Práctica 2.1

Objetivo: Familiarizarse con la generación de números aleatorios y la medida de histogramas.

El problema

Necesitamos generar una serie de números aleatorios distribuidos según la siguiente distribución:

$$f(x) = A\cos(x) \tag{1}$$

para valores de x en el intervalo $(-\pi/2, \pi/2)$. Después generaremos un conjunto grande de dichos puntos, mediremos los histogramas correspondientes y los representaremos para asegurarnos de que efectivamente obedecen a la distribución buscada.

Método de trabajo

La tarea a realizar consiste en escribir un programa para llevar a cabo los siguientes puntos:

Generar números aleatorios

Para obtener los puntos aleatorios deseados vamos a utilizar el método de la transformada inversa (v. teoría). Empezaremos con los números aleatorios que nos da `FORTRAN`, que están sorteados según la distribución

$$f(z) = \begin{cases} 1 & \text{si } 0 \le z \le 1 \\ \\ 0 & \text{resto.} \end{cases} \tag{2}$$

Para generar los números aleatorios se recomienda emplear la subrutina `RANDOM_NUMBER` que trae `FORTRAN` por defecto:

```
call RANDOM_NUMBER(z)
```

donde `z` es una variable de coma flotante que puede ser un escalar o un vector. Si es un escalar, la subrutina devuelve en `z` un número aleatorio uniformemente distribuido entre 0 y 1. Si es un vector, lo llena con números aleatorios diferentes.

Tal y como está concebida, la subrutina `RANDOM_NUMBER` devuelve siempre la misma secuencia de números aleatorios en sucesivas ejecuciones del programa. Esto puede ser interesante para chequear un programa o un algoritmo, pero en general vamos a preferir que en cada ejecución del programa se emplee una secuencia diferente. Para conseguir esto puede emplearse la subrutina `INIT_RANDOM_SEED()` que tenéis en Studium y que debe llamarse (¡sólo una vez!) antes de empezar a sacar números aleatorios.

Una vez que tenemos z hay que aplicar la transformada inversa para obtener la x correspondiente, que ya estará distribuida según (1) si hacemos las cosas bien.

Medir y normalizar el histograma

Los números aleatorios que se van generando se pueden almacenar en un *array* para procesarlos después, pero también se puede añadir las medidas al histograma según se va generando los números.

Se debe declarar una matriz de enteros largos (`integer*8`) donde se va a ir almacenando el histograma. Cada elemento de esa matriz corresponde a un intervalo (bin) de la variable x. La idea es ir contando todos los valores que se obtienen de x e ir incrementando el elemento de la matriz que corresponde al intervalo en que se encuentra ese valor de x (v. teoría). La relación entre el elemento de la matriz y dicho intervalo depende del número total de bines N_B. Si tenemos un número grande de bines, cada uno será más pequeño y podremos medir el histograma con más «finura», aunque podemos encontrar ciertas desventajas.

Tal y como se ha definido, el histograma acabado será un conjunto de números cada uno de los cuales representa cuántas veces ha aparecido la variable x con un valor dentro de un determinado intervalo. Como lo que queremos es la medida de la distribución que sea tenemos que normalizar el histograma teniendo en cuenta el número total de números generados N y el tamaño de cada bin (v. teoría).

Concretando

1. Calcular el valor de A para que la distribución (1) esté bien normalizada, teniendo en cuenta que vamos a generar números aleatorios entre $-\pi/2$ y $\pi/2$.

2. Calcular la probabilidad acumulada $F(x)$ e invertir para aplicarla en el método de la transformada inversa.

3. Generar $N = 10^4$ números aleatorios y medirlos utilizando $N_B = 10$ bines. Representarlos junto a la distribución teórica (1) para ver si lo hemos hecho bien.

4. Para estudiar la influencia del número de datos, repetir el proceso para $N = 10^2, 10^4$ y 10^6, usando en todos los casos $N_B = 20$ bines. Representar los tres resultados juntos explicando las diferencias.

5. Para estudiar el papel del número de bines, repetir el proceso con $N = 10^4$ números medidos con $N_B = 10, 20$ y 100 bines. Representarlos tres resultados juntos y comentar las diferencias.

6. (Para nota) Piensa o busca información. ¿Qué puede tener que ver este problema con la generación de colisiones aleatorias en tres dimensiones?