

Métodos Numéricos. Grado en Físicas  
Curso 19/20  
Hoja 3. Derivación e integración

3.1 Dada la función:

$$f(x) = \exp[-y(x)/10] \cos[\log[y(x)] + 3]^2$$

donde  $y(x) = x^3$ .

- Representala en Mathematica en el intervalo  $[0,5, 2,0]$  y calcula su derivada (analíticamente) en  $x_0 = 1,0$ .
- Calcula su derivada en ese punto utilizando 3 fórmulas de derivación: fórmula no simétrica, fórmula simétrica y extrapolación de Richardson.
- Construye una tabla con las aproximaciones a la derivada para valores del paso  $h$  desde  $h = 0,01$  hasta  $h = 0,001$  con un salto entre ellos,  $\Delta h = 0,001$ . Calcula también en la tabla el error relativo en porcentaje al comparar con el resultado analítico de la derivada.
- Repite los mismos cálculos con  $y(x) = x^2 + 1$ .

Las dos tablas deben presentar un formato similar al que se adjunta:

$h$	$f'_{\text{no sim.}}(x_0)$	$f'_{\text{sim.}}(x_0)$	$f'_{\text{Richard.}}(x_0)$	$E_{\text{no sim.}}(\%)$	$E_{\text{sim.}}(\%)$	$E_{\text{Richard.}}(\%)$
0.010	0.285884E+01	0.272281E+01	0.271828E+01	.517E+01	.167E+00	.208E-04
0.009	0.284436E+01	0.272195E+01	0.271828E+01	.464E+01	.135E+00	.137E-04
...	...	...	...	...	...	...
0.001	0.284436E+01	0.272195E+01	0.271828E+01	.434E-02	.225E-03	.145E-07

3.2 Escribe un programa que calcule la integral definida,

$$\int_a^b f(x) dx$$

utilizando los siguientes métodos de integración numérica:

Reglas simples:

- Regla de Simpson.
- Newton-Cotes cerrado de 6 puntos ( $n = 5$ ) (Nota: Es necesario calcular 'con Mathematica' los pesos empleados).
- Gauss-Legendre de 10 puntos.

Reglas compuestas:

- Regla del trapecio (no adaptativa) con  $N = 31$  (32 puntos).
- Regla del trapecio adaptativa fijando un error en cuanto a convergencia,  $\varepsilon = 10^{-5}$ .
- Regla de Simpson (no adaptativa) con  $2M = 50$  (51 puntos).

Escribe un sólo programa en el que cada método sea una subrutina independiente.

*Aplicación:* Calcúlese la integral de la función  $f(x)$  del problema 3.1 (con  $y(x) = x^3$ ) en el intervalo  $[0,5, 2,0]$ . Calcula, para cada método, el error relativo cometido con respecto al resultado obtenido exacto de la integral.

3.3 Calcula la siguiente integral de superficie:

$$I = \int_0^2 \int_0^{1+x^2} (x^2 + y^2) \exp[-xy] \cos(x) \sin(y) dx dy$$

utilizando una cuadratura de Gauss-Legendre de diez puntos para cada una de las integrales unidimensionales.

Calcula el error relativo comparando el resultado obtenido en Fortran y en Mathematica. Representa gráficamente el integrando en Mathematica entre los límites de la integral.