

理论力学 CAI 静力学

- 前言
- 力
- 力偶
- 力系的简化
- 约束
- 力系的平衡
- 摩擦与摩擦力

约束



理论力学CAI

版权所有, 2000 (c) 上海交通大学工程力学系

静力学

约束

- 约束与约束力
- 常见理想约束及其约束力的简化



2018年9月19日Wednesday

理论力学CAI 静力学

2

约束

- 约束与约束力
- 常见理想约束及其约束力的简化



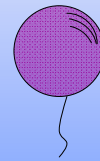
约束与约束力

- 自由物体与主动力
- 非自由物体与约束
- 约束力



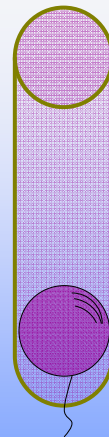
自由物体与主动力

- 自由物体
 - 空间位置不受限制的研究对象称为**自由物体**(简称为**自由体**)
 - 气球**可能出现**的运动形式**无穷多**
 - 气球为自由体
 - 自由体的**真实运动**取决于作用在该物体上的力
 - **主动力**



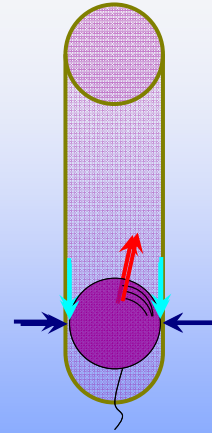
非自由体与约束

- 非自由体
 - 空间位置受到限制的研究对象称为**非自由物体**(简称为**非自由体**)
 - 气球**只能**在管道中上下运动
 - 气球为非自由体
 - 那些对非自由体运动的**限制**称为**约束**
 - 限制气球运动的管道为气球的约束



约束力

- 非自由体的真实运动是两种力共同作用的结果
 - 主动力
 - 约束对该物体的作用力
 - 约束力(或称约束反力)
- 两类约束力
 - 限制小球在圆槽中运动: 理想约束力
 - 不起这种限制作用: 非理想约束力
 - 气球与管道间的摩擦
- 理想约束: 只考虑理想约束力的约束



约束

- 约束与约束力
- 常见理想约束及其约束力的简化



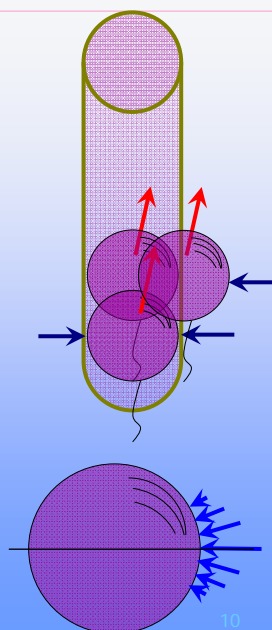
常见理想约束及其约束力的简化

- 理想约束力的特点
- 常见理想约束力的简化



理想约束力的特点

- 非自由体所受的理想约束力大小与方向**通常是未知的**
 - 主动力通常是已知
- **理想约束力的方向应该与物体被阻止的运动方向相反**
 - 与约束的具体形式以及非自由体的运动趋势有关
- 两物体的接触通常是面接触，约束力通常是作用于非自由体上的**力系**
 - 需要对其进行简化



常见理想约束力的简化

- 柔索
- 支承面约束
- 平面圆柱铰约束
- 平面滑动铰约束
- 齿轮副约束
- 齿轮-齿条约束
- 固定端约束
- 球铰约束
- 二力杆约束
- 其他三维约束



柔索约束



柔索约束

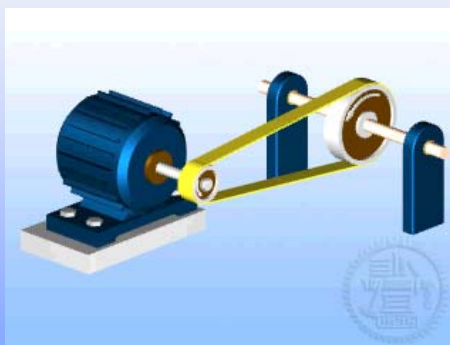
- 限制对象有伸长它的趋势
- 柔索的约束力作用于对象的接触点，沿柔索而背离对象的方向
 - 约束力可认为是一**集中力**
- 柔索无法限制物体向它缩短的方向运动
- 只限制物体单侧运动的约束为**单面约束**
 - 柔索为单面约束



