随机模拟方法与应用

Stochastic Simulation Methods and Its Applications

肖柳青 博士

lucyxiao@sjtu.edu.cn

PUB:SSMA_xiao@yeah.net

第4章让电脑玩掷骰子–使用Matlab生成随机数.

1.1 离散型概率分布及随机数生成

1.2 连续型概率分布及随机数生成

1.3一个简单例子

肖柳青 上海交通大学 数学系

本章叙述怎样使用Matlab软件来生成各种服从常用分布的随机数。

由于Matlab中提供了生成各种常用分布及其随机变量的函数，学习掌握这些函数将使得随机模拟变得十分方便且快捷。

同时本章还介绍如何用Matlab来进行有关分布函数、概率密度函数的计算，及其如何拟合实际数据的分布。

Matlab的统计工具箱提供多种常用概率分布计算及其随机数生成的函数，为随机模拟带来了极大的方便，我们将按离散和连续型分布分别来介绍相关的Matlab函数及其使用方法。

4.1　离散型概率分布及其随机数的生成

离散均匀分布用于描述等概率发生事件的状况，仅限于有限的事件数，这是一种人们最为熟悉的分布。

1、离散型概率分布及随机数生成

- 生成离散均匀概率密度函数和累积分布函数
- Matlab提供生成在{1, 2, ... , N}上均匀分布的概率密度函数和累积分布函数的命令是：
- unidpdf(X, N)：给出在X各个点上的概率值；
- unidcdf(X, N)：给出在X各个点上的累积概率值；

其中矩阵$X \subset$ {1, 2, ... , N}存放指定的各个点。

例1：模拟掷骰子的实验。这里N = 6，则掷出2、4和6点的概率和它们的累积概率将由上面的函数计算：

- p = unidpdf ([2 , 4 , 6] , 6)
- cp = unidcdf ([2 , 4 , 6] , 6)
- 输出结果为：
- p = 0.1667 0.1667 0.1667
- cp = 0.3333 0.6667 1.0000

- **生成离散均匀分布的随机数**
- unidrnd(N)：给出均匀分布于{1，2，．．．，N}上的一个随机数；
- unidrnd($N, M1, M2$)或unidrnd(N，[$M1, M2$])：给出由均匀分布于{1，2，．．．，N}上的随机数组成的$M1 \times M2$阶矩阵；
- randsample(N, K)：给出K个均匀分布于{1，2，．．．，N}上的随机数；
- randsample(X, K)：给出K个均匀分布于有限个离散数集合X上的随机数。

- 例：　再考察模拟掷骰子的实验。这里 $N = 6$，则掷10次的点为：
- unidrnd(6 , 1 , 10)
- 输出结果为：
- ans = 4 1 6 6 5 5 5 3 4 2

- 如果再运行一次上面的命令，则会发现结果是不一样的。这是因为每次运行时随机序列发生器的种子数不同所致。
- 为了调试程序的需要，我们有时要求每次运行能够产生相同的随机数序列，必须控制随机数发生器的种子数，Matlab提供了相应的操作命令：
- s = rng：获得随机数发生器的种子数，这个命令需要在随机数生成函数之前使用；
- rng(s)：将随机数发生器的种子数设置为上次使用的种子数s，这样随后的随机数生成函数会产生与前面相同的随机数序列；
- rng('default')：每次重新运行程序时将获得与上次相同的结果。

- 注意：随机模拟时往往需要重复多次试验，即重复运行该段模拟程序，这时就必须要求产生不同的随机数序列，当然采用Matlab默认的设置即可做到。但每当人们重新打开Matlab来运行该程序时会获得同样的结果，如果要使得这也不同的话，则可以使用如下的语句：
- rng('shue')：基于时钟时间来设置随机数发生器的种子数。

- 例：以上例为例，它们产生相同的随机数序列：
- s = rng ;
- r1 = unidrnd（6，1，10）
- 输出结果为：
- r1 = 5 1 2 1 1 5 5 2 6 1
- rng(s) ;
- r2 = unidrnd（6，1，10）
- r1 = 5 1 2 1 1 5 5 2 6 1

如何能直观地查验这些随机数是否呈现均匀分布呢？

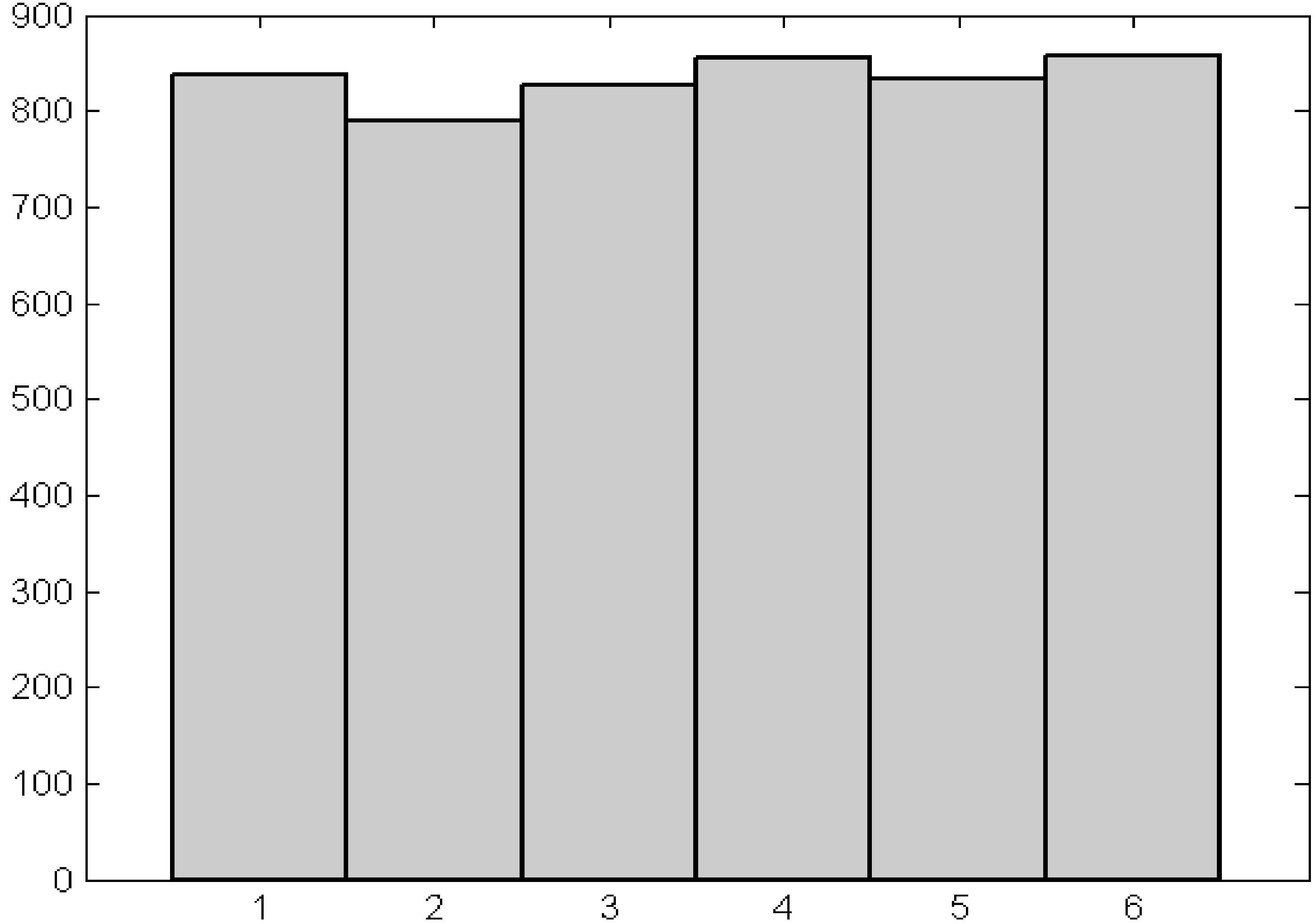
Matlab给出了一个绘制数据直方图的命令：

- hist(data)：绘制数据data的直方图
- hist(data, nbins)：绘制数据data的直方图，其中nbins用于指定等间隔划分数据的间隔数，nbins缺省时为10;

