上 海 交 通 大 学 试 卷（ A 卷）

（ 2015 至 2016 学年 第二学期 ）

班级号________________ 学号______________ 姓名 ________

课程名称 ____概率论与数理统计____ 成绩 ________

一、单项选择题（本大题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分）

1.【 】设事件 A,B,C 满足 $B\subset A, B\subset C, P(A)=0.8, P(AC)=0.6, P(A-B)=0.5$，

则 $P(A\bar{B}C)=$

（A）0.1 ；（B）0.2；（C）0.3；（D）0.4 。

2.【 】设 n 个元件的可靠度都是 p，且相互独立，将它们串联起来，则系统的可靠度是

（A）$(1-p)^n$；（B）p^n；（C）$1-(1-p)^n$；（D）$1-p^n$。

3.【 】设 X,Y 的独立同分布，且它们方差都存在；记 $\xi=X-Y, \eta=X+Y$，则 ξ 与 η

（A）相互独立；（B）不相互独立；（C）相关系数为 0；（D）相关系数不为 0.

4.【 】设随机变量 $(X,Y)\sim N(1,4;2,9;1)$，则 $D(2X-Y)$ 等于

（A）49；（B）13；（C）1；（D）-1。

5.【 】设随机变量 X 和 Y 均服从标准正态分布，则下列判断正确的是

（A）$X+Y$ 服从正态分布；（B）X^2+Y^2 服从 χ^2 分布；

（C）X^2 和 Y^2 都服从 χ^2 分布；（D）$\dfrac{X^2}{Y^2}$ 服从 F 分布。

6.【 】设 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，且 σ^2 未知，则 μ 的置信度为 0.95 的置信区间为

（A）$(\bar{X}\pm\frac{S}{\sqrt{n}}t_{0.025})$；（B）$(\bar{X}\pm\frac{\sigma}{\sqrt{n}}t_{0.025})$；

（C）$(\bar{X}\pm\frac{S}{\sqrt{n}}u_{0.025})$；（D）$(\bar{X}\pm\frac{\sigma}{\sqrt{n}}u_{0.025})$。

我承诺，我将严格遵守考试纪律。

承诺人：________

题号	1~6	7~12	13~16	17~20	
得分					
批阅人（流水阅卷教师签名处）					

二、填空题（本大题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分）

7. 设二维随机变量的概率分布如下：

(X, Y)	(−1, 0)	(−1, 1)	(0, 0)	(0, 1)	(0, 2)	(1, 0)	(1, 1)
P	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$

$F(x,y)$ 为 (X,Y) 的联合分布函数，$F_X(x),F_Y(y)$ 分别为 X，Y 的边缘分布函数。则

$F(1,1)=$ ________，$F_X(0)=$ ________，$F_Y(1)=$ ________。

8. 设随机变量 $X\sim b(1,p)$，X 取 1 的概率是它取 0 的概率的两倍，则 X 的分布函数为 ________ 。

9. 设随机变量 X、Y 服从的分布分别为 $X\sim p(\lambda_1)$、$Y\sim p(\lambda_2)$，且它们相互独立，请写出 $X+Y$ 分布律________ 。

10. 设 $(X_1,X_2,\cdots X_n)$ 为取自总体 X 的样本， EX,DX 都存在，则 $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i^2$ 依概率收敛于 ________ 。

11. 设 $X\sim N(0,1)$，则 $|X|$ 的密度函数为 ________ 。

12. 设 X,Y 相互独立，并且都服从二项分布 $B(2,0.3)$，求关于 x 的方程 $x^2+2x+X+Y=0$ 有实根的概率 ________ 。

本试卷所需查表数据：

$\Phi(1.65)=0.95$, $t_{0.025}(34)=2.032$,

$\Phi(1.96)=0.975$, $t_{0.05}(34)=1.6909$, $\chi_{0.025}{}^2(34)=51.966$, $\chi^2_{0.975}(34)=19.806$

三、 计算与证明题（本大题共 8 小题，每小题 8 分，共 64 分）

13. 设一台机床工作状态只有良好和发生故障两种状态，当工作状态良好时，产品的合格率是 99%；而发生故障时，产品的合格率是 50% 。设每次新开机时机床处于良好状态的概率是 95%，如果新开机后生产的第一件产品是合格品，求机床处于良好状态的概率。

14. 设二维随机向量(X,Y)的联合密度函数为 $f(x,y)=\begin{cases}6x, & 0<x<y<1;\\ 0, & otherwise.\end{cases}$

（1）求边缘密度函数 $f_X(x), f_Y(y)$；

（2）求条件密度函数 $f_{Y|X}(y\mid x=\frac{1}{3})$ 和条件概率 $P(Y<\frac{1}{2}\mid x=\frac{1}{3})$。

15．设二维随机变量(X, Y)的联合概率密度函数为:

$$f(x,y)=\begin{cases} k(x+y), & 0<x<2, 0<y<2; \\ 0, & otherwise. \end{cases}$$

（1）求常数 k;

（2）设$M=\max(X,Y)$, $N=\min(X,Y)$，分别求M和N的分布函数$F_M(z)$和$F_N(z)$。

16. 设随机变量X，Y是相互独立，并且X服从$(0,1)$上的均匀分布，即$X \sim U(0,1)$；Y服从参数为4的指数分布，即$Y \sim E(4)$。求（1）$E\left[(X+Y)^2\right]$；（2）$P(X+Y \le 1)$。

17.设 X 的密度函数是 $f(x,\theta)=\frac{1}{2\theta}e^{-\frac{|x|}{\theta}},-\infty<x<\infty$，其中 $\theta>0$ 为未知参数，$X_1,X_2,\cdots,X_n$ 为取自总体 X 的样本。（1）求 θ 的矩估计量 $\hat{\theta}_1$；（2）求 θ 的极大似然估计量 $\hat{\theta}_2$。

18. 独立地测量一个物理量，记每次测量的结果为 $X=\mu+\varepsilon$，其中 μ 是物理量的真值，ε 是测量产生的随机误差，且已知每次测量产生的随机误差都服从 $(-1,1)$ 上的均匀分布，如果取 n 次测量结果的算术平均值 $\bar{X}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i$ 作为真值 μ 的近似值，求：

(1) 当 $n=36$ 时，试用切比雪夫不等式估计 $|\bar{X}-\mu|<\frac{1}{6}$ 的概率；

(2) 试用中心极限定理判断，若要求 $|\bar{X}-\mu|<\frac{1}{6}$ 的概率大于 95%，则至少应进行多少次测量?

19. 设某年某校研究生入学体能测试中男生体重指标服从正态分布，现从中取出 35 位男生，算得平均体重为 66.5kg，样本方差为 225；问从这个样本的结果，（显著性水平 $\alpha=0.05$）

（1）是否可以认为该年度入学的男研究生平均体重显著偏低于 71kg？

（2）是否可以认为该年度入学的男研究生体重的标准差为 16 ？

20. 设 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 为取自正态总体 $X\sim N(0,\sigma^2)$ 的样本， $M_1=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i$ ， $M_2=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i^2$ 。

证明：（1） nM_1^2 与 M_2 都是 σ^2 的无偏估计；（2） M_2 是比 nM_1^2 更有效的估计。