SHANGHAI JIAO TONG UNIVERSITY

Institute of Media, Information, and Network

谓词逻辑的基本概念

Prof. Junni Zou

邹君妮

http://www.cs.sjtu.edu.cn/~zou-jn/

Dept. of Computer Science and Engineering

Shanghai Jiao Tong University

2 Mar. 2018

主要内容

- 谓词
- 量词
- 一阶谓词公式
- 自然语句的形式表示
- 公式的解释及真假性

谓词逻辑 vs. 命题逻辑

- **命题逻辑：简单命题是分析的基本单元，不再对简单命题的内部结构进行分析**
  - P:“柏拉图是人” 和 Q:“亚里士多德是人”，两个相互独立的命题，看不出P和Q有什么联系
- **谓词逻辑(predicate logic): 深入到简单命题的内部，进行更精细的分析 (例如主谓结构)**
  - 用谓词Man( )表示“…是人”，则上面两个命题可表示为Man(Plato)和Man(Aristotle)，这样能看出两命题有联系

谓词逻辑 vs. 命题逻辑

P：所有的人都是要死的；
Q：苏格拉底是人。
R：苏格拉底是要死的。

可见，**P，Q，R为不同的命题，无法体现三者相互之间的联系。**

问题：这类推理中，各命题之间的逻辑关系不是体现在原子命题之间，而是体现在**构成原子命题的内部成分之间**。对此，命题逻辑将无能为力。

基本概念

- **命题是具有真假意义的陈述句，从语法上分析，一个陈述句由主语和谓语两部分组成。**
  - “亚里士多德是人”，主语（“亚里士多德”）是述说的对象，谓语（“是人”）描述主语的属性或关系
  - 谓词逻辑用**个体词**描述对象，用**谓词**表达谓语：如 Man(Aristotle), Man(Plato)
- **定义：原子命题中，可以独立存在的客体（句子中的主语、宾语等），称为个体词 (Individual)。而用以刻划客体的性质或客体之间的关系，即是 谓词 (Predicate)。**

个体词

- 表示具体的或特定的个体词称为个体常项(Individual Constant)，一般用小写英文字母a, b, c，…，a1, b1, c1,…等表示；
- 表示抽象的或泛指的个体词称为个体变项(Individual Variable)，一般用小写英文字母x, y, z, …, x1, y1, z1, …等表示。
- 个体词的取值范围称为个体域(或论域)(Individual Field)，常用D表示
  - 不特别指明的话，包括一切事物
  - 当讨论真假性时，往往指明特定论域

谓 词

- 设D为非空的个体域，定义在D^n(表示n个个体都在个体域D上取值)上取值于{0,1}上的n元函数，称为**n元命题函数**或**n元谓词**(Propositional Function)，记为$P(x_1, x_2, ..., x_n)$。此时，个体变量x1, x2, ..., xn的定义域都为D，$P(x_1, x_2, ..., x_n)$的值域为{0, 1}。

- 一元谓词P可视为从个体域D到集合{T,F}上的映射：$P: D \to \{T,F\}$

- n元谓词也是一样：$P: D^n \to \{T,F\}$

设有如下命题，并用n元谓词进行表示。

P：王童是一个三好学生；

Q：李新 李兰的父亲；

S(x)：x是一个 学生

F(x，y)：x是y的父亲

T(x，y)：x与y是好朋友

d：张强

B(x,y,z)：x位于y和z之间

f：武汉　g：北京　h：广州

命题S可表示为：B(f，g，h)

结 论

1. 谓词中个体词的顺序是十分重要的，不能随意变更。如命题F(b, c)为“真”，但命题F(c, b)为“假”；
2. 一元谓词用以描述某一个个体的某种特性，而n元谓词则用以描述n个个体之间的关系；
3. 0元谓词（不含个体词的）实际上就是一般的命题；谓词逻辑是命题逻辑的推广；

4. 具体命题的谓词表示形式和n元命题函数(n元谓词)是不同的，前者是有真值的，而后者不是命题，它的真值是不确定的。如上例中S(a)是有真值的，但S(x)却没有真值；
5. 一个n元谓词不是一个命题，但将n元谓词中的个体变元都用个体域中具体的个体取代后，就成为一个命题；
6. 个体变元在不同的个体域中取不同的值，对是否成为命题及命题的真值有很大的影响。

