

# 上海交通大学试卷 (A 卷)

( 20\_08 至 20\_09 学年 第 2 学期 )

班级号 \_\_\_\_\_ 学号 \_\_\_\_\_ 姓名 \_\_\_\_\_  
课程名称 离散数学 \_\_\_\_\_ 成绩 \_\_\_\_\_

一、选择题 (30', 每题 2', 每题只有一个选项是正确的, 请将答案写在题号前的括号里)

- ( ) 1. 下列语句中是真命题的是 \_\_\_\_\_
- A. 这个语句是假的
  - B. 严禁吸烟
  - C. 如果  $1+2=3$ , 那么雪是黑的
  - D. 如果  $1+2=5$ , 那么雪是黑的
- ( ) 2. 令  $P$ : 今天下雪了,  $Q$ : 路滑, 则命题“虽然今天下雪了, 但是路不滑”可符号化为 \_\_\_\_\_
- A.  $P \rightarrow \neg Q$
  - B.  $P \vee \neg Q$
  - C.  $P \wedge Q$
  - D.  $P \wedge \neg Q$
- ( ) 3. 下列命题公式为重言式的是 \_\_\_\_\_
- A.  $Q \rightarrow (P \wedge Q)$
  - B.  $P \rightarrow (P \wedge Q)$
  - C.  $(P \wedge Q) \rightarrow P$
  - D.  $(P \vee Q) \rightarrow Q$
- ( ) 4. 下列 4 个推理中, 不正确的是 \_\_\_\_\_
- A.  $A \Rightarrow (A \wedge B)$
  - B.  $(A \vee B) \wedge \neg A \Rightarrow B$
  - C.  $(A \rightarrow B) \wedge A \Rightarrow B$
  - D.  $(A \rightarrow B) \wedge \neg B \Rightarrow \neg A$
- ( ) 5. 下列命题联结词集合中, 是联结词的完备集的是 \_\_\_\_\_
- A.  $\{\neg, \leftrightarrow\}$
  - B.  $\{\uparrow\}$
  - C.  $\{\wedge, \vee\}$
  - D.  $\{\wedge, \rightarrow\}$

我承诺，我将严格遵守考试纪律。

承诺人：\_\_\_\_\_

题号	一	二	三	四	五	六	七	八
得分								
批阅人(流水阅卷教师签名处)								

( ) 6. 设  $p$ : 我很累,  $q$ : 我去学习, 命题: “除非我很累, 否则我就去学习”的符号化正确的是\_\_\_\_\_

- A.  $\neg p \wedge q$
- B.  $\neg p \rightarrow q$
- C.  $\neg p \rightarrow \neg q$
- D.  $p \rightarrow \neg q$

( ) 7. 关于  $A \rightarrow \Phi$  的函数, 下列\_\_\_\_\_是正确的

- A. 不存在
- B. 有一个空函数  $\Phi$
- C. 仅当  $A$  非空时才能有函数
- D. 仅当  $A$  为空时才能有函数

( ) 8.  $R_1, R_2$  是集合  $A$  上的二元关系, 则以下\_\_\_\_\_是正确的

- A. 若  $R_1 \cap R_2$  自反, 则  $R_1$  和  $R_2$  均自反
- B. 若  $R_1 \cap R_2$  对称, 则  $R_1$  和  $R_2$  均对称
- C. 若  $R_1$  和  $R_2$  传递, 则  $R_1 \cup R_2$  传递
- D. 若  $R_1$  和  $R_2$  反对称, 则  $R_1 \cup R_2$  反对称

( ) 9. 设  $R_3$  是集合  $A$  到集合  $B$  上的二元关系,  $R_1, R_2$  是集合  $B$  到集合  $C$  上的二元关系,

则以下\_\_\_\_\_是错误的.

- A.  $(R_1 \cup R_2) \circ R_3 = (R_1 \circ R_3) \cup (R_2 \circ R_3)$
- B.  $(R_1 \cap R_2) \circ R_3 = (R_1 \circ R_3) \cap (R_2 \circ R_3)$
- C.  $R_1[A \cup B] = R_1[A] \cup R_1[B]$
- D.  $(R_1 \circ R_3)^{-1} = R_3^{-1} \circ R_1^{-1}$

( ) 10.  $P(P(P(\Phi)))$  为\_\_\_\_\_

- A.  $\{\{\Phi\}, \{\Phi, \{\Phi\}\}\}$
- B.  $\{\Phi, \{\Phi, \{\Phi\}\}, \{\Phi\}\}$
- C.  $\{\Phi, \{\Phi, \{\Phi\}\}, \{\Phi\}, \{\{\Phi\}\}\}$
- D.  $\{\Phi, \{\Phi, \{\Phi\}\}\}$

班级

学号

姓名

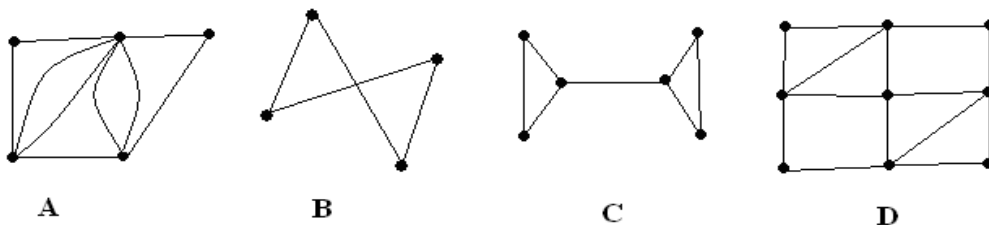
( ) 11. 下面说法错误的是\_\_\_\_\_

- A. 非空简单图中一定存在度相同的结点
- B. 两个图同构当且仅当它们存在同构的导出子图
- C. 简单图  $G$  中, 若  $m > \frac{1}{2}(n-1)(n-2)$  (其中  $m$  为边数,  $n$  为结点数), 则  $G$  不存在孤立点
- D. 连通无向图的每一对不同的顶点之间都存在简单道路

