

# 离散数学

**Junni Zou**

邹君妮

<http://www.cs.sjtu.edu.cn/~zou-jn/>

**Dept. of Computer Science and Engineering  
Shanghai Jiao Tong University**

**2 Mar. 2018**

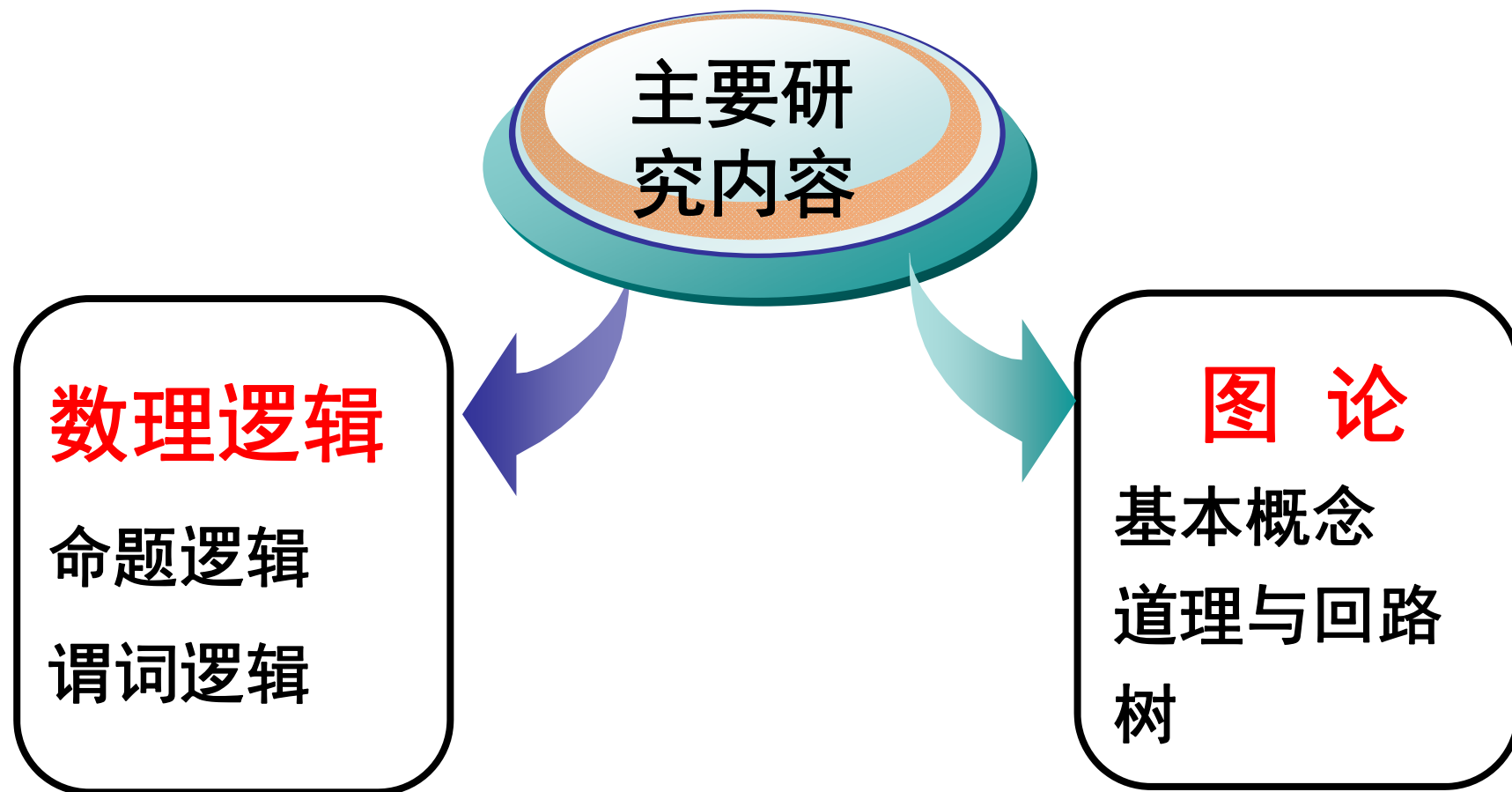
# 离散数学

- **离散数学**(discrete mathematics)是研究离散对象的数学分支
  - ◆ 离散：由分离的元素组成，如自然数集
  - ◆ 相对应的是连续对象，如实数集
    - 微积分就是研究连续函数的数学分支
- **内容包括:**
  - ◆ 集合,关系,函数
  - ◆ 数理逻辑
  - ◆ 图论
  - ◆ 抽象代数
  - ◆ 组合数学
  - ◆ 数论, .....