$$\vec{F}_T$$



- 柔索约束的其他例子

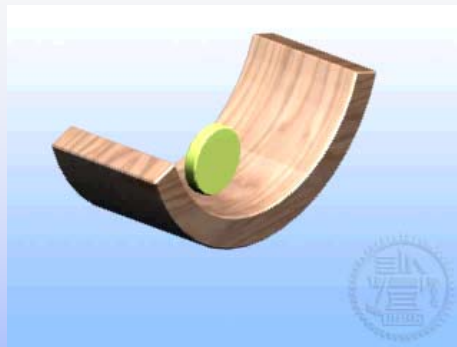


支承面约束



支承面约束

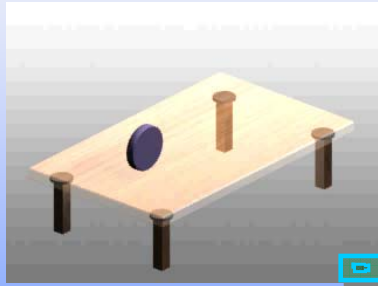
- 光滑的支承面限制对象沿它们公法线方向运动
- 约束力的指向为被限制运动趋势的反向
- 支承面约束为单面约束



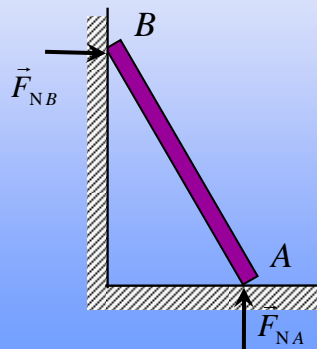
$$\vec{F}_N$$



- 支承面约束的其他例子



- 光滑的地面与墙面
- 梯子所受的理想约束力



平面圆柱铰约束

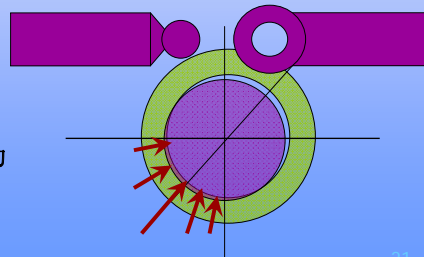


2018年9月19日Wednesday
理论力学CAI 静力学

20

平面圆柱铰约束

- 平面圆柱铰是针对轴套与轴两个部件定义的约束
 - 工程中物理部件有**三个**
 - 力学模型
 - 定义其中有一个轴套与轴固结
 - 构成另一轴套与轴两个部件的约束关系
- 限制两构件在截面内相对移动
 - “平面”：不考虑
 - 轴套与轴垂直于截面方向的相对移动
 - 绕沿截面轴的相对转动

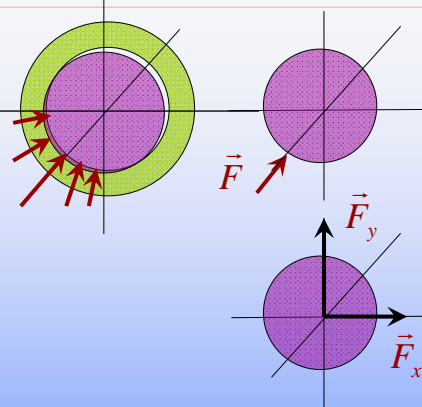


2018年9月19日Wednesday
理论力学CAI 静力学

21

• 以轴为对象：约束力

- 主动力的不同，两部件接触点的位置会变动，即**约束力的大小与方向会发生变化**
- 约束力的**作用线必通过轴心不变**
- 约束力可用两个相互垂直的分力等效
- 设定未知约束力在轴心的两分力的正向
- **两分力的大小与正负将覆盖约束力变化的各种可能的情况**

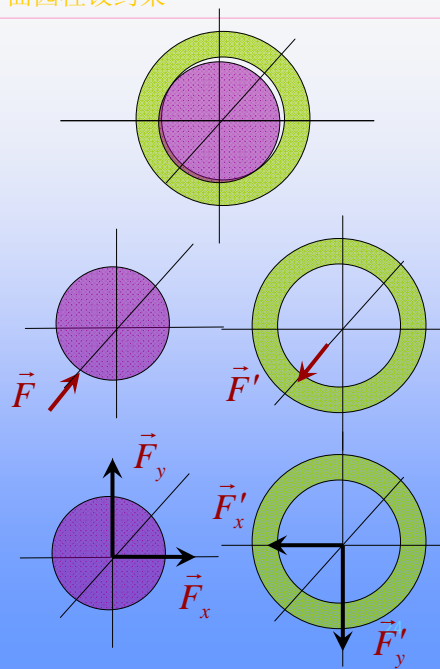


$$\vec{F} = (\vec{F}_x, \vec{F}_y)$$



• 以轴套为对象：约束力

- 根据作用与反作用原理
- 轴套的约束力合力的**作用线必通过轴心不变**
- 约束力合力可用两个相互垂直的分力等效
- 设定未知约束力在轴心的两分力的正向
- **两分力的大小与正负将覆盖约束力变化的各种可能的情况**