函 数

- 谓词逻辑也可引入将个体映射为个体的函数(函项) $f: D^n \rightarrow D$
- 不同于谓词(将个体映射为真假值)，函数只能当作个体使用，不能单独使用
- 例如：函数father(x)表示x的父亲，P(x)表示x是教师，则P(father(x))就表示x的父亲是教师

量 词

- **量词(quantifier)用来对个体的数量进行约束**
- **常用两个量词**
  - **全称量词** ∀：表示“对所有…”(for all …)
  - **存在量词** ∃：表示“存在某个…”(there exists …)
  - 一般将其量词加在其谓词之前，记为**(∀x)P(x)**，**(∃x)P(x)**，其中的x称为**作用变量**。P(x)称为全称量词和存在量词的**辖域** (Scope)。

全称量词

- **全称量词表达“对所有个体都.....”**
  - “**所有**”是对个体数量的一种约束。与此同义的还有“**凡是**”，“**一切**”，“**任一**”，“**每个**”等
  - 基本形式为：$(\forall x)\ P(x)$
  - $(\forall x)\ P(x)$为真 *iff* 对论域中所有个体x, $P(x)$都为真
  - 量词$(\forall x)$后面也可以是任意公式

存在量词

- **存在量词表达“存在个体使得……”**
  - “**存在**”也是对个体数量的一种约束，即**至少有一个**。与此同义的还有“**有**”，“**某个**”，“**某些**”等
  - 基本形式为：$(\exists x)\ P(x)$
  - $(\exists x)\ P(x)$为真 *iff* 论域中至少存在一个个体x_0，使 $P(x_0)$为真
  - 量词$(\exists x)$后面也可以是任意公式

（1）<u>所有的</u>狮子都要吃人；

$(\forall x)P(x)$ $x\in$ {狮子}

（2）<u>每一个</u>大学生都会说英语；

$(\forall x)Q(x)$ $x\in$ {大学生}

（3）<u>所有的</u>中国人都长着黑头发；

$(\forall x)R(x)$ $x\in$ {中国人}

（4）<u>有一些</u>人登上过月球；

$(\exists x)S(x)$ $x\in$ {人}

（5）<u>有一些</u>自然数是素数。

$(\exists x)T(x)$ $x\in$ {自然数}

约束变元与自由变元

- $(\forall x)P(x)$ 和 $(\exists x)P(x)$ 中的 x 处于量词的限制之下，称为**约束变元**
- $P(x)$ 中的变元 x 不被量词限制，称为**自由变元**
- 量词后面的 $P(x)$ 可为任意公式 α
  - α中同一个变元可能出现多次,可能即是约束变元又是自由变元，通常说变元的**约束出现**和**自由出现**
  - $(\forall x)P(x)\vee Q(x)$中,变元x的前两个出现是约束出现,第三个出现是自由出现
    - 不同于$(\forall x)(P(x) \vee Q(x))$
    - 这涉及量词的辖域问题

量词的辖域

- **量词所约束的范围称为量词的辖域，即:**

$(\forall x)$ (…辖域…)

$(\exists x)$ (…辖域…)

- **量词辖域的确定方法：**

（1）若量词后有括号，则括号内的子公式就是该量词的辖域；

（2）若量词后无括号，则与量词邻接的子公式为该量词的辖域。

确定以下公式各量词的辖域，以及各个体变元为自由变元还是约束变元。

（1）$(\forall x)(\underline{P(x)\rightarrow(\exists y)\underline{R(x, y)}})$；

（2）$(\exists x)\underline{P(x)}\wedge Q(x, y)$；

（3）$(\forall x)(\exists y)\underline{(\underline{P(x, y)\vee Q(y, z)})}\wedge(\exists x)\underline{R(x,y)}$；

（4）$(\forall x)\underline{(P(x)\rightarrow R(x))}\wedge(\exists y)\underline{Q(x, y)}$。

变元混淆

（4） $(\forall x)(P(x) \rightarrow R(x)) \wedge (\exists y)Q(x, y)$

约束变元

自由变元

在一个公式中，某一个变元的出现**即可以是自由的，又可以是约束的**，如(4)中的x。为了使得我们的研究更方便，而不致引起混淆，同时为了使其式子给大家以一目了然的结果，对于表示不同意思的个体变元，我们总是以**不同的变量符号**来表示。

