por Isadora de Oliveira

* Indução

* Maior Elemento do Vetor

Entrada: vetor $(v_1, v_2, \ldots, v_n)$
Saída: o maior elemento do vetor

```
MAIORELEMENTO (v, n)
 if n=1 then
     return v1
 else
     v* ← MAIORELEMENTO (v, n-1)
     return max {v*, vn}
```

Complexidade: $T(n) = T(n-1) + c \quad O(n)$

* Avaliação de Polinômios

Entrada: coeficientes $(a_0, a_1, \ldots, a_n)$ polinômios de grau n, valor x

Saída: $P(x) = a_0 + a_1 x + \ldots + a_n x^n$ valor do polinômio com a entrada x

```
AVAPOLINOMIO1 (a[], n, x)
 if n=0 then
     return a[0]
 else
     y = AVAPOLINOMIO (a, n-1, x)
     return y + a[n] * x^n
```

Complexidade: $T(n) = T(n-1) + \Theta(n) = \Theta(n^2)$

```
AVAPOLINOMIO2(a, n, x)
if n=0 then
    return (a[0], 1)
else
    (y, pow) = AVAPOLIMIO2(a, n-1, x)
    return (y+a[n]*x·pow, x·pow)
```

Complexidade: $T(n) = T(n-1) + \Theta(1) = \Theta(n)$

$P(x) = a_0 + a_1 x + \dots + a_n x^n$

$P(x) = a_0 + x(a_1 + \dots + a_n x^{n-1})$

$P(x) = a_0 + x(a_1 + x(\dots(a_{n-2} + x(a_{n-1} + a_n x))\dots))$

Regra de Horner

```
AVAPOLINOMIO3(a, n, x)
P ← an
for i=1, ..., n do
    P = x·P + a_{n-i}
return P
```

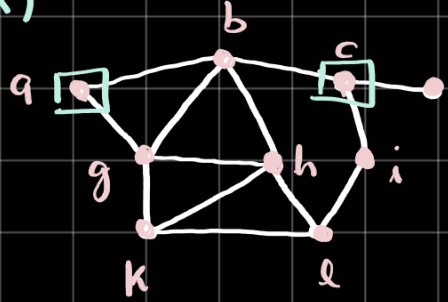
* Maior subgrafo de grau mínimo $\geq K$

Entrada: Grafo $G=(V,E)$ com n vértices e inteiro $K \geq 1$

Saída: subgrafo H de G de tamanho máximo tal que $\delta(H) \geq K$ (todo vertice tem grau $\geq K$) ou concluir que tal subgrafo não existe.

MAIORSUBGRAFO $(G=(V,E), K)$

if $E=\emptyset$ then
    return $\emptyset$
else
    if $\delta(G) \geq K$ then
        return G
    else
        encontre um vertice v de grau $< K$
        return MAIORSUBGRAFO $(G-v, K)$



Complexidade: $O(|V|+|E|)$

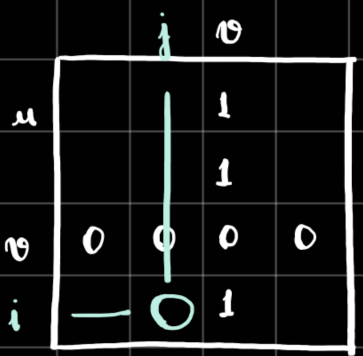
* Celebridade

Entrada: Um grafo direcionado G
Pergunta: $\exists$ celebridade em G

Um vértice $v \in V(G)$ é celebridade se:

① $\forall\, u \neq v,\ u \in V(G),\ \underbrace{(u,v)}_{u \to v} \in E(G)$.
② $\forall\, u \neq v,\ u \in V(G),\ (v,u) \notin E(G)$.

Entrada: matriz de adjacência



$O(|V|^2)$

$M[i][j] \begin{cases} 0 & j \text{ não é celebridade} \quad i \overset{*}{\dashrightarrow} j \\ 1 & i \text{ não é celebridade} \end{cases}$

```
CELEB(M[][], n)
 i = 0
 para j = 1 até n-1
    if M[i][j] == 0
       continue
    else
       i = j
 para j = 0 até n-1
    if M[i][j] ≠ 0
       ret não
    if i ≠ j e M[j][i] ≠ 1
       ret não
 ret i
```

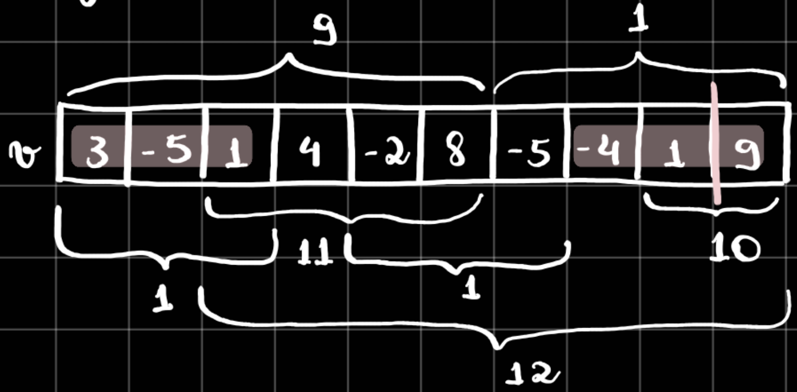
$O(n) \rightarrow O(|V(G)|)$

$O(n) \rightarrow O(|V(G)|)$

Complexidade: $O(|V(G)|)$

* Subvetor de soma máxima

Entrada: Um vetor v com n inteiros
Pergunta: Qual o vetor de soma máxima (soma)



maior usando 1

cara

```
SSM(v[], n)
   if (n == 1)
      return max(v[0], 0)
```

maior usando o último

```
x = SSM(v, n-1)
soma = 0
y = 0
for i = n-1 até 0
    soma = soma + v[i]
    y = max(y, soma)
return max(x, y)
```

$O(n^2)$

i diminui de 1 em 1

$$\text{soma} = \sum_{i=0}^{j} v[i]$$

Complexidade: $O(n^2)$

```
SSM2(v[], n)
    if (n == 1)
        return (max(v[0], 0), v[0])
    (x, suf) = SSM2(v, n-1)
    y = max(suf + v[n-1], v[n-1])
    return (max(x, y), y)
```

Complexidade: $O(n)$