- hist(data, xcenters)：绘制数据 *data*的直方图，其中xcenters用于指定划分数据间隔的中心点坐标。
- 我们也可以采用交互式的命令来查看数据的分布状况，这个命令是：
- dfittool(data)：绘制数据data的pdf、cdf等图形，详情请参看联机帮助系统。

- 这个命令极大地方便人们识别调查数据所服从的分布类型，对于模拟研究实际系统时它将是非常有用的。
- 例：通过画数据的直方图来查验模拟的掷骰子点数是否均匀分布：
- data = unidrnd(6 , 1 , 5 0 0 0) ;
- hist (data , [1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6])

模拟掷骰子点数的直方图



- 对于一般的离散均匀分布：
- $P(X = xi) = 1/N$,

  $i = 1, \ldots, N,$
- 我们可以定义一个一一对应的离散变换函数：
- $h(i) = xi,\ i = 1, \ldots, N$
- 来产生其随机变量：
- $X = h(\text{unidrnd}(N))$

2、泊松分布

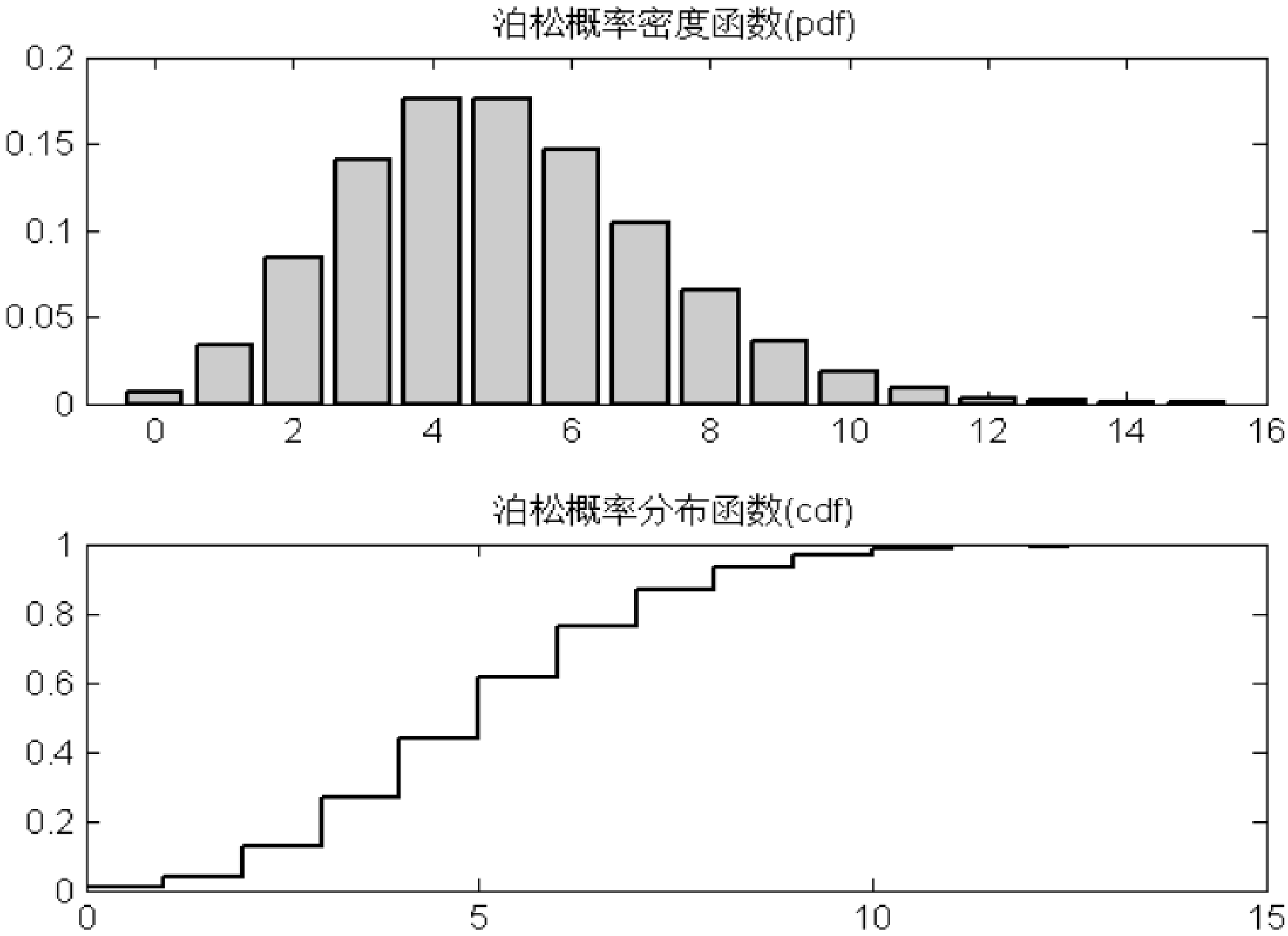
- 泊松分布常用于刻画某些随机到达的流量情况，其分布由参数（到达率）$\lambda > 0$决定，其密度分布函数为

$$P(k) = \mathrm{e}^{-\lambda}\frac{\lambda^k}{k!}, \quad k = 0, 1, 2, \ldots$$

生成泊松概率密度函数和分布函数

- Matlab提供了生成泊松分布的概率密度函数和累积分布函数的命令：
- poisspdf(X, $lambda$)：给出变量取X各数时的概率值，其中$lambda$是泊松分布的参数；
- poisscdf(X, $lambda$)：给出变量取X各数时的累积概率值。

- 例：考察生成参数为$\lambda = 5$的泊松概率密度和累积概率分布图，变量取0 ～ 15。
- x = 0 : 1 5 ;
- p = poisspdf (x , 5) ;
- cp = poisscdf (x , 5) ;
- subplot (2 , 1 , 1)
- bar (x , p)
- xlim([−1 , 1 6])
- t i t l e (’泊松概率密度函数(pdf) ’)
- subplot (2 , 1 , 2)
- s tai r s (x , cp)
- t i t l e (’泊松概率分布函数(cdf) ’)