$$\vec{F}' = (\vec{F}'_x, \vec{F}'_y)$$

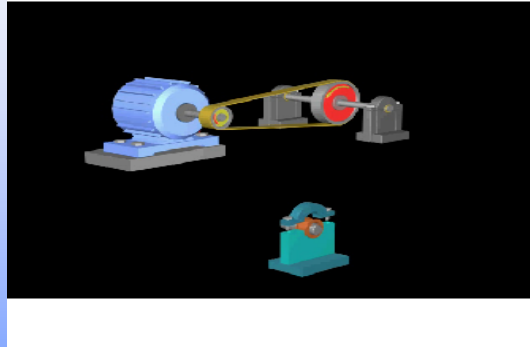


- 通过圆柱铰约束连接的例子

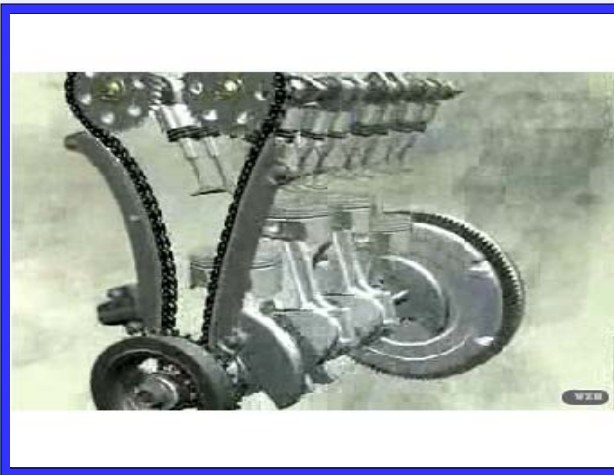
- 滑动轴承

圆柱铰约束：

轴/轴瓦与基座集成



机械中的圆柱铰约束



- 铰板链

构件：板A,板B,销C

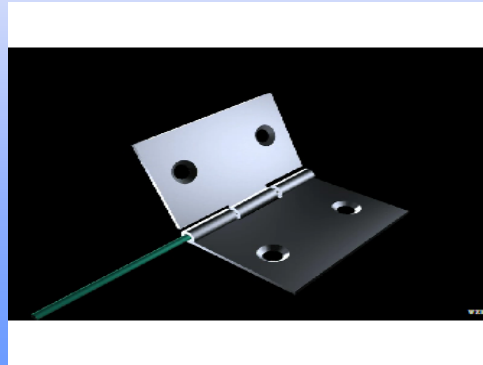
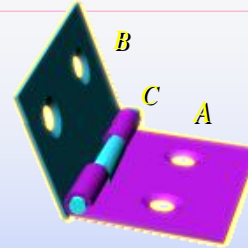
圆柱铰约束：

板A/销C

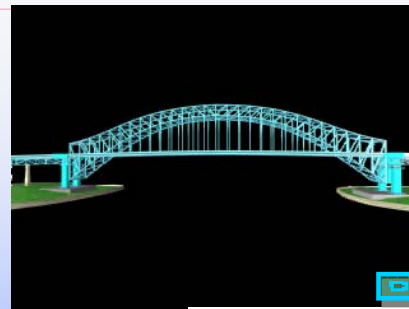
板B/销C

板A/板B与销C集成

板B/板A与销C集成

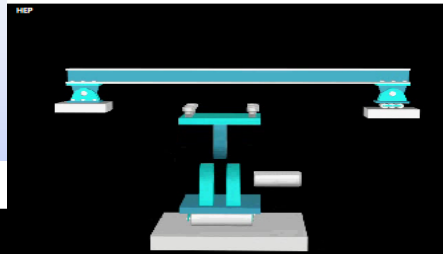
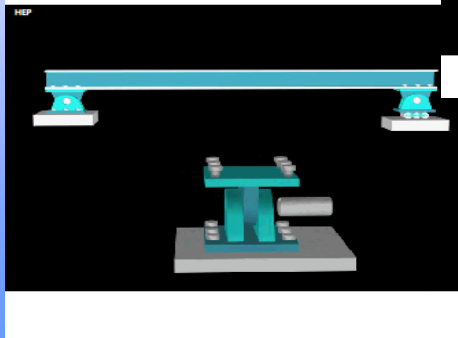