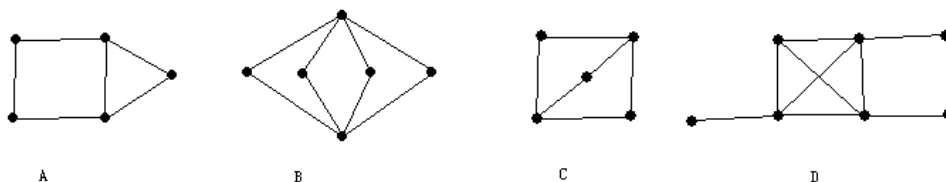
( ) 12. 一个无向图有四个结点, 其中 3 个的度数是 2, 3, 3, 则第 4 个结点的度数不可能是\_\_\_\_\_

- A. 0
- B. 1
- C. 2
- D. 4

( ) 13. 下图中\_\_\_\_\_不存在欧拉回路



( ) 14. 下图中\_\_\_\_\_存在 H 回路



( ) 15. 设  $G$  是有  $n$  个结点,  $m$  条边的连通图, 必须删去  $G$  的\_\_\_\_\_条边, 才能确定  $G$  的一棵生成树.

- A.  $m - n + 1$
- B.  $m - n$
- C.  $m + n + 1$
- D.  $n - m + 1$

二、填空题（20'，每题 2'）

1.  $(p \rightarrow q) \vee (q \wedge r)$  的主析取范式为：  
\_\_\_\_\_。

2. 设  $A(x)$ ：x 是人， $B(x)$ ：x 犯错误，则“没有人不犯错误”可以符号化为  
\_\_\_\_\_。

3. 设  $R, S$  是集合  $A = \{1, 2, 3, 4\}$  上的关系，且

$$M(R) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, M(S) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \text{ 则 } M(S \circ R) = \text{_____}.$$

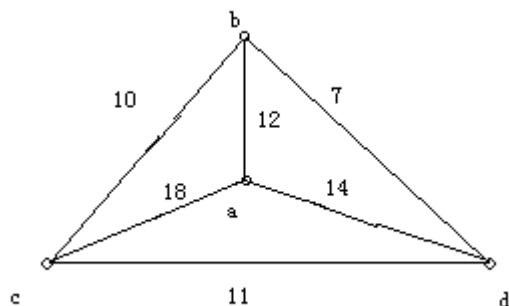
4. 设集合  $A = \{1, 2\}$ ，则  $A$  上的等价关系有\_\_\_\_\_个。

5.  $A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12, 18\}$  上的整除关系的哈斯图为

\_\_\_\_\_。

6. 设  $k$  的基数为  $\aleph_1$ ，则  $(k+1)^k$  的基数为\_\_\_\_\_。

7. 下图所示的带权完全图中，具有最小权值的哈密尔顿回路为\_\_\_\_\_。



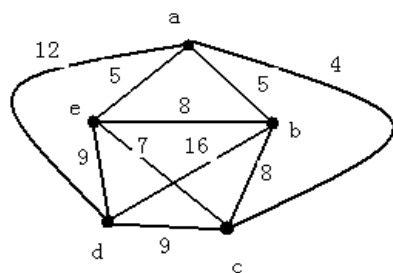
班级

学号

姓名

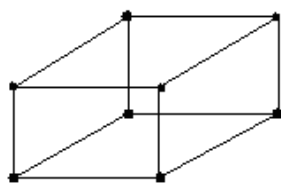
8. 结点数小于等于 4 的不同构的树共有\_\_\_\_\_种.

9.

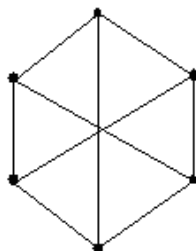


上图的最短树为\_\_\_\_\_。

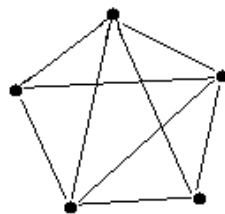
10. 下图中，可平面图有：\_\_\_\_\_



A



B



C

三、(9') 任用一种推理方法证明:  $((p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow s) \wedge (p \vee r)) \rightarrow (q \vee s)$

四、(9') 任用一种推理方法证明:  $((\forall x)P(x) \rightarrow (\exists x)Q(x)) \rightarrow (\exists x)(P(x) \rightarrow Q(x))$

班级

学号

姓名

五、(8') 设  $R$  是非空集合  $A$  上的二元关系。证明：如果  $R$  自反、传递，则  $R \circ R = R$ 。

六、(8') 对集合  $A, B, C$  和  $D$ ，若  $A \approx C, B \approx D$ ，证明： $A \times B \approx C \times D$ 。

七、(8') 设  $G$  是简单平面图, 证明  $G$  中至少有一个结点的度数小于等于 5.

八、(8') 在通信中要传输 8 进制数字 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 这些数字出现的频率为 0 : 30%; 1 : 20%; 2 : 15%; 3 : 10%; 4 : 10%; 5 : 6%; 6 : 5%; 7 : 4%.

设计一个最佳二进制编码方式, 使通信中出现的二进制数字尽可能地少.

(1). 画出相应的 Huffman 树.

(2). 写出每个数字对应的 Huffman 编码.

(3). 传输按上述比例出现的数字 10000 个时, 至少要用多少个二进制数字?