上 海 交 通 大 学 试 卷（ A 卷）

（ 2010 至 2011 学年 第 1 学期 ） 2011.1.19

班级号____________________学号____________________姓名 ____________________

课程名称 概 率 统 计 成绩 ____________________

一 **是非题**（请填写是或非。共 7 分，每题 1 分）

1．设 $P(A)>0, P(B)>0$，若随机事件 A,B 相互独立，则 A,B 必相容。 （ ）

2．若随机变量 X 的密度函数 $f(x)=e^{a+bx+cx^2}$，（a,b,c 均为常数），则 X 服从正态分布。 （ ）

3．设随机变量 $g_1(X)$ 与 $g_2(Y)$ 相互独立，其中 g_1, g_2 为连续函数，那么 X,Y 也相互独立。 （ ）

4．若随机变量 X 的数学期望 $E(X)$ 不存在，则其方差 $D(X)$ 可以存在。 （ ）

5．设正态总体 X 各阶矩存在，S^2 为样本 $(X_1,X_2,\cdots,X_m)$ 的方差，则 $D(S^2)=\dfrac{2[D(X)]^2}{m-1}$。（ ）

6．$\hat{\theta}=\max\{X_1,X_2,\cdots,X_n\}$ 是均匀分布 $U(\theta,1)$ 中参数 θ 的极大似然估计量。 （ ）

7．在假设检验问题中，当样本容量 n 增大时，可以使得犯两类错误的概率 α,β 同时减小。 （ ）

二 **填空题**（共 18 分，每题 3 分）

8．两个相互独立的事件 A 和 B 都不发生的概率是 $1/9$，且 A 发生 B 不发生的概率与 B 发生 A 不发生的概率相等，则 $P(A)$=__________。

9. 设随机变量 X 的密度函数 $f_X(x)=\begin{cases} e^{-x}, x>0 \\ 0, \quad x\le 0 \end{cases}$，则 $Y=e^{2X}$ 的密度函数是 $f_Y(y)=\begin{cases} \\ \end{cases}$ __________________。

10．设 $(X,Y)\sim N(\mu_1,\sigma^2;\mu_2,\sigma^2;\rho)$，则当 $\rho=$______时，$(X+Y)/2$ 与 $(X-2Y)/3$ 不相关。

11．设随机变量 X 与 Y 满足：$E(X)=-E(Y)=-2$，$D(Y)=4D(X)=4$，$\rho=-0.5$，

由切比雪夫不等式估计 $P(|X+Y|\ge 6)$__________。

12．设 $(X_1,X_2,\cdots,X_{16})$ 是来自正态总体 $N(0,4)$ 的简单随机样本，当 $a=$_____时，

统计量 $Y=a\sum_{i=1}^{16}X_i^2$ 服从自由度为_______的______ 分布。

我承诺，我将严格遵守考试纪律。

承诺人：________

题号	一	二	三	19-22	23-25	总分
得分						
批阅人						

13．设总体 X 服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$，从中随机抽取一个容量为 15 的样本，得到样本均值 $\bar{x}=50$，样本方差 $S^2=25$，则 σ^2 的置信度为 0.95 的置信区间是______________________。

三　**单项选择题**（共 15 分，每题 3 分）

14．当事件 A 与 B 同时发生时 C 也发生，则下列式子中成立的是________。

(A) $P(C)=P(A\cap B)$；　　(B) $P(C)\le P(A)+P(B)-1$；

(C) $P(C)=P(A\cup B)$；　　(D) $P(C)\ge P(A)+P(B)-1$.

15．设随机变量 X 和 Y 相互独立，且具有相同的分布：$\begin{pmatrix} X\text{或}Y: & -1 & 1 \\ P: & 0.5 & 0.5 \end{pmatrix}$；

则等式： I）$X=Y$，　II）$X+Y=2X$，　III）$\max(X,Y)=X$，　IV)　$\min(X,Y)=X$

中成立的个数是__________。

(A) 0；　(B) 1；　(C) 2；　(D) 3。

16. 设 X_1，$X_2,\cdots$ 为相互独立具有相同分布的随机变量序列，且 $X_i\,(i=1,2,\cdots)$ 服从参数为 2 的指数分布，则下面正确的是________。（ 其中 $\Phi(x)$ 是标准正态分布的分布函数。）

(A) $\lim\limits_{n\to\infty}P\left\{\dfrac{\sum_{i=1}^{n}X_i-n}{\sqrt{n}}\le x\right\}=\Phi(x)$；　(B) $\lim\limits_{n\to\infty}P\left\{\dfrac{2\sum_{i=1}^{n}X_i-n}{\sqrt{n}}\le x\right\}=\Phi(x)$；