- 桥梁与桥基座的连接



桥梁与桥基座的连接的物理模型

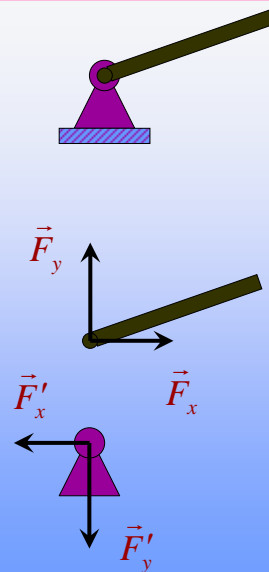
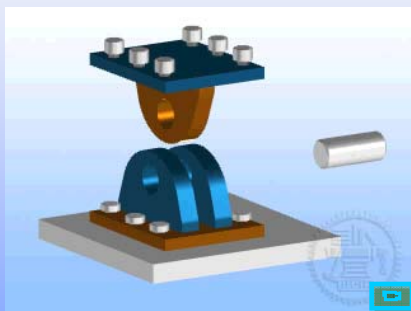
平面固定铰支座



平面滑动铰支座

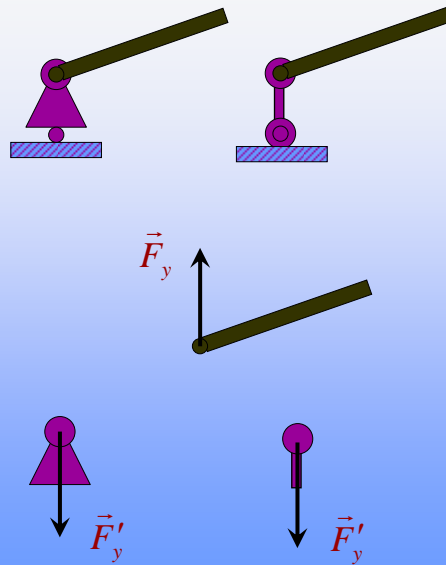
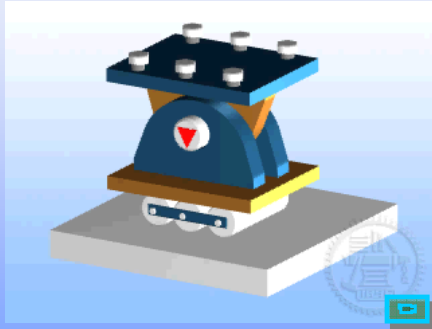
29

• 平面固定铰支座

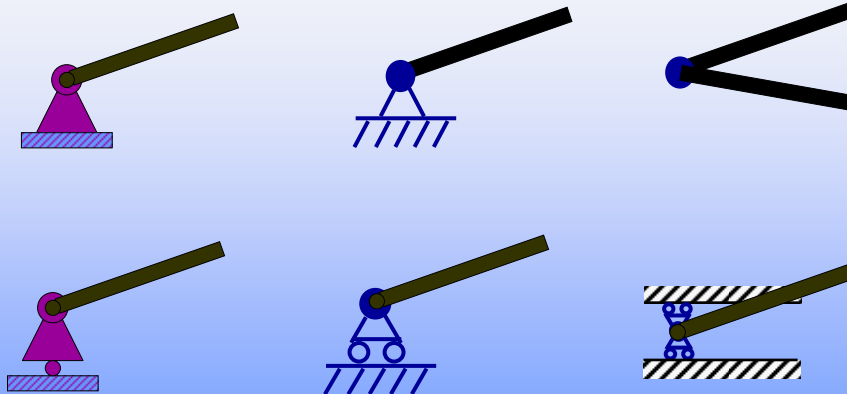


30

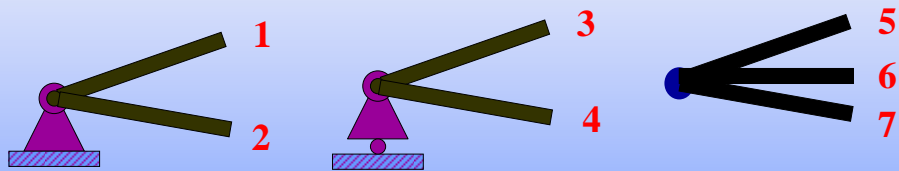
• 平面滑动铰支座



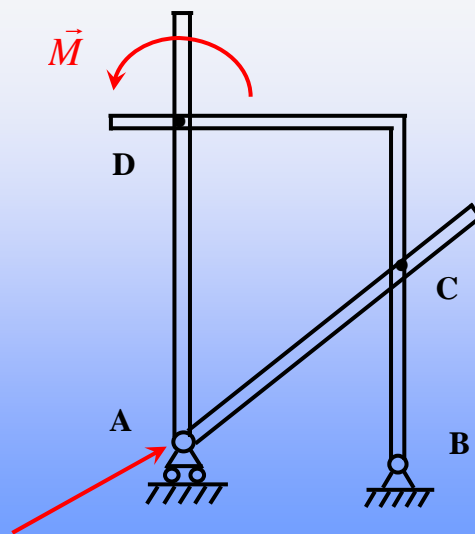
平面圆柱铰约束

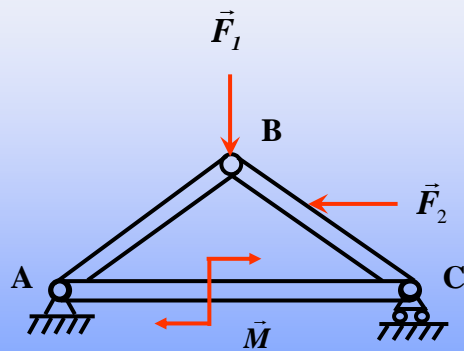


另一形式的圆柱铰约束



1, 3, 5受的约束力?





