上 海 交 通 大 学 试 卷（ A 卷）

（ 2013 至 2014 学年 第一学期 ）

班级号＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿ 学号＿＿＿＿＿＿＿＿ 姓名 ＿＿＿＿

课程名称 ＿概率论与数理统计＿＿＿＿＿＿ 成绩 ＿＿＿＿

一．单项选择题 （每题 3 分，共 18 分）

1．对于任意两个事件 A 和 B，以下论断正确的是（　　）。

(A) $P(A)=P(A|B)$；　　(B) $P(A)\le P(A|B)$；

(C) $P(A)\ge P(A|B)$；　　(D) 以上结论都有可能。

2．关于事件的独立性，有如下四个命题：(1) 若事件 A_1, A_2, A_3 相互独立，则其中任意两个事件均相互独立；(2) 若事件 A_1, A_2, A_3 相互独立，则其中任意两个事件的对立事件也相互独立；(3) 若事件 A_1, A_2, A_3 相互独立，则 A_1+A_2 与 A_3 相互独立；(4) 若事件 A_1, A_2, A_3 两两相互独立，则事件 A_1, A_2, A_3 相互独立。其中正确的命题为（　　）.

(A) (1)(2)(3)(4)；　(B) (1)(2)(3)；　(C) (1)(2)(4)；　(D) (1)(3)(4)。

3．从学校男生中随机抽取 n 名男生，测量并计算得平均身高为 h（cm），标准差为 s（cm）。假设身高服从正态分布，则学校男生的平均身高的置信度为95%的置信区间为（　　）

(A) $(h-\frac{s}{\sqrt{n}}t_{0.025}(n-1), h+\frac{s}{\sqrt{n}}t_{0.025}(n-1))$；　(B) $(h-\frac{s}{\sqrt{n}}t_{0.025}(n), h+\frac{s}{\sqrt{n}}t_{0.025}(n))$；

(C) $(h-\frac{s}{\sqrt{n}}t_{0.05}(n-1), h+\frac{s}{\sqrt{n}}t_{0.05}(n-1))$；　(D) $(h-\frac{s}{\sqrt{n}}t_{0.05}(n), h+\frac{s}{\sqrt{n}}t_{0.05}(n))$。

4．设随机变量 Y 服从参数为 $\lambda>0$ 的指数分布，$a>0$ 为常数，则 $P\{Y\le a+1|Y>a\}=$（　　）

(A) $1-e^{-1}$；　(B) $1-e^{-a\lambda}$；　(C) $1-e^{-a}$；　(D) $1-e^{-\lambda}$。

5．设随机变量 X 服从正态分布 $N(2,3)$，$f(x)$ 为 X 的密度函数，若 $\int_{-\infty}^{c} f(x)\mathrm{d}x=\int_{c}^{+\infty} f(x)\mathrm{d}x$，则（　　）

(A) $c=0$；　(B) $c=1$；　(C) $c=2$；　(D) $c=3$。

我承诺，我将严格遵守考试纪律。

承诺人：__________

题号	1-6	7-12	13-14	15-16	17-18	19-20
得分						
批阅人(流水阅卷教师签名处)						

6. 设随机变量 X 服从 $U(0,1)$（均匀分布）。则随机变量 $Y=-2\ln X$ 服从的分布为（　　）

(A) 参数为 $\frac{1}{2}$ 的指数分布；　　(B) 参数为 2 的指数分布；

(C) 参数为 1 的指数分布；　　(D) 自由度为 1 的 χ^2 分布。

二．填空题（每题 3 分，共 18 分）

7. 设随机变量 X 和 Y 的相关系数 $\rho=1$，且方差 $D(X)=D(Y)=1$，则随机变量 X 和 $X-\frac{1}{2}Y$ 的相关系数为__________。

8. 二手店店主购买一辆二手车的价格为 X（千元），出售的价格为 Y（千元）。设随机变量 X 和 Y 的联合密度函数为：$f(x,y)=\begin{cases}\frac{1}{36}x, & 0<x<y<6,\\ 0, & 其他,\end{cases}$ 那么该店主出售一辆二手车的平均收益是__________。

9. 设二维随机变量 (X,Y) 服从正态分布 $N(\mu_1,\sigma_1^2;\mu_2,\sigma_2^2;0)$，则 $E(XY^2)=$__________。