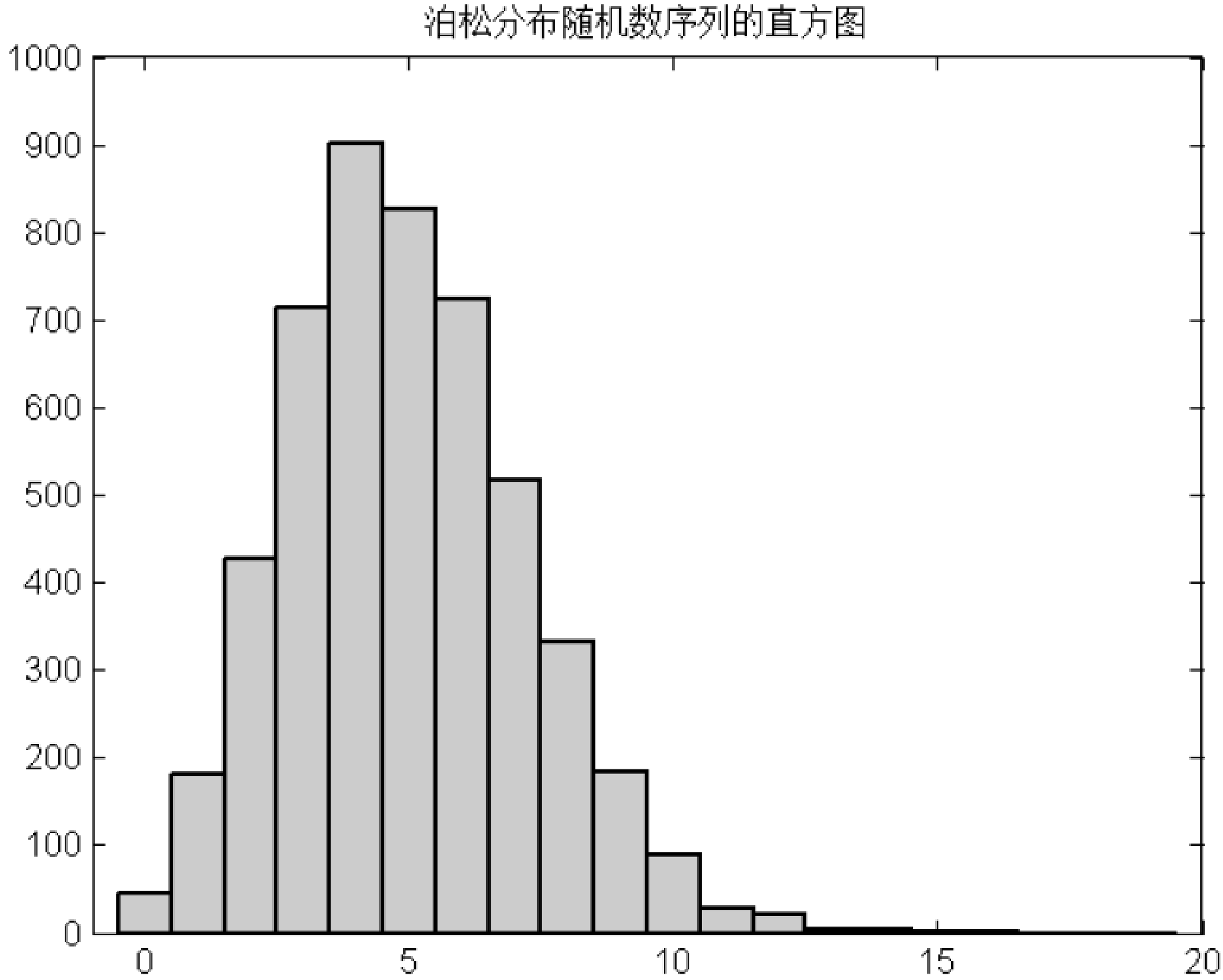

泊松概率密度函数(pdf)
0.2
0.15
0.1
0.05
0
0
2
4
6
8
10
12
14
16
泊松概率分布函数(cdf)
1
0.8
0.6
0.4
0.2
0
0
5
10
15

• 生成泊松分布的随机数

- 下面命令提供生成泊松分布的随机数：
- poissrnd(a)：给出服从参数为a的泊松分布的一个随机数；
- poissrnd(a, M, N)或者poissrnd(a, [M, N])：给出由服从参数为a的泊松分布的随机数组成的$M \times N$阶矩阵。

- **例4.6 生成参数为$a = 5$的泊松分布的随机数序列：**
- data = poissrnd (5 , 1 , 5 0 0 0) ;
- hist (data , [0 : 1 9])
- xlim([−1 , 2 0])
- t i t l e ('泊松分布随机数序列的直方图')

肖柳青 上海交通大学 数学系


泊松分布随机数序列的直方图
1000
900
800
700
600
500
400
300
200
100
0
0
5
10
15
20

4.2 连续型概率分布及随机数的生成

- **4.2.1** 连续均匀分布
- 连续均匀分布非常重要，因为它不但能够刻画在一个有限区间范围内等可能性地出现任意值的情况，而且其他连续分布的生成也出自于它，而且前面的离散概率分布的生成也是如此。

- 连续均匀分布有着广泛的应用，它在区间[***a***, ***b***]上的均匀分布密度函数为

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{b-a}, & a\le x\le b\\[2ex] 0, & \text{其他}\end{cases}$$

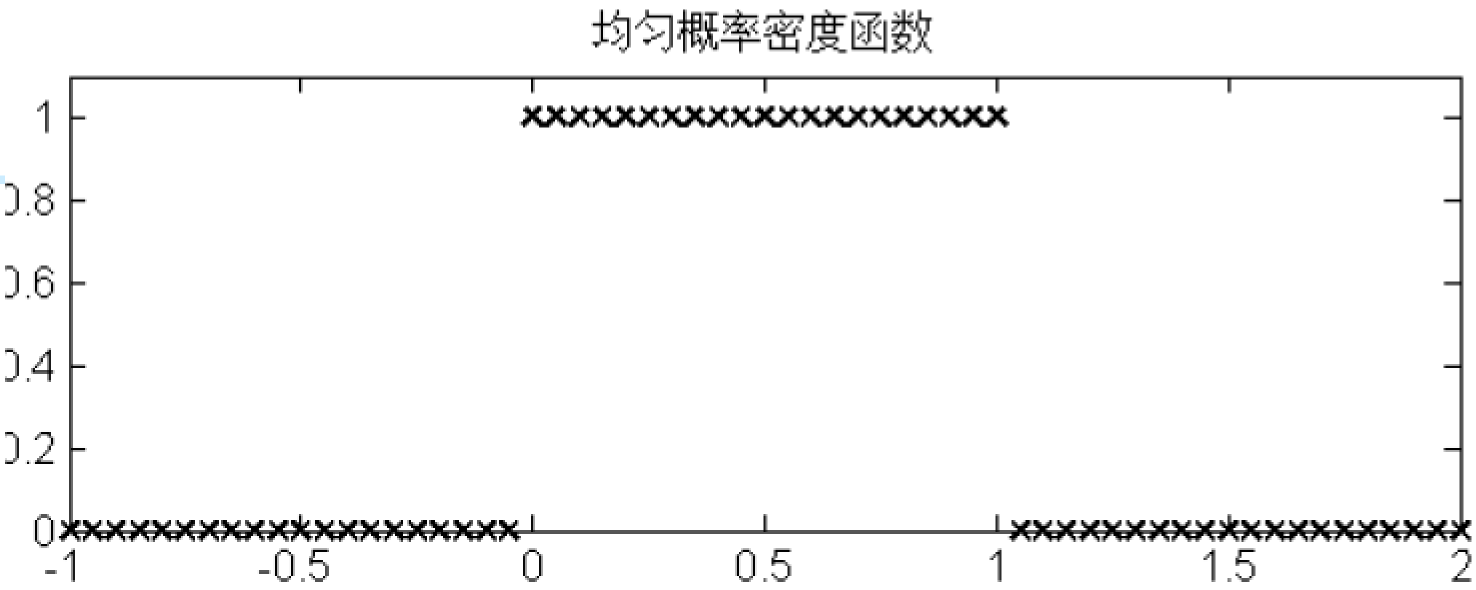
生成连续均匀概率密度函数和分布函数

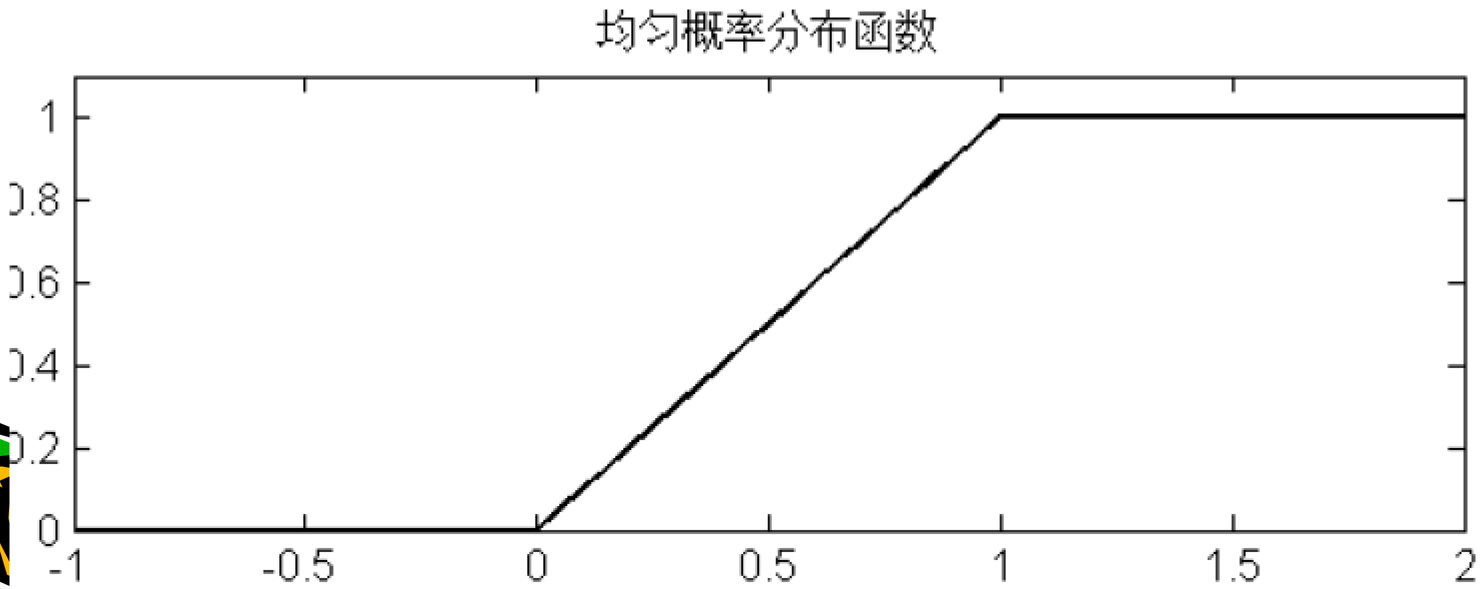
- Matlab提供的生成在区间[a, b]上的均匀分布的概率密度函数和累积分布函数的命令分别是：
- unifpdf(X, a, b)：给出概率密度函数在X各个点上的值；
- unifcdf(X, a, b)：给出累积分布函数在X各个点上的值；