约束/常见理想约束及其约束力的简化

平面滑移约束

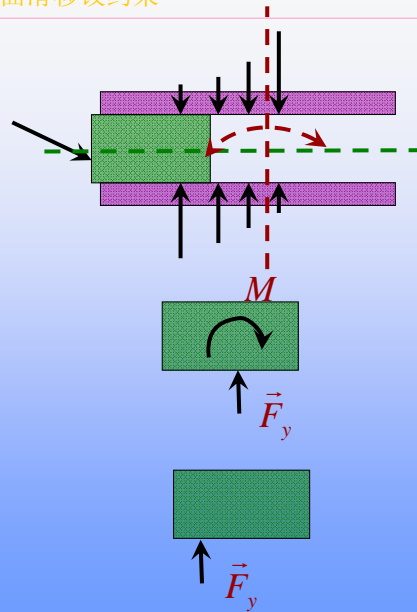


平面滑移约束

- **滑块作刚体处理**
- 允许滑块与滑槽在平面内的一个方向上相对移动
- **限制**与该方向垂直方向的移动与刚体间相对转动
- 理想约束力是一个平面平行力系
- 向某点简化, 可得到一个垂直于滑移方向的力与垂直于运动平面的力偶



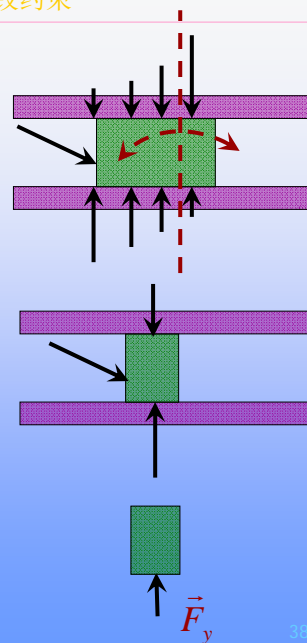
向特殊点简化



37

- 允许滑块与滑槽在平面内的一个方向上相对移动, 限制与该方向垂直方向的移动与刚体间相对转动
- **如果不考虑滑块姿态的变化**
- **滑块可以假设为质点**
- 滑块只受理想约束力

