上 海 交 通 大 学 试 卷（ A 卷）

（ 2014 至 2015 学年第二学期）

班级号________________ 学号_____________ 姓名

课程名称： 概率论与数理统计 成绩__________

一、单项选择题（本大题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分）

1． X,Y 为相互独立、具有相同分布的连续型随机变量，则

(A) $X=Y$； (B) $P(X=Y)=0$；

(C) $P(X=Y)=1$； (D) $P(X=Y)=\frac{1}{2}$。

2．设 $X_1,X_2,\cdots,X_n,n>3$ 是来自正态总体 $N(\mu,\sigma^2)$ 的一个简单随机样本，下列关于未知参数 μ 的无偏估计量中哪一个最有效（ ）

(A) $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i$ ； (B) $\frac{1}{2}X_1+\frac{1}{2}X_2$；

(C) $\frac{1}{6}X_1+\frac{1}{6}X_2+\frac{2}{3}X_3$ (D) $\frac{1}{3}X_1+\frac{1}{3}X_2+\frac{1}{3}X_3$。

3．设 $X_1,X_2,\cdots,X_{23}$ 是来自正态总体 $N(\mu,1)$ 的一个简单随机样本，$\bar{X},S^2$ 分别为样本均值与样本方差，则（ ）

(A) $\bar{X}\sim N(0,1)$； (B) $\sum_{i=1}^{23}(X_i-\mu)^2\sim\chi^2(22)$；

(C) $\sum_{i=1}^{23}(X_i-\bar{X})^2\sim\chi^2(22)$； (D) $\frac{\bar{X}}{S/\sqrt{n-1}}\sim t(22)$。

4．设随机变量 X 的密度函数为偶函数，分布函数为 $F(x)$，下面 4 种说法：

① $F(x)=F(-x)$ ② $F(-x)=1-F(x)$ ③ $P(|X|\le x)=2F(x)-1$ ④，$F(0)=\frac{1}{2}$，

其中正确的有（ ）种。

(A) 1；(B) 2；(C) 3；(D) 4。

我承诺，我将严格遵守考试纪律。

承诺人：

题号	1~6	7~12	13~16	17~20	
得分					
批阅人(流水阅卷教师签名处)					

5. 设(X,Y)服从单位圆内的均匀分布，现有以下四个结论：① X,Y 不相关；② X,Y 相互独立；③ $D(X-Y)=D(X)-D(Y)$；④ $E\{XY\}=E(X)E(Y)$。则上述结论中正确的为（　）
   (A) ①②③；　(B) ①③④；　(C) ①②③④；　(D) ①④。

6. 在H_0为原假设，H_1为备选假设的假设检验中，若显著性水平为α=0.05，则（　）

   (A) $P(\text{接受}H_0 \mid H_0\text{成立}) \le 0.05;$　(B) $P(\text{接受}H_1 \mid H_0\text{成立}) \le 0.05;$
   (C) $P(\text{接受}H_1 \mid H_1\text{成立}) \le 0.05$；　(D) $P(\text{接受}H_0 \mid H_1\text{成立}) = 0.05.$

二、填空题（本大题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分）

7. 已知$P\left(A\right)=0.3$，$P\left(B-A\right)=0.5$，则$P(\bar{B} \mid \bar{A})=$ ________ .

8. 设随机变量X服从$[-1,1]$上的均匀分布，则$\mathrm{Y}=X^2$的密度函数为 ________.

9. 设随机变量X服从参数为λ的泊松分布。且$E[(X-2)(X-3)]=2$，则λ= ________.

10. 设某总体X服从参数为p的（0-1）分布，$(X_1,X_2,\cdots,X_{16})$是来自该总体的简单随机样本，则

$P(\sum_{i=1}^{16} X_i=5)=$ ________.（请用p表示）

11. 设X,Y为相互独立的正态总体，$X\sim N(\mu,\sigma^2)$，$Y\sim N(\mu,\sigma^2)$，$X_1,X_2,\cdots,X_m$和$Y_1,Y_2,\cdots,Y_n$分别取自总体X和Y的简单随机样本，$\bar{X},\bar{Y}$分别为X和Y样本均值，S_X^2,S_Y^2分别为X和Y样本方差.

