

理论力学 CAI 静力学

- 前言
- 力
- 力偶
- 力系的简化
- 约束
- 力系的平衡
- 摩擦与摩擦力

力系的平衡



理论力学CAI

版权所有, 2000 (c) 上海交通大学工程力学系

静力学

力系的平衡

- 力系的平衡方程
- 刚体系的平衡
- 平面桁架



2018年9月25日

理论力学CAI 静力学

2

力系的平衡

- 力系的平衡方程
- 刚体系的平衡
- 平面桁架



力系的平衡方程

- 力系平衡
 - 主矢为零矢量
 - 对任意点的主矩为零矢量
- 系统处于平衡状态
 - 作用于系统(质点、质点系、刚体或刚体系等) 上的力系平衡
 - 系统处在静止或作匀速直线运动



力系的平衡/力系的平衡方程

• 力系平衡的充要条件（空间）

$$\vec{F}_R = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i = \vec{0}$$

$$\vec{M}_O = \sum_{i=1}^n \vec{M}_O(\vec{F}_i) = \sum_{i=1}^n (\vec{r}_i \times \vec{F}_i) = \vec{0}$$

矩阵式

$$\sum_{i=1}^n \vec{F}_i = \vec{0}, \quad \sum_{i=1}^n \vec{M}_O(\vec{F}_i) = \vec{0}$$

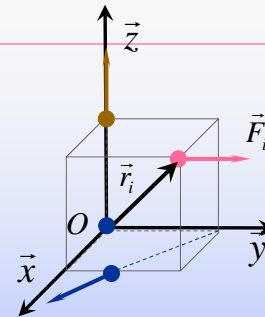
展开式

$$\sum_{i=1}^n F_{ix} = 0, \quad \sum_{i=1}^n F_{iy} = 0, \quad \sum_{i=1}^n F_{iz} = 0$$

$$\sum_{i=1}^n M_{Ox}(\vec{F}_i) = 0, \quad \sum_{i=1}^n M_{Oy}(\vec{F}_i) = 0, \quad \sum_{i=1}^n M_{Oz}(\vec{F}_i) = 0$$

空间一般力系的平衡方程

6个平衡方程



2018年9月25日
理论力学CAI 静力学

5

力系的平衡/力系的平衡方程

$$\vec{F}_R = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i = \vec{0}$$

$$\vec{M}_O = \sum_{i=1}^n \vec{M}_O(\vec{F}_i) = \sum_{i=1}^n (\vec{r}_i \times \vec{F}_i) = \vec{0}$$

平衡力系对点C的主矩也有

$$\vec{M}_C = \sum_{i=1}^n \vec{M}_C(\vec{F}_i) = \sum_{i=1}^n (\vec{\rho}_i \times \vec{F}_i) = \vec{0}$$

存在关系

$$\vec{M}_C = \vec{M}_O + \vec{r}_{CO} \times \vec{F}_O = \vec{M}_O + \vec{r}_{CO} \times \vec{F}_R$$

3个约束关系

矩阵式

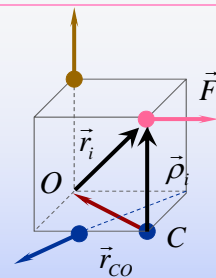
$$\sum_{i=1}^n \vec{F}_i = \vec{0}$$

$$\sum_{i=1}^n \vec{M}_O(\vec{F}_i) = \vec{0}$$

$$\sum_{i=1}^n \vec{M}_C(\vec{F}_i) = \vec{0}$$

9个平衡方程

独立平衡方程只有6个



2018年9月25日
理论力学CAI 静力学

6

力系的平衡/力系的平衡方程

• 空间力系平衡方程

$$\sum_{i=1}^n \vec{F}_i = \vec{0} \quad \sum_{i=1}^n \vec{M}_O(\vec{F}_i) = \vec{0} \quad \sum_{i=1}^n \vec{M}_C(\vec{F}_i) = \vec{0}$$

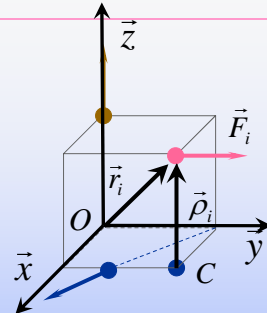
展开式

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n F_{ix} = 0, \quad \sum_{i=1}^n F_{iy} = 0, \quad \sum_{i=1}^n F_{iz} = 0 \\ \sum_{i=1}^n M_{Ox}(\vec{F}_i) = 0, \quad \sum_{i=1}^n M_{Oy}(\vec{F}_i) = 0, \quad \sum_{i=1}^n M_{Oz}(\vec{F}_i) = 0 \\ \sum_{i=1}^n M_{Cx}(\vec{F}_i) = 0, \quad \sum_{i=1}^n M_{Cy}(\vec{F}_i) = 0, \quad \sum_{i=1}^n M_{Cz}(\vec{F}_i) = 0 \end{aligned}$$



理论力学CAI 静力学

任意取6个相互独立平衡方程



力系的平衡/力系的平衡方程

• 力系平衡的充要条件（平面）

一般力系矩阵式

$$\sum_{i=1}^n \vec{F}_i = \vec{0} \quad \sum_{i=1}^n \vec{M}_O(\vec{F}_i) = \vec{0}$$

一般力系展开式

$$\sum_{i=1}^n F_{ix} = 0, \quad \sum_{i=1}^n F_{iy} = 0, \quad \sum_{i=1}^n F_{iz} = 0$$

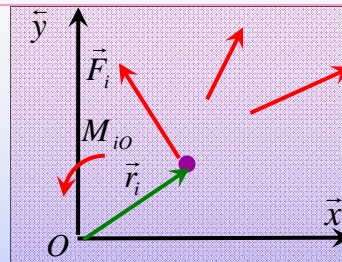
$$\sum_{i=1}^n M_{Ox}(\vec{F}_i) = 0, \quad \sum_{i=1}^n M_{Oy}(\vec{F}_i) = 0, \quad \sum_{i=1}^n M_{Oz}(\vec{F}_i) = 0$$



2018年9月25日

理论力学CAI 静力学

去掉三个恒等式， 3个平衡方程



8

• 平面力系平衡方程

$$\sum_{i=1}^n \vec{F}_i = \vec{0} \quad M_{Oz} = \sum_{i=1}^n M_{Oz}(\vec{F}_i) = 0$$

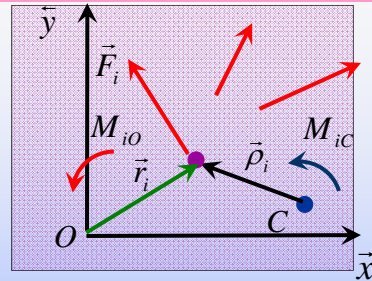
平衡力系对点Cz轴的矩也有

$$M_{Cz} = \sum_{i=1}^n M_{Cz}(\vec{F}_i) = 0$$

展开式

$$\sum_{i=1}^n F_{ix} = 0, \quad \sum_{i=1}^n F_{iy} = 0$$

$$\sum_{i=1}^n M_{Oz}(\vec{F}_i) = 0, \quad \sum_{i=1}^n M_{Cz}(\vec{F}_i) = 0$$



2018年9月25日
理论力学CAI 静力学

任意取3个相互独立平衡方程

9

• 平面力系平衡方程：三种形式

基本形式:

$$\sum_{i=1}^n F_{ix} = 0, \quad \sum_{i=1}^n F_{iy} = 0, \quad \sum_{i=1}^n M_{Oz}(\vec{F}_i) = 0$$

二矩式:

$$\sum_{i=1}^n F_{iy} = 0, \quad \sum_{i=1}^n M_{Az}(\vec{F}_i) = 0, \quad \sum_{i=1}^n M_{Bz}(\vec{F}_i) = 0$$

A、B连线不能与y轴垂直

三矩式:

$$\sum_{i=1}^n M_{Az}(\vec{F}_i) = 0, \quad \sum_{i=1}^n M_{Bz}(\vec{F}_i) = 0, \quad \sum_{i=1}^n M_{Cz}(\vec{F}_i) = 0$$

