

理论力学 CAI 静力学

- 前言
- 力
- 力偶
- 力系的简化
- 约束
- 力系的平衡
- 摩擦与摩擦力



理论力学CAI

版权所有, 2000 (c) 上海交通大学工程力学系

摩擦与摩擦力

静力学

摩擦与摩擦力

- 引言
- 滑动摩擦
- 滚动摩擦



2018年9月28日

理论力学CAI 静力学

2

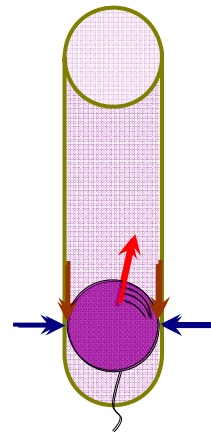
摩擦与摩擦力

- 引言
- 滑动摩擦
- 滚动摩擦



引言

- 两个相互接触物体有相对运动趋势或在相对运动的过程中
 - 接触面间的理想约束力沿两接触面的公法线
 - 接触面的公切面上存在阻碍两物体相对运动的力，称为摩擦力



- 摩擦力的物理本质很复杂
 - 与两物体的材料、表面的情况与相对运动性态有关
- 分类
 - 滑动摩擦力：发生在两物体相对滑动和有此种趋势的摩擦力
 - 滚动摩擦力：发生在两物体相对滚动和有此种趋势的摩擦力