其中矩阵$X \subset [a, b]$存放指定的各个点。如果上面函数缺省参数a和b，则是$a = 0$, $b = 1$的情形，即是区间[0, 1]。

- 例:考察在区间[0, 1]上的均匀分布，我们等间隔地在区间[-1, 2]范围内选取一组点，

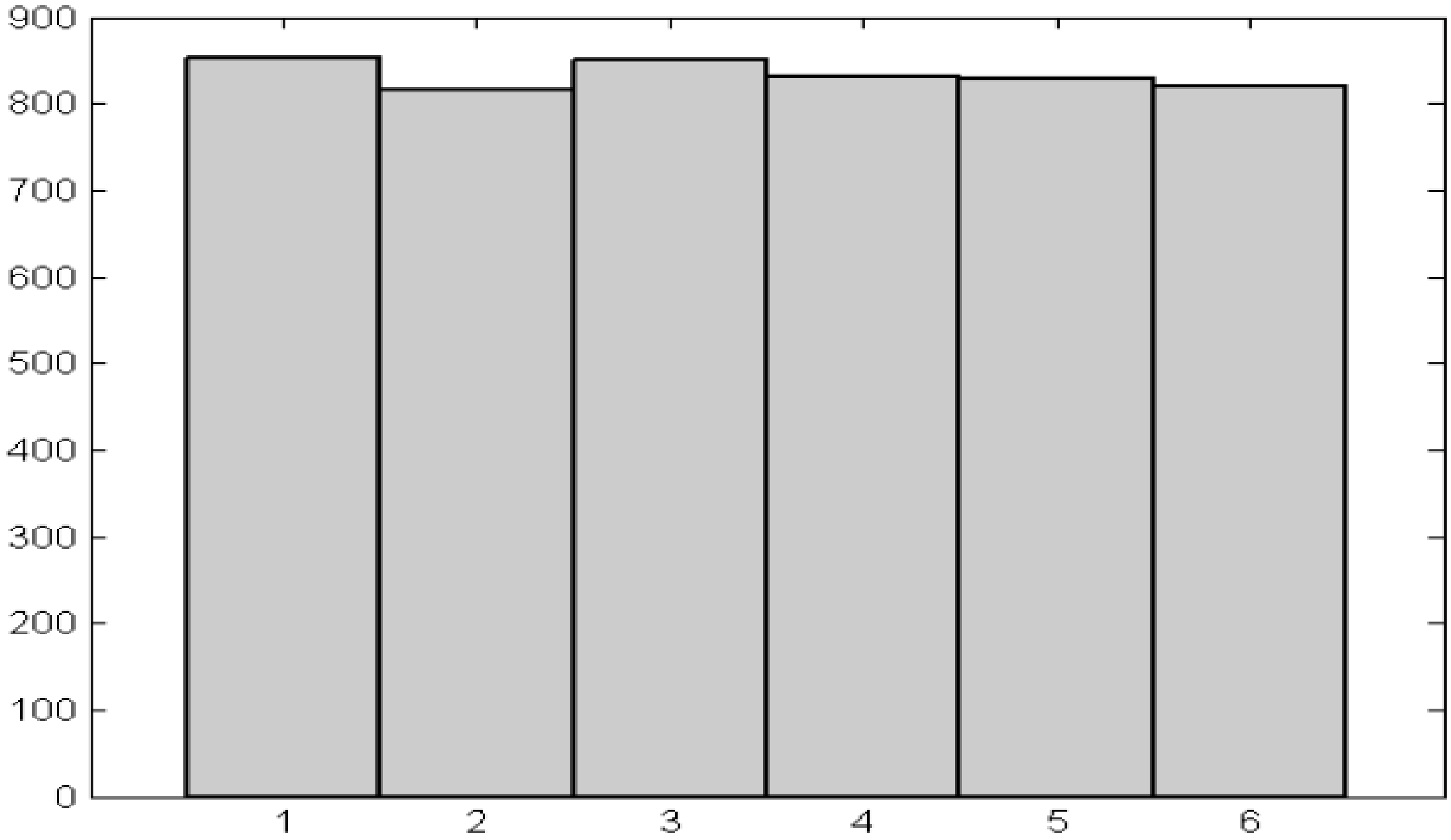
- X = [−1 : 0 . 0 5 : 2] ;
- f = unifpdf (X) ;
- c f = uni fcdf (X) ;
- subplot (2 , 1 , 1)
- plot (X, f , ’ x ’)
- axis ([−1 , 2 , 0 , 1 . 1])
- t i t l e (’均匀概率密度函数’)
- subplot (2 , 1 , 2)
- plot (X, cf , ’–’)
- axis ([−1 , 2 , 0 , 1 . 1])
- t i t l e (’均匀概率分布函数’)


均匀概率密度函数
1
0.8
0.6
0.4
0.2
0
-1
-0.5
0
0.5
1
1.5
2


均匀概率分布函数
1
0.8
0.6
0.4
0.2
0
-1
-0.5
0
0.5
1
1.5
2

- 生成连续均匀分布的随机数：
- unifrnd(a, b)：给出在区间$[a,b]$上均匀分布的一个随机数；
- unifrnd(a, b,M,N)或者unidrnd(a,b, $[M,N]$)：给出由区间$[a, b]$上均匀分布的随机数组成的$M\times N$阶矩阵；
- rand：生成在区间[0, 1]上均匀分布的一个随机数；
- rand(N,M)：生成一个$N\times M$阶矩阵，其元素均是区间[0, 1]上均匀分布的随机数；
- rand(N)：同上，但生成的是一个N阶方阵。

- 例：　用连续均匀分布随机数来模拟掷骰子点数：
- R = fix（unifrnd（1，7，1，5000））；
- hist（R，[1，2，3，4，5，6]）



- 另外，Matlab还提供了一个用均匀分布来拟合数据的命令：

- [ahat, bhat] = unifit(data)：给出给出拟合所估计的均匀分布参数ahat和bhat，其中data为存放数据的矩阵。

- 例4.9 这是一个拟合均匀分布的例子：首先用上面方法生成5000个在区间中均匀分布的随机数，再调用unit函数对这组数据进行估计。
- data = unifrnd (10 ,15,1,5000) ;
- [ahat , bhat] = uni f i t (data)
- 估计的参数为：
- ahat = 10.0019 bhat = 14.9998

2.2 正态分布

- 正态分布很常用，因为人们认为很多常见现象，如误差、干扰或者波动等的变量都服从或者近似服从正态分布。它的分布由期望和方差这两个参数决定，其分布密度函数为

$$f(x)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\mathrm{e}^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