A、B、C不能取在同一直线上



2018年9月25日
理论力学CAI 静力学

10

• 汇交力系平衡的充要条件

空间一般力系展开式

$$\sum_{i=1}^n F_{ix} = 0, \quad \sum_{i=1}^n F_{iy} = 0, \quad \sum_{i=1}^n F_{iz} = 0$$

$$\sum_{i=1}^n M_{Ox}(\vec{F}_i) = 0, \quad \sum_{i=1}^n M_{Oy}(\vec{F}_i) = 0, \quad \sum_{i=1}^n M_{Oz}(\vec{F}_i) = 0$$

去掉三个恒等式， 3个平衡方程

平面汇交力系

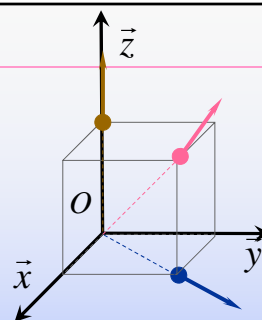
$$\sum_{i=1}^n F_{ix} = 0, \quad \sum_{i=1}^n F_{iy} = 0$$

2个平衡方程



2018年9月25日
理论力学CAI 静力学

11



• 力偶系平衡的充要条件

空间一般力系展开式

$$\sum_{i=1}^n F_{ix} = 0, \quad \sum_{i=1}^n F_{iy} = 0, \quad \sum_{i=1}^n F_{iz} = 0$$

$$\sum_{i=1}^n M_{Ox}(\vec{F}_i) = 0, \quad \sum_{i=1}^n M_{Oy}(\vec{F}_i) = 0, \quad \sum_{i=1}^n M_{Oz}(\vec{F}_i) = 0$$

去掉三个恒等式， 3个平衡方程

平面力偶系

$$\sum_{i=1}^n M_{Oz}(\vec{F}_i) = 0 \quad 1个平衡方程$$



2018年9月25日
理论力学CAI 静力学

12

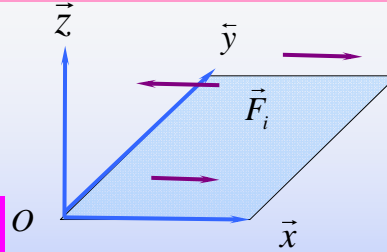
力系的平衡/力系的平衡方程

• 平行力系平衡的充要条件

平行于 \vec{x}

空间一般力系展开式

$$\sum_{i=1}^n F_{ix} = 0, \quad \sum_{i=1}^n F_{iy} = 0, \quad \sum_{i=1}^n F_{iz} = 0$$



$$\sum_{i=1}^n M_{Ox}(\vec{F}_i) = 0, \quad \sum_{i=1}^n M_{Oy}(\vec{F}_i) = 0, \quad \sum_{i=1}^n M_{Oz}(\vec{F}_i) = 0$$

去掉三个恒等式， 3个平衡方程

平面平行力系

$$\sum_{i=1}^n F_{ix} = 0$$

$$\sum_{i=1}^n M_{Oz}(\vec{F}_i) = 0$$

2个平衡方程



2018年9月25日

理论力学CAI 静力学

13

力系的平衡/力系的平衡方程

• 独立的平衡方程的个数

	一般力系	汇交力系	力偶系	平行力系
空间	6	3	3	3
平面	3	2	1	2

- 通过平衡方程，可求得方程中相应个数的未知量（力或力偶）
- 方程个数等于未知量个数的静力学问题，称为**静定问题**
- 方程个数小于未知量个数的静力学问题，称为**静不定问题**



2018年9月25日

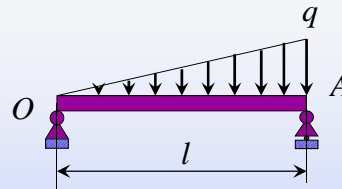
理论力学CAI 静力学

14

[例]

图示长为 l 的简支梁上作用一分布载荷，其单位长度上受力的大小称为**载荷集度**(单位为牛顿/米)

其左端的集度为零，右端集度为 q 。载荷的长度为 l ，载荷的方向垂直向下。



求支承处对梁的约束力



2018年9月25日
理论力学CAI 静力学

15

[解]

定研究对象：梁

定问题性质：平面

建立参考基：

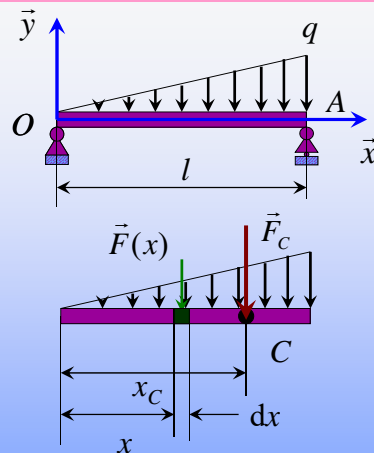
受力分析：主动力(简化)

平行力系(合力与中心)
坐标 x 处微元 dx

载荷合力
$$F_C = \int_0^l F(x) dx = \int_0^l \frac{qx}{l} dx = \frac{ql}{2}$$

载荷中心

$$x_C = \frac{1}{F_R} \int_0^l x F(x) dx = \frac{1}{F_C} \int_0^l x \frac{qx}{l} dx = \frac{ql^2}{3} / \frac{ql}{2} = \frac{2}{3}l$$



$$\vec{F}_C = \vec{F}_R \sum_{i=1}^n \left(\sum_{j=1}^n F_j \right) \vec{b}_R$$



2018年9月25日
理论力学CAI 静力学

16

力系的平衡/力系的平衡方程/解

受力分析: 主动力(简化) $F_C = \frac{ql}{2}$ $x_C = \frac{2}{3}l$ \vec{y}
理想约束力(定义正向)

约束力正向 定铰支座 动铰支座

未知数与平衡方程个数: 3/3 静定

平衡方程

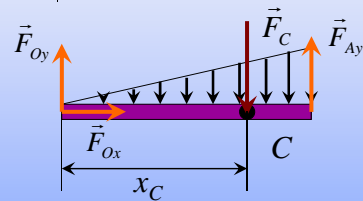
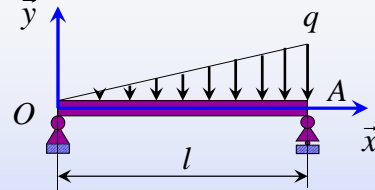
$$\sum_{i=1}^n F_{ix} = 0 \quad F_{Ox} = 0$$

$$\sum_{i=1}^n M_{O_z}(\vec{F}_i) = 0 \quad F_{Ay}l - F_C x_C = 0$$

$$F_{Ay}l - \frac{ql}{2} \frac{2}{3}l = 0$$

$$\sum_{i=1}^n F_{iy} = 0 \quad F_{Oy} + F_{Ay} - F_C = 0$$

$$F_{Oy} + \frac{ql}{3} - \frac{ql}{2} = 0$$



$$F_{Ay} = \frac{1}{3}ql$$

$$F_{Oy} = \frac{1}{6}ql$$



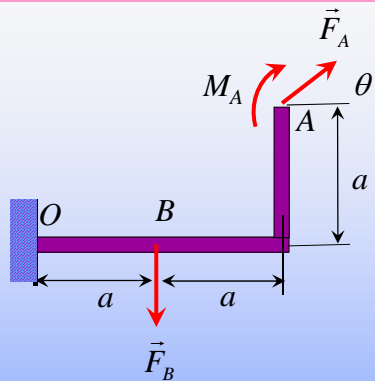
2018年9月25日
理论力学CAI 静力学

17

力系的平衡/力系的平衡方程

【例】

图示一直角悬架。O端与墙固结。A端与B处分别作用集中力。直角悬架平面内A端还作用一力偶。



求直角悬架O端的约束力



2018年9月25日
理论力学CAI 静力学

18

力系的平衡/力系的平衡方程

[解]