摩擦与摩擦力

- 引言
- 滑动摩擦
- 滚动摩擦



滑动摩擦

- 干摩擦
- 粘性摩擦



2018年9月28日
理论力学CAI 静力学

7

干摩擦

- 两物体接触面的凹凸不平是引起干摩擦的主要原因



2018年9月28日
理论力学CAI 静力学

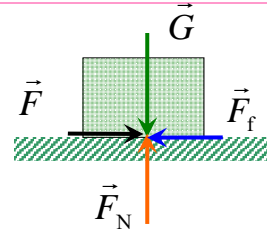
8

干(库仑)摩擦现象

平衡态 $F_N = G$ $F \uparrow \Rightarrow F_f \uparrow$ $F_f = F$ 静摩擦力

临界态 $F_N = G$ $F = F_m \Rightarrow F_f = F_m$ 极限摩擦力

运动态 $F_N = G$ $F \uparrow \Rightarrow F_f$ 动摩擦力



$$F_m = f_s F_N$$

$$F_f = f F_N$$

静摩擦因数 f_s 动摩擦因数 f $f \text{ 略} < f_s$

摩擦因数 f_s 、 f 的大小与材料及接触面的物理状态有关

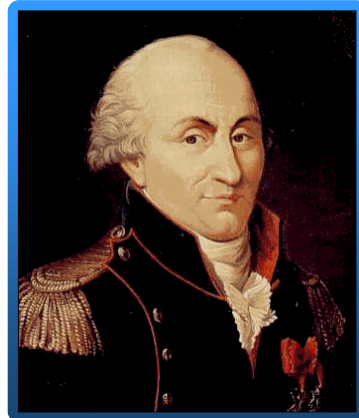


2018年9月28日

理论力学CAI 静力学

9

- 库仑 C. A. Coulomb (1736-1806)
- 法国工程师、物理学家
- 通过大量的实验总结得到库仑摩擦定律



在其他条件相同的情况下，极限摩擦力的大小 F_m 与接触物体间的理想约束力 F_N 成正比

$$F_m = f_s F_N$$

极限摩擦力

静摩擦因数 f_s



2018年9月28日

理论力学CAI 静力学

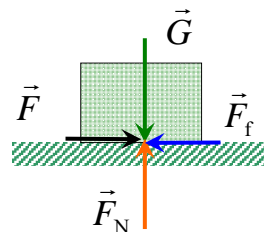
10

干(库仑)摩擦现象的结论

运动物体受到的干摩擦力不变

$$F_f = f F_N \quad F_f < F_m$$

动摩擦因数 f



有运动趋势物体受到的干摩擦力是可变的，取决于平衡方程

$$F_f < F_m$$

$$F_m = f_s F_N \quad \text{极限摩擦力}$$



2018年9月28日
理论力学CAI 静力学

11

• 摩擦角

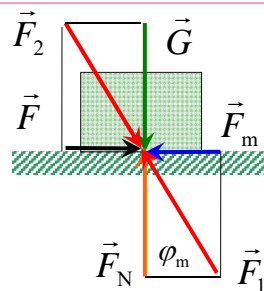
临界态

$$\vec{F}_2 = (\vec{F}, \vec{G}) \quad \vec{F}_1 = (\vec{F}_m, \vec{F}_N)$$

两力共线，方向相反 $F_1 = F_2$

理想约束力与极限摩擦力的合力和接触面法线的夹角称为摩擦角 φ_m

$$\tan \varphi_m = \frac{F_m}{F_N} = f_s$$



$$F_m = f_s F_N$$

摩擦角 φ_m 的正切等于静摩擦因数



2018年9月28日
理论力学CAI 静力学

12

- 利用摩擦角测静摩擦因数



$$\tan \varphi_m = \frac{F_m}{F_N} = f_s$$



2018年9月28日
理论力学CAI 静力学

13

- 利用摩擦角测静摩擦因数原理

临界态

重力 G 与 $\vec{F}_1 = (\vec{F}_m, \vec{F}_N)$

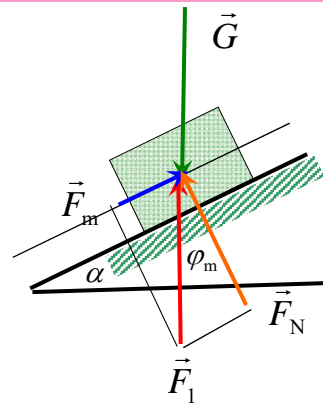
两力共线，方向相反

摩擦角

$$\varphi_m = \alpha$$

静摩擦因数

$$f_s = \tan \alpha$$



2018年9月28日
理论力学CAI 静力学

14

摩擦自锁

临界态

$$\vec{F}_2 = (\vec{F}, \vec{G}) \quad \vec{F}_1 = (\vec{F}_m, \vec{F}_N)$$

$$F_1 = F_2 \quad \tan \varphi_m = \frac{F_m}{F_N} = f_s$$

平衡态

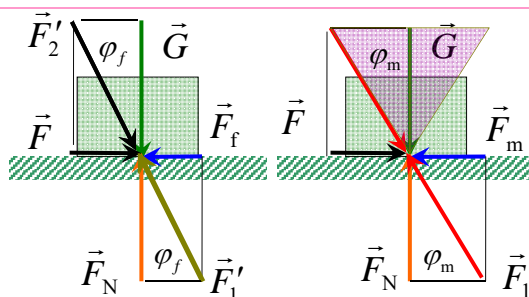
$$\vec{F}_2 = (\vec{F}, \vec{G}) \quad \vec{F}_1' = (\vec{F}_f, \vec{F}_N)$$

$$\text{两力共线, 方向相反} \quad F_1' = F_2' \quad \tan \varphi_f = \frac{F_f}{F_N} \quad F_f < F_m \quad \varphi_f < \varphi_m$$

角 φ_m 的范围:

平面: 摩擦三角形

空间: 摩擦锥

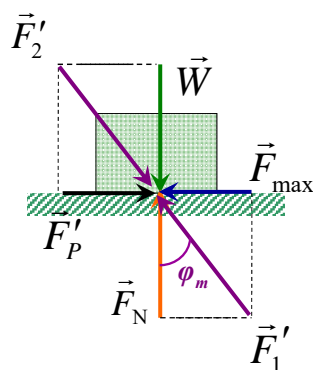
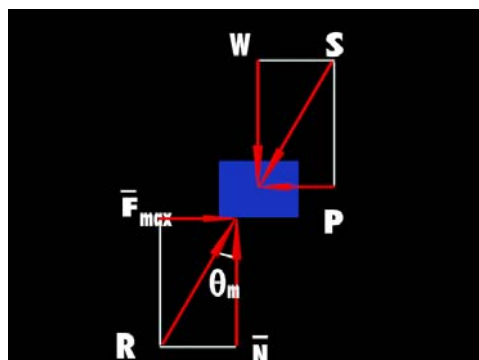


2018年9月28日

理论力学CAI 静力学

15

摩擦锥



2018年9月28日

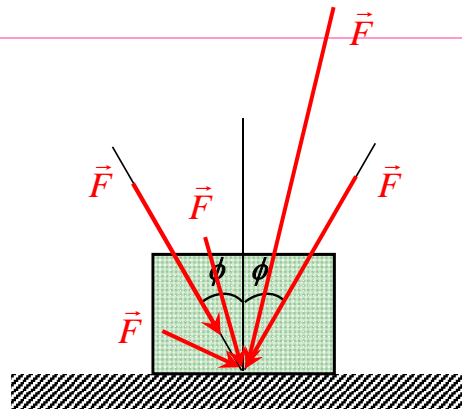
理论力学CAI 静力学

16

- 摩擦自锁

临界平衡态：

非临界平衡态：



主动力的合力不管其大小如何，只要作用线落在摩擦角内，那么物体不可能运动。这种现象称为**摩擦自锁**

主动力的合力不管其大小如何，只要作用线落在摩擦角外，那么物体一定运动



2018年9月28日
理论力学CAI 静力学

17

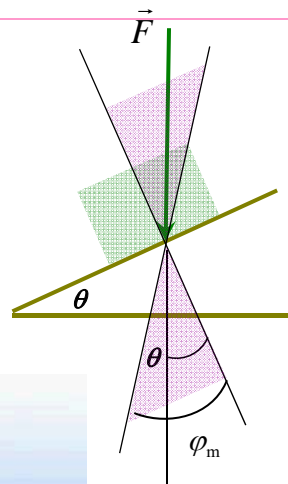
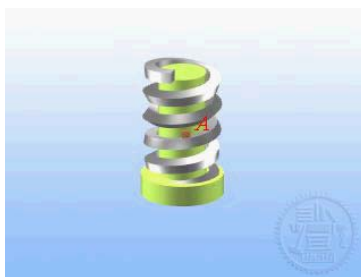
- 斜面自锁的条件



2018年9月28日
理论力学CAI 静力学

18

- 摩擦自锁的应用



2018年9月28日
理论力学CAI 静力学

19

摩擦与摩擦力/滑动摩擦/干摩擦

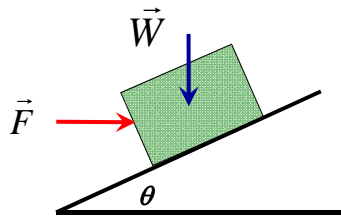
考虑干摩擦的平衡问题



2018年9月28日
理论力学CAI 静力学

20

【例】



重为400N的重物放在斜面上, 斜面的倾角 $\theta=30^\circ$

物体与斜面的静摩擦因数 $f_s=0.2$, 为使物体不滑动, 在物体上施加一水平力 \vec{F}

求该力的最大与最小值



2018年9月28日
理论力学CAI 静力学

21

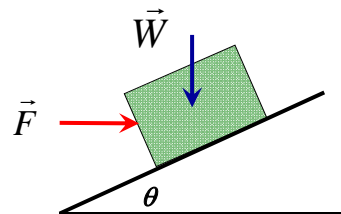
【解】

分析:

F 可能为零吗? 即斜面是否自锁?

