

上海交通大学试卷 (A 卷)

(20_06_ 至 20_07_ 学年 第_2_ 学期)

班级号 _____ 学号 _____ 姓名 _____
课程名称 _____ 离散数学 _____ 成绩 _____

一、选择题 (50', 每题 2', 每题只有一个选项是正确的, 请将答案写在题号前的括号里)

- () 1. 以下___不正确。
- A. $\phi \subseteq \phi$
 - B. $\phi \in 1$
 - C. $\phi \subseteq 1$
 - D. $\phi \in \phi$
- () 2. 下列集合中与 $\{1, 2\}$ 不相等的是: ____
- A. $\{1, 2\} \cup \phi$
 - B. $\{1, 2\} \cup \{\phi\}$
 - C. $\{1, 2, 2\}$
 - D. $\{x | x \in R \wedge x^2 - 3x + 2 = 0\}$
- () 3. 假设集合 $A \subseteq B$, C 是任意一个集合, 则以下___不一定成立
- A. $C \cup A \subseteq C \cup B$
 - B. $\cap A \subseteq \cap B$
 - C. $C \cap A \subseteq C \cap B$
 - D. $A - B \subseteq B - A$
- () 4. A, B 为任意集合, 以下___不一定正确
- A. $P(A) \cup P(B) = P(A \cup B)$ (P 表示幂集运算)
 - B. $P(A) \cap P(B) = P(A \cap B)$
 - C. $P(A) \in P(B) \Rightarrow A \in B$
 - D. $A \subseteq B \Rightarrow P(A) \subseteq P(B)$
- () 5. 设集合 $A = \{a\}$, 下式不成立的是: ____
- A. $\{\phi\} \in PP(A)$
 - B. $\{\phi\} \subseteq PP(A)$
 - C. $\{\phi, \{a\}\} \in PP(A)$
 - D. $\{\phi, \{a\}\} \subseteq PP(A)$

我承诺，我将严格遵守考试纪律。

承诺人：_____

题号	一	二	三	四	五	六			
得分									
批阅人(流水阅卷教师签名处)									

() 6. 令 N 是自然数集, Q 是有理数集, R 是实数集, 则与闭区间 $[1,2]$ 等势的集合是_____

- A. N
- B. $N \times Q$
- C. N_2
- D. $P(R)$

() 7. 下列集合可数的是_____

- A. $[1, 2]$
- B. N_2
- C. R^+ 即正实数集合
- D. $Q \times Q$

() 8. $f \circ g \circ h$ 是双射, 那么一定有_____

- A. f 是单射, h 是满射;
- B. g 是满射, h 是单射;
- C. f 是满射, h 是单射;
- D. f 是单射, g 是单射。

() 9. 设 $f: Z \rightarrow Z$ 。 $f(x) = \begin{cases} 2x, x \text{ 为奇数} \\ x+1, x \text{ 为偶数} \end{cases}$ 则_____值为 4。

- A. $f(2)$;
- B. $f(1)$;
- C. $f^{-1}(4)$;
- D. $f^{-1}(5)$ 。

() 10. 设 $f: [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ 。 $f(x) = \frac{2x+1}{4}$, 则 f 是_____