定研究对象：直角悬架

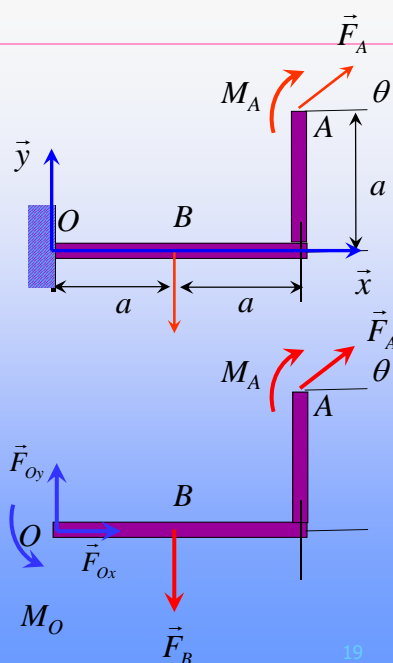
定问题性质：平面

建立参考基：

受力分析：主动力(简化)
理想约束力(定义正向)

约束力正向 平面固定端

未知数与平衡方程个数：3/3



2018年9月25日
理论力学CAI 静力学

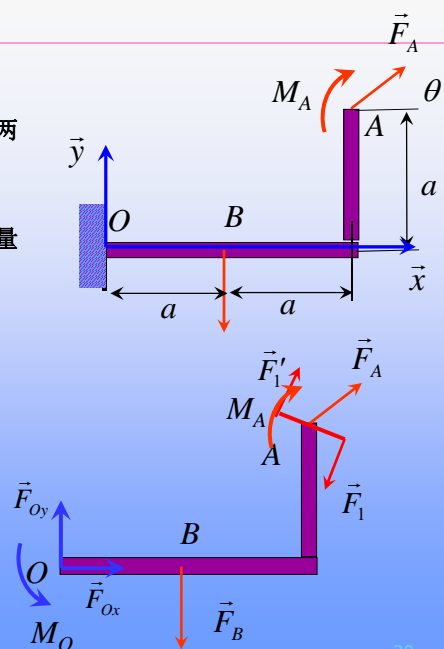
19

力系的平衡/力系的平衡方程

• 力偶处理

- 它是大小相等、方向相反、相互平行的两力构成的力系 (\vec{F}_1, \vec{F}_1')
- 对整个力系的主矢没有贡献
- 对整个力系主矩的贡献等于此力偶矩矢量

$$M_{O_z}(\vec{F}_1) + M_{O_z}(\vec{F}_1') = M_A$$



2018年9月25日
理论力学CAI 静力学

20

力系的平衡/力系的平衡方程

未知数与平衡方程个数: 3/3 静定

$$\sum_{i=1}^n M_{O_z}(\vec{F}_i) = 0$$

$$M_{O_z}(\vec{F}_B) + M_{O_z}(\vec{F}_A) - M_A + M_O = 0$$

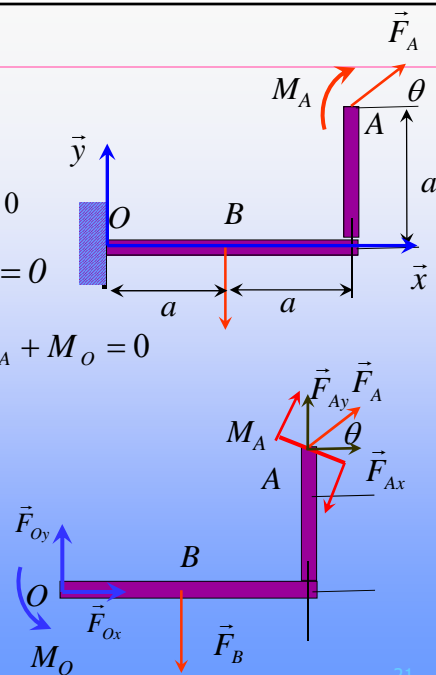
$$-F_B a - aF_{Ax} + 2aF_{Ay} - M_A + M_O = 0$$

$$-F_B a - aF_A \cos \theta + 2aF_A \sin \theta - M_A + M_O = 0$$

$$\sum_{i=1}^n F_{ix} = 0 \quad F_{Ox} + F_A \cos \theta = 0$$

$$\sum_{i=1}^n F_{iy} = 0$$

$$F_{Oy} + F_A \sin \theta - F_B = 0$$



2018年9月25日

理论力学CAI 静力学

21

力系的平衡/力系的平衡方程

未知数与平衡方程个数: 3/3

$$-F_B a - aF_A \cos \theta + 2aF_A \sin \theta - M_A + M_O = 0$$

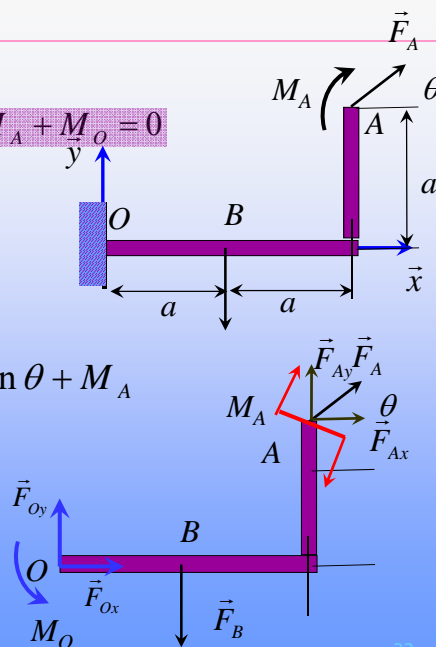
$$F_{Ox} + F_A \cos \theta = 0$$

$$F_{Oy} + F_A \sin \theta - F_B = 0$$

$$M_O = F_B a + aF_A \cos \theta - 2aF_A \sin \theta + M_A$$

$$F_{Ox} = -F_A \cos \theta$$

$$F_{Oy} = -F_A \sin \theta + F_B$$



2018年9月25日

理论力学CAI 静力学

22

力系的平衡/力系的平衡方程

$$M_O = F_B a + a F_A \cos \theta - 2a F_A \sin \theta + M_A$$

$$F_{Ox} = -F_A \cos \theta$$

$$F_{Oy} = -F_A \sin \theta + F_B$$

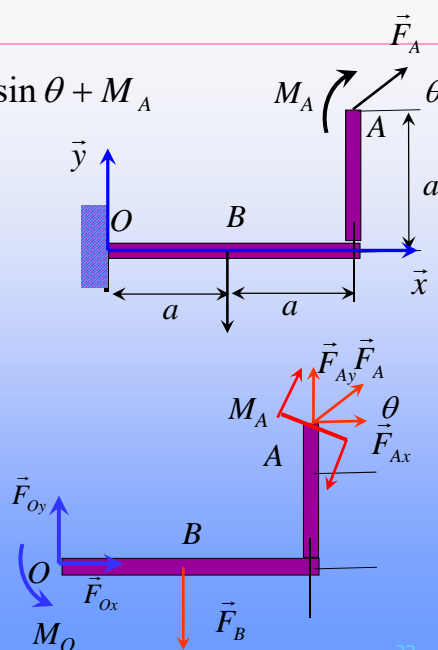
$$F_A = 20\text{N}, F_B = 60\text{N}, M_A = 12\text{N}\cdot\text{m}$$

