_traits<char>, std::allocator<char>>>>
0.00	0.00	0.00	94	0.00	0.00	precedencia(std::__cxx11::basic_string<char, std::char_traits<char>, std::allocator<char>>>>
0.00	0.00	0.00	56	0.00	0.00	std::pair<std::__cxx11::basic_string<char, std::char_traits<char>, std::allocator<char>>>>
0.00	0.00	0.00	49	0.00	0.00	std::setprecision(int)
0.00	0.00	0.00	48	0.00	0.00	No::~No(std::__cxx11::basic_string<char, std::char_traits<char>, std::allocator<char>>>>
0.00	0.00	0.00	47	0.00	0.00	No::~No(std::__cxx11::basic_string<char, std::char_traits<char>, std::allocator<char>>>>
0.00	0.00	0.00	32	0.00	0.00	std::_Rb_tree_iterator<std::pair<std::__cxx11::basic_string<char, std::char_traits<char>, std::allocator<char>>>>
0.00	0.00	0.00	32	0.00	0.00	std::_Rb_tree<std::__cxx11::basic_string<char, std::char_traits<char>, std::allocator<char>>>>

Dessa vez a função *lerTipoString* foi chamada um total de 570 vezes.

## 6. Conclusões

Neste trabalho prático, foi desenvolvido um programa em C++ que lida com expressões matemáticas representadas por árvores binárias. O programa é capaz de ler expressões matemáticas infixa e posfixa, convertê-las entre os dois formatos e resolver o valor da expressão.

As principais habilidades desenvolvidas foram a manipulação de árvores binárias e percorrendo-as em pré-ordem, em ordem e pós-ordem e a utilização de pilhas para processar expressões matemáticas.

Além disso algumas das lições que podem ser aprendidas incluem a importância de utilizar classes e funções auxiliares para organizar e modularizar o código, utilização

de classes e templates em C++, como usar funções-membro e variáveis-membro em uma classe, tratamento de exceções e erros e leitura e processamento de arquivos de texto.

## 7. Bibliografia

Documentação da linguagem C++ . Disponível em: <<https://cplusplus.com/doc/>>.

GNU Project. GNU gprof manual - Chapter 4. Disponível em:  
<[https://ftp.gnu.org/old-gnu/Manuals/gprof-2.9.1/html\\_chapter/gprof\\_4.html#SEC5](https://ftp.gnu.org/old-gnu/Manuals/gprof-2.9.1/html_chapter/gprof_4.html#SEC5)>.

Microsoft. Learn C++. Disponível em:  
<<https://learn.microsoft.com/en-us/cpp/?view=msvc-170>>.

Paulo Feofiloff. DCC-IME-USP. Disponível em:  
<<https://www.ime.usp.br/~pf/algoritmos/aulas/bint.html>>.

Wikipédia. Notação polonesa inversa. Disponível em:  
<[https://pt.wikipedia.org/wiki/Notação\\_polonesa\\_inversa](https://pt.wikipedia.org/wiki/Notação_polonesa_inversa)>.

Wikipédia. Notação infixa. Disponível em:  
<[https://pt.wikipedia.org/wiki/Notação\\_infixa](https://pt.wikipedia.org/wiki/Notação_infixa)>.

GeeksforGeeks. Expression Tree. Disponível em:  
<<https://www.geeksforgeeks.org/expression-tree/>>.

GeeksforGeeks. Evaluation of Postfix Expression. Disponível em:  
<<https://www.geeksforgeeks.org/evaluation-of-postfix-expression/>>.

GeeksforGeeks. Stack Data Structure. Disponível em:  
<<https://www.geeksforgeeks.org/stack-data-structure/>>.

GeeksforGeeks. Analysis of Algorithms | Big-O analysis. Disponível em:  
<<https://www.geeksforgeeks.org/analysis-algorithms-big-o-analysis/>>.

- Material apresentado em sala e disponível no Portal Minhas Turmas



## **8. Instruções para compilação e execução**

A compilação e a execução do programa são feitas diretamente no terminal:

Compilar e executar: `make run`

Excluir objetos e arquivos executáveis: `make clean`