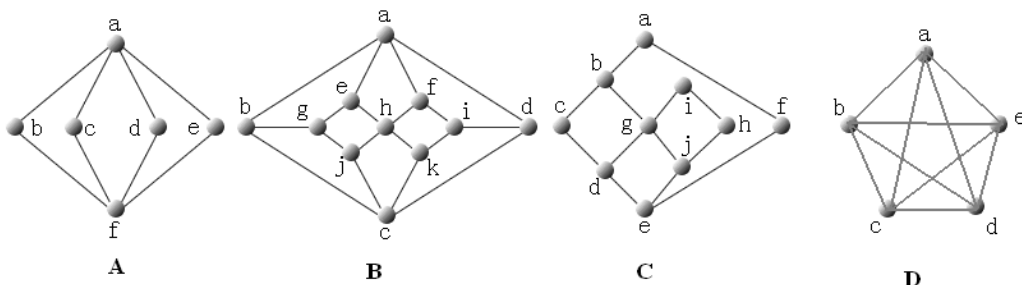
- A. 双射;
- B. 单射;
- C. 满射;
- D. 无法判断。

班级

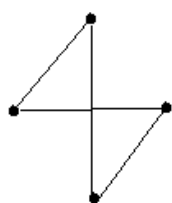
学号

姓名

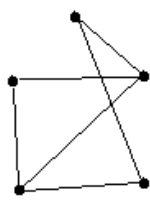
- () 11. $R = \{ \langle a, b \rangle, \langle b, a \rangle, \langle a, c \rangle \}$, 则 $st(R)$ 为_____ (其中 $s(R)$ 为 R 的对称闭包, $t(R)$ 为 R 的传递闭包)
- A. $\{ \langle a, b \rangle, \langle b, a \rangle, \langle a, c \rangle, \langle c, a \rangle, \langle a, a \rangle, \langle b, c \rangle \}$;
- B. $\{ \langle a, b \rangle, \langle b, a \rangle, \langle a, c \rangle, \langle a, a \rangle, \langle b, c \rangle, \langle c, b \rangle \}$;
- C. $\{ \langle a, b \rangle, \langle b, a \rangle, \langle a, c \rangle, \langle a, a \rangle, \langle b, b \rangle, \langle b, c \rangle, \langle c, a \rangle, \langle c, b \rangle \}$;
- D. $\{ \langle a, b \rangle, \langle b, a \rangle, \langle a, c \rangle, \langle b, b \rangle, \langle b, c \rangle, \langle c, b \rangle, \langle c, a \rangle \}$.
- () 12. 设 $A = \{2, 3, 4, 6, 9, 12, 18\}$, A 中的整除关系 R 是偏序关系, 那么在偏序集 $\langle A, R \rangle$ 中, 下列说法正确的是_____
- A. A 的最大元素是 18;
- B. A 的最小元素是 2;
- C. $B = \{3, 9\}$ 的上界只有 18;
- D. $B = \{4, 9\}$ 没有上下界。
- () 13. 设 $R = \{ \langle a, b \rangle, \langle a, c \rangle, \langle b, c \rangle, \langle a, a \rangle \}$, 则 R 满足的性质有_____
- A. 对称;
- B. 传递;
- C. 自反;
- D. 以上都不满足。
- () 14. 下列说法错误的是_____
- A. 简单图 $G(n \geq 3)$ 存在 H 回路的充要条件是其闭合图是完全图
- B. 简单图 G 的任意结点 v_i, v_j 之间恒有 $d(v_i) + d(v_j) \geq n - 1$, 则 G 存在 H 道路
- C. 完全图 $K_n(n \geq 3)$ 中存在 H 回路
- D. 若简单图 G 的每个结点的度都大于等于 $\frac{n}{2}$, 则 G 有 H 回路
- () 15. 下图中_____不存在 H 回路



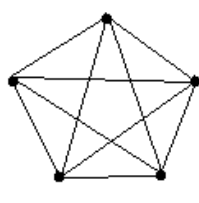
() 16. 下图中_____不存在欧拉回路



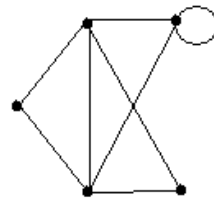
A



B

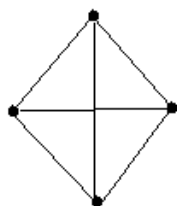


C

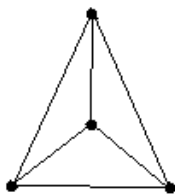


D

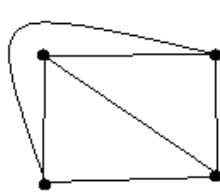
() 17. 下面图中_____与其它图不同构



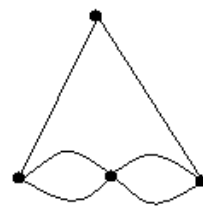
A



B



C



D

() 18. 下面说法错误的是_____

A. 邻接矩阵能表示自环, 也能表示重边

B. 有向图邻接矩阵的第 i 行非零元的数目恰好是 v_i 的正度。第 j 列非零元的数目是

v_j 的负度

C. 关联矩阵能表示重边, 不能表示自环

D. 有向图关联矩阵第 i 行中 1 的数目是 v_i 的正度, -1 的数目是 v_i 的负度。

() 19. 设图 G 是有 6 个顶点的连通图, 总度数为 20, 则从 G 中删去_____边后使之变成树。

A. 10

B. 5

C. 3

D. 2

() 20. T 是结点数为 $n \geq 2$ 的树, 则 T 至少有_____个叶结点。

A. 2

B. 3

C. 4

D. 无合适选项

班级

学号

姓名

- () 21. 设 T 为 $n \geq 2$ 的简单图, 以下_____不足以证明 T 是树。
- T 连通且无回路
 - T 连通且每条边为割边
 - T 连通且有 $n-1$ 条边
 - T 无回路且每条边均为割边
- () 22. G 为平面图, 其对偶图的结点数、边数、域数分别为 n^*, m^*, d^* , 则以下性质一定正确的是_____
- $(G^*)^* = G$
 - $d^* = m^* - n^* + 2$
 - G 未必有对偶图
 - G^* 未必有对偶图
- () 23. 设 G 为平面图, 则下面可能不连通的图是_____
- G 的闭合图
 - G^*
 - $(G^*)^*$
 - $((G^*)^*)^*$
- () 24. 极大平面图不满足_____
- 连通
 - 无割边
 - 每个域边界数 3
 - $3d < 2m$
- () 25. 设 G 为平面图, 则下面可能不正确的选项是_____
- $G = (G^*)^*$
 - $G^* = ((G^*)^*)^*$
 - $(G^*)^* = (((G^*)^*)^*)^*$
 - $((G^*)^*)^* = (((G^*)^*)^*)^*)^*$

二、填空题 (30', 每题 2')