$$\theta = 30^\circ > \arctan f_s = 11.31^\circ = \varphi_m$$

斜面不能自锁, F 必须大于零。



情况1:  v36

水平主动力小, 物体下滑

阻止其下滑的临界值记为 F_{\min}

情况2:  v37

水平主动力大, 物体上移

未能使其上移的临界值记为 F_{\max}

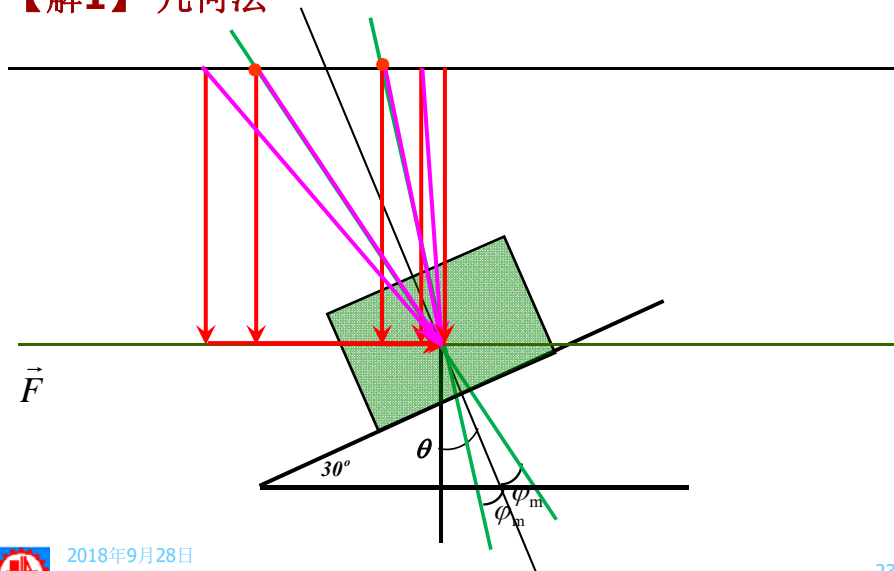
当 $F_{\min} < F < F_{\max}$ 物体静止



2018年9月28日
理论力学CAI 静力学

22

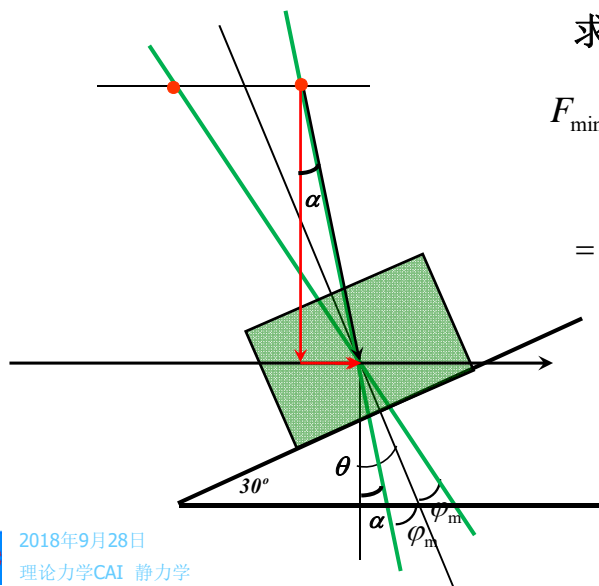
【解1】 几何法



2018年9月28日
理论力学CAI 静力学

23

【解1】 几何法



求 F_{\min}

$$F_{\min} = W \tan \alpha$$

$$= W \tan(\theta - \varphi_m)$$

$$= 400 \tan(30^\circ - 11.31^\circ)$$

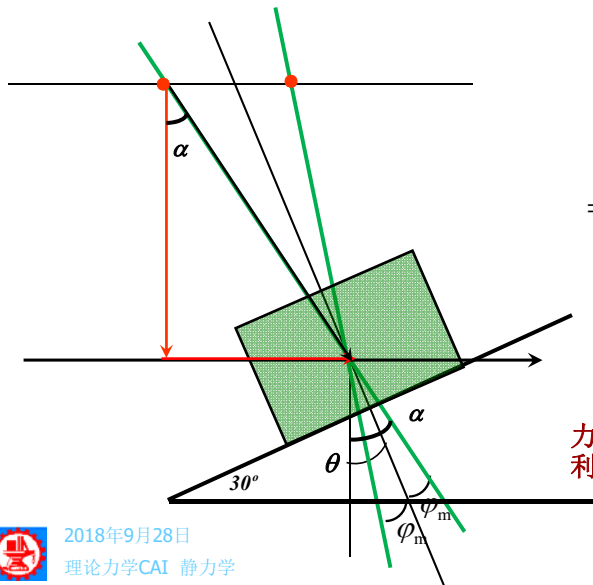
$$= 135.31 \text{ N}$$



2018年9月28日
理论力学CAI 静力学

24

【解1】 几何法



求 F_{\max}

$$\begin{aligned} F_{\max} &= W \tan \alpha \\ &= W \tan(\theta + \varphi_m) \\ &= 400 \tan(30^\circ + 11.31^\circ) \\ &= 351.53 \text{ N} \end{aligned}$$

当 $135.31 \text{ N} < F < 351.53 \text{ N}$
物体静止

力的个数较少，用几何法。
利用摩擦角的概念。



2018年9月28日
理论力学CAI 静力学

25

【解2】 解析法

情况1: 临界态平衡问题

建立参考基

平面汇交力系 未知数与方程个数: 3/2

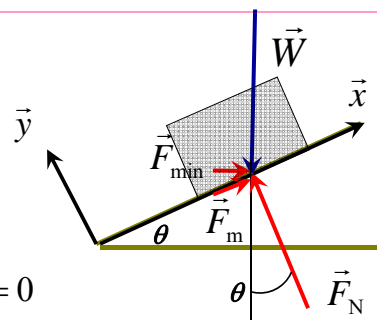
平衡方程

$$\sum F_x = 0 \quad F_{\min} \cos \theta + F_m - W \sin \theta = 0$$

$$\sum F_y = 0 \quad -F_{\min} \sin \theta + F_N - W \cos \theta = 0$$

附加方程 $F_m = f_s F_N$

$$F_{\min} = \frac{\sin \theta - f_s \cos \theta}{\cos \theta + f_s \sin \theta} W = 135.31 \text{ N}$$



超静定?