$$a = 0.5\text{m}, \quad \theta = 30^\circ$$

$$F_{Ox} = -17.32\text{N} \quad \text{反向}$$

$$F_{Oy} = 50\text{N}$$

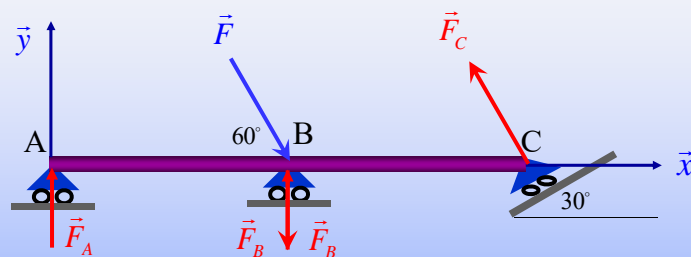
$$M_O = 40.66\text{N}\cdot\text{m}$$



2018年9月25日
理论力学CAI 静力学

23

讨论：求图示平衡梁A、B、C三处约束力。



$$\sum_{i=1}^n F_{ix} = 0, \quad F_C = F$$

$$\sum_{i=1}^n M_{Az}(F_i) = 0, \quad F_B = -\frac{\sqrt{3}}{2} F$$

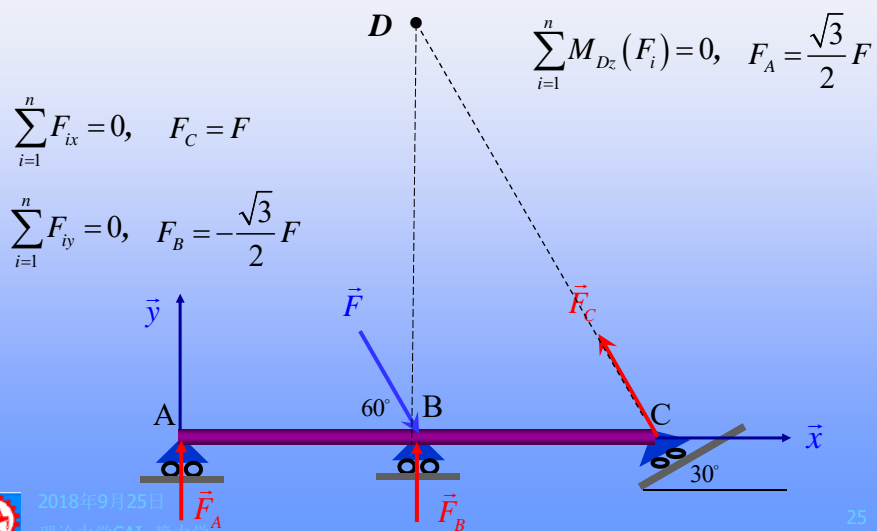
$$\sum_{i=1}^n F_{iy} = 0, \quad F_A = \frac{\sqrt{3}}{2} F$$



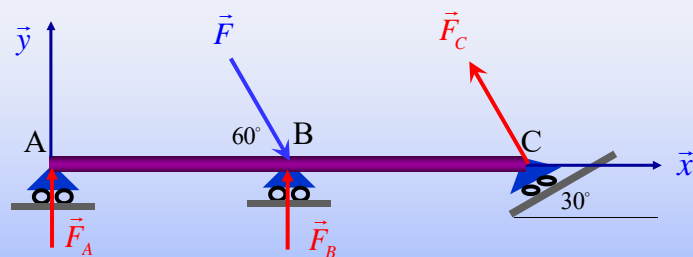
2018年9月25日
理论力学CAI 静力学

24

讨论：求图示平衡梁A、C两处约束力。



讨论：求图示平衡梁A、B、C三处约束力。



$$\sum_{i=1}^n F_{iy} = 0, \quad \sum_{i=1}^n M_{Az}(\vec{F}_i) = 0, \quad \sum_{i=1}^n M_{Bz}(\vec{F}_i) = 0 \quad \text{能否求出?}$$

$$\sum_{i=1}^n M_{Az}(\vec{F}_i) = 0, \quad \sum_{i=1}^n M_{Bz}(\vec{F}_i) = 0, \quad \sum_{i=1}^n M_{Cz}(\vec{F}_i) = 0 \quad \text{能否求出?}$$

小结

- 作用于刚体的力系中，通常主动力为已知，约束力为未知
- 当刚体平衡时，通过力系的平衡方程可得到未知的约束力
- 注意未知力的个数不能大于方程的个数
- 求解的步骤

定研究对象

定问题性质：平面，空间

建立参考基

受力分析：主动力(简化)

理想约束力(定义正向)

未知数与方程个数的分析

通过分析合理建立平衡方程求解（尽可能一个方程一个未知数）



2018年9月25日
理论力学CAI 静力学

27

力系的平衡

- 力系的平衡方程
- 刚体系的平衡
- 平面桁架



2018年9月25日
理论力学CAI 静力学

28

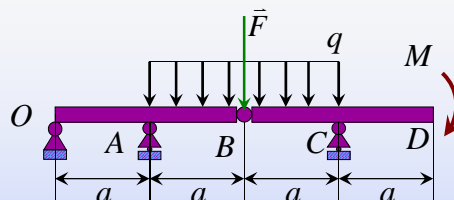
刚体系的平衡

- 刚体系是由刚体组成的系统
- 作为系统的整体，在处理平衡问题时有可能出现未知约束力的个数大于平衡方程的个数的情况，即“静不定”
- 可合理地将系统分解为若干个分系统。如果对于这些分系统，问题是静定的，那么系统的“静不定”问题将迎刃而解
- **注意：**在分解分系统时不要忘记子系统间的约束力



[例]

图示两梁由圆柱铰 B 连接，它们放在 O 、 A 与 C 三个支座上。梁上有一集度为 q 的均布载荷，一集中力 F 与力偶 M



求支承处对梁的约束力



[解]

定研究对象：梁OBD

定问题性质：平面

建立参考基：

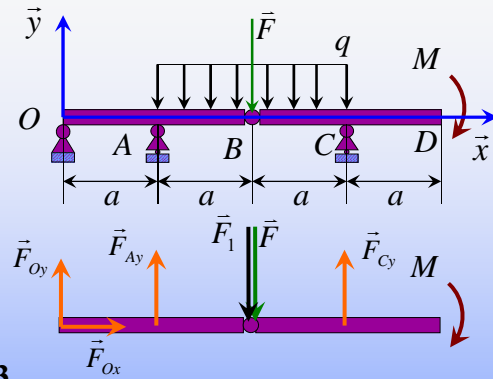
受力分析

主动力简化 $F_1 = 2qa$

约束力正向 定铰支座 动铰支座

未知数与方程个数的分析：4/3

静不定



2018年9月25日
理论力学CAI 静力学

31

定研究对象：梁BCD

定问题性质：平面

建立参考基：

受力分析

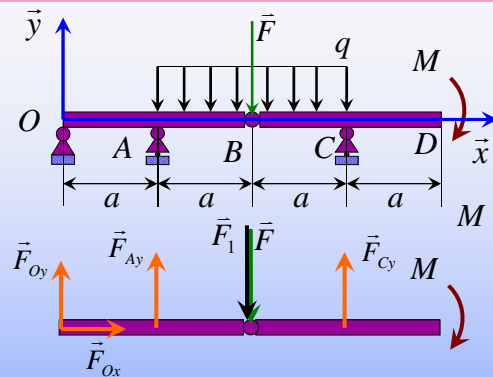
主动力简化 $F_2 = qa$

约束力正向 圆柱铰 动铰支座

未知数与方程个数的分析：3/3

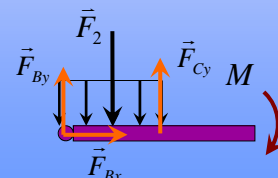
平衡方程

静定



$$\sum_{i=1}^n M_{B_z}(\vec{F}_i) = 0 \quad F_{Cy}a - M - F_2 \frac{a}{2} = 0$$

$$F_{Cy} = \frac{M}{a} + \frac{qa}{2}$$



2018年9月25日
理论力学CAI 静力学

32

定研究对象：梁OBD

$$F_1 = 2ql \quad F_{Cy} = \frac{M}{a} + \frac{qa}{2}$$

未知数与方程个数的分析：3/3

平衡方程

$$\sum_{i=1}^n F_{ix} = 0$$

$$F_{Ox} = 0$$

$$\sum_{i=1}^n M_{Oz}(\vec{F}_i) = 0$$

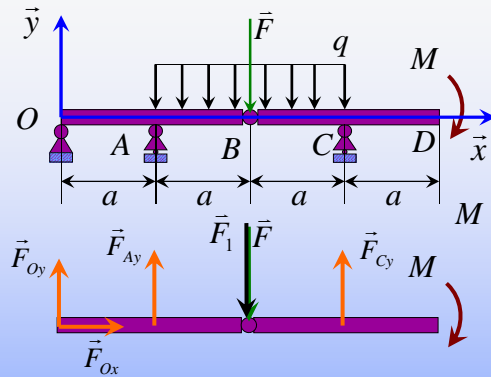
$$F_{Cy} \cdot 3a + F_{Ay} \cdot a - F \cdot 2a - F_1 \cdot 2a - M = 0$$

