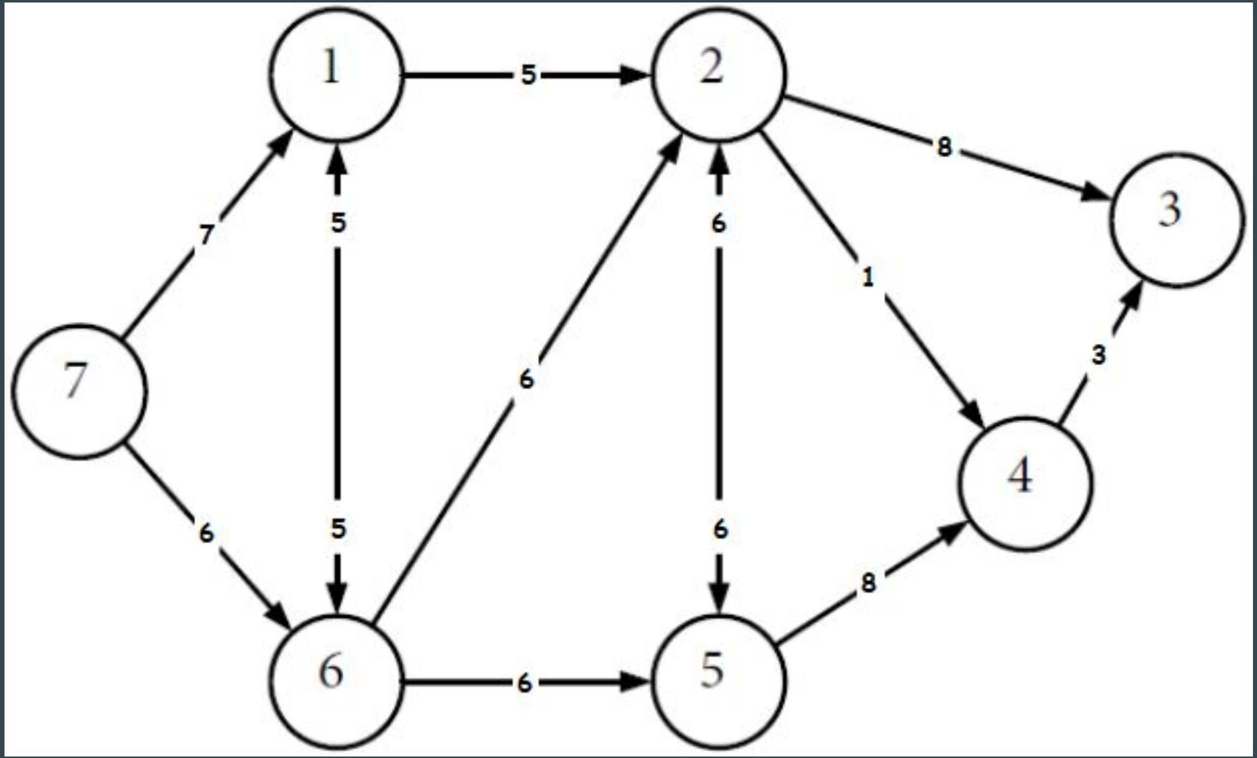
Problem 3

Isabel Martínez Gómez

Algorithm and Complexity

2019-2020

Graph



a = 7
b = 6
c = 5
d = 5
e = 6
f = 6
g = 6
h = 8
i = 1
j = 8
k = 3

Floyd algorithm (I)

```
function Floyd(L[1..n, 1..n]): matrix[1..n, 1..n] matrix D[1..n, 1..n]
    D=L
    for k=1 to n do
        for i=1 to n do
            for j=1 to n do
                D[i,j]=min(D[i,j],D[i,k]+D[k,j]) return D
```

Floyd algorithm (II)

The problem is solved using Floyd algorithm in which we use a directed graph with 7 nodes and 11 edges. The objective of the algorithm is to calculate the shortest path length between each pair of nodes.
We are going to build a matrix D that gives the shortest path length between a pair of nodes. The algorithm gives D the initial value graph, that is, the direct distances between nodes, and then performs n iterations. In each iteration we have to prove the best option for D[i][j] doing: *D[i, j] = min{(D[i, j], D[i,k] D[k, j])}*

```
private int[][] D = new int[size][size];

public int[][] floyd() {
    D = graph;
    for (int k = 0; k < size; k++)
        for (int i = 0; i < size; i++)
            for (int j = 0; j < size; j++)
                D[i][j] = Math.min(D[i][j],(D[i][k]+D[k][j]));
    return D;
}
```

Initial graph matrix

	1	2	3	4	5	6	7
1	0	5	∞	∞	∞	5	∞
2	∞	0	8	1	6	∞	∞
3	∞	∞	0	∞	∞	∞	∞
4	∞	∞	3	0	∞	∞	∞
5	∞	6	∞	8	0	∞	∞
6	5	6	∞	∞	6	0	∞
7	7	∞	∞	∞	∞	6	0