生成正态概率密度函数和分布函数

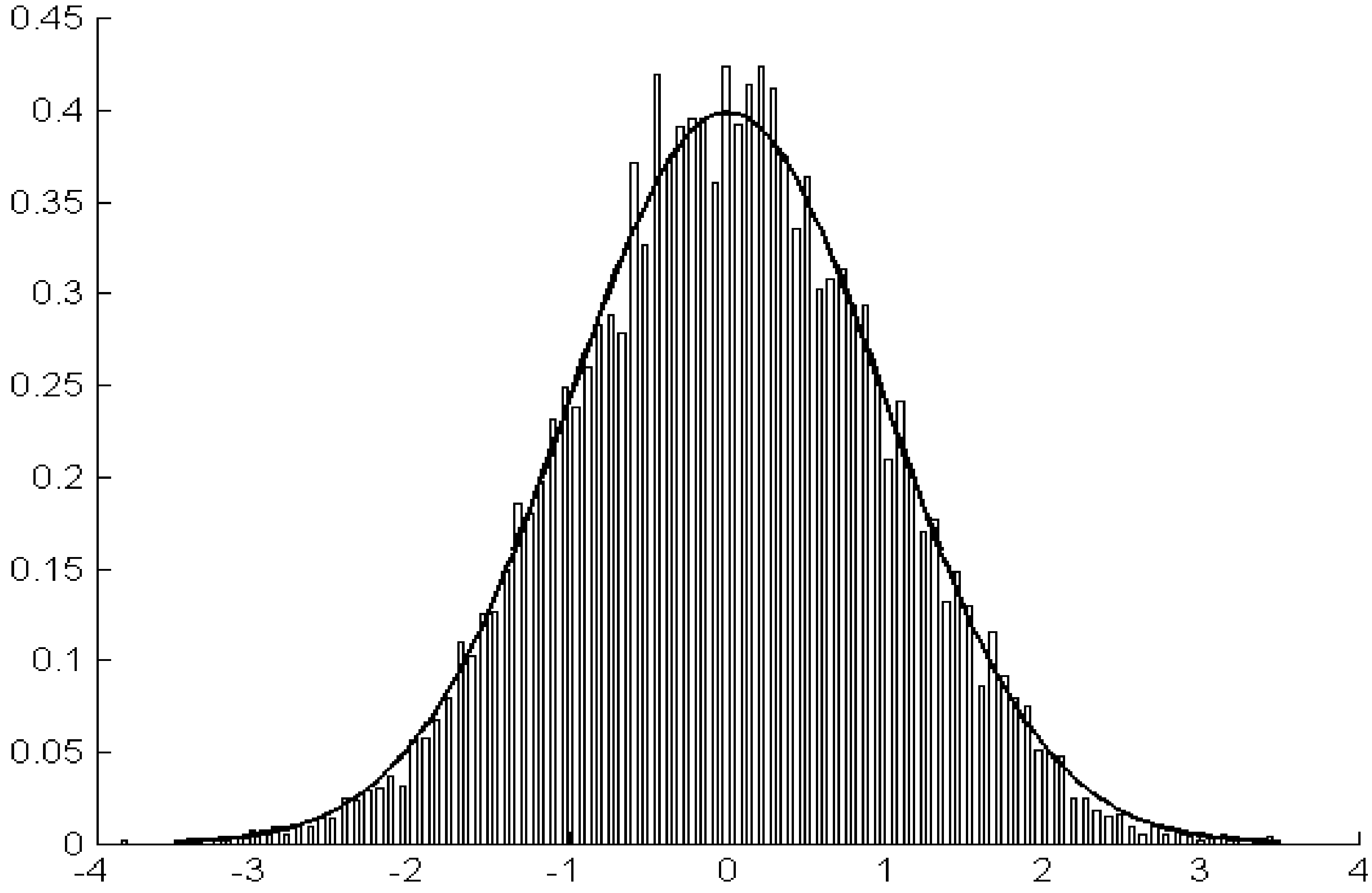
- Matlab生成正态概率密度函数和累积分布函数的命令分别是：
- normpdf(X, a, b)：给出概率密度函数在X各个点上的值；
- normcdf(X, a, b)：给出累积分布函数在X各个点上的值；

其中a和b分别是分布的期望和标准差，如果缺省该两个参数，则是a=0，b=1的情形，即为标准正态分布。注意：在Matlab的正态函数命令中，使用的不是方差而是标准差。

- 根据中心极限定理（定理2.2），多个独立且相同的均匀分布的变量累加将近似于正态分布。

- 例4.10 我们用300个均匀分布的随机变量之和来近似标准正态分布。
- 设$Ri \sim U(-1/2,1/2), i = 1, \ldots, 300$，其期望为0且方差为$\sigma 2 = 1/12$。
- clear al l , c l f
- m = 300; n = 10000; nbins = 100;
- R = unifrnd (−0.5 , 0 . 5 , [m, n]) ;
- Q = sum(R, 1) / 5 ; % 由累加生成的随机数据
- w = (max(Q)−min(Q)) / nbins ;
- [Y, X] = hist (Q, nbins) ;
- Y = Y/n/w;

- t = −3 . 5 : 0 . 0 5 : 3 . 5 ;
- Z = 1/ sqrt (2* pi)*exp(−(t . ^ 2) / 2) ;
- % 标准正态的密度函数
- hold on
- bar (X, Y, 0 . 5)
- plot (t , Z, ’ r ’)
- hold o f f
- MSE = norm(Y−normpdf (X)) / sqrt (nbins)
  % 均方误差



由300个均匀分布的随机变量之和模拟正态分布。直方图是模拟数据的频率分布，曲线是标准正态分布的密度函数

生成正态分布的随机数

- **normrnd**(a, b)：给出服从期望为a且标准差为b的正态分布的一个随机数；
- **normrnd**(a, b,M,N)或者**normrnd**(a, b, [M,N])：给出由服从期望为a且标准差为b的正态分布的随机数组成的$M \times N$阶矩阵。
- **[ahat, bhat] = normfit(data)**：给出拟合所估计的正态分布的期望$ahat$和标准差**bhat**，其中**data**为存放数据的矩阵。

- 例:在金融市场中，股票的回报(股价的变化率)被假设服从期望为0且方差为σ2的正态分布，这里方差被称为波动率(volatility)。我们令$s(t)$表示在t时刻的股价，那么将回报写为