# 离散数学

- **提高数学论证和求解能力**
- **培养抽象思维能力和逻辑推理能力**
- **是计算机科学和技术的数学基础**
  - ◆ 自然数集数据结构,算法,数据库理论,自动机理论,形式语言,编译理论,计算机安全,操作系统,人工智能,数字电路
- **也是运筹学,化学,工程,生物学等很多领域的数学基础**

# 课程内容



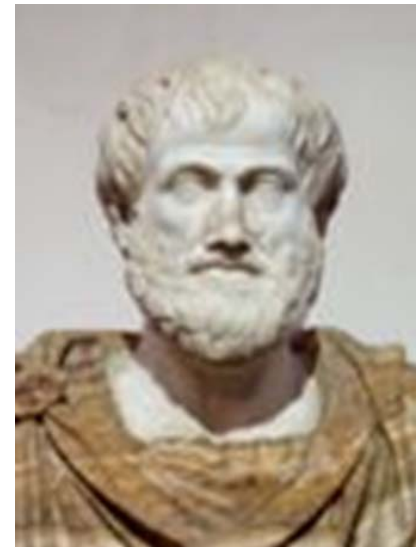
# 参考书目

- 数理逻辑与集合论，石纯一，清华大学出版社
- 图论与代数结构，戴一奇，清华大学出版社
- Discrete Mathematics and Its Applications (7th),  
Kenneth H. Rosen
- 数理逻辑(计算机类专业适用), 莫绍揆, 高等教育出版社
- 图论及其应用，J. A. Bondy，中文版

# 第一部分 数理逻辑

# 什么是逻辑？

- **研究人类思维规律，研究推理(reasoning)的学科**
  - ◆ 英文logic源自古希腊语logos（词语, 言语, 思维, 推理）
  - ◆ 中文“逻辑”一词由严复首先译用,《穆勒名学》
- **西方逻辑起源可追溯到古希腊**
  - ◆ 亚里士多德(Aristotle)
    - 形式逻辑的奠基人，第一个逻辑学家
  - ◆ 斯多葛学派(the Stoics)
- **古代东方逻辑**
  - ◆ 中国的名辩之学(名墨儒道各家)
  - ◆ 古印度的因明



# 逻辑的作用

- **如何获得知识（真理）？**
  - ◆ 观察、阅读、讨论、顿悟,.....
  - ◆ 从“旧知”经“推理”得出“新知”
    - 若“旧知”和“推理”都正确，则“新知”正确
    - 若“新知”错而“推理”正确，则抛弃“旧知”
    - 逻辑研究怎样的推理是可靠的
    - 逻辑还研究一组知识是否协调（一致，相容）
- **逻辑思维能力是学习工作乃至日常生活中的重要能力**



# 形式逻辑

- **非形式逻辑** ( informal logic ) 是自然语言的论证
- **形式逻辑** ( formal logic ) 研究推理的形式，推理有效性由形式而非内容决定
  - ◆ **苏格拉底的三段论**：大前提、小前提 $\Rightarrow$  结论
    - 1、大前提(major premise)      所有的人都是会死的
    - 2、小前提(minor premise)      苏格拉底是人
    - 3、结论(conclusion)      苏格拉底是会死的
  - ◆ **假言推理**：如果苏格拉底是柏拉图的老师，那么柏拉图是苏格拉底的学生。而且苏格拉底是柏拉图的老师，柏拉图是苏格拉底的学生。

# 数理逻辑

- **符号逻辑**: 对逻辑推理的形式特征进行符号抽象
- **数理逻辑**: 用数学的方法来研究推理的规律统称为数理逻辑
  - ◆ 用数学方法研究逻辑问题，研究关于推理、证明等问题的学科
  - ◆ 或者说，数理逻辑=符号逻辑
  - ◆ 数学方法，即 **符号化**、**公理化**、**形式化**的方法

# 数理逻辑发展史

- **数理逻辑思想的提出：莱布尼茨**

- ◆ 提出创造一种“通用的科学语言”，可以象数学一样，把推理过程利用公式来进行计算，从而得出正确的结论
- ◆ 发生争论时我们可以简单地说：让我们计算一下吧，看谁正确
- ◆ 受社会条件的限制，他的想法并没有实现，却是现代数理逻辑部分内容的萌芽
- ◆ 数理逻辑的先驱

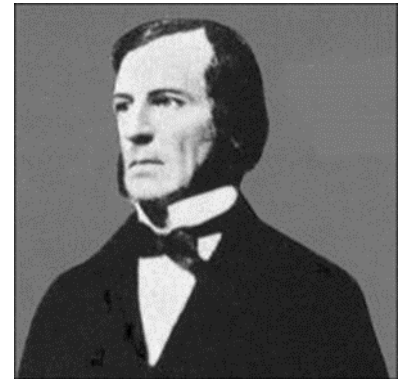


1646-1716

# 数理逻辑发展史

- **数理逻辑的诞生：英国数学家布尔**

- ◆ 1847年，发表了《逻辑的数学分析》，建立了“布尔代数”，并创造了一套符号系统，利用符号来表示逻辑中的各种概念
- ◆ 建立了一系列的运算法则，利用代数的方法研究逻辑问题，初步奠定了数理逻辑的基础
- ◆ 初步实现了Leibniz梦想