改名与代人规则

规则1 (约束变元的改名规则)：

（1）将量词中出现的变元以及该量词辖域中此变量之所有约束出现都用新的个体变元替换；

（2）新的变元一定要有别于改名辖域中的所有其它变量。

规则2 (自由变元的代入规则)：

（1）将公式中出现该自由变元的每一处都用新的个体变元替换；

（2）新变元不允许在原公式中以任何约束形式出现

（1）将公式$(\forall x)(P(x) \to Q(x, y)) \land R(x, y)$中的约束变元x进行改名；

（2）将公式$(\forall x)(P(x) \to Q(x, y)) \land R(x, y)$中的自由变元y进行代入。

解　利用规则2对y进行代入，则：

$(\forall x)(P(x) \to Q(x, z)) \land R(x, z)$　------对

$(\forall x)(P(x) \to Q(x, z)) \land R(x, y)$　------错

$(\forall x)(P(x) \to Q(x, x)) \land R(x, x)$　------错

改名 vs. 代入

改名规则和代入规则之间的共同点是：不能改变原有的约束关系，而不同点是：

（1）施行的对象不同：改名规则是对约束变元施行，代入规则是对自由变元施行；

（2）施行的范围不同：改名规则可以只对公式中的一个量词及其辖域内施行，即只对公式的一个子公式施行；而代入规则必须对整个公式同一个自由变元的所有自由出现同时施行，即必须对整个公式施行；

改名 vs. 代人

（3）**施行后的结果不同**：改名后，公式含义不变，因为**约束变元只改名为另一个个体变元**，约束关系不改变，约束变元不能改名为个体常量；代入后，不仅可用另一个个体变元进行代入，并且也可用**个体常量**去代入，从而使公式由具有普遍意义变为仅对该个体常量有意义，即公式的含义改变了。

谓词逻辑符号化

- **例如，符号化“所有的老虎都要吃人”这个命题**

若 P(x)：x会吃人， U(x)：x是老虎

若符号化为 $(\forall x)(U(x) \wedge P(x))$

它的含义是：“对于任意的x, x是老虎，并且x会吃人”，与原命题“所有的老虎都要吃人”的逻辑含义不符。

谓词逻辑符号化

- **例如，符号化“有的实数不是有理数”这个命题**

若P(x)：x是实数， U(x)：x是有理数

则符号化的正确形式应该是

$$((\exists x)(P(x) \land \neg U(x))$$

谓词逻辑符号化的两条规则

对每一个句子中个体变量的变化范围用一元谓词刻划时，谓词在加入到命题函数中时必定遵循如下原则：

（1）对于全称量词($\forall x$)，刻划其对应个体域的谓词作为蕴涵式之前件加入。

（2）对于存在量词($\exists x$)，刻划其对应个体域的谓词作为合取式之合取项加入。

用谓词逻辑符号化下述语句：

（1） 天下乌鸦一般黑；

（2） 没有人登上过木星；

（3） 在美国留学的学生未必都是亚洲人；

（4） 每个实数都存在比它大的另外的实数；

（5） 尽管有人很聪明，但未必一切人都聪明；

（6） 对于任意给定的$\varepsilon>0$，必存在着$\delta>0$，使得对任意的x，只要$|x-a|<\delta$，就有$|f(x)-f(a)|<\varepsilon$成立。

（1）天下乌鸦一般黑

设 $F(x)$：x是乌鸦；$G(x, y)$：x与y一般黑，则：

$$(\forall x)(\forall y)(F(x) \wedge F(y) \rightarrow G(x, y))$$

或者 $\neg(\exists x)(\exists y)(F(x) \wedge F(y) \wedge \neg G(x, y))$；

（2）没有人登上过木星

设$H(x)$：x是人；$M(x)$：x登上过木星，则：

$$\neg(\exists x)(H(x) \wedge M(x))$$

或者 $(\forall x)(H(x) \rightarrow \neg M(x))$；

（3）在美国留学的学生未必都是亚洲人

设A(x)：x是亚洲人；

H(x)：x是在美国留学的学生，则：

$$\neg(\forall x)(H(x) \rightarrow A(x))$$

或者 $(\exists x)(H(x) \wedge \neg A(x))$；

（4）每个实数都存在比它大的另外的实数

设R(x)：x是实数；L(x, y)：x小于y，则：

$$(\forall x)(R(x) \rightarrow (\exists y)(R(y) \wedge L(x, y)))$$；

（5）尽管有人很聪明，但未必一切人都聪明

设M(x)：x是人；C(x)：x很聪明，则：

$$(\exists x)(M(x)\wedge C(x))\wedge\neg(\forall x)(M(x)\rightarrow C(x));$$

（6）对于任意给定的ε>0，必存在着δ>0，使得对任意的x，只要|x-a|<δ，就有|f(x)-f(a)|<ε成立。

设个体域为实数集合，则原命题可符号化为：

$$(\forall\varepsilon)((\varepsilon>0)\rightarrow(\exists\delta)((\delta>0)\wedge(\forall x)((|x-a|<\delta)\rightarrow(|f(x)-f(a)|<\varepsilon))))。$$