$$\sum_{i=1}^n F_{iy} = 0$$

$$F_{Oy} + F_{Cy} + F_{Ay} - F - F_1 = 0$$

$$F_{Ay} = 2F + \frac{5}{2}qa - \frac{2M}{a}$$

$$F_{Oy} = -F - qa + \frac{M}{a}$$



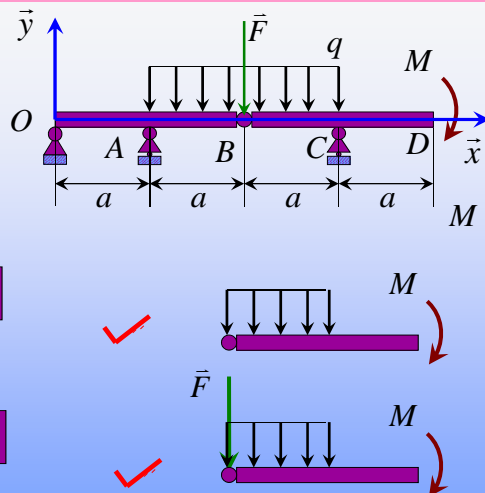
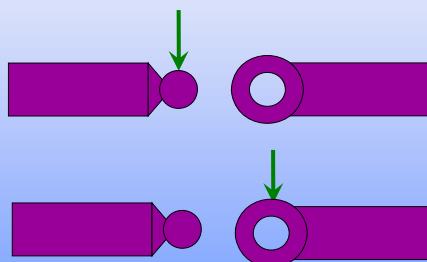
2018年9月25日
理论力学CAI 静力学

33

讨论1:

定研究对象：梁BCD

主动力的处理



不管哪种情况较C反力的结果是一致的

但梁OAB、BCD在B点的约束力不一样



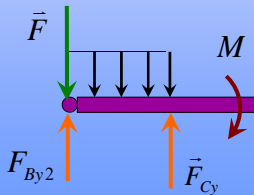
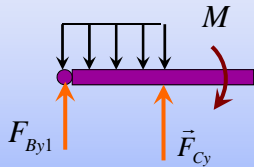
2018年9月25日
理论力学CAI 静力学

34

讨论1:

定研究对象: 梁BCD

主动力的处理

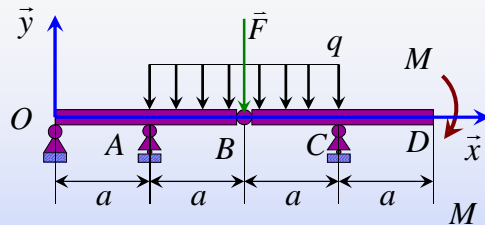


$$\sum_{i=1}^n F_{iy} = 0 \quad F_{Cy} + F_{By1} - qa = 0$$

$$F_{By1} = \frac{qa}{2} - \frac{M}{a}$$

$$\sum_{i=1}^n F_{iy} = 0 \quad F_{Cy} + F_{By2} - qa - F = 0$$

$$F_{By2} = F + \frac{qa}{2} - \frac{M}{a}$$

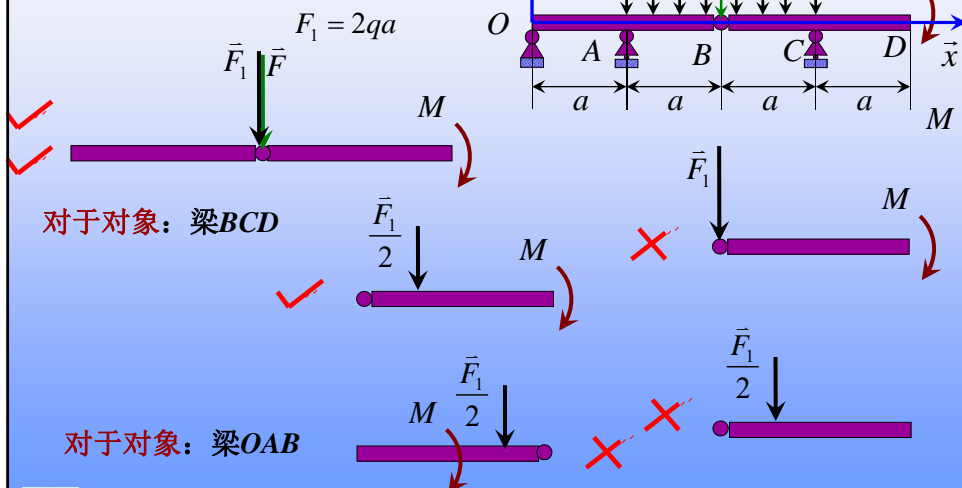


2018年9月25日
理论力学CAI 静力学

35

讨论2:

力与力偶的处理

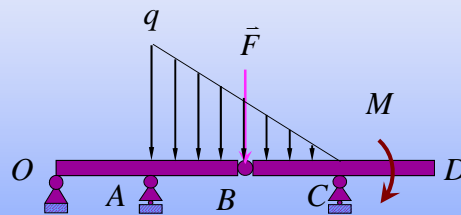


2018年9月25日
理论力学CAI 静力学

36

讨论3:

分布力的处理



[例]