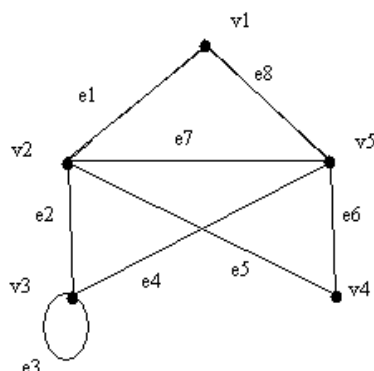
- 1-100 的这 100 个整数中, 能被 2, 3, 5 之一整除的数有_____个。
- 设 $A = \{\{\phi\}, \{\{\phi\}\}\}$, 则 $\bigcup P(A) =$ _____。
- 含 n 个结点的简单图共有_____个。
- 设 $A = \{1, 2, 3, \dots, 13, 14, 15\}$, 定义 $R = \{\langle x, y \rangle \mid x \equiv y \pmod{4}, x, y \in A\}$, 则 $[2] =$ _____。
- 设 A 和 B 都是有穷非空集合, A 和 B 的基数为 n , 则 A 到 B 有_____种不同的双射。

6. 关系 $\{ \langle 1, \langle 2, 3 \rangle \rangle, \langle 2, \langle 2, 3 \rangle \rangle, \langle 3, \langle 2, 3 \rangle \rangle \}$ 的定义域和值域分别为_____。

7. 设 f, g, h 为实数集上的函数, $f(x) = x + 4, g(x) = 2x + 4, h(x) = \frac{x}{2}$,

则 $f \circ h \circ g =$ _____。

8. 下图的一条欧拉回路是_____。

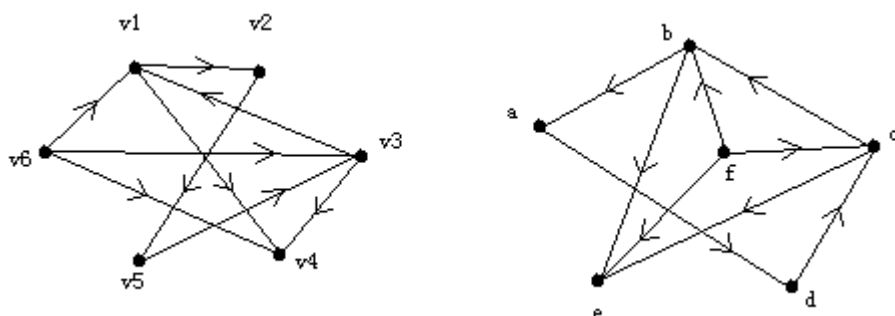


9. 设图 $G = (V, E)$ 有 7 个结点, 其中 6 个结点的度都为 3, 一个结点的度为 6, 则该图有 _____ 条边。

10. 有向图 G 的关联矩阵为
$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

则其邻接矩阵为: _____。

11. 下面两个有向图的同构映射为_____。



12. 一棵树有 n_1 个结点的度为 1, n_2 个结点的度为 2, ..., n_{k-1} 个结点的度为 $k-1$, 结点最大的度为 k 。则度为 k 的结点有_____个。

13. 某简单平面图有 8 个结点, 18 条边, 则每个域的边数是_____。

14. 在 K_3, K_4, K_5, K_6, K 型图中, 非平面图为_____。

15. 对于权序列 $(1, 3, 3, 4, 4)$, 构造 Huffman 树, 则带权路径总长为_____。

班级

学号

姓名

三. (5') 对任意的集合 A , 证明 $\{\phi, \{\phi\}\} \subseteq PP(A)$

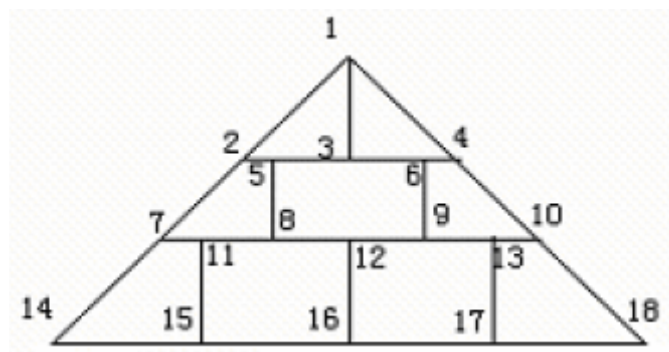
四. (5') 设 R 是非空集合 A 上的二元关系, R 是自反的、传递的, 试证: $R'' = R$

五. (5') 下图中直线的交点都为图的结点，共有18个结点。

判断图中是否存在欧拉回路，若有，则写出一条欧拉回路，否则说明理由。

判断图中是否存在哈密顿回路，若有，则写出一条哈密顿回路，否则说明理由。

判断该图是否为可平面图。



六. (5') G 为简单平面图 (域的个数 $d \geq 2$, 结点个数 n , 边的个数 m , 连通支个数 k), 其对偶图的域有 l 个。求证: (1) $l = n - k + 1$

(2) $d \leq 2l - 4$