	1	2	3	4	5	6	7
1	0	5	∞	∞	∞	5	∞
2	∞	0	8	1	6	∞	∞
3	∞	∞	0	∞	∞	∞	∞
4	∞	∞	3	0	∞	∞	∞
5	∞	6	∞	8	0	∞	∞
6	5	6	∞	∞	6	0	∞
7	7	∞	∞	∞	∞	6	0

$D[1][3]=\min\{D[1][3],(D[1][2]+D[2][3])\} = \min\{\infty, 5+8\} = 13$

	1	2	3	4	5	6	7
1	0	5	13	∞	∞	5	∞
2	∞	0	8	1	6	∞	∞
3	∞	∞	0	∞	∞	∞	∞
4	∞	∞	3	0	∞	∞	∞
5	∞	6	∞	8	0	∞	∞
6	5	6	∞	∞	6	0	∞
7	7	∞	∞	∞	∞	6	0

$D[1][4]=\min\{D[1][4],(D[1][2]+D[2][4])\} = \min\{\infty,5+1\} = 6$

	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
1	0	5	13	6	∞	5	∞
2	∞	0	8	1	6	∞	∞
3	∞	∞	0	∞	∞	∞	∞
4	∞	∞	3	0	∞	∞	∞
5	∞	6	∞	8	0	∞	∞
6	5	6	∞	∞	6	0	∞
7	7	∞	∞	∞	∞	6	0

$D[1][5]=\min\{D[1][5],(D[1][2]+D[2][5])\} = \min\{\infty, 5+6\} = 11$

	1	2	3	4	5	6	7
1	0	5	13	6	11	5	∞
2	∞	0	8	1	6	∞	∞
3	∞	∞	0	∞	∞	∞	∞
4	∞	∞	3	0	∞	∞	∞
5	∞	6	∞	8	0	∞	∞
6	5	6	∞	∞	6	0	∞
7	7	∞	∞	∞	∞	6	0

$D[5][3]=\min\{D[5][3],(D[5][2]+D[2][3])\} = \min\{\infty, 6+8\} = 14$

	1	2	3	4	5	6	7
1	0	5	13	6	11	5	∞
2	∞	0	8	1	6	∞	∞
3	∞	∞	0	∞	∞	∞	∞
4	∞	∞	3	0	∞	∞	∞
5	∞	6	14	8	0	∞	∞
6	5	6	∞	∞	6	0	∞
7	7	∞	∞	∞	∞	6	0

$D[5][4]=\min\{D[5][4],(D[5][2]+D[2][4])\} = \min\{8, 6+1\} = 7$

	1	2	3	4	5	6	7
1	0	5	13	6	11	5	∞
2	∞	0	8	1	6	∞	∞
3	∞	∞	0	∞	∞	∞	∞
4	∞	∞	3	0	∞	∞	∞
5	∞	6	14	7	0	∞	∞
6	5	6	∞	∞	6	0	∞
7	7	∞	∞	∞	∞	6	0

$D[6][3]=\min\{D[6][3],(D[6][2]+D[2][3])\} = \min\{\infty, 6+8\} = 14$

	1	2	3	4	5	6	7
1	0	5	13	6	11	5	∞
2	∞	0	8	1	6	∞	∞
3	∞	∞	0	∞	∞	∞	∞
4	∞	∞	3	0	∞	∞	∞
5	∞	6	14	7	0	∞	∞
6	5	6	14	∞	6	0	∞
7	7	∞	∞	∞	∞	6	0

D[6][4]=min{D[6][4],(D[6][2]+D[2][4])} = min{∞, 6+1} = 7

	1	2	3	4	5	6	7
1	0	5	13	6	11	5	∞
2	∞	0	8	1	6	∞	∞
3	∞	∞	0	∞	∞	∞	∞
4	∞	∞	3	0	∞	∞	∞
5	∞	6	14	7	0	∞	∞
6	5	6	14	7	6	0	∞
7	7	∞	∞	∞	∞	6	0

	1	2	3	4	5	6	7
1	0	5	13	6	11	5	∞
2	∞	0	8	1	6	∞	∞
3	∞	∞	0	∞	∞	∞	∞
4	∞	∞	3	0	∞	∞	∞
5	∞	6	14	7	0	∞	∞
6	5	6	14	7	6	0	∞
7	7	∞	∞	∞	∞	6	0

$D[1][3]=\min\{D[1][3],(D[4][3]+D[1][4])\} = \min\{13, 3+6\} = 9$

	1	2	3	4	5	6	7
1	0	5	9	6	11	5	∞
2	∞	0	8	1	6	∞	∞
3	∞	∞	0	∞	∞	∞	∞
4	∞	∞	3	0	∞	∞	∞
5	∞	6	14	7	0	∞	∞
6	5	6	14	7	6	0	∞
7	7	∞	∞	∞	∞	6	0