$$R(t) = \log(s(t)) - \log(s(t-1)) \approx \frac{s(t) - s(t-1)}{s(t-1)}$$

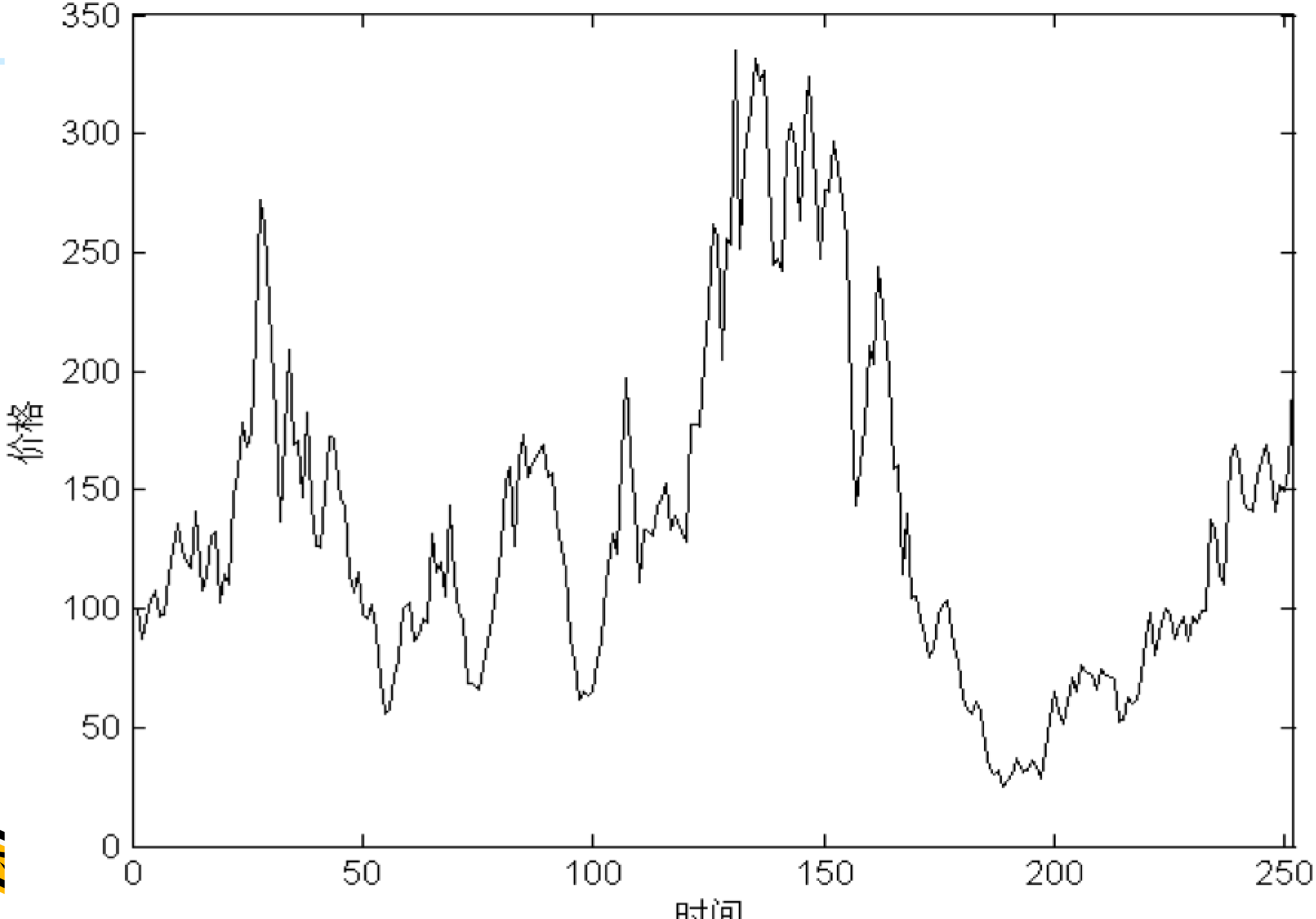
对于所有t都有：$R(t) \sim N(0, \sigma^2)$。所以

$$s(t) = s(t-1)e^R, \quad R \sim N(0, \sigma^2)$$

- 我们可以用正态分布的随机数来模拟股价在一年内（252个工作日）的变化轨迹:

```
n = 252;   s = zeros(1, n);
s(1) = 100;    sigma = 0.15;    % 设置初始股价与波动率
R = normrnd(0, sigma, 1, n);
for t=2:n
    s(t)= s(t-1)*exp(R(t));
end
plot(s)
xlim([0,252])
xlabel('时间'),  ylabel('价格')
```

• 模拟的股价变化轨迹如图所示。



生成对数正态分布

- 在金融中将会使用对数正态分布，例如股票价格呈现显著的随机性，则股票价格被假设为服从对数正态分布。注意到：正态分布的随机变量可以为负值，用它来描述股票价格是明显不合适的。对数正态概率密度函数为

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}}\mathrm{e}^{-\frac{(\ln(x)-\mu)^2}{2\sigma^2}}, & x>0\\ 0, & x\le 0\end{cases}$$

- **Matlab**生成对数正态概率密度函数和累积分布函数的命令：

- **lognpdf(*X*, *a*, *b*)**：给出概率密度函数在*X*各个点上的值；
- **logncdf(*X*, *a*, *b*)**：给出累积分布函数在*X*各个点上的值；
- **[ahat, bhat] = lognfit(data)**：用对数正态分布拟合数据**data**所给出的分布参数**ahat**和**bhat**。
- 上面语句中的参数a和b分别是与该分布相对应的正态分布的期望和标准差，如果缺省该两个参数的话，则是$a = 0, b = 1$的情形，即对应于标准正态分布。而**ahat**和**bhat**分别是分布参数a和b的估计值。

- 用Matlab生成对数正态分布的随机数：
- **lognrnd**(a, b)：给出服从对数正态分布的一个随机数，其中与该分布对应的正态分布的期望为a且标准差为b；
- **lognrnd**(a, b,M,N)或者**lognrnd**(a, b, [M,N])：给出由服从对数正态分布的随机数组成的$M\times N$阶矩阵，参数意义同上。
- 注意：对数正态分布的参数是使用与其对应的正态分布的参数，要计算它自己的期望mu和方差$sigma$也有Matlab命令：
- [mu, $sigma$] = **lognstat**(a, b)。

- 例: 续上例，我们已假设了股票价格的变化遵从如下的规律：

$$\ln\frac{s(t+1)}{s(t)} \sim N(0,\sigma^2), \quad t=0,1,2,\ldots$$

- 但这样的假设忽略了资产存在无风险回报的事实，如设无风险回报率为常量$\boldsymbol{r>0}$，则上面的关系被修正为

$$\ln\frac{s(t+1)}{s(t)} \sim N(r,\sigma^2), \quad t=0,1,2,\ldots$$

- 令{***z***(***t***)}代表一组标准正态分布的随机变量，且它们是相互独立的。于是我们可以写出

$$\ln\frac{s(t+1)}{s(t)} = r+\sigma z(t)$$

系

- 这样有

$$\ln(s(t+1)) = \ln(s(0)) + rt + \sigma \sum_{k=1}^{t} z(k)$$

- 后面我们将看到，这种分布特征的价格变化被称为遵从“几何**Brown**运动”。
- 当时间t固定，股票价格就服从对数正态分布。可以容易地求得其期望和方差分别是：

$$\mathbf{E}[\ln(s(t+1))] = \ln(s(0)) + rt$$

$$\mathrm{var}[\ln(s(t+1))] = \mathrm{var}[\sigma \sum_{k=1}^{t} z(k)] = \sigma^2 t$$

- 当时间t变化时，它的期望和方差随时间线性地扩大

由此我们就可以模拟遵从Brown运动的股票价格的变化，这里令$r = 0.05/360$，$\sigma^2 = 0.0009$，而初始股票价格仍然设为$s(0) = 100$。现在，我们问20天后股票的期望价格是多少？而上涨超过15%的概率又是多少？下面的程序将给出答案。

注意： 计算时利率的时间单位，默认给出的都是年利率，这里必须将无风险年利率（5%）折算到天利率，即除以360（天）；而这里的波动率是已经折算到天的。

```
t = 20;
% 设置初始股价、无风险利率与波动率
s0 = 100;    r=0.05/360;  sigma = 0.03;
[mu, v] = lognstat(log(s0)+r*t, sigma*sqrt(t))
pr = 1 - logncdf((1+0.15)*s0, log(s0)+r*t, sigma*sqrt(t))
n = 500000;  % 模拟50万次
s = lognrnd(log(s0)+r*t, sigma*sqrt(t), 1, n);
muhat = mean(s)  % 以模拟结果的平均作为期望
pshat = sum(s>(1+0.15)*s0)/n  % 以模拟结果计算事件的频率
```

计算结果给出：那时的期望价格为101.1847，上涨超过15% 的概率为0.1536，而模拟得到的相应结果分别是101.1967和0.1533；两者是很接近

生成指数分布

- 当人们考察相继发生事件的时间间隔，或者事件的存续时间，往往发现这些时间的长度是随机的，指数分布常被用来刻画它们。指数概率密度函数

$$f(x)=\frac{1}{a}\mathrm{e}^{-\frac{x}{a}},\qquad x\geq 0$$

- 其中参数$a>0$是分布的期望和标准差，而其倒数a^{-1}则反映在单位时间内发生时间的次数，发生率。

Matlab生成指数概率密度函数和累积分布函数：

- **exppdf(X, a)**：给出概率密度函数在X各个点上的值；
- **expcdf(X, a)**：给出累积分布函数在X各个点上的值；
- **exprnd(a)**：生成服从参数为a的指数分布的随机数；
- **exprnd(a, [M,N])**：生成由指数分布的随机数所组成的$M \times N$阶矩阵（分布参数的意义同上）；
- **[ahat] = expfit(data)**：用指数分布拟合数据**data**所给出的分布参数**ahat**。
- 上面语句中的参数a是指数分布的期望或标准差，如果缺省，则是$a = 1$的情形。而**ahat**是指数分布参数a的估计值。