2018年9月28日
理论力学CAI 静力学

26

情况2：临界态平衡问题

建立参考基

未知数与方程个数的分析：3/2 平面汇交力系

平衡方程

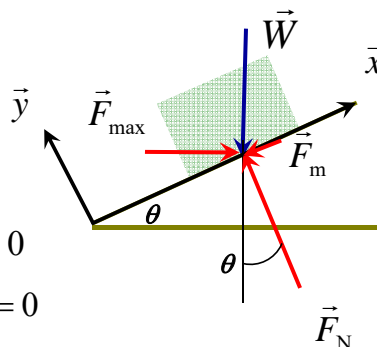
$$\sum F_x = 0 \quad F_{\max} \cos \theta - F_m - W \sin \theta = 0$$

$$\sum F_y = 0 \quad -F_{\max} \sin \theta + F_N - W \cos \theta = 0$$

附加方程 $F_m = f_s F_N$

$$F_{\max} = \frac{\sin \theta + f_s \cos \theta}{\cos \theta - f_s \sin \theta} W = 351.53 \text{ N}$$

当 $135.31 \text{ N} < F < 351.53 \text{ N}$ 物体静止



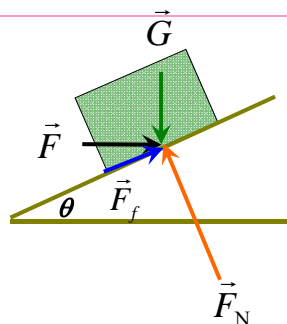
2018年9月28日
理论力学CAI 静力学

27

[例]

重为400N的重物放在斜面上,斜面的倾角 $\theta=30^\circ$

斜面的静摩擦因数 $f_s=0.2$ 为使物体不滑动, 在物体上施加一水平力 F



综合法： 将 F 视为已知力, 求出未知约束力 F_f 、 F_N

不等式 $|F_f| \leq f_s F_N$ 求出 F 的范围



2018年9月28日
理论力学CAI 静力学

34

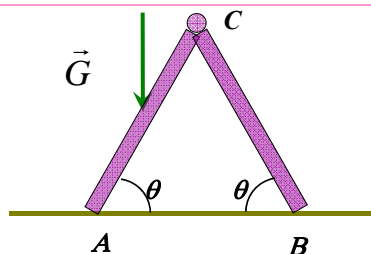
[例]

图示一折叠梯放在地面上，与地面的夹角 $\theta=60^\circ$

脚端A与B和地面的摩擦因数分别为 $f_{sA}=0.2$ 和 $f_{sB}=0.6$

在折叠梯的AC侧的中点处有一重为500N的重物

不计折叠梯的重量，问它是否平衡？
如果平衡，计算两脚与地面的摩擦力



2018年9月28日
理论力学CAI 静力学

35

[解]

假定系统为平衡

研究对象：系统

问题性质：平面

建立参考基

受力分析 主动力

理想约束力

摩擦力

静摩擦力如何定

$$F_{fA} \neq f_{sA} F_{NA} \quad ?$$

$$F_{fB} \neq f_{sB} F_{NB} \quad ?$$

F_{mA}

F_{mB}

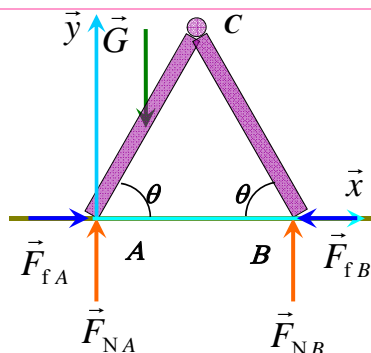
极限静摩擦力

未知数与方程个数的分析: ~~2/3~~ ~~静定~~

静摩擦力在平衡态是未知的需通过平衡方程求得

未知数与方程个数的分析: 4/3

静不定



2018年9月28日
理论力学CAI 静力学

36

假定系统为平衡

研究对象：杆CB

问题性质：平面

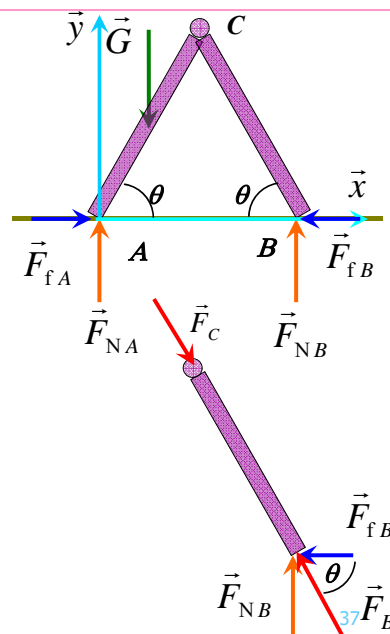
建立参考基

受力分析 无主动力作用

二力杆

约束力沿轴线，定义正向

$$F_{fB} = F_{NB} \cot \theta$$



2018年9月28日

理论力学CAI 静力学

假定系统为平衡

研究对象：系统

问题性质：平面

建立参考基

$$F_{fB} = F_{NB} \cot \theta$$

未知数与方程个数的分析: 3/3 静定

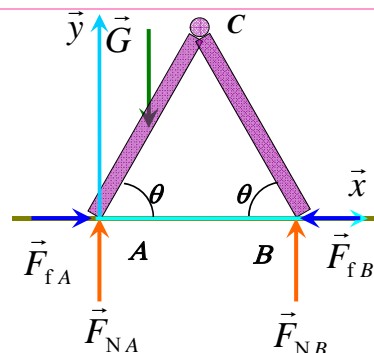
平衡方程

$$\sum_{i=1}^n M_{Az}(\vec{F}_i) = 0 \quad bF_{NB} - 0.25bG = 0$$

$$F_{NB} = 0.25G = 125 \text{ N} \quad F_{fB} = F_{NB} \cot \theta = 72.17 \text{ N}$$