$\neg(\exists x)(\exists y)(P(x)\wedge P(y)\wedge T(x, y))$

或者 $(\forall x)(\forall y)(P(x)\wedge P(y)\rightarrow \neg T(x, y))$

（1） 兔 … 得快；

（2） 有 … 乌龟跑得快；

$(\forall x)(\forall y)(P(x)\wedge Q(y)\rightarrow R(x, y))$

谓词设定：P(x)：x是兔子；Q(x)：x是乌龟；

R(x, y)：x比y跑得快；

T(x, y)：x与y跑得同样快。

一阶谓词逻辑

- **一阶(first-order)谓词逻辑：**

  量词仅作用于个体变元，不允许作用于命题变项和谓词变项，也不讨论谓词的谓词。

  - 简称一阶逻辑，记作: FOL

- **符号约定**

  命题变项: $p,q,r,\ldots$

  个体变项: $x,y,z,\ldots$

  个体常项: 单词 或 $a,b,\ldots$

  谓词变项: $P,Q,R,\ldots$

  谓词常项: 单词

  函数: $f,g,h,\ldots$

  联结词: $\neg,\wedge,\vee,\rightarrow,\leftrightarrow$

  量词: $\forall,\exists$

  括号: ( )

项与原子公式

定义 谓词逻辑中的**项**(Term)，被递归地定义为：

(1) **任意的常项符号**或**任意的变项符号**是项；

(2) 若$f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$是**n元函数符号**，$t_1, t_2, \ldots, t_n$是项，则$f(t_1, t_2, \ldots, t_n)$是项；

(3) 仅由**有限次使用**(1)，(2)产生的符号串才是项。

定义 若$P(x_1,x_2,\ldots,x_n)$是**n元谓词**，t_1，t_2，…，t_n是项，则称$P(t_1,t_2,\ldots,t_n)$为**原子谓词公式**(Atomic Propositional Formulae)，简称原子公式(Atomic Formulae)。

谓词合式公式

满足下列条件的表达式，称为合式公式(Wff)，简称公式。

（1）命题常项,命题变项，原子谓词公式是合式公式；

（2）若G，H是合式公式，则

$(\neg G)$、$(\neg H)$、$(G \vee H)$、$(G \wedge H)$、$(G \rightarrow H)$、$(G \leftrightarrow H)$

也是合式公式；

（3）若G是合式公式，x是个体变项，则

$(\forall x)G$、$(\exists x)G$ 也是合式公式；

（4）仅仅由(1)-(3)产生的表达式才是合式公式。

$(\forall x)(\exists y)(P(x,\ y)\rightarrow(Q(x,\ y)\vee R(x,\ a,\ f(z))))$,

$(\forall x)(P(x)\vee(\exists y)R(x,\ y))$,

$(\forall x)(P(x)\ \rightarrow R(x))$。

等都是公式。

而

$(\forall x)P(x)\rightarrow R(x)(\exists y)$,

$(\exists y)(\forall x)(\vee P(x, y))$。

等则不是公式。

自然语句的形式表示

- **使用FOL表示自然语句，首先分解出谓词，进而使用量词、函数、联结词来构成合式公式**

(1) 所有的有理数都是实数

$(\forall x)(Rational(x) \rightarrow Real(x))$

(2) 有些实数是有理数

$(\exists x)(Real(x) \wedge Rational(x))$

(3) 没有无理数是有理数/无理数都不是有理数.