10. 设 $X_1,X_2,\cdots,X_n,X_{n+1}$ 取自总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$ 的样本，$\overline{X}$ 和 S^2 为前 n 个样本的样本均值与样本方差。若 $Y=k\frac{X_{n+1}-\overline{X}}{S}$ 服从 t 分布，则常数 $k=$__________。

11. 设随机变量 X 和 Y 相互独立，且具有相同的分布：

X (Y)	-1	1
P	k	$1-k$

若 $P\{\max(X,Y)=1\}=2P\{\max(X,Y)=-1\}$，则 $k=$__________。

12. 同时掷两枚骰子，直到至少有一枚骰子出现 6 点为止，则抛掷次数 X 的分布列为__________。

三．计算题 （每题 8 分，共 56 分）

13．已知超市某种商品以2:3:5的比例从甲、乙、丙三个渠道进货，且三个渠道的次品率分别为5%, 10% 和 6%。（1）求超市里此商品的次品率；（2）若某次品不是来自丙渠道，求来自甲和乙渠道的概率。

14．设随机变量 X 的密度函数为 $f_X(x)=\begin{cases}0.5, & -1<x<0,\\ 0.25, & 0\le x<2\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$，$Y=X^2$，且 $F(x,y)$ 为二维随机变量 (X,Y) 的联合分布函数。试求：（1）随机变量 Y 密度函数 $f_Y(y)$；（2）$F(-0.5,4)$。

15. 已知二维随机变量（X,Y）的联合分布律为

（1）求 $Z=X+Y$ 的分布律；

（2）求在 $Z=2$ 的条件下，X 的条件分布律。

$Y \backslash X$	1	2
0	1/10	1/5
1	2/5	3/10

16. 设二维随机变量 (X,Y) 的密度为：$f(x,y)=\begin{cases} xe^{-x(1+y)}, & x>0, y>0, \\ 0, & otherwise, \end{cases}$。试求：（1）随机变量 X 的边缘密度函数 $f_X(x)$；（2）随机变量 $Z=XY$ 的密度函数 $f_Z(z)$。

17. 据调查，某小区中一个家庭无车、有 1 辆车、有 2 辆车的概率分别为 0.05，0.8，0.15（假设一个家庭没有 3 辆及以上的车）。若该小区共有 400 个家庭，试用中心极限定理计算：（1）400 个家庭拥有车辆总数超过 450 的概率；（2）只有 1 辆车的家庭数不多于 340 的概率。

18. 设 $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 为取自总体 X 的样本，且 X 的密度函数为 $f(x)=\begin{cases} \dfrac{\theta^2}{x^3}e^{-\frac{\theta}{x}}, & x>0 \\ 0, & x\le 0 \end{cases}$，其中参数 $\theta>0$ 未知。（1）求参数 θ 的矩估计量 $\hat{\theta}_1$，并判断 $\hat{\theta}_1$ 是否为无偏估计；（2）求参数 θ 的极大似然估计量 $\hat{\theta}_2$。

19．根据某地环境保护法规定，倾入河流的废物中某种有毒化学物质含量不得超过 3 个单位。该地区环保组织对某厂连日倾入河流的废物中该物质的含量的记录为：$x_1,\dots,x_{15}$．经计算得：

$$\sum_{i=1}^{15} x_i = 48, \qquad \sum_{i=1}^{15} x_i^2 = 156.26.$$

试用显著性水平 $\alpha = 0.05$ 检验该厂是否符合环保法的规定。（假设该有毒化学物质含量 X 服从正态分布）

四、叙述与证明题（8 分）

20．（1）试叙述什么是 n 重伯努利试验；

（2）证明：在 n 重伯努利试验中，事件 A 发生的频率是该事件发生概率的矩估计。

试题中的备选数据：

$\Phi(1.14)=0.8729$, $\Phi(1.15)=0.8749$, $\Phi(2.5)=0.9938$, $\Phi(2.6)=0.9953$

$t_{0.025}(14)=2.1448$, $t_{0.025}(15)=2.1315$, $t_{0.05}(14)=1.7613$, $t_{0.05}(15)=1.7531$

$\chi^2_{0.025}(14)=26.119$, $\chi^2_{0.025}(15)=27.488$, $\chi^2_{0.05}(14)=23.685$, $\chi^2_{0.05}(15)=24.996$