$$\sum_{i=1}^n F_{iy} = 0 \quad F_{NA} + F_{NB} - G = 0 \quad F_{NA} = G - F_{NB} = 375 \text{ N}$$

$$\sum_{i=1}^n F_{ix} = 0 \quad F_{fA} - F_{fB} = 0 \quad F_{fA} = F_{fB} = 72.17 \text{ N}$$



2018年9月28日

理论力学CAI 静力学

38

假定系统为平衡

$$F_{NA} = 375 \text{ N} \quad F_{fA} = 72.17 \text{ N}$$

$$F_{NB} = 125 \text{ N} \quad F_{fB} = 72.17 \text{ N}$$

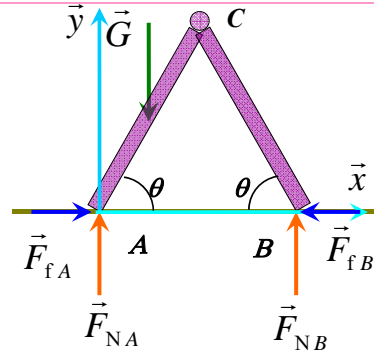
系统是否真的平衡？

$$F_{mA} = f_{sA} F_{NA} = 75 \text{ N}$$

$$F_{mB} = f_{sB} F_{NB} = 75 \text{ N}$$

$$F_{fA} < F_{mA} \quad F_{fB} < F_{mB}$$

系统确是平衡的，上述结果可信



粘性摩擦



接触面加润滑油

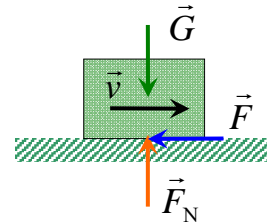
粘性摩擦

- 滑动摩擦力是发生在有润滑的滑动摩擦中
- 由于润滑剂的作用，通常它们的极限摩擦力很小
- 动摩擦力与物体相对运动速度成正比，方向与相对运动速度相反

运动态

$$\vec{F} = -c\vec{v}$$

粘性摩擦因数 c



摩擦与摩擦力

- 引言
- 滑动摩擦
- 滚动摩擦



• 纯滚动

- 圆柱在一粗糙平面作无滑动滚动
- 类似齿轮-齿条约束
- 无啮合角

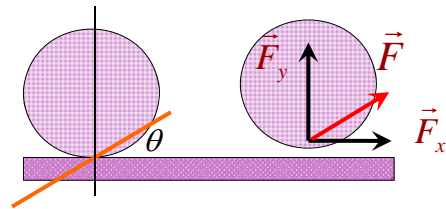
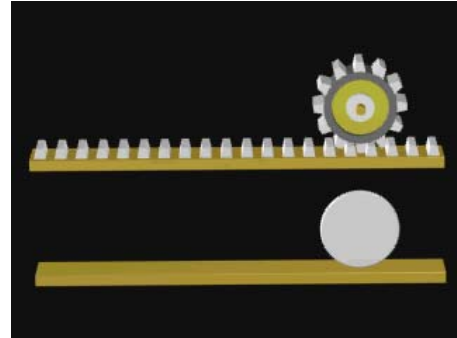
力 \vec{F}_x 阻止接触点相对滑动

力 \vec{F}_y 阻止圆柱向下运动

圆柱受到的理想约束力

$$\vec{F} = (\vec{F}_x, \vec{F}_y)$$

不是纯滚动，摩擦力是动摩擦力



2018年9月28日
理论力学CAI 静力学

理想情况下的摩擦力

45

滚动摩擦

- 两物体在相对滚动时局部变形引起一种阻碍它们相对运动的阻力

- 这些阻力向点A进行简化

阻力 $\vec{F}_A = (\vec{F}_f, \vec{F}_N) = \vec{F}_R$ 主矢

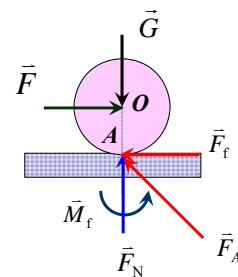
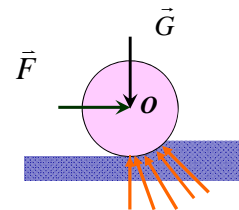
\vec{F}_N 具有理想约束力的性质

\vec{F}_f 滑动摩擦力的性质

阻力偶 $\vec{M}_f = M_A$ 对点A的主矩

滚动摩擦所特有力偶矩

滚动阻力偶矩



2018年9月28日
理论力学CAI 静力学

滑动摩擦力与滚阻力偶合称滚动摩擦

46

• 滚动摩擦现象

平衡态 $F \uparrow \Rightarrow F_f \uparrow \quad F_f = F$
 $M_f \uparrow \quad M_f = Fr$

滑动临界态 $F_f = F_m \Rightarrow F = F_f \quad F_h = f_s F_N$

滚动临界态 $M_m = \delta F_N \Rightarrow F = \frac{M_m}{r} \quad F_g = \frac{\delta}{r} F_N$ 极限滚阻力偶矩
 δ 滚阻因数

