

离散数学期中试卷 (A)

班级

学号

姓名

成绩

一、 选择题 (30', 每题只有一个选项是正确的, 请将答案写在题号前的括号里)

() 1. 公式 $\neg p \rightarrow (q \rightarrow r)$ 与_____等值。

- A. $q \rightarrow (p \vee r)$
- B. $(p \wedge q) \rightarrow r$
- C. $(p \rightarrow r) \vee (q \rightarrow r)$
- D. $p \rightarrow (q \vee r)$

() 2. 公式 $(p \downarrow q) \downarrow (p \downarrow q)$ 与_____等值。

- A. $p \vee q$
- B. $p \wedge q$
- C. $p \rightarrow q$
- D. $p \leftrightarrow q$

() 3. 下列公式中_____不是永真公式

- A. $(\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow (\neg \beta \rightarrow \neg \alpha)$
- B. $(\neg \alpha \rightarrow \beta) \rightarrow (\neg \beta \rightarrow \alpha)$
- C. $(\neg \alpha \rightarrow \neg \beta) \rightarrow (\beta \rightarrow \alpha)$
- D. $(\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow (\neg \alpha \rightarrow \neg \beta)$

() 4. 设 $H(x) : x$ 是人; $P(x) : x$ 犯错误。则“没有不犯错误的人”应该翻译成_____

- A. $(\exists x)(H(x) \wedge \neg P(x))$
- B. $(\forall x)(H(x) \rightarrow P(x))$
- C. $(\forall x)(H(x) \wedge P(x))$
- D. $(\exists x)(H(x) \rightarrow P(x))$

() 5. 设 $N(x) : x$ 是自然数; $L(x, y) : x$ 大于 y 。

则命题 $(\forall x)(N(x) \rightarrow L(x+1, 0))$ 表示的自然语言是_____

- A. $x+1 > 0$
- B. 任何自然数的后继数必大于 0
- C. 每一个自然数都大于 0
- D. 存在自然数大于 0

() 6. 设个体域为 $\{a, b\}$, 并对 $P\{x, y\}$ 设定为 $P(a, a)=T$, $P(a, b)=F$, $P(b, a)=F$, $P(b, b)=T$,

其真值为真的公式为_____

- A. $(\forall x)(\exists y)P(x, y)$
- B. $(\exists x)(\forall y)P(x, y)$
- C. $(\forall x)(\forall y)P(x, y)$
- D. $(\exists y)(\forall x)P(x, y)$

- () 7. $(\forall x)(P(x) \rightarrow (\exists y)Q(x, y))$ 的前束范式为_____
- A. $(\forall x)(\exists y)(\neg P(x) \vee Q(x, y))$
 B. $(\forall x)(\exists y)(P(x) \vee Q(x, y))$
 C. $(\forall x)(\exists y)(\neg P(x) \wedge Q(x, y))$
 D. $(\exists x)(\exists y)(\neg P(x) \wedge Q(x, y))$
- () 8. 下列各组公式不等值的是_____
- A. $(\forall x)(\alpha(x) \wedge \beta(x))$ 与 $(\forall x)\alpha(x) \wedge (\forall x)\beta(x)$
 B. $(\exists x)\alpha(x) \vee \beta$ 与 $(\exists x)(\alpha(x) \vee \beta)$
 C. $(\forall x)\alpha(x) \rightarrow \beta$ 与 $(\forall x)(\alpha(x) \rightarrow \beta)$
 D. $(\exists x)(\alpha(x) \vee \beta(x))$ 与 $(\exists x)\alpha(x) \vee (\exists x)\beta(x)$
- () 9. 与公式 $(\forall x)((\exists y)((\forall t)Axt \rightarrow Ayt) \wedge Bxy)$ 等值的是_____
- A. $(\forall u)((\exists y)((\forall t)Aut \rightarrow Ayt) \wedge Bxy)$
 B. $(\forall x)((\exists y)((\forall t)Axt \rightarrow Ayt) \wedge Bxy)$
 C. $(\forall x)((\exists y)((\forall t)Axt \rightarrow Ayt) \wedge Bxy)$
 D. $(\forall x)((\exists y)((\forall u)Axu \rightarrow Ayu) \wedge Bxy)$
- () 10. 下列公式不成立的是_____
- A. $(\forall x)P(x) \rightarrow q = (\exists x)(P(x) \rightarrow q)$
 B. $(\exists x)(P(x) \rightarrow Q(x)) = (\forall x)P(x) \rightarrow (\exists x)Q(x)$
 C. $(\exists x)P(x) \rightarrow (\forall x)Q(x) \Rightarrow (\forall x)(P(x) \rightarrow Q(x))$
 D. $(\exists x)(\forall y)P(x, y) = (\forall y)(\exists x)P(x, y)$

二、 填空题 (20')

- 当且仅当 $(p, q) =$ _____ 时, $p \rightarrow q$ 为假。
- 当且仅当 $(p, q) =$ _____ 时, $p \leftrightarrow q$ 为假。
- 设 p 表示“张三能做这件事”, q 表示“李四能做这件事”, 那么“张三或李四都能做这件事”表示为: _____。
- 设 p 表示“明天刮风”, q 表示“明天下雨”, r 表示“明天我去学校”, 那么“仅当明天不下雨并且不刮风我才去学校”表示为: _____。
- $(p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$ 的主合取范式是: _____。
- $(p \wedge r) \vee (\neg p \wedge q) \vee (q \wedge r)$ 的主析取范式是: _____。
- n 元联结词的个数为 _____。
- 使用归结推理法证明 $\neg(P \rightarrow Q) \rightarrow \neg(R \vee S)$, $(Q \rightarrow P) \vee \neg R$, $R \Rightarrow P \leftrightarrow Q$ 获得的子句集是: _____。
- 谓词公式 A 与其 Skolem 标准形 (仅保留全称量词的前束形) 等值的条件是 _____。
- 谓词公式 A 与其前束范式等值的条件是 _____。

班级

学号

姓名

三. (5') 证明 $\{\uparrow\}$ 是联结词的完备集。

四. (5') 试计算在所给定的解释下公式 $(\exists x)(A(x) \rightarrow B(x)) \rightarrow (\exists x)(\exists y)(A(x) \rightarrow B(y))$ 所取的值：
域 $I = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $A(x): x < 2$, $B(x): x$ 为偶数

五. (20') 使用推理规则证明：

$$1. (\alpha \wedge \beta) \rightarrow (\alpha \wedge (\beta \vee \gamma))$$

$$2. \quad (\forall x)(P(x) \rightarrow (Q(y) \wedge R(x))), (\forall x)P(x) \Rightarrow Q(y) \wedge (\exists x)(P(x) \wedge R(x))$$

班级

学号

姓名

六. (20')使用归结法证明:

1. $((\alpha \rightarrow (\beta \rightarrow \gamma)) \wedge (\neg \delta \vee \alpha) \wedge \beta) \rightarrow (\delta \rightarrow \gamma)$

$$\begin{aligned}
 2. \quad & (\exists x) (F(x) \wedge S(x)) \rightarrow (\forall y) (M(y) \rightarrow W(y)) , \quad (\exists y) (M(y) \wedge \neg W(y)) \\
 & \Rightarrow (\forall x) (F(x) \rightarrow \neg S(x))
 \end{aligned}$$