不
考
虑



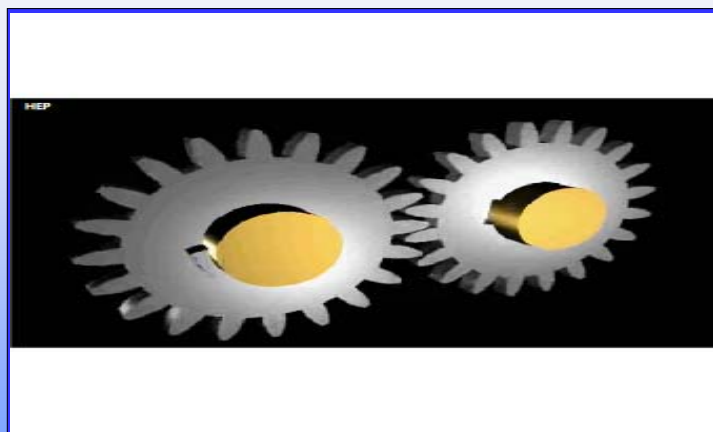
38



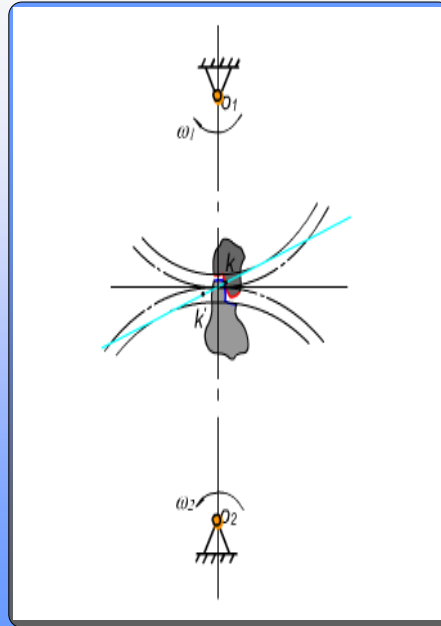
2018年9月19日Wednesday

理论力学CAI 静力学

齿轮副约束

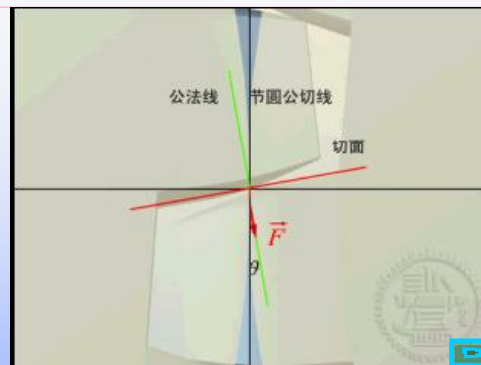


节圆演示



齿轮副约束

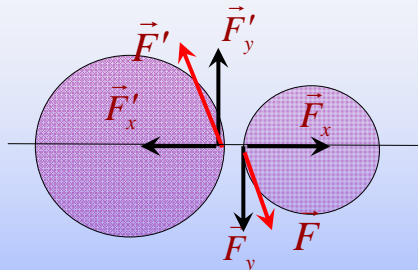
- 构成一类面接触的约束
- 接触点为两啮合齿表面曲线相切点
- 两齿在接触点的公法线方向无相对运动



- 约束力将作用在该接触点，沿该点的公法线方向
- 接触点的公法线方向与节圆的公切线的夹角 θ 称为**啮合角**



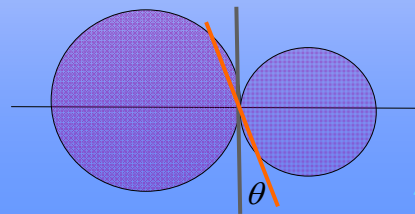
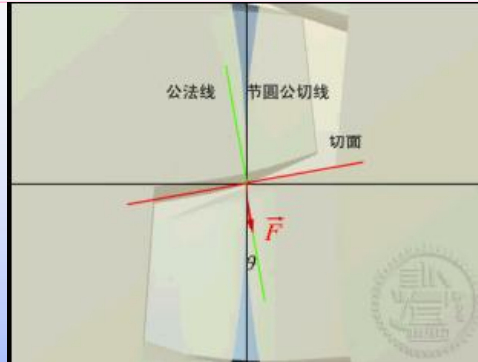
- 齿轮副约束力的描述



$$\vec{F} = (\vec{F}_x, \vec{F}_y) \quad \vec{F}' = (\vec{F}'_x, \vec{F}'_y)$$

啮合角给定

$$\tan \theta = \frac{F_y}{F_x}$$

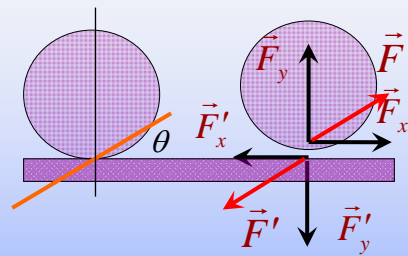


齿轮-齿条约束

纯滚动约束



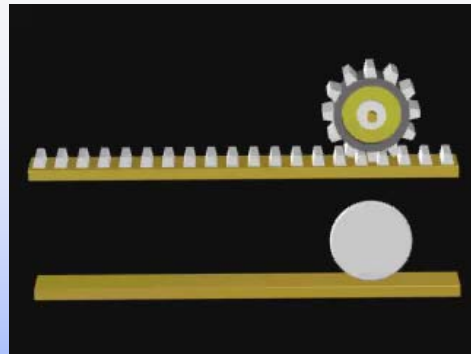
• 齿轮-齿条约束描述



$$\vec{F} = (\vec{F}_x, \vec{F}_y) \quad \vec{F}' = (\vec{F}'_x, \vec{F}'_y)$$

啮合角给定

? 未知矢量个数



• 纯滚动

- 圆柱在一粗糙平面作无滑动滚动
- 类似齿轮-齿条约束
- 无啮合角

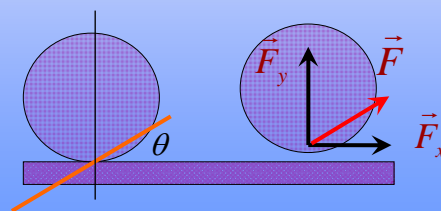
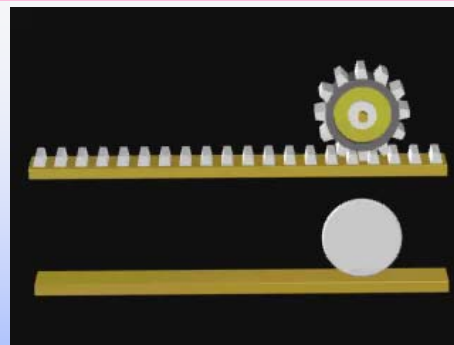
力 \vec{F}_x 阻止接触点相对滑动