(C) $\lim\limits_{n\to\infty}P\left\{\dfrac{\sum_{i=1}^{n}X_i-2}{2\sqrt{n}}\le x\right\}=\Phi(x)$；　(D) $\lim\limits_{n\to\infty}P\left\{\dfrac{\sum_{i=1}^{n}X_i-2}{\sqrt{2n}}\le x\right\}=\Phi(x)$。

17．设总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，$\bar{X}$ 为样本 (X_1,X_2) 的均值，则下列 μ 的无偏估计中最有效的是______。

(A) $\frac{1}{2}X_1+\frac{1}{2}X_2$；　(B) $\frac{1}{3}X_1+\frac{2}{3}X_2$；　(C) $\frac{1}{2}\bar{X}+\frac{1}{2}X_2$；　(D) $\frac{1}{3}\bar{X}+\frac{2}{3}X_2$。

18．在假设检验中,显著性水平 α 是指______。

(A) $P($接受$H_0|H_0$假$)=\alpha$；　　(B) $P($接受$H_0|H_1$假$)=\alpha$；

(C) $P($拒绝$H_0|H_0$真$)=\alpha$；　　(D) $P($拒绝$H_0|H_1$真$)=\alpha$。

四　解答题 (共 54 分，每题 9 分)

19. 某种产品分正品和次品，次品不许出厂。出厂的产品 4 件装一箱，检验前每箱中装入 0,1,2,3,4 件正品是等可能的，并以箱为单位出售。由于疏忽，有一批产品未经检验就直接装箱出厂，某客户打开其中的一箱，从中任意取出一件，试求：

（1）取出的一件是正品的概率；　（2）在（1）发生时这一箱里没有次品的概率。

20．一个工人看管三台机床，在一小时内机床不需要工人照看的概率：第一台为 0.9，第二、三台分别为 0.8 和 0.7， 假设各台机床是否需要工人照看是相互独立的。求在一小时内需要工人照看的机床台数 X 的概率分布，以及 X 的方差 $D(X)$。

21．设 X 与 Y 是两个相互独立且同分布的随机变量，它们的密度函数为 $f(x)=\begin{cases}10/x^2, & x>10,\\ 0, & 其他.\end{cases}$

试求：$Z=X/Y$ 的分布函数 $F_Z(z)$。

22．独立地 n 次测量一个物理量，每次测量产生的随机误差 $\varepsilon_i \sim U(-1,1)$，$(i=1,2,\cdots,n)$。

（1）若取 n 次测量的算术均值 $\overline{X}$ 作为测量结果，利用中心极限定理求 $\overline{X}$ 与真值 μ 的差的绝对值小于正数 η 的概率；（2）计算在 (1) 中，当 $n=36$，$\eta=1/6$ 时概率的近似值。

23. 设总体 X 服从拉普拉斯分布 $f(x,\lambda)=\frac{1}{2\lambda}e^{-\frac{|x|}{\lambda}}, -\infty<x<\infty$, 其中 $\lambda>0$ 。若取得样本值 $(x_1,x_2,\cdots x_n)$，试求： （1） $E(|X|)$； （2）参数 λ 的极大似然估计值 $\hat{\lambda}$；

（3） $\hat{\lambda}$ 是否为参数 λ 的一致估计值? 请说明理由。

24. 为考察硝酸钠的可溶程度，对 5 种温度观察它在 100mL 的水中溶解的硝酸钠的重量，获得数据如下

温度 x	0	4	10	15	21
重量 y	66	71	76	80	85

(1) 求线性回归直线方程 $\hat{y}=\hat{a}+\hat{b}x$ 及误差方差的无偏估计；

(2) 检验线性回归是否显著($\alpha=0.05$)。

五．证明题 (本题 6 分)

25．设$(X_1, X_2, \cdots X_n)$是取自指数分布总体X 的样本，$X \sim f(x) = \begin{cases} \theta^{-1} e^{-x\theta^{-1}}, & x \ge 0, \\ 0, & x < 0. \end{cases}$ $(\theta > 0)$

证明：$Y = nX_{(1)}$ 是参数θ的无偏估计。

附：　概率分布数值表

$\Phi(1.18) = 0.8810$	$\Phi(1.73) = 0.9582$	$t_{0.05}(3) = 2.353$	$t_{0.05}(4) = 2.131$
$t_{0.05}(5) = 2.0150$	$t_{0.025}(3) = 3.1824$	$t_{0.025}(4) = 2.7764$	$t_{0.025}(5) = 2.5706$
$\chi^2_{0.025}(14) = 26.119$	$\chi^2_{0.025}(15) = 27.488$	$\chi^2_{0.975}(14) = 5.629$	$\chi^2_{0.975}(15) = 6.262$