函数名	调用形式	注　　释
Unifrnd	unifrnd (A,B,m,n)	[A,B]上均匀分布(连续) 随机数
Unidrnd	unidrnd(N,m,n)	均匀分布（离散）随机数
Exprnd	exprnd(Lambda,m,n)	参数为 Lambda 的指数分布随机数
Normrnd	normrnd(MU,SIGMA,m,n)	参数为 MU，SIGMA 的正态分布随机数
chi2rnd	chi2rnd(N,m,n)	自由度为 N 的卡方分布随机数
Trnd	trnd(N,m,n)	自由度为 N 的 t 分布随机数
Frnd	frnd(N_1, N_2,m,n)	第一自由度为 N_1,第二自由度为 N_2 的 F 分布随机数
gamrnd	gamrnd(A, B,m,n)	参数为 A, B 的 γ 分布随机数
betarnd	betarnd(A, B,m,n)	参数为 A, B 的 β 分布随机数
lognrnd	lognrnd(MU, SIGMA,m,n)	参数为 MU, SIGMA 的对数正态分布随机数
nbinrnd	nbinrnd(R, P,m,n)	参数为 R，P 的负二项式分布随机数
ncfrnd	ncfrnd(N_1, N_2, delta,m,n)	参数为 N_1，N_2，delta 的非中心 F 分布随机数
nctrnd	nctrnd(N, delta,m,n)	参数为 N，delta 的非中心 t 分布随机数
ncx2rnd	ncx2rnd(N, delta,m,n)	参数为 N，delta 的非中心卡方分布随机数
raylrnd	raylrnd(B,m,n)	参数为 B 的瑞利分布随机数
weibrnd	weibrnd(A, B,m,n)	参数为 A, B 的韦伯分布随机数
binornd	binornd(N,P,m,n)	参数为 N, p 的二项分布随机数
geornd	geornd(P,m,n)	参数为 p 的几何分布随机数
hygernd	hygernd(M,K,N,m,n)	参数为 M，K，N 的超几何分布随机数
Poissrnd	poissrnd(Lambda,m,n)	参数为 Lambda 的泊松分布随机数

通用函数求各分布的随机数据

- 命令 求指定分布的随机数
- 函数 **random**
- 格式
  - y = random('name',A1,A2,A3,m,n)
    - name的取值见下页表；
    - A1，A2，A3为分布的参数；
    - m，n指定随机数的行和列
- 例题4 产生12(3x4)个均值为2，标准差为0.3的正态分布的随机数

常见分布函数表

name 的取值			函数说明
'beta'	或	'Beta'	Beta 分布
'bino'	或	'Binomial'	二项分布
'chi2'	或	'Chisquare'	卡方分布
'exp'	或	'Exponential'	指数分布
'f'	或	'F'	F 分布
'gam'	或	'Gamma'	GAMMA 分布
'geo'	或	'Geometric'	几何分布
'hyge'	或	'Hypergeometric'	超几何分布
'logn'	或	'Lognormal'	对数正态分布
'nbin'	或	'Negative Binomial'	负二项式分布
'ncf'	或	'Noncentral F'	非中心 F 分布
'nct'	或	'Noncentral t'	非中心 t 分布
'ncx2'	或	'Noncentral Chi-square'	非中心卡方分布
'norm'	或	'Normal'	正态分布
'poiss'	或	'Poisson'	泊松分布
'rayl'	或	'Rayleigh'	瑞利分布
't'	或	'T'	T 分布
'unif'	或	'Uniform'	均匀分布
'unid'	或	'Discrete Uniform'	离散均匀分布
'weib'	或	'Weibull'	Weibull 分布

通用函数计算概率密度函数值

- 命令 通用函数计算概率密度函数值
- 函数 **pdf**
- 格式
  - Y=pdf(name，x，A)
  - Y=pdf(name，x，A，B)
  - Y=pdf(name，x，A，B，C)
- 说明
  - 返回在X=x处、参数为A、B、C的概率密度值，对于不同的分布，参数个数是不同；name为分布函数名，其取值如下表。

常见分布函数表

name 的取值			函数说明
'beta'	或	'Beta'	Beta 分布
'bino'	或	'Binomial'	二项分布
'chi2'	或	'Chisquare'	卡方分布
'exp'	或	'Exponential'	指数分布
'f'	或	'F'	F 分布
'gam'	或	'Gamma'	GAMMA 分布
'geo'	或	'Geometric'	几何分布
'hyge'	或	'Hypergeometric'	超几何分布
'logn'	或	'Lognormal'	对数正态分布
'nbin'	或	'Negative Binomial'	负二项式分布
'ncf'	或	'Noncentral F'	非中心 F 分布
'nct'	或	'Noncentral t'	非中心 t 分布
'ncx2'	或	'Noncentral Chi-square'	非中心卡方分布
'norm'	或	'Normal'	正态分布
'poiss'	或	'Poisson'	泊松分布
'rayl'	或	'Rayleigh'	瑞利分布
't'	或	'T'	T 分布
'unif'	或	'Uniform'	均匀分布
'unid'	或	'Discrete Uniform'	离散均匀分布
'weib'	或	'Weibull'	Weibull 分布

专用函数计算概率密度函数值

- 命令 二项分布的概率值
- 函数 **binopdf**
- 格式
  - binopdf (k, n, p)
    - 等同于pdf('bino', k, n, p)，
    - p — 每次试验事件发生的概率；
    - K—事件发生k次；
    - n—试验总次数

- 命令 泊松分布的概率值
- 函数 **poisspdf**
- 格式
  - poisspdf(k, Lambda)
  - 等同于pdf('pois', k, Lambda)

- 命令 正态分布的概率值
- 函数 **normpdf**
- 格式
  - **normpdf**(x,mu,sigma)
    - 计算参数为μ=mu，σ=sigma的正态分布密度函数在x处的值

专用函数计算概率密度函数表

函数名	调用形式	注　　释
Unifpdf	unifpdf (x, a, b)	[a,b]上均匀分布(连续)概率密度在 X=x 处的函数值
unidpdf	Unidpdf(x,n)	均匀分布（离散）概率密度函数值
Exppdf	exppdf(x, Lambda)	参数为 Lambda 的指数分布概率密度函数值
normpdf	normpdf(x, mu, sigma)	参数为 mu，sigma 的正态分布概率密度函数值
chi2pdf	chi2pdf(x, n)	自由度为 n 的卡方分布概率密度函数值
Tpdf	tpdf(x, n)	自由度为 n 的 t 分布概率密度函数值
Fpdf	fpdf(x, n_1, n_2)	第一自由度为 n_1,第二自由度为 n_2 的 F 分布概率密度函数值
gampdf	gampdf(x, a, b)	参数为 a, b 的 γ 分布概率密度函数值
betapdf	betapdf(x, a, b)	参数为 a, b 的 β 分布概率密度函数值
lognpdf	lognpdf(x, mu, sigma)	参数为 mu, sigma 的对数正态分布概率密度函数值
nbinpdf	nbinpdf(x, R, P)	参数为 R，P 的负二项式分布概率密度函数值
Ncfpdf	ncfpdf(x, n_1, n_2, delta)	参数为 n_1，n_2，delta 的非中心 F 分布概率密度函数值
Nctpdf	nctpdf(x, n, delta)	参数为 n，delta 的非中心 t 分布概率密度函数值
ncx2pdf	ncx2pdf(x, n, delta)	参数为 n，delta 的非中心卡方分布概率密度函数值
raylpdf	raylpdf(x, b)	参数为 b 的瑞利分布概率密度函数值
weibpdf	weibpdf(x, a, b)	参数为 a, b 的韦伯分布概率密度函数值
binopdf	binopdf(x,n,p)	参数为 n, p 的二项分布的概率密度函数值
geopdf	geopdf(x,p)	参数为 p 的几何分布的概率密度函数值
hygepdf	hygepdf(x,M,K,N)	参数为 M，K，N 的超几何分布的概率密度函数值
poisspdf	poisspdf(x,Lambda)	参数为 Lambda 的泊松分布的概率密度函数值