力 \vec{F}_y 阻止圆柱向下运动

圆柱受到的理想约束力

$$\vec{F} = (\vec{F}_x, \vec{F}_y)$$

无齿轮的啮合角关系

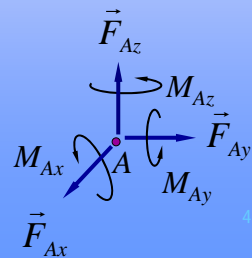


固定端约束

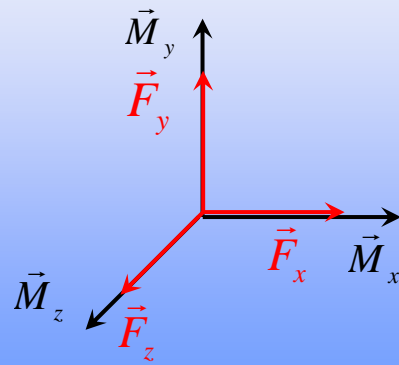


固定端约束

- 对象与其约束物体固结在一起的约束
- 对象不能产生任何方向的移动与转动
- 对象受到的约束力为**空间力系**，向某点简化可由一个力与一个偶等效
- 约束力
 - 平面：可用力的两个分量和一个力偶矩设定
 - 空间：可用力的三个分量和一个力偶矩的三个分量设定



固定端约束



2018年9月19日 Wednesday
理论力学CAI 静力学

49

约束/常见理想约束及其约束力的简化/固定端约束/例子

- 固定端约束的例子
 - 机翼与机身



2018年9月
理论力学CAI 静力学

50

球铰约束

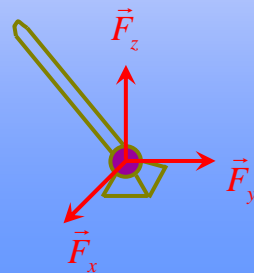
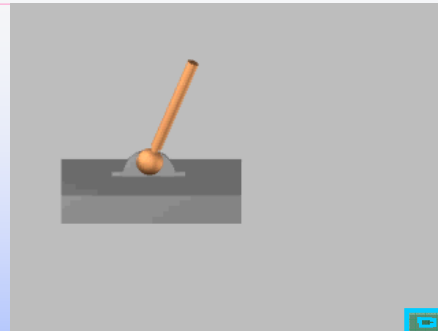


2018年9月19日Wednesday
理论力学CAI 静力学

52

球铰约束

- **空间**连接铰，两个部件组成：球与球壳
- 只允许两部件绕公共的球心相对转动，限制它们三方向的相对移动
- 支座对球部件的约束力通过球心
- 约束力可用三个相互垂直的分量设定



2018年9月19日Wednesday
理论力学CAI 静力学

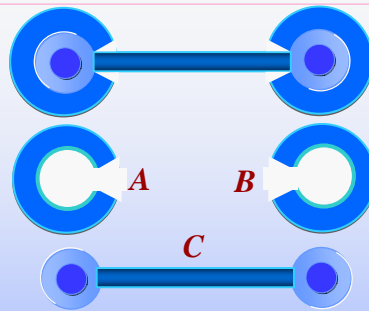
54

二力杆约束



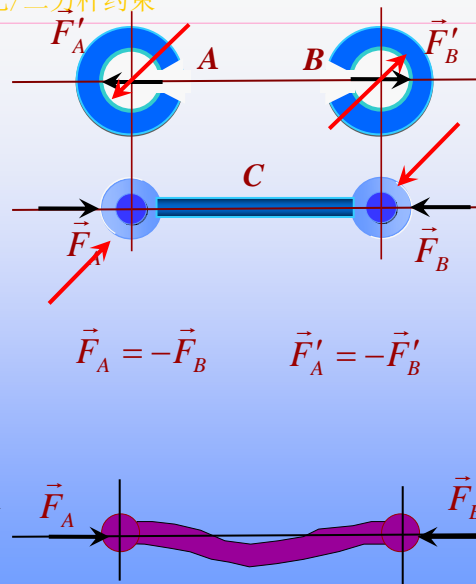
二力杆约束的工程背景

- 对于工程中三个构件
 - 构件A与构件C通过球铰或平面圆柱铰相连
 - 构件B与构件C通过球铰或平面圆柱铰相连
- 当构件C的质量可以不计
- 构件A与构件B之间的约束称为二力杆约束



约束力分析

- 对于无质量杆件C只在两端受到约束力：称二力杆
- 球铰或平面圆柱铰约束的约束力分别通过各自的几何中心
- 如果二力杆处于平衡，两力必大小相等，方向相反，且共线
- 两轴心的连线
- 对于非直二力杆上述结论成立