$\neg(\exists x)(Irrational(x) \wedge Rational(x))$

$(\forall x)(Irrational(x) \rightarrow \neg Rational(x))$

注:公式的真假依赖于论域

自然语句的形式表示

(4) 设论域是自然数集:令$Eq(x,y)$表示=，$s(x)$表示x的后继$x+1$，$p(x)$表示x的前驱$x-1$

i）对每个数，有且仅有一个后继

$$(\forall x)(\exists y)(Eq(y,s(x)) \wedge (\forall z)(Eq(z,s(x)) \rightarrow Eq(y,z)))$$

Ii）没有这样的数，0是其后继

$$\neg(\exists x)(Eq(0,s(x)))$$

Iii）除0之外的数，有且仅有一个前驱

$$(\forall x)(\neg Eq(x,0) \rightarrow (\exists y)(Eq(y,p(x)) \wedge (\forall z)(Eq(z,p(x)) \rightarrow Eq(y,z))))$$

自然语句的形式表示

(5) 积木世界的形式描述

桌上有三块积木*A*,*B*,*C*.其相对位置可描述为:

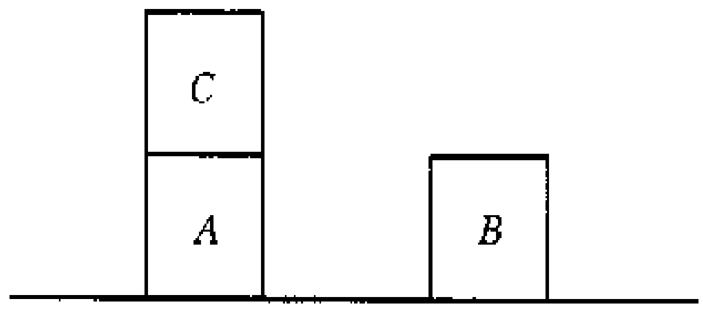
$On(C,A)$

$OnTable(A)$

$OnTable(B)$

$Clear(C)$

$Clear(B)$



则"若*x*上方空,则不存在*y*在*x*上"可表示为

$$(\forall x)(Clear(x) \rightarrow \neg(\exists y)On(y,x))$$

自然语句的形式表示

(6) 多次量化:如对$P(x,y)$ 有四种多次量化情形:

$(\forall x)((\forall y)P(x,y)) = (\forall x)(\forall y)P(x,y) = (\forall y)(\forall x)P(x,y)$

- 人人爱人人= 人人被人人爱

$(\forall x)((\exists y)P(x,y)) = (\forall x)(\exists y)P(x,y) \neq (\exists y)(\forall x)P(x,y)$

- 人人都有所爱之人 ≠ 有人被人人爱

$(\exists x)((\forall y)P(x,y)) = (\exists x)(\forall y)P(x,y) \neq (\forall y)(\exists x)P(x,y)$

- 某人爱人人 ≠ 人人都有人爱

$(\exists x)((\exists y)P(x,y)) = (\exists x)(\exists y)P(x,y) = (\exists y)(\exists x)P(x,y)$

- 某人爱某人 = 某人被某人爱

有限论域下的量词

- 此前我们约定论域是包含一切事物的集合。论域的无限性给公式真值的讨论带来了复杂性。
- 若论域是有限的，假设用{1,2,...,k}表示，则

$$(\forall x)P(x) = P(1) \wedge P(2) \wedge \ldots \wedge P(k)$$

$$(\exists x)P(x) = P(1) \vee P(2) \vee \ldots \vee P(k)$$

◆ 谓词公式转化成了命题公式

谓词公式的解释

- **谓词公式的真假与论域、自由个体变项、命题变项、谓词变项有关**
- **谓词公式的解释 I 包括：**
  - 论域 D
  - 对命题变项指派为{T,F}
  - 对(自由)个体变项指派为D中个体
  - 对谓词变项指派为D上的谓词(关系)
  - 对函数指派为D上的函数
- **谓词公式在解释I下有确定的真值**
- **在一般的论域D上，谓词公式解释的个数是无限，每个解释本身设定的内容也可以是无限的**

设有公式$(\exists x)(P(f(x)) \wedge Q(x, f(c)))$。在如下给定的解释下，判断该公式的真值。

①. 个体域为D＝{α， β}；

②. c指定为： α；

③. f(α)指定为： β， f(β)指定为： α；

④. P(α)指定为：1， P(β)指定为：0，

Q(α，α)指定为：0， Q(α，β)指定为：1，

Q(β，α)指定为：1， Q(β，β)指定为：1。

解 因当$x=\beta$时，有：

$$f(\beta)=\alpha,\quad P(f(x))=P(f(\beta))=P(\alpha)=1,$$

$$f(c)=f(\alpha)=\beta,$$

$$Q(x,\ f(c))=Q(\beta,\ f(\alpha))=Q(\beta,\ \beta)=1。$$

所以：$P(f(\beta))\wedge Q(\beta,f(c))=1\wedge 1=1$,

即存在$x=\beta$, 使得$P(f(\beta))\wedge Q(\beta,\ f(c))=1$,

即：$(\exists x)(P(f(x))\wedge Q(x,\ f(c)))=1$

谓词公式的真假性

例　给出公式：$P(a)\rightarrow(\exists x)P(x)$ 和 $(\forall x)P(x)\rightarrow P(a)$，判断公式在给定的解释下的真值。

