

上海交通大学试卷 (A 卷)

(20_07_ 至 20_08_ 学年 第_2_ 学期)

班级号 _____ 学号 _____ 姓名 _____
课程名称 _____ 离散数学 _____ 成绩 _____

一、选择题 (40', 每题 2', 每题只有一个选项是正确的, 请将答案写在题号前的括号里)

- () 1. 下列命题不含联结词的 (称为原子命题) 是 _____:
- A. “小明和小华是兄弟”。
 - B. “他个子不高也不漂亮”。
 - C. “小张或小王能解出这道题”。
 - D. “小张可能去体育场也可能在家里电视屏幕上观看这场球赛”。
- () 2. 使得 $(q \wedge (p \rightarrow q)) \rightarrow p$ 的真值为 F 的是下列情形 _____:
- A. $(p, q) = (F, F)$
 - B. $(p, q) = (F, T)$
 - C. $(p, q) = (T, F)$
 - D. $(p, q) = (T, T)$
- () 3. 下列公式中 _____ 不是永真式:
- A. $\neg p \rightarrow (p \rightarrow q)$
 - B. $p \rightarrow (\neg p \rightarrow q)$
 - C. $(p \rightarrow (q \vee (p \rightarrow q))) \wedge \neg q$
 - D. $(p \rightarrow (q \vee (p \rightarrow q))) \vee \neg q$
- () 4. $(\exists x)(\forall y)P(x, y, z) \rightarrow (\exists z)P(x, y, z)$ 的前束范式为 _____:
- A. $(\exists x)(\forall y)(\exists z)(\neg P(x, y, z) \vee P(x, y, z))$
 - B. $(\forall x)(\exists y)(\exists z)(\neg P(x, y, z) \vee P(x, y, z))$
 - C. $(\exists x)(\forall y)(\exists z)(P(x, y, z) \rightarrow P(x, y, z))$
 - D. 以上都不对
- () 5. 下式不一定成立的是 _____:
- A. $(\forall x)(P(x) \wedge Q(x)) = (\forall x)P(x) \wedge (\forall x)Q(x)$
 - B. $(\exists x)(P(x) \vee Q(x)) = (\exists x)P(x) \vee (\exists x)Q(x)$
 - C. $(\forall x)(\forall y)(P(x) \vee Q(y)) = (\forall x)P(x) \vee (\forall x)Q(x)$
 - D. $(\exists x)(P(x) \wedge Q(x)) = (\exists x)P(x) \wedge (\exists x)Q(x)$

我承诺，我将严格遵守考试纪律。

承诺人：_____

题号	一	二	三	四	五	六	七	八
得分								
批阅人(流水阅卷教师签名处)								

- () 6. 设 $P(x)$ 表示“ x 是数学学得好的学生”， $Q(x)$ 表示“ x 是优秀生”，则“并不是数学学得好的都是优秀生”用符号表示为_____：
- A. $\neg(\forall x)(P(x) \rightarrow Q(x))$
 B. $\neg(\forall x)(P(x) \wedge Q(x))$
 C. $\neg(\exists x)(P(x) \rightarrow Q(x))$
 D. $(\forall x)(\neg P(x) \wedge Q(x))$
- () 7. 公式 $(p \uparrow q) \downarrow (p \uparrow q)$ 与_____等值。
- A. $p \vee q$
 B. $p \wedge q$
 C. $p \rightarrow q$
 D. $p \leftrightarrow q$
- () 8. 设 $N(x) : x$ 是自然数； $E(x, y) : x$ 等于 y ； $f(x) : x$ 的相继前元。则命题
 $(\forall x)((N(x) \wedge \neg E(x, 0)) \rightarrow (\exists y)(E(y, f(x)) \wedge (\forall z)(E(z, f(x)) \rightarrow E(y, z))))$
 表示的自然语言是_____
- A. 任意非零自然数有相继前元
 B. 存在非零自然数有且仅有一个相继前元
 C. 任意非零自然数有且仅有一个相继前元
 D. 存在一个自然数是任意非零自然数的唯一相继前元
- () 9. 以下性质中，不正确的是_____
- A. 存在对称但不反对称的二元关系
 B. 存在反对称但不对称的二元关系
 C. 存在既对称又反对称的二元关系
 D. 没有既不对称也不反对称的二元关系
- () 10. 以下性质不一定正确的是_____
- A. $A = B \Leftrightarrow P(A) = P(B)$
 B. $A \subseteq B \Leftrightarrow P(A) \subseteq P(B)$
 C. $P(A) \in P(B) \Leftrightarrow A \in B$
 D. $(A - B) \oplus (A - C) = \Phi \Leftrightarrow A - B = A - C$

