# 上 海 交 通 大 学 试 卷（ A 卷 ）

课程＿＿概 率 统 计＿＿ 学期＿＿2011－2012 第 2 学期＿＿

班级号＿＿＿＿＿＿ 学号＿＿＿＿＿＿ 姓名＿＿＿＿＿＿

| 题号 | 一 | 二 | 13~16 | 17～20 | 总分 |
|---|---|---|---|---|---|
| 得分 | | | | | |

**我承诺，我将严格遵守考试纪律。**

**承诺人：＿＿＿＿＿**

**说明：试题中常用分布备选数据附在试卷最后。**

**一．单项选择题 （每题 3 分，共 18 分）**

1．已知 $P(B)>0,\ A_1, A_2$ **错误!未找到引用源。**，则下列各式中不正确的是＿＿＿＿。

$(A)$ $P(A_1A_2\mid B)=0$ ； **错 误 ! 未 找 到 引 用 源 。**

$(B)$ $P(A_1\cup A_2\mid B)=P(A_1\mid B)+P(A_2\mid B)$；

$(C)$ $P(\overline{A}_1\overline{A}_2\mid B)=1$ **错误!未找到引用源。**； $(D)$ **错误!未找到引用源。** 。

2．设 $f_1(x), F_1(x)$ 和 $f_2(x), F_2(x)$ 分别为两个相互独立的连续型随机变量的密度函数和分布函数，则必为密度函数的是 ＿＿＿＿。

$(A)$ $f_1(x)+f_2(x)$ ； $(B)$ $f_1(x)f_2(x)$ ；

$(C)$ $f_1(x)F_1(x)+f_2(x)F_2(x)$ ； $(D)$ $f_1(x)F_2(x)+f_2(x)F_1(x)$。

3．设随机变量 $X$ 和 $Y$ 相互独立，且具有相同的分布：

| X（Y） | -1 | 0 | 1 |
|---|---|---|---|
| P | 0.5 | 0.3 | 0.2 |

则：$P(\max(X,Y)\ge 0)=$＿＿＿＿。

$(A)$ 0.75 ； $(B)$ 0.25 ； $(C)$ 0.5 ； $(D)$ 0.8 。

4． 设 $X_1, X_2, X_3, X_4$ 取自总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$ 的简单随机样本，则统计量 $Q=\dfrac{X_1-X_2}{|X_3+X_4-2\mu|}$

服从＿＿＿＿。

$(A)$ $N(0,1)$； $(B)$ $t(1)$； $(C)$ $\chi^2(1)$； $(D)$ $F(1,1)$。

5．将一枚硬币重复掷 $n$ 次，以 $X$ 和 $Y$ 分别表示正面向上和反面向上的次数，则 $X$ 和 $Y$ 的相关系数为________。

$(A)$ $-1$； $(B)$ $-\frac{1}{2}$ ； $(C)$ $1$ ； $(D)$ $\frac{1}{2}$ 。

6．设 $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 是取自正态总体 $N(\mu, \sigma^2)$ 的样本，其中 $\mu$ 已知。则 $\sigma^2$ 的置信度为 $1-\alpha$ 的置信区间为________。

$(A)$ $\left(\frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(n)}, \frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(n)}\right)$； $(B)$ $\left(\frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{\frac{\alpha}{3}}(n-1)}, \frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{1-\frac{2\alpha}{3}}(n-1)}\right)$；

$(C)$ $\left(\frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i-\mu)^2}{\chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)}, \frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i-\mu)^2}{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1)}\right)$； $(D)$ $\left(\frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{\frac{\alpha}{3}}(n-1)}, \frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{3}}(n-1)}\right)$。

## 二．填空题 （每题 3 分，共 18 分）

7．设随机变量 $X$ , $Y$ 相互独立，且均服从 $[1,3]$ 上的均匀分布。引入事件 $A=\{X\le\sigma\}$，$B=\{Y>\sigma\}$，若 $P(A\cup B)=\frac{3}{4}$，则 $\sigma=$_________。

8. 若 $X\sim B(1,p)$，且 $X$ 取 1 的概率为它取 0 的概率的两倍，则 $X$ 的分布函数 $F(x)=$_____________。

9．设随机变量 $X$ 的概率分布为 $P(X=k)=\frac{C}{k!}, k=0,1,2,\cdots$，则 $E(X^2)=$_____________。

10．设总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，$X_1, X_2, \cdots, X_9$ 是取自总体 $X$ 的简单随机样本，$\overline{X}$ 为样本均值，$S^2$ 为样本方差。如果 $P(\overline{X}>\mu+kS)=0.95$，则参数 $k=$___________。