图所示一结构由AB、BC与CE三个构件构成

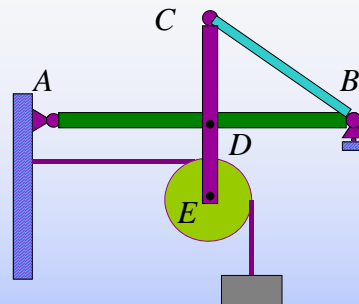
E处有一滑轮，细绳通过该轮悬挂一重为12 kN的重物

A为固定铰支座，B为滑动铰支座，C、D与E为圆柱铰

$AD = BD = l_1 = 2\text{m}$

$CD = DE = l_2 = 1.5\text{m}$

不计杆件与滑轮的重量



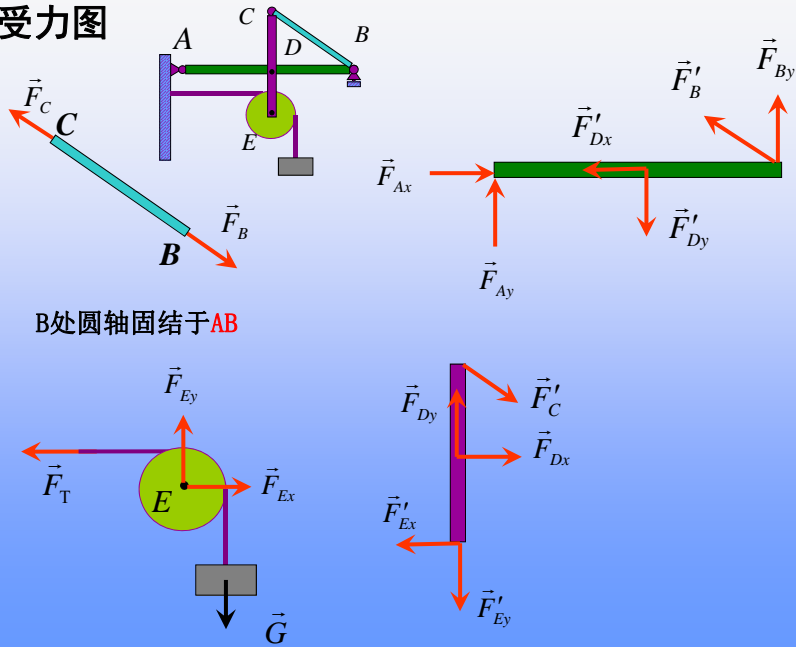
求

支承处的约束反力

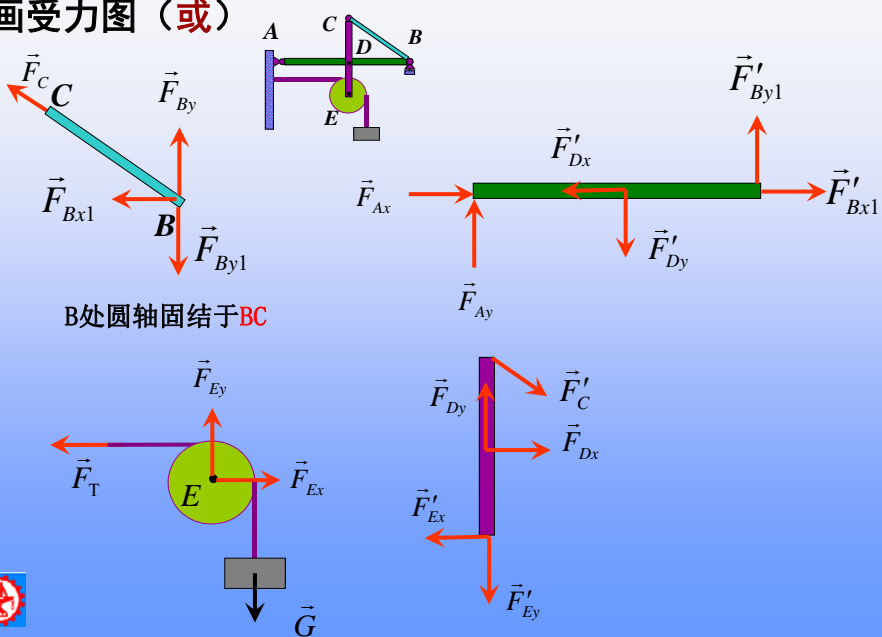
杆CB的内力



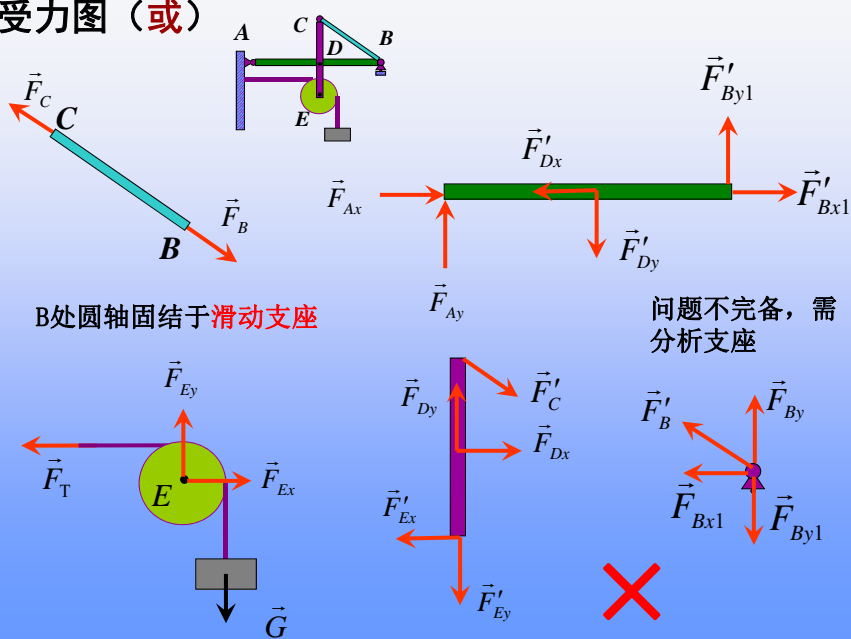
画受力图



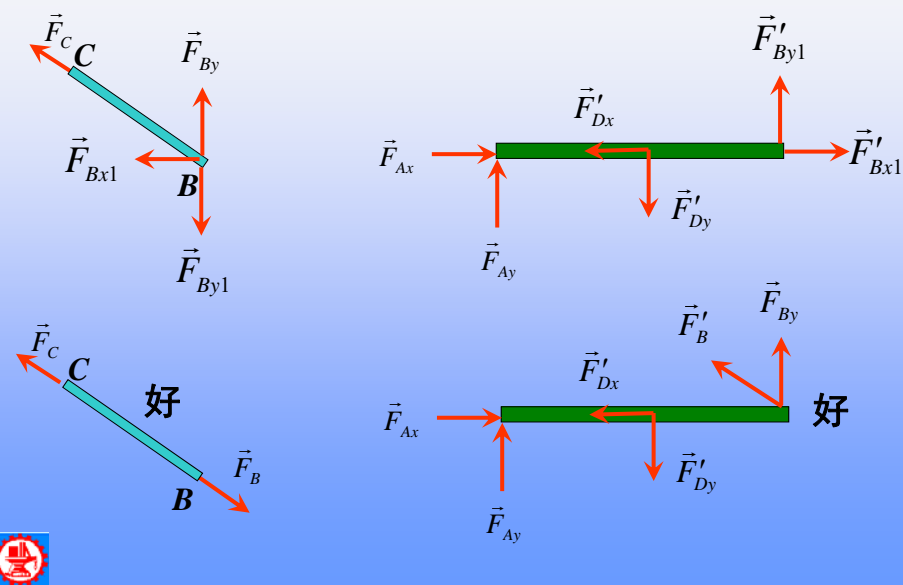
画受力图 (或)



画受力图（或）



比较前两种画法



[解]

定研究对象：系统

定问题性质：平面

建立参考基：

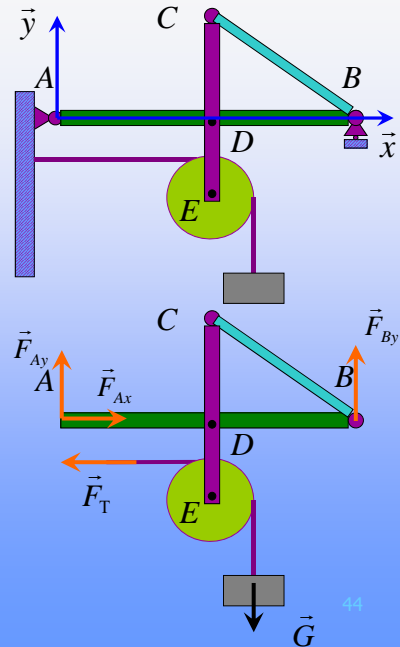
受力分析

主动力 \vec{G}

约束力正向 定铰支座 动铰支座 柔束

未知数与方程个数的分析：4/3

静不定



2018年9月25日

理论力学CAI 静力学

44

定研究对象：滑轮

定问题性质：平面

建立参考基：

受力分析

主动力简化 \vec{G}

约束力正向 圆柱铰 柔束

未知数与方程个数的分析：3/3

平衡方程

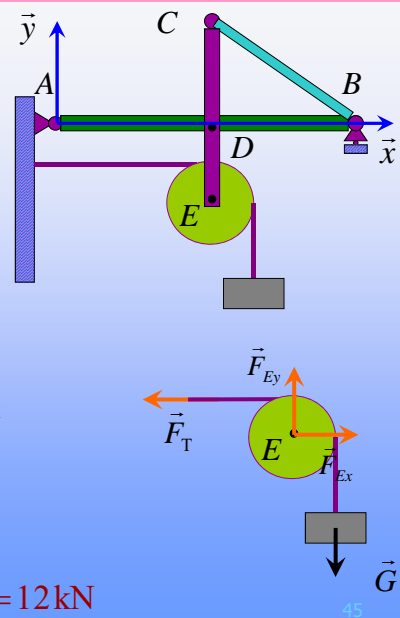
$$\sum_{i=1}^n M_{Ez}(\vec{F}_i) = 0 \quad F_T r - Gr = 0$$

