

Métodos Numéricos en Física. Grado en Físicas
Curso 19/20
Hoja 4. Sistemas de ecuaciones diferenciales ordinarias

4.1 Resuélvase la siguiente ecuación diferencial

$$\frac{dy(x)}{dx} = y(x) - e^x \cos x \sin x$$

mediante los siguientes métodos:

- a) desarrollo en serie de Taylor a primer orden
- b) método de Heun
- c) método de Euler modificado
- d) método de Runge-Kutta de cuarto orden.

a) En todos los casos, calcúlense 10 pares (x, y) en el intervalo $x \in [0, 4]$ con la condición inicial: $y(0) = 0,0$.

b) Compárese en Mathematica cada aproximación con la solución analítica (que se puede calcular en Mathematica). Para ello dibújense en una misma figura los resultados de todos los métodos con la función analítica.

c) Repite los apartados anteriores para 25, 50 y 100 pares de puntos en ese intervalo. ¿Qué conclusiones se pueden extraer de ello?

4.2 Un proyectil de masa $m = 0,110$ kg se dispara verticalmente hacia arriba con velocidad inicial $v(0,0) = 8,000$ m/s. Durante su movimiento actúan sobre él la fuerza de la gravedad, $f_g = -mg$ y el rozamiento con el aire, $f_r = -kv|v|$, donde v se considera positiva al ascender y $k = 0,004$ kg/m.

a) Mediante el método RK4, construye dos ficheros con la velocidad y la altura del proyectil en el intervalo de tiempos $[0,0,1.600]$ s con un paso $\Delta t = 0,001$ s.

b) ¿En qué instante de tiempo alcanza el proyectil su máxima altura? ¿Cuál es la altura máxima que alcanza? ¿Cuánto tiempo tarda el proyectil en regresar al suelo?

b) Repite los apartados a) y b) cuando el rozamiento aumenta a $k = 0,010$ kg/m y representa dos figuras, una con las velocidades y otra con las alturas para los dos rozamientos.

(Considérese $y(0,0) = 0,0$ y $g = 9,807$ m/s²)