$D[2][3]=\min\{D[2][3],(D[4][3]+D[2][4])\} = \min\{8, 3+1\} = 4$

	1	2	3	4	5	6	7
1	0	5	9	6	11	5	∞
2	∞	0	4	1	6	∞	∞
3	∞	∞	0	∞	∞	∞	∞
4	∞	∞	3	0	∞	∞	∞
5	∞	6	14	7	0	∞	∞
6	5	6	14	7	6	0	∞
7	7	∞	∞	∞	∞	6	0

$D[5][3]=\min\{D[5][3],(D[4][3]+D[5][4])\} = \min\{14, 3+7\} = 10$

	1	2	3	4	5	6	7
1	0	5	9	6	11	5	∞
2	∞	0	4	1	6	∞	∞
3	∞	∞	0	∞	∞	∞	∞
4	∞	∞	3	0	∞	∞	∞
5	∞	6	10	7	0	∞	∞
6	5	6	14	7	6	0	∞
7	7	∞	∞	∞	∞	6	0

$D[6][3]=\min\{D[6][3],(D[4][3]+D[6][7])\} = \min\{14, 3+7\} = 10$

	1	2	3	4	5	6	7
1	0	5	9	6	11	5	∞
2	∞	0	4	1	6	∞	∞
3	∞	∞	0	∞	∞	∞	∞
4	∞	∞	3	0	∞	∞	∞
5	∞	6	10	7	0	∞	∞
6	5	6	10	7	6	0	∞
7	7	∞	∞	∞	∞	6	0

	1	2	3	4	5	6	7
1	0	5	9	6	11	5	∞
2	∞	0	4	1	6	∞	∞
3	∞	∞	0	∞	∞	∞	∞
4	∞	∞	3	0	∞	∞	∞
5	∞	6	10	7	0	∞	∞
6	5	6	10	7	6	0	∞
7	7	∞	∞	∞	∞	6	0

$D[7][2]=\min\{D[7][2],(D[6][2]+D[7][6])\} = \min\{\infty, 6+6\} = 12$

	1	2	3	4	5	6	7
1	0	5	9	6	11	5	∞
2	∞	0	4	1	6	∞	∞
3	∞	∞	0	∞	∞	∞	∞
4	∞	∞	3	0	∞	∞	∞
5	∞	6	10	7	0	∞	∞
6	5	6	10	7	6	0	∞
7	7	12	∞	∞	∞	6	0

$D[7][3]=\min\{D[7][3],(D[6][3]+D[7][6])\} = \min\{\infty, 10+6\} = 16$

	1	2	3	4	5	6	7
1	0	5	9	6	11	5	∞
2	∞	0	4	1	6	∞	∞
3	∞	∞	0	∞	∞	∞	∞
4	∞	∞	3	0	∞	∞	∞
5	∞	6	10	7	0	∞	∞
6	5	6	10	7	6	0	∞
7	7	12	16	∞	∞	6	0

$D[7][4]=\min\{D[7][4],(D[6][4]+D[7][6])\} = \min\{\infty, 7+6\} = 13$

	1	2	3	4	5	6	7
1	0	5	9	6	11	5	∞
2	∞	0	4	1	6	∞	∞
3	∞	∞	0	∞	∞	∞	∞
4	∞	∞	3	0	∞	∞	∞
5	∞	6	10	7	0	∞	∞
6	5	6	10	7	6	0	∞
7	7	12	16	13	∞	6	0

$D[7][5]=\min\{D[7][5],(D[6][5]+D[7][6])\} = \min\{\infty, 6+6\} = 12$

	1	2	3	4	5	6	7
1	0	5	9	6	11	5	∞
2	∞	0	4	1	6	∞	∞
3	∞	∞	0	∞	∞	∞	∞
4	∞	∞	3	0	∞	∞	∞
5	∞	6	10	7	0	∞	∞
6	5	6	10	7	6	0	∞
7	7	12	16	13	12	6	0

	1	2	3	4	5	6	7
1	0	5	9	6	11	5	∞
2	∞	0	4	1	6	∞	∞
3	∞	∞	0	∞	∞	∞	∞
4	∞	∞	3	0	∞	∞	∞
5	∞	6	10	7	0	∞	∞
6	5	6	10	7	6	0	∞
7	7	12	16	13	12	6	0

Minimum path matrix

	1	2	3	4	5	6	7
1	0	5	9	6	11	5	∞
2	∞	0	4	1	6	∞	∞
3	∞	∞	0	∞	∞	∞	∞
4	∞	∞	3	0	∞	∞	∞
5	∞	6	10	7	0	∞	∞
6	5	6	10	7	6	0	∞
7	7	12	16	13	12	6	0