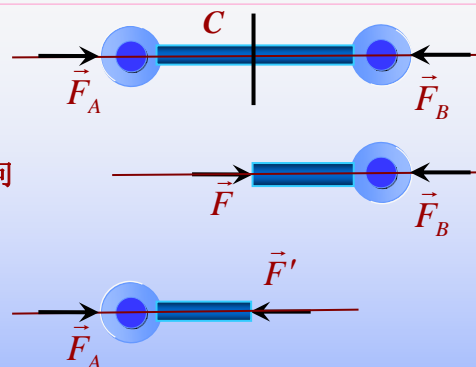
二力杆的内力

- 切割二力杆
- 设定杆件受压为内力的正方向
- 根据作用与反作用原理

$$\vec{F} = -\vec{F}'$$

- 根据两子系统的平衡
- 可得各力的大小有

$$F = F' = F_A = F_B$$



其他三维约束



2018年9月19日Wednesday
理论力学CAI 静力学

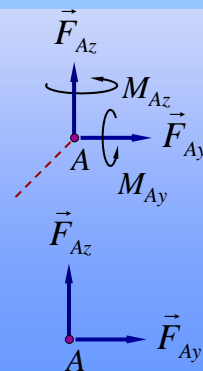
60

圆柱滑移约束

- 维数: 3
- 对象: 轴
- 约束力简化:
 - 两力, 两力偶

退化: 平面圆柱约束

- 维数: 2
- 对象: 轴
- 约束力简化:
 - 两力

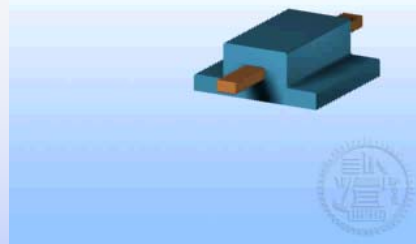


2018年9月19日Wednesday
理论力学CAI 静力学



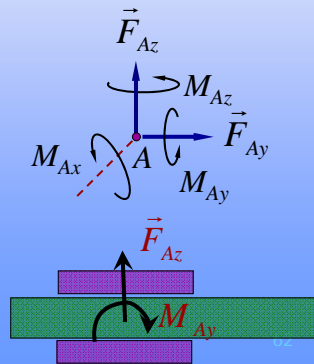
棱柱滑移约束

- 维数: 3
- 对象: 轴
- 约束力简化:
 - 两力, 三力偶



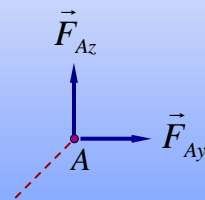
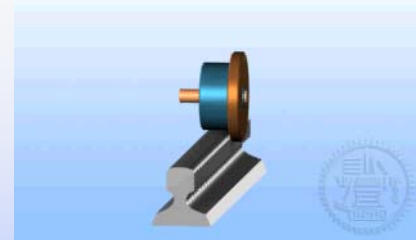
退化: 滑移铰约束

- 维数: 2
- 对象: 轴
- 约束力简化:
 - 一力, 一力偶



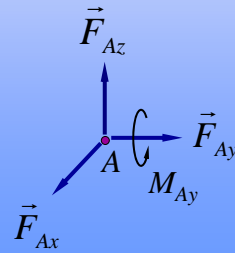
轮轨约束

- 维数: 3
- 对象: 轮
- 约束力简化:
 - 两力



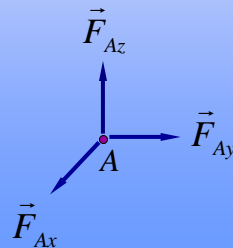
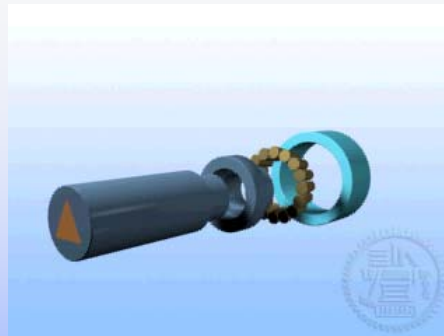
万向节约束

- 三构件，不考虑十字架的质量
- 定义其他两构件的约束
- 维数：3
- 对象：其中一构件
- 约束力简化：
 - 三力，一力偶



圆锥滚柱轴承约束

- 维数：3
- 对象：轴
- 约束力简化：
 - 三力



小结

- 自由体与非自由体
- 理想约束与理想约束力
- 约束力的特点
- 约束力的分析
 - 研究两物体的相互作用力
 - 约束力方向的设定
 - 力学模型受力分析的基础

