上 海 交 通 大 学 试 卷（ AB 卷答案）

A一 选择题（50’，每题 2’，在错误答案上划\，在题号上写得分。）

D B B A D　　C D C D B　　C D B A A　　B D A B A　　D B A D A

B五 选择题（50’，每题 2’）

B D D C B　　A B A B B　　A B B C A　　B D C D C　　B D D B D

A二 B六 填空题（30’，每题 2’，在错误答案上划\，在题号上写得分。）

1. 1-100 的这 100 个整数中，能被 2,3,5 之一整除的数有____74____个。

2. 设 $A=\{\{\phi\},\{\{\phi\}\}\}$，则 $\bigcup P(A)=$ A或$\{\{\phi\},\{\{\phi\}\}\}$

3. 含 n 个结点的简单图共有 $2^{n(n-1)/2}$ 个。

4. 设 A = {1, 2, 3, ..., 13, 14, 15}, 定义 R={<x,y>|x≡y(mod 4),x,y∈A},

则[2]=___{2,6,10,14}___

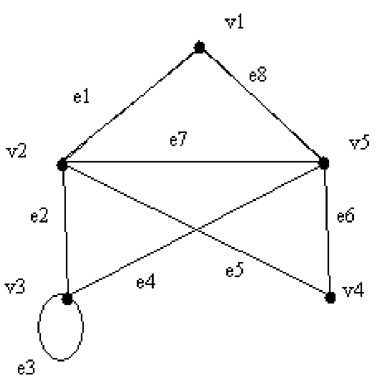
5. 设 A 和 B 都是有穷非空集合，A 和 B 的基数为 n, 则 A 到 B 有____n!____种不同的双射。

6. 关系 $\{<1,<2,3>>,<2,<2,3>>,<3,<2,3>>\}$ 的定义域和值域分别为 $\{1,2,3\}$，$\{<2,3>\}$

7. 设 f,g,h 为实数集上的函数，$f(x)=x+4, g(x)=2x+4, h(x)=\dfrac{x}{2}$，

则 $f\circ h\circ g=$___x+6___

8. 下图的一条欧拉回路是 (e1,e2,e3,e4,e7,e5,e6,e8) 或点的序列 或点边序列。



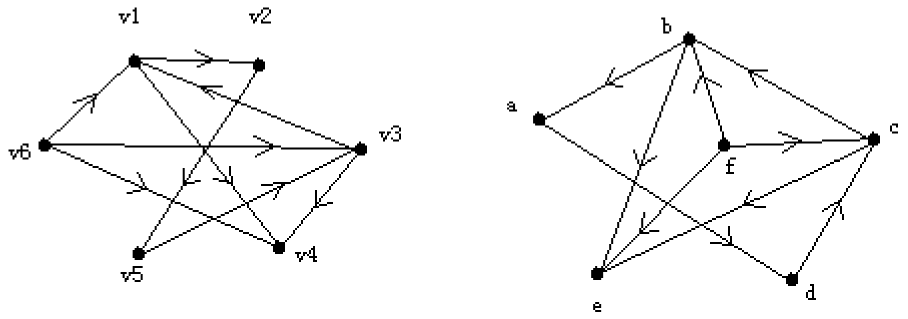
9. 设图G=（V,E）有7个结点，其中6个结点的度都为3，一个结点的度为6,

则该图有 ___12___ 条边。

10．有向图 G 的关联矩阵为$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$，

则其邻接矩阵为：$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

11．下面两个有向图的同构映射为 f(v1)=b, f(v2)=a, f(v3)=c, f(v4)=e, f(v5)=d, f(v6)=f 。



12．一棵树有 n_1 个结点的度为 1，n_2 个结点的度为 2，…，n_{k-1} 个结点的度为 k-1，结点最大的度为 k。问度为 k 的结点有 $(n_1-2)-n_3-2n_4-3n_5-\cdots-(k-3)n_{k-1}\big/(k-2)$ 个。

