上　海　交　通　大　学　试　卷（_AB_卷答案）

（ 20_07_　至 20_08_　学年 第_2_ 学期 ）

一、选择题（40’，每题 2’， 每题只有一个选项是正确的，请将答案写在题号前的括号里）

A 卷：　ABCDD　ABCDC　DACCA　ADBCB

B 卷：　DCBDA　DCBAB　DDBBD　DACAC

二、填空题（20’，每题 2’）

1. $(p \to q) \vee (p \wedge r)$ 的主析取范式为：$(\neg p \wedge q \wedge r) \vee (\neg p \wedge \neg q \wedge r) \vee (\neg p \wedge q \wedge \neg r) \vee (\neg p \wedge \neg q \wedge \neg r) \vee (p \wedge q \wedge r) \vee (p \wedge q \wedge \neg r) \vee (p \wedge \neg q \wedge r)$

2. 设解释 I 的论域为 D = {1, 2}，个体常项 a 指定为 D 上的 1，个体函数指定为：f(1) = 2，f(2) = 1。指定 D 上的谓词如下：P(1) = F，P(2) = T；Q (1, 1) = T，Q (1, 2) = T，Q (2, 1) = F，Q (2, 2) = F。那么，公式 $(\forall x)(P(x) \to Q(f(x), a))$ 在解释 I 下的真值为____T____。

3. 如果用P 表示“努力学习”，Q表示“取得好成绩”，那麽“只有努力学习，才能取得好成绩”翻译成逻辑公式是__Q→P 。

4. 设 $A = \{1,2,3\}$，A 的一个覆盖为 $\{\{1,2\},\{2,3\},\{3,1\}\}$。写出由该覆盖产生的相容关系

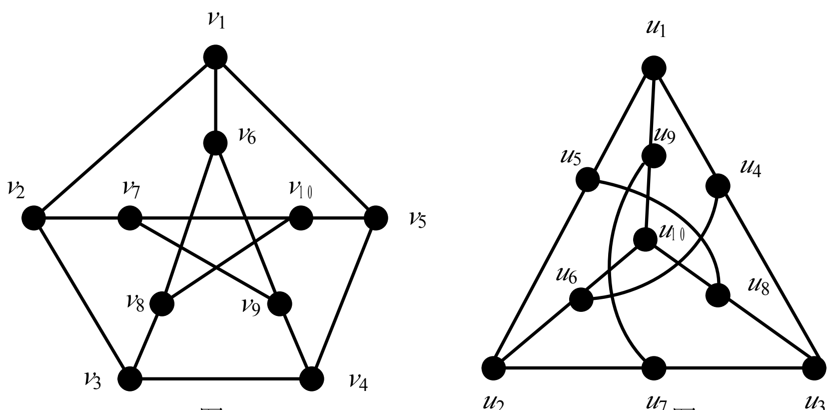
$R = \{<1,2>,<2,1>,<2,3>,<3,2>,<1,3>,<3,1>,<1,1>,<2,2>,<3,3>\}$

5. 某学校 260 人学法语，208 人学德语，160 人学俄语，76 人既学法语又学德语，48 人既学法语又学俄语，62 人既学德语又学俄语，三门都学的有 30 人，三门都不学的有 150 人。该校一共有 _622_学生

6. 若集合 A 有 m 个元素，集合 B 有 n 个元素。则 A 到 B 的二元关系个数为___ $2^{m \times n}$ ____

7. 已知 n 个结点无向简单图 G 有 m 条边，则 G 的补图有____(n(n-1)/2)-m 条边。

8. 判断图(a)和图(b)是否同构（是或否）：__是___。



图(a) 图(b)

9. 在图(a)中是否存在哈密尔顿回路（是或否）：___否______ 。

10. 叶的权分别为 2，3，3，4，5，6，8 的最优二叉树带权路径总长为____84_____ 。

三、（7'）任用一种推理方法证明：

$$p \to q, (\neg q \vee r) \wedge \neg r, \neg(\neg p \wedge w) \Rightarrow \neg w$$

方法一：反证法

(1)	w	附加条件引入（结论的否定）
(2)	$\neg(\neg p \wedge w)$	前提引入
(3)	$p \vee \neg w$	置换
(4)	p	(1)，(3)重言蕴涵
(5)	$p \to q$	前提引入
(6)	q	(4)，(5) 分离
(7)	$(\neg q \vee r) \wedge \neg r$	前提引入
(8)	$\neg q \wedge \neg r$	(7) 置换
(9)	$\neg q$	(8) 重言蕴涵
(11)	$q \wedge \neg q$	(6)，(9) 重言蕴涵

方法二：直接法

(1)	$(\neg q \vee r) \wedge \neg r$	前提引入
(2)	$\neg q \wedge \neg r$	(1) 置换
(3)	$\neg q$	(2) 重言蕴涵
(4)	$p \to q$	前提引入
(5)	$\neg q \to \neg p$	(4) 置换
(6)	$\neg p$	(3)，(5) 分离
(7)	$\neg(\neg p \wedge w)$	前提引入
(8)	$\neg(\neg p) \vee \neg w$	(7) 置换
(9)	$\neg w$	(6) (8) 重言蕴涵