当$c=$ ________时，统计量$c\dfrac{(\bar{X}-\bar{Y})^2}{S_X^2}$服从 F 分布，自由度为 ________.

12. 一批铜丝中，随机抽取 9 根，测得抗拉强度的样本均值为 625，样本方差为 12.1，假定抗拉强度服从$N(\mu,\sigma^2)$，给定置信度为 95%，则σ^2的置信区间为 ________.

三、计算与证明题（本大题共 8 小题，每小题 8 分，共 64 分）

13. 连续做某种试验，每次只有成功和失败两个结果。第一次成功的概率为 0.5，并且对于任意自然数 k 都有，当 k 次成功时，第 k+1 次成功的概率为 0.6；当第 k 次失败时，第 k+1 次失败的概率为 0.1，求：(1) 第 3 次试验成功的概率；(2) 已知第 3 次成功的条件下，第 2 次成功的条件概率。

14. 设二维随机向量 (X,Y) 的联合密度函数为 $f(x,y)=\begin{cases}8xy, & 0<y<1, 0<x<y;\\ 0, & 其他,\end{cases}$

（1）求边缘密度函数 $f_X(x),\ f_Y(y)$；（2）求 $P\left\{Y\le\frac{1}{2}\middle|X=\frac{1}{4}\right\}$。

15．设二维随机变量 (X,Y) 在区域 $D=\{(x,y): x>0,\quad y>0,\quad x+y<1\}$ 内均匀分布，求随机变量 $U=\max\{X,Y\}$ 与 $U=\min\{X,Y\}$ 的分布函数。

16. 设总体 X 的分布密度为 $f(x;\theta)=\frac{1}{2\theta}e^{-\frac{1}{\theta}|x|},\quad x\in(-\infty,+\infty)$，其中 $\theta>0$ 为未知参数，求

（1）θ 的矩估计量 $\hat{\theta}_1$，（2）极大似然估计量 $\hat{\theta}_2$。

17. 上海老闵行地区楼市去年 5 月份均价为 19400 元/平米，今年 5 月，选了 36 套二手房的成交价格数据，算得样本均值为 20100 元，样本方差为 195600，假定总体服从正态分布。问相比去年 5 月，该地区房价上涨是否显著？（取显著性水平 $\alpha=0.05$）

18．某商店出售某种贵重商品，每周销售量（单位：件）如下

X	0	1	2
P	0.2	0.6	0.2

假定每周销售量独立同分布。

（1） 用 Chebyshev 不等式估计一年（按照 52 周算）的累积销售量在 42 到 62 之间的概率；

（2） 用中心极限定理估计一年累积销售量在 42 到 62 之间的概率。

19. 设总体 X 的二阶矩存在；$X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是来自总体 X 的一个简单随机样本，$\bar{X}$ 为样本均值。求 $X_i-\bar{X}$ 与 $X_j-\bar{X}$ 的协方差与相关系数

20．（1）叙述随机变量序列 $\{Y_k;\ k=1,2,...\}$ 服从大数定律的定义

（2）设 $\{X_k;\ k=0,1,2,...\}$ 为独立同分布的随机变量序列，且 $DX_k<\infty$，a,b 为常数，

$$Y_k=aX_k+bX_{k-1},\quad k=1,2,3,...$$

证明：$\{Y_k;\ k=1,2,...\}$ 服从大数定律。

$\Phi(2.19)=0.986$, $\Phi(2.10)=0.982$, $\Phi(2.00)=0.977$, $\Phi(1.96)=0.975$

$t_{0.05}(35)=1.69,\quad t_{0.05}(36)=1.68$, $t_{0.025}(35)=2.03,\quad t_{0.025}(36)=2.028$

$\chi^2_{0.975}(8)=2.18,\quad \chi^2_{0.025}(8)=17.535$, $\chi^2_{0.975}(9)=2.70,\quad \chi^2_{0.025}(9)=19.023$