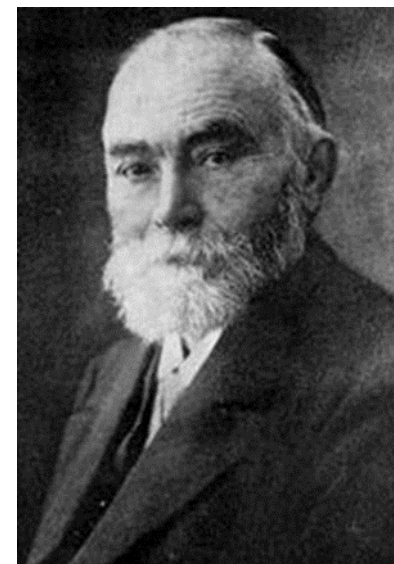


**1815-1864**

# 数理逻辑发展史

- **发展成独立学科：德国数学家弗雷格**

- ◆ 1884年，德国数学家弗雷格出版了《数论的基础》和《符号论》，在书中引入量词符号，使得数理逻辑的符号系统更加完备
- ◆ 现代数理逻辑最基本的理论基础逐步形成，成为一门独立的学科
- ◆ 基本实现了Leibniz梦想

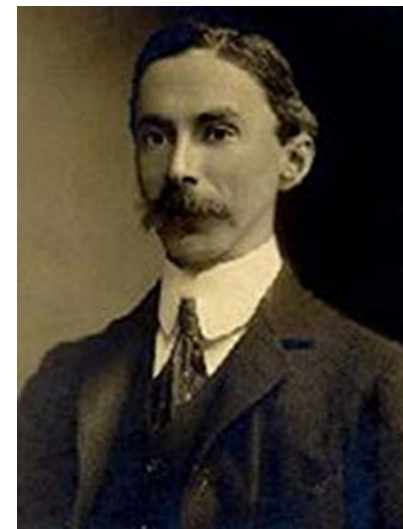


1848-1925

# 数理逻辑发展史

- **数理逻辑形式系统的产生：罗素**

- ◆ 罗素在集合论的研究过程中，于1903年提出了著名的罗素悖论，引发了数学史上的第三次危机
- ◆ 动摇了集合论的基础，促使人们去研究数学中的矛盾性，从而提出了公理集合论
- ◆ 导致了利用公理系统来研究数学的方法



1872-1970

# 数理逻辑发展史

## ● 罗素悖论

一天，萨维尔村理发师挂出一块招牌：“村里所有不自己理发的男人都由我给他们理发，我也只给这些人理发。”于是有人问他：“您的头发由谁理呢？”理发师顿时哑口无言。

因为，如果他给自己理发，那么他就属于自己给自己理发的那类人。但是，招牌上说明他不给这类人理发，因此他不能自己理。如果由另外一个人给他理发，他就是不给自己理发的人，而招牌上明明说他要给所有不自己理发的男人理发。因此，他应该自己理。由此可见，不管怎样的推论，理发师所说的话总是自相矛盾的。

# 数理逻辑发展史

## ● 公理系统

- ◆ 第一个数学公理化系统：欧几里德的《几何原本》
- ◆ 欧氏几何的公理系统：从点、直线、平面等不加定义的原始概念出发，定义更为复杂的概念，如平行线、三角形、平行四边形等
  - 接受一些所谓不证自明的事实作为公理
  - 运用很少的几条逻辑推理规则，推导出一系列定理
  - 这些推理规则也被认为是毋庸置疑的
- ◆ 所有概念都具有鲜明的直观背景
- ◆ 这样的公理系统常被称为具体公理系统



# 数理逻辑发展史

## ● 形式系统

- ◆ 从具体公理系统中来，脱离了具体公理系统
- ◆ 数理逻辑形式系统的组成
  - 符号语言：将概念符号化，通常为一形式语言
  - 理论体系：表示思维规律的逻辑理论，包括：
    - 公理
    - 推理规则
    - 依据公理和推理规则推演可得的全部定理
- ◆ 具体公理系统 $\Rightarrow$  抽象公理系统 $\Rightarrow$  形式系统

# 数理逻辑与其它科学

- **数理逻辑与数学**
  - ◆ 代数学与数理逻辑相互促进
  - ◆ 集合论、数论、拓扑学
  - ◆ 经典逻辑、多值逻辑、布尔代数
- **数理逻辑与计算机科学**
  - ◆ 可计算理论
  - ◆ 软件工程
  - ◆ 人工智能



## Q & A



Many Thanks

[zou-jn@cs.sjtu.edu.cn](mailto:zou-jn@cs.sjtu.edu.cn)

---