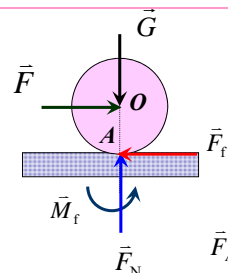
$F_h < F < F_g$ 滑动

$F_g < F < F_h$ 纯滚动

$F_h < F \cap F_g < F$ 又滚又滑

通常 $\frac{\delta}{r} < f_s \quad F_g < F_h$

先发生纯滚动



2018年9月28日
理论力学CAI 静力学

47

• 滚阻因数

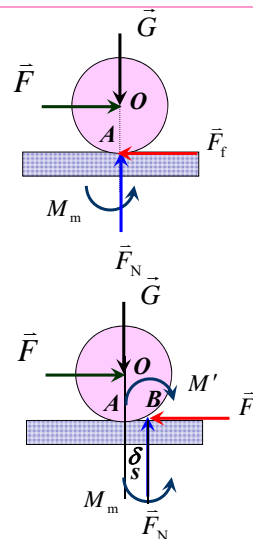
考虑滚动临界态 $M_f = M_m \quad M_m = \delta F_N$

简化中心A \Rightarrow 简化中心B
 $\vec{F}_f \Rightarrow \vec{F}_f$
 $\vec{F}_N \Rightarrow \vec{F}_N \quad M' = s F_N \quad s = \delta \quad M = 0$
 $M_m \Rightarrow M_m = \delta F_N$

滚阻因数量纲为长度单位

物理意义是将摩擦力简化为合力时简化中心点到A的距离

与接触物体的性质有关



2018年9月28日
理论力学CAI 静力学

49

[例]

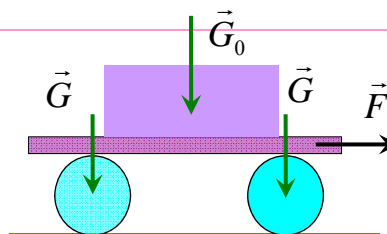
在搬运重物时常在下面垫些滚木

重物重 G_0 ，滚木重 G ，半径为 r

滚木与重物的滚阻因数为 δ_0

滚木与地面的滚阻因数 δ

求将要拉动重物时的拉力 F



2018年9月28日
理论力学CAI 静力学

50

[解]

研究对象：系统

问题性质：平面

建立参考基

受力分析 主动力

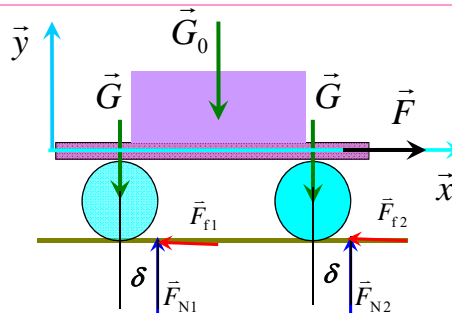
理想约束力 摩擦力

未知数与方程个数的分析：5/3

$$\sum_{i=1}^n F_{ix} = 0 \quad F = F_{f1} + F_{f2}$$

$$\sum_{i=1}^n F_{iy} = 0 \quad F_{N1} + F_{N2} = G_0 + 2G$$

得到2个方程



2018年9月28日
理论力学CAI 静力学

51

摩擦与摩擦力/滚动摩擦/解

研究对象：滚木（左，右）

问题性质：平面

建立参考基

受力分析 主动力

理想约束力 摩擦力

未知数与方程个数的分析：4/3

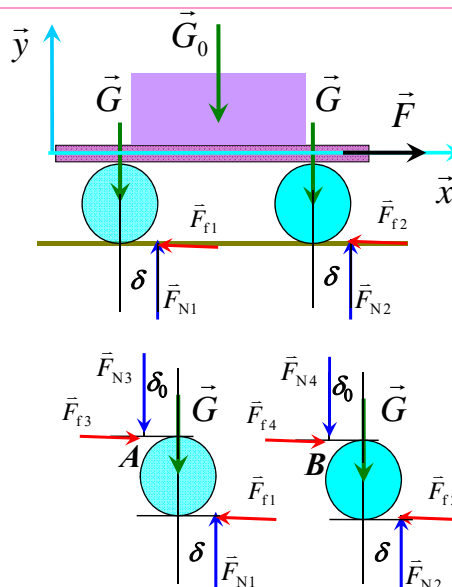
$$\sum_{i=1}^n M_{A_z}(\vec{F}_i) = 0$$

$$F_{N1}(\delta_0 + \delta) - 2F_{f1}r - G\delta_0 = 0$$

$$\sum_{i=1}^n M_{B_z}(\vec{F}_i) = 0$$

$$F_{N2}(\delta_0 + \delta) - 2F_{f2}r - G\delta_0 = 0$$

得到2个方程



2018年9月28日

理论力学CAI 静力学

52

摩擦与摩擦力/滚动摩擦/解

$$F_{N1}(\delta_0 + \delta) - 2F_{f1}r - G\delta_0 = 0$$

$$F_{N2}(\delta_0 + \delta) - 2F_{f2}r - G\delta_0 = 0$$

$$F_{N1} + F_{N2} = G_0 + 2G$$

$$F = F_{f1} + F_{f2}$$

未知数与方程个数的分析：5/4

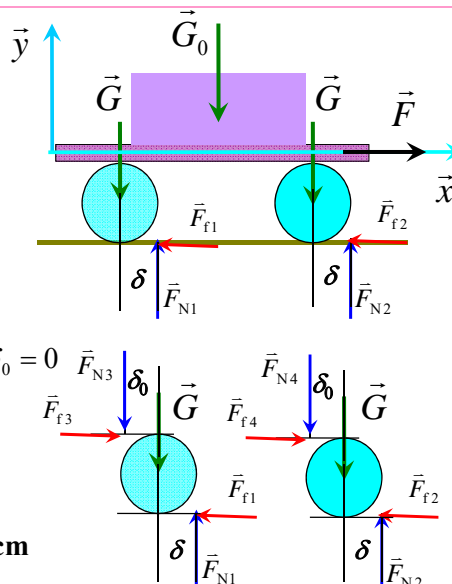
情况特殊可求F

$$(F_{N1} + F_{N2})(\delta_0 + \delta) - 2(F_{f1} + F_{f2})r - 2G\delta_0 = 0$$

$$F = \frac{G_0(\delta_0 + \delta) + 2G\delta}{2r}$$

设 $G_0=10\text{kN}$, G 忽略不计,
 $\delta_0=0.05\text{cm}$, $\delta=0.20\text{cm}$, $r=8\text{cm}$