11．设总体 $X$ 服从参数为 2 的指数分布，从总体 $X$ 中抽取简单随机样本 $(X_1, X_2, X_3)$，$\overline{X}$ 是样本均值，则 $COV(X_1-\overline{X}, X_2-\overline{X})=$___________。

12．已知 $f_{Y|X}(y|x)=\begin{cases}\frac{1}{(1-x)}, & x\le y\le 1;\\ 0, & \text{其他}.\end{cases}$，$f_X(x)=\begin{cases}2(1-x), & 0\le x\le 1;\\ 0, & \text{其他}.\end{cases}$，则 $X$ 与 $Y$ 至少有一个小于 $\frac{1}{2}$ 的概率为 ________ ，$P(Y\le\frac{2}{3}\mid X=\frac{1}{2})=$_________。

## 三．解答题 （每题 8 分，共 48 分）

13．已知随机变量$(X,Y)$的联合分布律为：

| $X \backslash Y$ | 0 | 1 | 2 |
|---|---|---|---|
| 0 | 0.2 | 0.2 | 0.2 |
| 1 | 0.1 | 0.2 | 0.1 |

（1）设 $F(x,y)$ 为 $(X,Y)$ 的联合分布函数，求 $F(1,1)$；(2) 求条件分布律 $P(Y=y_j \mid X=1)$ 和 $P(X=x_i \mid Y=2)$。

14．设连续型随机变量$(X,Y)$在$D=\{(x,y)\mid 0\le x<1,|y|<x\}$内服从均匀分布，求:（1）$X$ 与$Y$的边缘密度函数。（2）求$Z=X+Y$的密度函数。

15．袋中有 6 张相同的卡片，上面分别标有数字 0，1，2，3，4，5。现从袋中任意摸出两张卡片，已知两个数字之和大于 6，试判断先摸出的一张卡片上的数字最可能是几？

16. 某保险公司多年的统计资料表明, 在索赔客户中, 被盗索赔客户占 20% 。今随意抽查 100 个索赔客户, 利用中心极限定理，求其中被盗索赔客户不少于 10 户但也不多于 30 户的概率。

17. 设$X_1, X_2,\cdots,X_n$为取自总体$X$ 的样本,且$X$ 的密度函数为$f(x)=\begin{cases}\dfrac{2\theta^2}{x^3}, & x>\theta\\ 0, & x\le\theta\end{cases}$,其中参数$\theta>0$未知。（1）求参数$\theta$的极大似然估计量$\hat{\theta}_L$；（2）证明：$\hat{\theta}_L$不是$\theta$的无偏估计。

18．机器自动包装袋装奶粉，设每袋的净重量$X\sim N(\mu,\sigma^2)$，规定每袋奶粉的标准重量为$500g$，标准差不超过$5g$。某天开工后，为检验机器是否正常工作，从已经包装好的奶粉中随机抽取 9 袋，测得样本的均值$\bar{x}=497$，样本的方差 $s^2=6.06^2$。问：这天自动包装机的工作是否正常？用显著性水平$\alpha=0.05$检验。

## 四．论述或证明题 （每题 8 分，共 16 分）

19．（1）试叙述：切贝雪夫不等式。

（2）设随机变量序列$X_1,X_2,\cdots$ 相互独立，且$X_k\sim U(-\sqrt[3]{k},\sqrt[3]{k})$，证明：$\forall\varepsilon>0$，有

$$\lim_{n\to+\infty}P\left(\left|\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}X_k-\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}E(X_k)\right|\ge\varepsilon\right)=0$$

20．设随机变量 $X$ 的密度函数 $f(x)$ 为偶函数，且满足 $E(X^2)<+\infty$。令 $Y=|X|$，证明：（1）$X$ 与 $Y$ 不相关；（2）$X$ 与 $Y$ 不独立。

（备用数据：$\chi^2$ 分布、$t$ 分布的上侧 $\alpha$ 分位数：$\chi^2_{0.05}(8)=15.570$，$\chi^2_{0.025}(8)=17.535$，$\chi^2_{0.025}(9)=19.023$，$\chi^2_{0.05}(9)=16.919$；$\mathrm{t}_{0.025}(8)=2.3060$，$\mathrm{t}_{0.05}(8)=1.8595$，$\mathrm{t}_{0.025}(9)=2.262$，$\mathrm{t}_{0.05}(9)=1.8331$，$\Phi(2.5)=0.9938$。）