班级

学号

姓名

- () 11. $f: N \rightarrow N$, 且对任意 $i \in N$ 有 $f(i) = i(\bmod 6)$, 则 f 是_____
- A. 单射
B. 满射
C. 双射
D. 以上都不对
- () 12. 集合 A 有 5 个元素, 集合 B 有 2 个元素, 则 A 到 B 的满射(假设在 A 中每个元素上都有定义)个数为_____
- A 30
B 32
C 25
D 23
- () 13. 下面论述不正确的是_____
- A 良序集必为全序集
B 偏序关系是自反、反对称、传递的。
C 相容关系是自反和反对称的
D 有限全序集必为良序集
- () 14. 以下性质不正确的是_____
- A. $3 + \aleph_0 = \aleph_0$
B. $3 \bullet \aleph_0 = \aleph_0$
C. $\aleph_0 \bullet \aleph_0 = \aleph_1$
D. $\aleph_0 + \aleph_0 = \aleph_0$
- () 15. 一个连通图 G 具有以下_____条件时, 能一笔画出: 即从某结点出发, 经过图中每边仅一次回到该结点。
- A. G 没有奇数度结点
B. G 有一个奇数度结点
C. G 有 2 个奇数度结点
D. G 没有或有 2 个奇数度结点

- () 16. 设无向图 G 有 n 个结点 ($n \geq 3$), 有 $m=n+1$ 条边, 下面说法不正确的是_____
- 图 G 是一个连通图;
 - 图 G 中一定有回路;
 - 图 G 存在一条不是割边的边;
 - 图 G 存在某两个点, 这两个点间有两条不同的道路;
- () 17. 给定 n 个结点的一个图, 它是一个树的下列说法中, _____是不对的。
- 无回路的连通图
 - 无回路但若增加一条新边就有回路
 - 连通且 $m=n-1$, 其中 m 是边数, n 是结点数
 - 所有结点的度数 ≥ 2
- () 18. 已知图 G 中有 11 条边, 1 个 4 度顶点, 4 个 3 度顶点, 其余顶点的度数均不大于 2, 则 G 中至少有_____个顶点。
- 9
 - 8
 - 7
 - 6
- () 19. 设平面图 G 加上一个孤立结点, 得到一个新图 G' , 那么以下正确的是_____
- $G^* \supset G'^*$
 - $G^* \subset G'^*$
 - $G^* = G'^*$
 - 以上都不对
- () 20. 下列说法错误的是_____
- K_5 是结点数最小的非平面图;
 - K_5 去掉任意一条边所形成的图仍是 K 型子图;
 - K_5 中不存在 $K^{(2)}$ 型子图;
 - 在 K_5 的边上任意加一个度为 2 的结点, 所形成的新图具有 K 型子图。

班级

学号

姓名

二、填空题（20', 每题 2'）

1. $(p \rightarrow q) \vee (p \wedge r)$ 的主析取范式为：

_____。

2. 设解释 I 的论域为 $D = \{1, 2\}$, 个体常项 a 指定为 D 上的 1, 个体函数指定为: $f(1) = 2, f(2) = 1$ 。指定 D 上的谓词如下: $P(1) = F, P(2) = T; Q(1, 1) = T, Q(1, 2) = T, Q(2, 1) = F, Q(2, 2) = F$ 。那么, 公式 $(\forall x)(P(x) \rightarrow Q(f(x), a))$ 在解释 I 下的真值为_____。