$F=0.156\text{kN}$



2018年9月28日

理论力学CAI 静力学

53

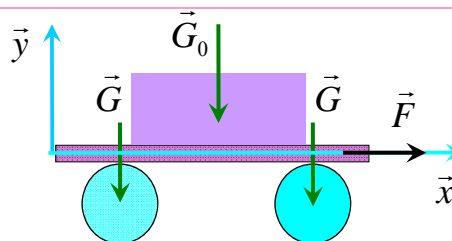
$$F = \frac{G_0(\delta_0 + \delta) + 2G\delta}{2r}$$

设 $G_0=10\text{kN}$, G 忽略不计,
 $\delta_0=0.05\text{cm}$, $\delta=0.20\text{cm}$, $r=8\text{cm}$

$$F=0.156\text{kN}$$

讨论

$r \uparrow$ $F \downarrow$ 当 G 不变



2018年9月28日
 理论力学CAI 静力学

54

摩擦与摩擦力小结

- 摩擦力是物体相互作用的非理想约束力
- 是静力学与动力学问题力学模型的重要因素
- 通常是未知的
- 对于运动物体，**干摩擦力**有给定的公式
- 对于有运动趋势的物体，摩擦力取决于静力学方程
- 物体运动与否的临界状态的摩擦力有给定的公式

$$F_f = fF_N$$

$$F_m = f_s F_N \quad M_m = \delta F_N$$



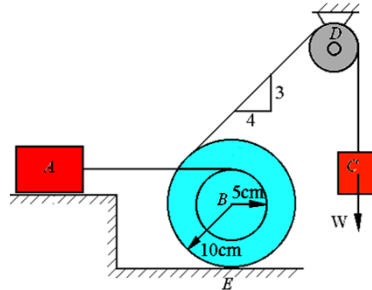
2018年9月28日
 理论力学CAI 静力学

55

56

57

分析:



(1) A 点可能先达到临界状态

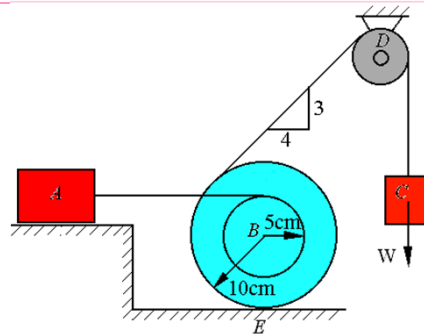
(2) E 点可能先达到临界状态

多点摩擦，须判断哪一个点先达到临界滑动状态



2018年9月28日
理论力学CAI 静力学

58



解题方案: 假设其中任意一点先达到临界滑动状态，计算得到其它点的摩擦力，检验假设是否正确



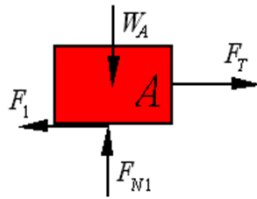
2018年9月28日
理论力学CAI 静力学

59

【解】

假设 A 先到达临界状态

$$F_1 = f_A \cdot F_{N1} = 0.5 \times 500 = 250\text{N}$$



$$\sum F_x = 0 \quad F_T - F_1 = 0$$

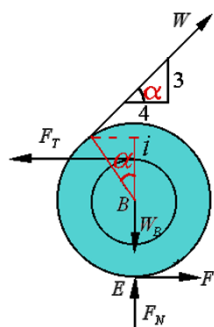
$$F_T = F_1 = 250\text{N}$$



2018年9月28日
理论力学CAI 静力学

60

$$\sum M_E(\vec{F}_i) = 0$$



$$F_T \cdot 15 - W \sin \alpha \cdot 10 \sin \alpha - W \cos \alpha (10 + 10 \cos \alpha) = 0$$

$$W = \frac{15 F_T}{10[1 + \cos \alpha]} = 208(\text{N})$$



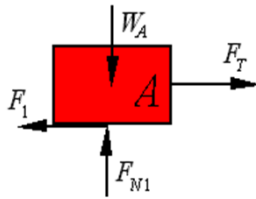
2018年9月28日
理论力学CAI 静力学

61

【解】

(1) A 临界平衡 求 W

$$F_1 = f_A \cdot F_{N1} = 0.5 \times 500 = 250 \text{ N}$$



$$\sum F_x = 0 \quad F_T - F_1 = 0$$

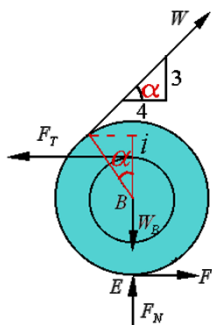
$$F_T = F_1 = 250\text{N}$$



2018年9月28日
理论力学CAI 静力学

64

$$\sum M_E(\vec{F}_i) = 0$$



$$F_T \cdot 15 - W \sin \alpha \cdot 10 \sin \alpha - W \cos \alpha (10 + 10 \cos \alpha) = 0$$