解（1）对于公式$P(a)\rightarrow(\exists x)P(x)$，对任何解释I：

（a）当$P(a)$取值为真时，$(\exists x)P(x)$也必为真，此时，$P(a)\rightarrow(\exists x)P(x)$的真值为真；

（b）当$P(a)$取值为假时，$(\exists x)P(x)$可为真，也可为假，此时，$P(a)\rightarrow(\exists x)P(x)$的真值为真；所以，$P(a)\rightarrow(\exists x)P(x)$在任何情况下的真值恒为真。

（2）对于公式$(\forall x)P(x)\rightarrow P(a)$，对任何的解释I：

（a）当$(\forall x)P(x)$取值为真时，$P(a)$也必为真，

此时，$(\forall x)P(x)\rightarrow P(a)$的真值为真；

（b）当$(\forall x)P(x)$取值为假时，$P(a)$可为真，也可为假，此时，$(\forall x)P(x)\rightarrow P(a)$的真值为真。

所以，$(\forall x)P(x)\rightarrow P(a)$在任何情况下的真值恒为真。

谓词公式的真假性

- **谓词逻辑的公式按真假性分为三类**
  - 普遍有效公式
  - 可满足公式
  - 不可满足公式
- **真假性依赖于对谓词公式的解释**

普遍有效的公式

- **如果一个谓词公式在任一解释下都为真，则称为普遍有效的(universally valid)**
  - 普遍有效公式反映了一般逻辑规律
- **例如：**

$$(\forall x)(P(x) \vee \neg P(x))$$

$$(\forall x)P(x) \to P(y)$$

$$((\forall x)P(x) \vee (\forall x)Q(x)) \to (\forall x)(P(x) \vee Q(x))$$

可满足的公式

- **如果一个谓词公式在某个解释下为真，则称为可满足**
- **例如：**

$(\forall x)P(x)$

取D为{交大17级新生}, P为“高考成绩大于0”

$(\exists x)P(x)$

取D为{交大17级新生}, P为“是女生”

不可满足的公式

- **如果一个谓词公式在任一解释下都为假，则称为不可满足**
- **例如：**

$$(\forall x)(P(x) \wedge \neg P(x))$$

$$(\forall x)P(x) \wedge (\exists y)\neg P(y)$$

- **定理：公式α普遍有效 *iff* $\neg\alpha$不可满足**

公式在有限域上的真假性

- **公式若在某个k-个体域上普遍有效(或可满足)，则在任何k-个体域上都普遍有效(或可满足)**
    - 在有限域上，公式的普遍有效性和可满足性仅依赖于个体域的大小
- **公式若在k-个体域上普遍有效，则在(k-1)-个体域上也普遍有效（大永真推出小永真）**
- **公式若在k-个体域上可满足,则在(k+1)-个体域上也可满足（小可满足推出大可满足）**

判定问题

- **判定问题(decision problem)：是否有一个算法，它以某个形式语言的语句(公式)为输入，判断其真假，并产生T或F作为输出**
  - Hilbert于1928年提出，但可回溯到Leibniz
  - 算法必须是能行的(effective)，即可机械地逐步进行，在有穷步内完成
  - Church&Turing(1936-37)：算术系统是不可判定的

判定问题

- 常常特指FOL的判定问题：即算法地判定一阶逻辑公式是否普遍有效
- 命题逻辑是可判定的：用真值表法可判定是否重言式(永真公式)
- 谓词逻辑是不可判定的
- 只含有一元谓词变项的公式是可判定的
- 如下两型的公式是可判定的

$$(\forall x_1)\ldots(\forall x_n)\alpha(x_1,\ldots,x_n),\ (\exists x_1)\ldots(\exists x_n)\alpha(x_1,\ldots,x_n)$$

- 个体域有穷时，谓词公式是可判定的

上海交通大學
SHANGHAI JIAO TONG UNIVERSITY

Institute of Media,
Information, and Network

Q & A

Many Thanks

zou-jn@cs.sjtu.edu.cn