通用函数计算累积概率值

- 命令 通用函数cdf用来计算随机变量的概率之和（累积概率值）
- 函数 **cdf**
- 格式
  - **cdf('name', K, A)**
  - **cdf('name', K, A, B)**
  - **cdf('name', K, A, B, C)**
- 说明
  - 返回以name为分布、随机变量X≤K的概率之和的累积概率值，name的取值见表1“常见分布函数表”

专用函数计算累积概率值（随机变量 的概率之和）

- 命令 二项分布的累积概率值
- 函数 **binocdf**
- 格式 binocdf (k, n, p)
  - n为试验总次数
  - p为每次试验事件A发生的概率
  - k为n次试验中事件A发生的次数
  - 该命令返回n次试验中事件A恰好发生k次的概率。

- 命令 正态分布的累积概率值
- 函数 **normcdf**
- 格式 normcdf(x, mu, sigma)
  - 返回$F(x)=\int_{-\infty}^{x} p(t)dt$ 的值，
  - mu、sigma为正态分布的两个参数

例23

- 设X~N(3, 2^2)，
  - （1）求 $P\{2<X<5\}$，$P\{-4<X<10\}$，$P\{|X|>2\}$，$P\{X>3\}$
  - （2）确定c，使得 $P\{X>c\}=\frac{1}{2}P\{X<c\}$

p1= $P\{2<X<5\}$

p2 = $P\{-4<X<10\}$

p3 = $P\{|X|>2\}=1-P\{|X|\le 2\}$

p4 = $P\{X>3\}=1-P\{X\le 3\}$

```
>>p1=normcdf(5,3,2)-normcdf(2,3,2)
p1 =
   0.5328
>>p2=normcdf(10,3,2)-normcdf(-4,3,2)
p2 =
   0.9995
>>p3=1-normcdf(2,3,2)-normcdf(-2,3,2)
p3 =
   0.6853
>>p4=1-normcdf(3,3,2)
p4 =
   0.5000
```

专用函数的累积概率值函数表

函数名	调用形式	注　　　释
unifcdf	unifcdf (x, a, b)	[a,b]上均匀分布(连续)累积分布函数值 F(x)=P{X≤x}
unidcdf	unidcdf(x,n)	均匀分布（离散）累积分布函数值 F(x)=P{X≤x}
expcdf	expcdf(x, Lambda)	参数为 Lambda 的指数分布累积分布函数值 F(x)=P{X≤x}
normcdf	normcdf(x, mu, sigma)	参数为 mu，sigma 的正态分布累积分布函数值 F(x)=P{X≤x}
chi2cdf	chi2cdf(x, n)	自由度为 n 的卡方分布累积分布函数值 F(x)=P{X≤x}
tcdf	tcdf(x, n)	自由度为 n 的 t 分布累积分布函数值 F(x)=P{X≤x}
fcdf	fcdf(x, n_1, n_2)	第一自由度为 n_1,第二自由度为 n_2 的 F 分布累积分布函数值
gamcdf	gamcdf(x, a, b)	参数为 a, b 的 γ 分布累积分布函数值 F(x)=P{X≤x}
betacdf	betacdf(x, a, b)	参数为 a, b 的 β 分布累积分布函数值 F(x)=P{X≤x}
logncdf	logncdf(x, mu, sigma)	参数为 mu, sigma 的对数正态分布累积分布函数值
nbincdf	nbincdf(x, R, P)	参数为 R，P 的负二项式分布概累积分布函数值 F(x)=P{X≤x}
ncfcdf	ncfcdf(x, n_1, n_2, delta)	参数为 n_1，n_2，delta 的非中心 F 分布累积分布函数值
nctcdf	nctcdf(x, n, delta)	参数为 n，delta 的非中心 t 分布累积分布函数值 F(x)=P{X≤x}
ncx2cdf	ncx2cdf(x, n, delta)	参数为 n，delta 的非中心卡方分布累积分布函数值
raylcdf	raylcdf(x, b)	参数为 b 的瑞利分布累积分布函数值 F(x)=P{X≤x}
weibcdf	weibcdf(x, a, b)	参数为 a, b 的韦伯分布累积分布函数值 F(x)=P{X≤x}
binocdf	binocdf(x,n,p)	参数为 n, p 的二项分布的累积分布函数值 F(x)=P{X≤x}
geocdf	geocdf(x,p)	参数为 p 的几何分布的累积分布函数值 F(x)=P{X≤x}
hygecdf	hygecdf(x,M,K,N)	参数为 M，K，N 的超几何分布的累积分布函数值
poisscdf	poisscdf(x,Lambda)	参数为 Lambda 的泊松分布的累积分布函数值 F(x)=P{X≤x}

随机变量的逆累积分布函数

已知 $F(x) = P\{X \le x\}$ ，求x。

- 1. 通用函数计算逆累积分布函数值
- 2. 专用函数-inv计算逆累积分布函数

1 通用函数计算逆累积分布函数值

- 命令 **icdf** 计算逆累积分布函数
- 格式
  - icdf('name', P, a_1, a_2, a_3)
    - 返回分布为name，参数为a_1, a_2, a_3，累积概率值为P的临界值，这里name与前面表1相同。
    - 如果P= cdf('name', x, a_1, a_2, a_3)，则 x = icdf('name', P, a_1, a_2, a_3)

2 专用函数-inv计算逆累积分布函数

- 命令 正态分布逆累积分布函数
- 函数 **norminv**
- 格式
  - X=norminv(p,mu,sigma)
    - p为累积概率值，
    - mu为均值，sigma为标准差，X为临界值
    - 满足：$p=P\{X\leq x\}$。

常用临界值函数表

函数名	调用形式	注　　释
unifinv	x=unifinv (p, a, b)	均匀分布(连续)逆累积分布函数（P=P{X≤x}，求 x）
unidinv	x=unidinv (p,n)	均匀分布（离散）逆累积分布函数，x 为临界值
expinv	x=expinv (p, Lambda)	指数分布逆累积分布函数
norminv	x=Norminv(x,mu,sigma)	正态分布逆累积分布函数
chi2inv	x=chi2inv (x, n)	卡方分布逆累积分布函数
tinv	x=tinv (x, n)	t 分布累积分布函数
finv	x=finv (x, n_1, n_2)	F 分布逆累积分布函数
gaminv	x=gaminv (x, a, b)	γ 分布逆累积分布函数
betainv	x=betainv (x, a, b)	β 分布逆累积分布函数
logninv	x=logninv (x, mu, sigma)	对数正态分布逆累积分布函数
nbininv	x=nbininv (x, R, P)	负二项式分布逆累积分布函数
ncfinv	x=ncfinv (x, n_1, n_2, delta)	非中心 F 分布逆累积分布函数
nctinv	x=nctinv (x, n, delta)	非中心 t 分布逆累积分布函数
ncx2inv	x=ncx2inv (x, n, delta)	非中心卡方分布逆累积分布函数
raylinv	x=raylinv (x, b)	瑞利分布逆累积分布函数
weibinv	x=weibinv (x, a, b)	韦伯分布逆累积分布函数
binoinv	x=binoinv (x,n,p)	二项分布的逆累积分布函数
geoinv	x=geoinv (x,p)	几何分布的逆累积分布函数
hygeinv	x=hygeinv (x,M,K,N)	超几何分布的逆累积分布函数
poissinv	x=poissinv (x,Lambda)	泊松分布的逆累积分布函数


你有问
题吗?
引言
认识随机模拟
学点概率论
MATLAB
MCMC
系综原理
应用马氏链
统计热力学
模拟退火法
排队论原理