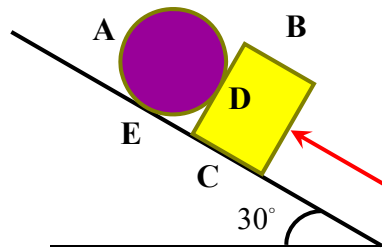
$$W = \frac{15F_T}{10[1 + \cos \alpha]} = 208(\text{N})$$



2018年9月28日
理论力学CAI 静力学

65

【解】



D、E有三种情况：

(1) D滑，E不滑

(2) E滑，D不滑

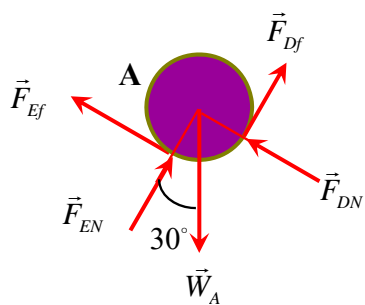
(3) D、E同时滑动



2018年9月28日
理论力学CAI 静力学

68

考虑A的平衡，分析摩擦力方向，受力图如图，列平衡方程：



$$F_{DN} + F_{Ef} = W_A \sin 30^\circ$$

$$F_{EN} + F_{Df} = W_A \cos 30^\circ$$

$$F_{Ef} r = F_{Df} r$$

$$F_{Ef} = F_{Df}, \quad F_{EN} > F_{DN}$$

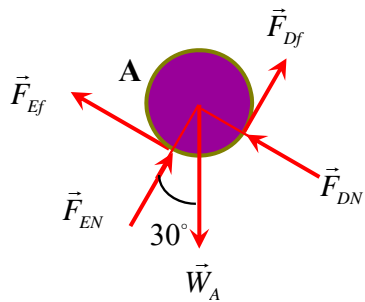
减小P，摩擦力增大，D点先达到最大摩擦力，D点先开始滑动。



2018年9月28日
理论力学CAI 静力学

69

考虑A的平衡，D处于临界滑动状态，补充库仑定律方程



$$F_{Df} = f_s F_{DN}$$

$$F_{DN} + F_{Ef} = W_A \sin 30^\circ$$

$$F_{EN} + F_{Df} = W_A \cos 30^\circ$$

$$F_{Ef} r = F_{Df} r$$

$$F_{DN} = 29.4 \text{ N},$$

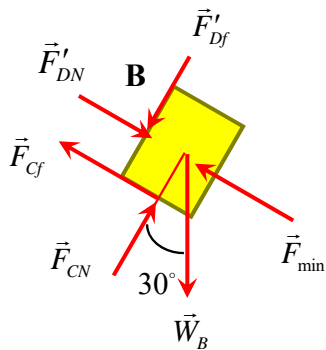
$$F_{Df} = 20.6 \text{ N}$$



2018年9月28日
理论力学CAI 静力学

70

考虑B的平衡，受力图如图。列平衡方程：



$$F_{CN} - F_{Df} - W_B \cos 30^\circ = 0$$

$$F_{\min} + F_{Cf} - F_{DN} - W_B \sin 30^\circ = 0$$

C处于临界滑动状态，补充库仑定律方程

$$F_{Cf} = f_s F_{CN}$$

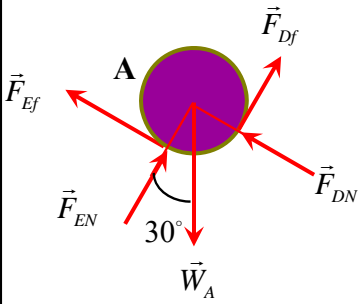
$$F_{\min} = 4.4 \text{ N}$$



2018年9月28日
理论力学CAI 静力学

71

假设法：
假设E点先滑，考虑A平衡，补充物理方程，列平衡方程组：



$$F_{DN} + F_{Ef} = W_A \sin 30^\circ$$

$$F_{EN} + F_{Df} = W_A \cos 30^\circ$$

$$F_{Ef} r = F_{Df} r$$

$$F_{Ef} = f_s F_{EN}$$

$F_{DN} = 14.3N,$
 $F_{Df} = F_{Ef} = 35.7N,$
 $F_{Df, \max} = f_s F_{DN} = 10N$

$F_{Df} > F_{Df, \max}$ 假设不合理，真实情况D先滑

2018年9月28日 理论力学CAI 静力学

72

例：匀质木板如图示放置

板重100KG

人重200KG

人从A走向B

73

摩擦问题小结（单点摩擦）

- 两类问题
 - **第一类问题**：给定力，判断是否静止
 - **第二类问题**：给定静止状态，求某个范围
- 第一类问题，常用**假设法**。假定处于平衡状态，摩擦力方向也可假定。列平衡方程求出摩擦力，与最大静摩擦力比较，验证假设是否正确。
- 第二类问题，需根据物体运动趋势来判断**临界状态**下的摩擦力方向，不能假设。
 - 解题方法：**几何法（摩擦角）**、**解析法**
 - 临界平衡状态可由库仑定律补充方程 $F_{max} = f_s F_N$



2018年11月 理论力学CAI 静力学

74

摩擦问题小结（多点摩擦）

- 两类问题
 - **第一类问题**：给定力，判断是否静止
 - **第二类问题**：给定静止状态，求某个范围
- 第一类问题，常用**假设法**。假定处于平衡状态，摩擦力方向也可假定。列平衡方程求出**所有点**的摩擦力，与最大静摩擦力比较，验证假设是否正确。
- 第二类问题，需要判断哪一个点**先**达到临界状态，确定**临界状态**下的摩擦力方向，不能假设方向。可假设其中任意一个点最先到达临界。利用平衡方程求出**其它点**的摩擦力并与其最大静摩擦力比较，验证假设是否正确，确定范围。
 - 解题方法：**解析法**
 - 临界平衡状态可由库仑定律补充方程 $F_{max} = f_s F_N$



2018年11月 理论力学CAI 静力学

75