$$\sum_{i=1}^n F_{ix} = 0 \quad F_{Ex} - F_T = 0$$

$$\sum_{i=1}^n F_{iy} = 0 \quad F_{Ey} - G = 0$$

$$F_T = G$$

$$F_T = F_{Ex} = F_{Ey} = G = 12 \text{ kN}$$



2018年9月25日

理论力学CAI 静力学

45

力系的平衡/刚体系平衡/解

定研究对象：系统（无滑轮）

定问题性质：平面

建立参考基：

受力分析

约束力正向 定铰支座 动铰支座 圆柱铰

$$F'_{Ey} = F_{Ey} = G \quad F'_{Ex} = F_{Ex} = G$$

未知数与方程个数的分析：3/3

平衡方程

$$\sum_{i=1}^n F_{ix} = 0 \quad F_{Ax} - F'_{Ex} = 0 \quad F_{Ax} = G = 12 \text{ kN}$$

$$\sum_{i=1}^n M_{Az}(\vec{F}_i) = 0 \quad 2l_1 F_{By} - l_1 F'_{Ey} - l_2 F'_{Ex} = 0$$

$$\sum_{i=1}^n F_{iy} = 0 \quad F_{By} + F_{Ay} - F'_{Ey} = 0$$

$$F_{By} = \frac{l_1 + l_2}{2l_1} G = 10.5 \text{ kN}$$

$$F_{Ay} = G - F_{By} = 1.5 \text{ kN}$$



2018年9月25日

理论力学CAI 静力学

46

力系的平衡/刚体系平衡/解

杆CB为二力杆 内力 ↔ 铰的约束力

定研究对象：杆CE（无滑轮）

定问题性质：平面

建立参考基：

受力分析

约束力正向 圆柱铰

$$E: \quad F'_{Ey} = G \quad F'_{Ex} = G$$

$$D: \quad \vec{F}_{Dx} \quad \vec{F}_{Dy} \quad C: \quad \vec{F}_{Cx} \quad \vec{F}_{Cy} \quad \vec{F}'_C$$

未知数与方程个数的分析：4/3 静不定

$$\text{二力杆CB} \quad \text{假定受拉} \quad \vec{F}_C = -\vec{F}_B$$

作用线定，大小不定，未知数为一个 F_C

未知数与方程个数的分析：3/3 静定



2018年9月25日

理论力学CAI 静力学

47

力系的平衡/刚体系平衡/解

定研究对象：杆CE（无滑轮）

$$F'_{Ey} = G \quad F'_{Ex} = G$$

二力杆假定受拉 $\vec{F}_C = -\vec{F}_B$

$$\sum_{i=1}^n M_{Dz}(\vec{F}_i) = 0$$

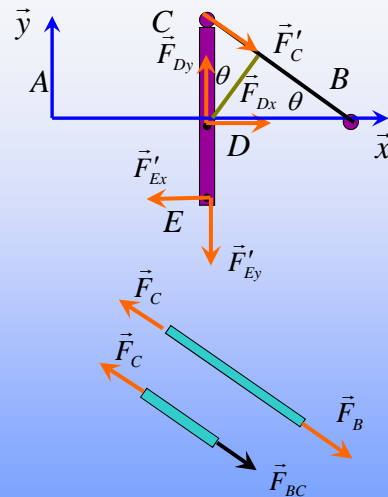
$$-F'_C l_2 \cos \theta - l_2 F'_{Ex} = 0$$

$$F'_C = -\frac{G}{\cos \theta} = -15 \text{ kN}$$

二力杆内力

$$F_{BC} = F_C = F'_C = -15 \text{ kN}$$

与设定的正向相反：二力杆受压



2018年9月25日
理论力学CAI 静力学

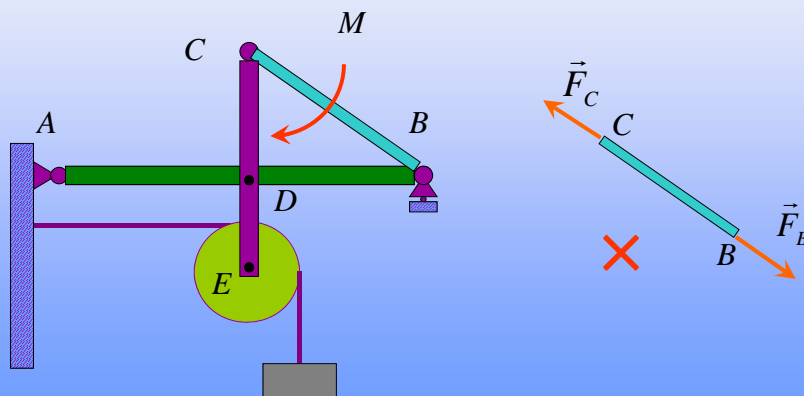
思考：以AB为对象求二力杆内力？
AB杆在B端受到的约束力？

48

力系的平衡/刚体系平衡/解

讨论：

BC杆两端的受力不能按照二力杆处理



理论力学CAI 静力学

50

[例]

图示一齿轮传动机构

$L = 50\text{mm}$, $a = 200\text{mm}$

大齿轮与小齿轮的节圆半径

$R_1 = 100\text{mm}$ 与 $R_2 = 50\text{mm}$ 。

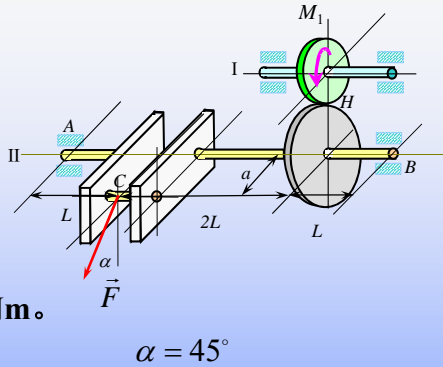
齿轮的啮合角为 $(= 20^\circ$

I 轴上有主动力偶矩为 $M_1 = 25\text{Nm}$ 。

曲柄的点C上作用一集中力 \vec{F}

使系统平衡

求该力的大小与 II 轴上轴承 A 与 B 的反力



力系的平衡

- 力系的平衡方程
- 刚体系的平衡
- 平面桁架



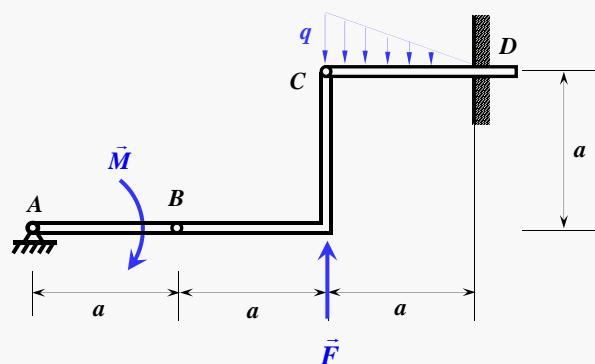
课堂讨论



2018年9月25日
理论力学CAI 静力学

85

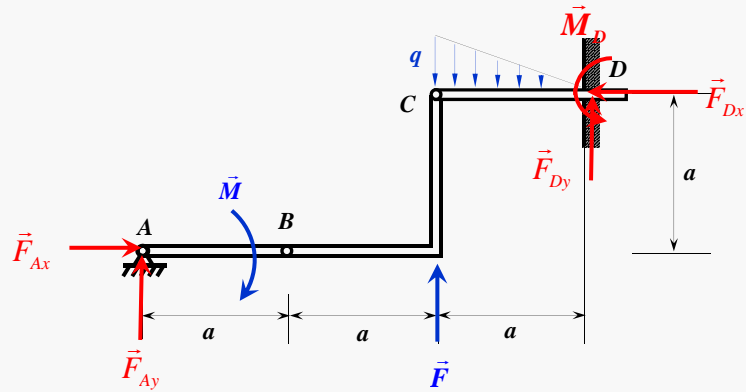
图示平面平衡结构，已知力 \vec{F} ，平面力偶 \vec{M} ，分布载荷 q ，不计自重及摩擦。求：固定端 D 处的约束力。