四、（7'） 任用一种推理方法证明：

$$(\exists x)(R(x)\wedge W(x)),(\forall x)(P(x)\to Q(x)),(\forall x)(R(x)\to\neg Q(x))\Rightarrow(\exists x)(W(x)\wedge\neg P(x))$$

考虑公式 G:

$$((\exists x)(R(x)\wedge W(x))\wedge(\forall x)(P(x)\to Q(x))\wedge(\forall x)(R(x)\to\neg Q(x)))\wedge\neg(\exists x)(W(x)\wedge\neg P(x)) \Leftrightarrow$$

$$(\exists x)(R(x)\wedge W(x))\wedge(\forall x)(\neg P(x)\vee Q(x))\wedge(\forall x)(\neg R(x)\vee\neg Q(x))\wedge\forall x(\neg W(x)\vee P(x))$$

所以子句集为：

$$S=\{\,R(a),W(a),\neg P(x)\vee Q(x),\neg R(x)\vee\neg Q(x),\neg W(x)\vee P(x)\,\}$$

归结推理过程如下：

(1)	$R(a)$	S
(2)	$\neg R(x)\vee\neg Q(x)$	S
(3)	$\neg Q(a)$	(1), (2)归结
(4)	$W(a)$	S
(5)	$\neg W(x)\vee P(x)$	S
(6)	$P(a)$	(4), (5)归结
(7)	$\neg P(x)\vee Q(x)$	S
(8)	$Q(a)$	(6), (7)归结
(9)	□	(3), (8)归结

五、(8') 设集合 $A=\{a,b,c,d,e\}$, A上的二元关系

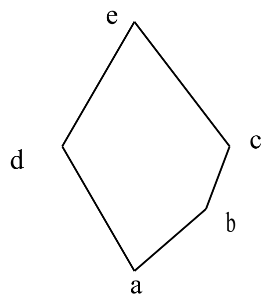
$R=\{<a,a>,<a,b>,<a,c>,<a,d>,<a,e>,<b,b>,<b,c>,<b,e>,<c,c>,$
$<c,e>,<d,d>,<d,e>,<e,e>\}$

写出R的关系矩阵，R^2的关系矩阵，证明R是偏序关系，并画出哈斯图。

解：$M(R)=\begin{pmatrix}1&1&1&1&1\\0&1&1&0&1\\0&0&1&0&1\\0&0&0&1&1\\0&0&0&0&1\end{pmatrix}$

$$M(R^2)=M(R)=\begin{pmatrix}1&1&1&1&1\\0&1&1&0&1\\0&0&1&0&1\\0&0&0&1&1\\0&0&0&0&1\end{pmatrix}$$

因为$M(R)$的对角线元素均为 1，故 R 是自反的；因为$M(R^2)=M(R)$，故 R 是传递的；因为$M(R)$是上三角矩阵，故 R 反对称。因此 R 是偏序关系。其哈斯图如下：



六、(6')计算下列集合的基数

(1) N_N

(2) R_R

(3) N_R

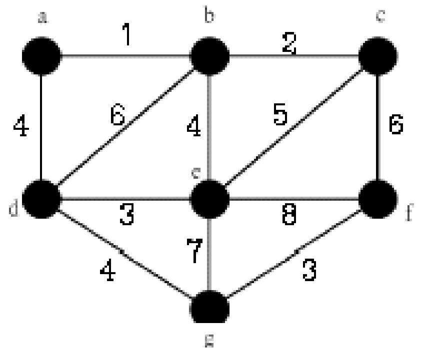
答：由于阿列夫符号 word 拼不出，以ξ代替。

(1) $card(N_N)=|N|^{|N|}=\xi_0^{\xi_0}=2^{\xi_0}=\xi_1$

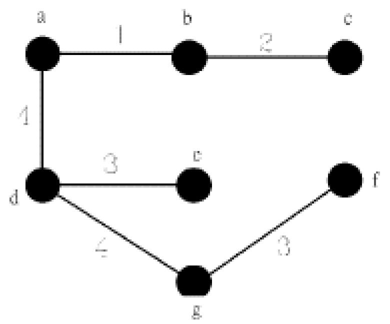
(2) $card(R_R)=|R|^{|R|}=\xi_1^{\xi_1}=2^{\xi_1}$

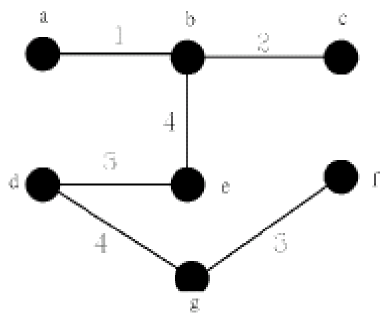
(3) $card(N_R)=|R|^{|N|}=(2^{\xi_0})^{\xi_0}=2^{\xi_0\cdot\xi_0}=2^{\xi_0}=\xi_1$

七、(6')求下图的最小生成树



答案：





八、(6')设有 a，b，c，d，e，f，g 等 7 个人，已知 a 会讲英语；b 会讲英语、汉语；c 会讲英语、俄语；d 会讲日语、汉语；e 会讲德语、俄语；f 会讲法语、日语；g 会讲法语、德语。试用图论方法安排圆桌座位，使每人都能与其身边的人交谈。

答案：求哈密尔顿回路问题。以人为点，两个要讲同一种语言则在两个点之间划一条线。

a

b c

d e

f g