3. 如果用 P 表示“努力学习”, Q 表示“取得好成绩”, 那么“只有努力学习, 才能取得好成绩”翻译成逻辑公式是_____。

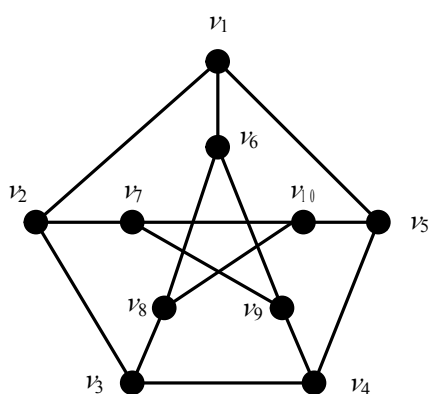
4. 设 $A = \{1, 2, 3\}$, A 的一个覆盖为 $\{\{1, 2\}, \{2, 3\}, \{3, 1\}\}$ 。写出由该覆盖产生的相容关系_____。

5. 某学校 260 人学法语, 208 人学德语, 160 人学俄语, 76 人既学法语又学德语, 48 人既学法语又学俄语, 62 人既学德语又学俄语, 三门都学的有 30 人, 三门都不学的有 150 人。该校一共有_____学生

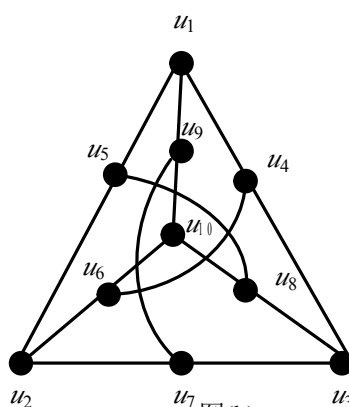
6. 若集合 A 有 m 个元素, 集合 B 有 n 个元素。则 A 到 B 的二元关系个数为_____。

7. 已知 n 个结点无向简单图 G 有 m 条边, 则 G 的补图有_____条边。

8. 判断图(a)和图(b)是否同构(是或否): _____。



图(a)



图(b)

9. 在图(a)中是否存在哈密顿回路(是或否): _____。

10. 叶的权分别为 2, 3, 3, 4, 5, 6, 8 的最优二叉树带权路径总长为_____。

三、(7') 任用一种推理方法证明:

$$p \rightarrow q, (\neg q \vee r) \wedge \neg r, \neg(\neg p \wedge w) \Rightarrow \neg w$$

四、(7') 任用一种推理方法证明:

$$(\exists x)(R(x) \wedge W(x)), (\forall x)(P(x) \rightarrow Q(x)), (\forall x)(R(x) \rightarrow \neg Q(x)) \Rightarrow (\exists x)(W(x) \wedge \neg P(x))$$

班级

学号

姓名

五、(8') 设集合 $A = \{a, b, c, d, e\}$, A 上的二元关系

$$R = \{ \langle a, a \rangle, \langle a, b \rangle, \langle a, c \rangle, \langle a, d \rangle, \langle a, e \rangle, \langle b, b \rangle, \langle b, c \rangle, \langle b, e \rangle, \langle c, c \rangle, \langle c, e \rangle, \langle d, d \rangle, \langle d, e \rangle, \langle e, e \rangle \}$$

写出 R 的关系矩阵, R^2 的关系矩阵, 证明 R 是偏序关系, 并画出哈斯图。

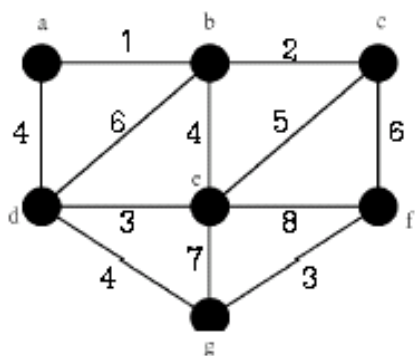
六、(6') 计算下列集合的基数

(1) N_N

(2) R_R

(3) N_R

七、(6')求下图的最小生成树



八、(6')设有 a, b, c, d, e, f, g 等 7 个人, 已知 a 会讲英语; b 会讲英语、汉语; c 会讲英语、俄语; d 会讲日语、汉语; e 会讲德语、俄语; f 会讲法语、日语; g 会讲法语、德语。试用图论方法安排圆桌座位, 使每人都能与其身边的人交谈。