2018年9月25日
理论力学CAI 静力学

87

整体受力分析

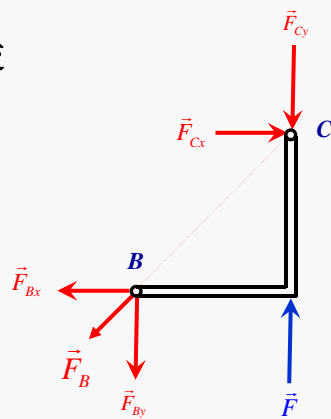


2018年9月25日
理论力学CAI 静力学

88

取BC分析

三力汇交



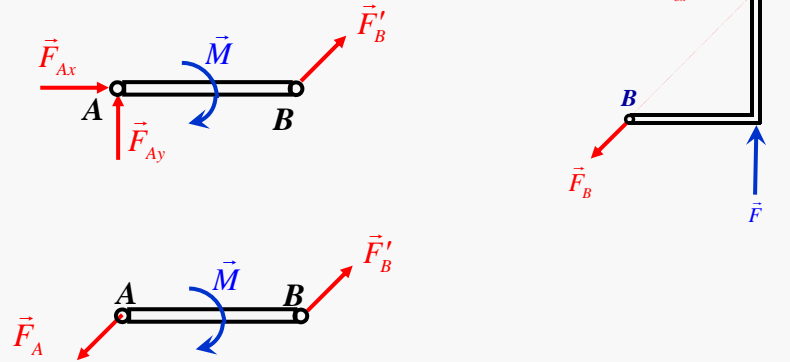
确定B处约束力方向



2018年9月25日
理论力学CAI 静力学

89

分析AB杆



力偶平衡可求出 \vec{F}_A 的大小及方向

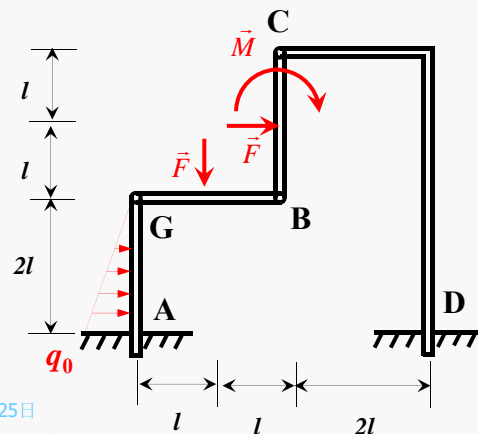


2018年9月25日
理论力学CAI 静力学

90

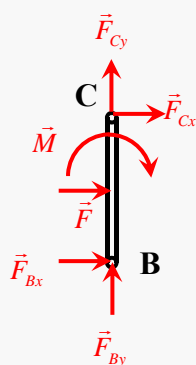
【例】

图示结构中, $q_0=2\text{kN/m}$, $l=1.5\text{m}$, $F=10\text{kN}$, $M=9\text{kN}\cdot\text{M}$.
求A、D处的反力。



2018年9月25日
理论力学CAI 静力学

91



【解】

法一：

求G、C处约束力

以BC为研究对象

$$\sum M_C = 0 \Rightarrow F_{Bx}$$

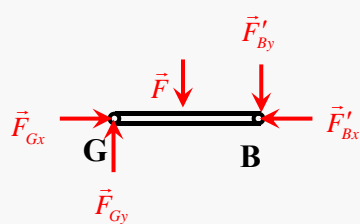
$$\sum F_x = 0 \Rightarrow F_{Cx}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow F_{By} + F_{Cy} = 0$$



2018年9月25日
理论力学CAI 静力学

92



以GB为研究对象

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow F_{Gx}$$

$$\sum M_G = 0 \Rightarrow F_{By}$$

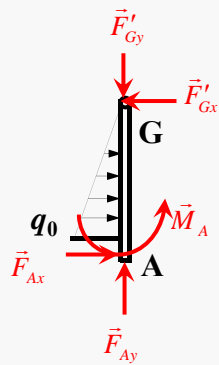
$$F_{By} + F_{Cy} = 0 \Rightarrow F_{Cy}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow F_{Gy}$$



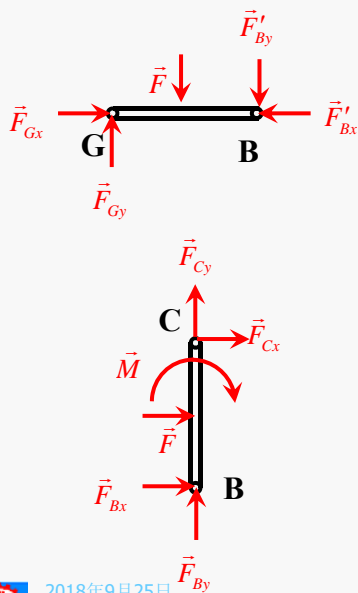
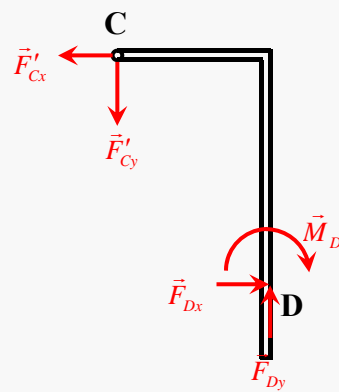
2018年9月25日
理论力学CAI 静力学

93



以AG为研究对象

以CD为研究对象



法二:

求B处约束力

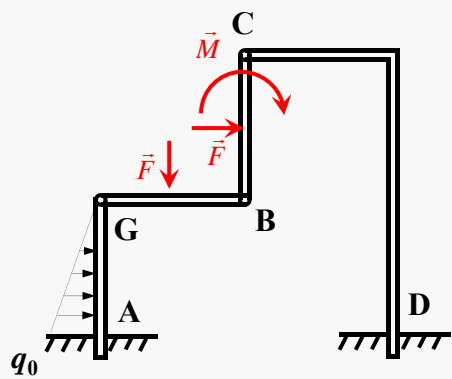
以GB为研究对象

$$\sum M_G = 0 \Rightarrow F_{By}$$

以BC为研究对象

$$\sum M_C = 0 \Rightarrow F_{Bx}$$





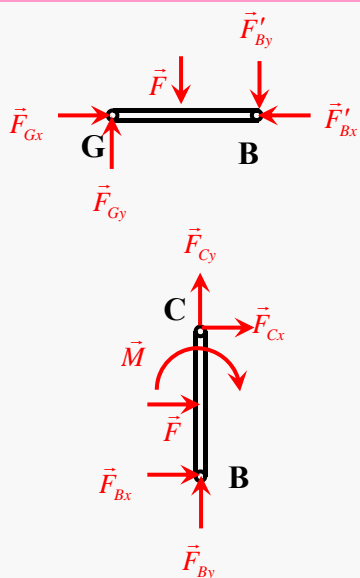
以AGB为研究对象求A端约束力

以BCD为研究对象求D端约束力



2018年9月25日
理论力学CAI 静力学

96



法三:

以GB为研究对象

$$\sum M_B = 0 \Rightarrow F_{Gy}$$

以BC为研究对象

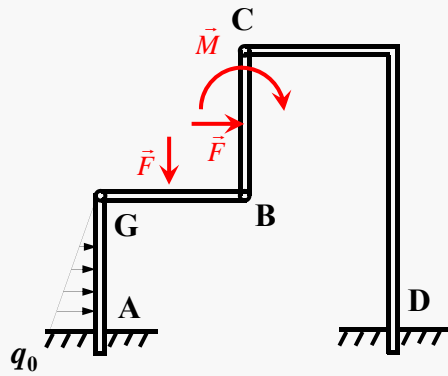
$$\sum M_C = 0 \Rightarrow F_{Bx}$$

$$F_{Gx} - F_{Bx} = 0 \Rightarrow F_{Gx}$$



2018年9月25日
理论力学CAI 静力学

97



以AG为研究对象求A端约束力

以GBCD为研究对象求D端约束力

