一、选择题（30’，每题 2’， 每题只有一个选项是正确的，请将答案写在题号前的括号里）

A、C 卷　　DDCAB　BDABC　BBCAA

B、D 卷　　AABDC　CADCB　CCCAD

二、填空题（20’，每题 2’）

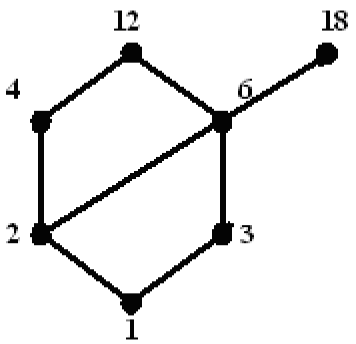
1. $\vee$0,1,2,3,6,7

2. $\neg\exists x(A(x)\wedge\neg B(x))$　或　$\forall x(A(x)\rightarrow B(x))$

3. $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

4. 2

5.

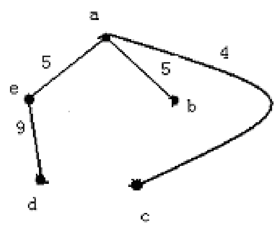


6. $\aleph_2$

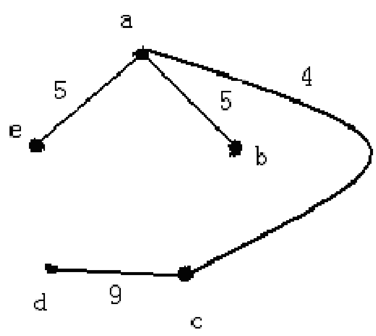
7. <u>adcba</u>

8. 5.

9.



或



10. A,C

三、(9') 任用一种推理方法证明：$((p\to q)\wedge(r\to s)\wedge(p\vee r))\to(q\vee s)$

等值推理法

$((p\to q)\wedge(r\to s)\wedge(p\vee r))\to(q\vee s)$

$=\neg((\neg p\vee q)\wedge(\neg r\vee s)\wedge(p\vee r))\vee q\vee s$

$=(p\wedge\neg q)\vee(r\wedge\neg s)\vee(\neg p\wedge\neg r)\vee q\vee s$

$=p\vee q\vee r\vee s\vee(\neg p\wedge\neg r)$

$=(p\vee q\vee r\vee s\vee\neg p)\wedge(p\vee q\vee r\vee s\vee\neg r)$

$=T$

四、(9') 任用一种推理方法证明：$((\forall x)P(x)\to(\exists x)Q(x))\to(\exists x)(P(x)\to Q(x))$

归结法：

(1) $\neg P(a)\vee Q(a)$

(2) $P(x)$

(3) $\neg Q(a)$

(4) $Q(x)$ (1)(2)归结

(5) □ (3)(4)归结

五、(8') 设 R 是非空集合 A 上的二元关系。证明：如果 R 自反、传递，则 $R \circ R = R$.

证明：

(1) 对于任意 $\langle x, z\rangle \in R \circ R$，一定存在 $z \in A$，使得 $\langle x, y\rangle \in R$ 且 $\langle y, z\rangle \in R$。由于 R 传递，所以 $\langle x, z\rangle \in R$。

因此，$R \circ R \subseteq R$。

(2) 对于任意的 $\langle x, z\rangle \in R$，由于 R 自反，所以 $\langle z, z\rangle \in R$，所以 $\langle x, z\rangle \in R \circ R$，可得 $R \subseteq R \circ R$。

六、(8')对集合 A，B，C 和 D，若 A≈C，B≈D，证明：A×B≈C×D.

证明：由A≈C，存在双射f:A→C

由B≈D，存在双射g:B→D

定义：h: A×B→C×D

h(<a,b>)=(<f(a),g(b)>)

下面证明h为双射：

（1）h为单射

假设h(<a1,b1>)=<f(a1),g(b1)>

h(<a1,b1>)=<f(a2),g(b2)>

<f(a1),g(b1)>= <f(a2),g(b2)>

有f(a1)= f(a2)， g(b1)= g(b2)

又因为f,g均为双射

a1=a2,b1=b2

故<a1,b1>=<a2,b2>

（2）h为满射

任给<c,d>∈C×D

则$<f^{-1}(c),g^{-1}(d)> \in$ A×B

七、(8') 设G是简单平面图，证明G中至少有一个结点的度数小于等于5.

证明：假设 G 中每个结点的度数均大于等于 6，则

$2m = \sum_{i=1}^{n} d(v_i) \geq 6n$，其中 m 为边数，n 为结点数

于是：$m \geq 3n > 3n-6$

而由于 G 是连通的简单平面图，有 $m \leq 3n-6$，与上式矛盾

因此 G 中至少有一个结点的度数小于等于 5

八、(8') 在通信中要传输 8 进制数字 0,1,2,3,4,5,6,7，这些数字出现的频率为 0 : 30%; 1 : 20%; 2 : 15%; 3 : 10%; 4 : 10%; 5 : 6%; 6 : 5%; 7 : 4%.

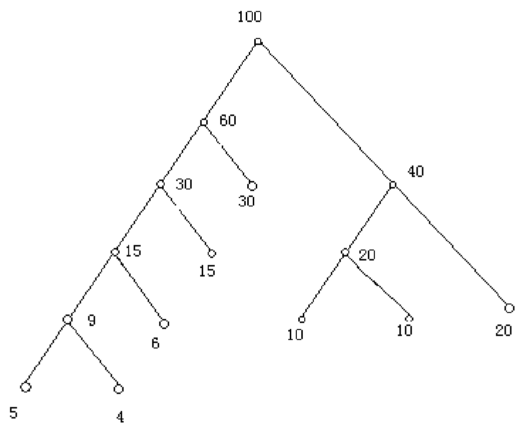
设计一个最佳二进制编码方式，使通信中出现的二进制数字尽可能地少.

(1). 画出相应的 Huffman 树.

(2). 写出每个数字对应的 Huffman 编码.

(3). 传输按上述比例出现的数字 10000 个时，至少要用多少个二进制数字？

解：赋权如下：$w_0=30$, $w_1=20, w_2=15, w_3=10, w_4=10, w_5=6, w_6=5, w_7=4$. 将这些权由小到大排列：4,5,6,10,10,15,20,30



(1).

(2). 0 : 01 ; 1 : 11 ; 2 : 001 ; 3 : 100 ; 4 : 101 ; 5 : 0001 ; 6 : 00000 ; 7 : 00001

(3) $10^4 * (0.3*2 + 0.2*2 + 0.15*3 + 0.1*3 + 0.1*3 + 0.06*4 + 0.05*5 + 0.04*5)$
$= 27400$