13．某简单平面图有 8 个结点，18 条边，则每个域的边数是___3___。

14．在 K_3，K_4，K_5，K_6，K 型图中，非平面图为___K_5，K_6，K 型图___。

15．对于权序列 $(1,3,3,4,4)$，构造 Huffman 树，则带权路径总长为___34___。

A三B三．(5') 对任意的集合 A，证明 $\{\phi,\{\phi\}\}\subseteq PP(A)$

证明：空集是任意集合的子集。

$\phi\subseteq A\Leftrightarrow\phi\in P(A)\Leftrightarrow\{\phi\}\subseteq P(A)\Leftrightarrow\{\phi\}\in PP(A)$ (3')

$\phi\subseteq P(A)\Leftrightarrow\phi\in PP(A)$ (1')

由上面两式知：$\{\phi,\{\phi\}\}\subseteq PP(A)$。 (1')

A四B二．(5')设 R 是非空集合A上的二元关系，R 是自反的、传递的，试证：$R^n = R$

证明：若 $<a,b>\in R^n$，所以存在 $a_1, a_2, \ldots, a_{n-1}$，使得

$$<a,a_1>,<a_1,a_2>,\ldots,<a_{n-1},b>\in R,$$

又因为 R 是传递的，所以可以得到 $<a,b>\in R$。 (2')

若 $<a,b>\in R$，因为 R 是自反的，所以有 $<a,a>\in R$，于是得到

$$\underbrace{<a,a>,<a,a>,\cdots,<a,a>}_{n-1个<a,a>},<a,b>\in R^n$$

由此即知 $<a,b>\in R^n$。 (3')

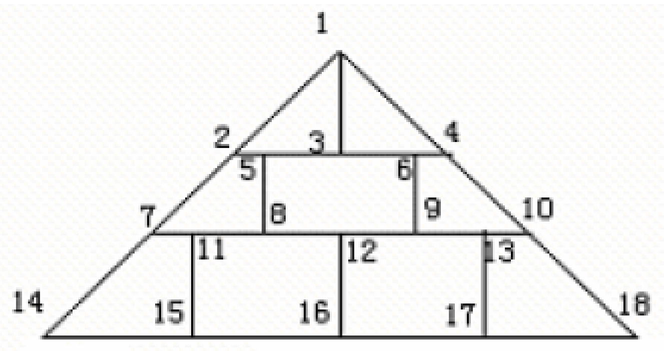
所以由 $R^n \subseteq R, R \subseteq R^n$，可知 $R^n = R$。

A五B一．(5')下图中直线的交点都为图的结点，共有18个结点。

判断图中是否存在欧拉回路，若有，则写出一条欧拉回路，否则说明理由。

判断图中是否存在哈密顿回路，若有，则写出一条哈密顿回路，否则说明理由。

判断该图是否为可平面图。



答: (1')不存在欧拉回路,

(1')因为无向连通图存在欧拉回路的充要条件是各结点的度都是偶数,而此图中结点1度为3.

(1')存在哈密顿回路：

(1') 1—2—5—8—11—7—14—15—16—12—9—13—17—18—10—4—6—3—1。

(1')是可平面图

A 六 B 四. (5')G 为简单平面图（域的个数 $d \geq 2$，结点个数 n，边的个数 m，连通支个数 k），其对偶图的域有 l 个。求证：（1）$l = n - k + 1$

（2）$d \leq 2l - 4$

证明：(2’)　(1) n-m+d=k+1

n*-m*+d*=2

n*=d

m*=m

d*=l

因为对偶图的域有 l 个，所以

$$l = n - k + 1 \qquad （1*）$$

（3’）(2)　因为 G 为简单平面图且 $d \geq 2$，所以

$$3d \leq 2m \qquad （2*）$$

又由欧拉公式的推广形式

$$d = m - n + k + 1 \qquad （3*）$$

由（1*),（3*）得（消去 n，k）

$$l + d = m + 2 \qquad (4*)$$

（2*）代入（4*）得（消去 m）

$$l + d = m + 2 \geq 3d/2 + 2$$

=> $l \geq d/2 + 2$

=> $d \leq 2l - 4$