

## \* Classe P

É a classe dos problemas tratáveis

MT resolve em tempo polinomial

**Tratável:** Dizemos que um problema de decisão é tratável se existe algo de tempo polinomial que resolve  $\Pi$  ou seja  $\exists$  algoritmo  $A$ , tal que para qualquer entrada  $I$  de  $\Pi$ ,  $A(I)$  retorna a resposta em tempo  $O(|I|^c)$ , onde  $c$  não depende de  $I$ .

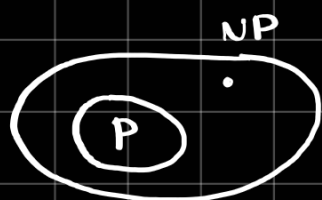
Ex: Primo (AKS), Par, Ímpar, Caminho Mínimo em Grafos, MTS, Fluxo

## \* Classe NP

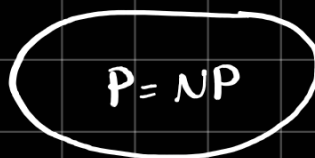
É a classe dos problemas que podem ser verificados em tempo polinomial.

É a classe dos problemas que podem ser resolvidos em tempo polinomial por meio de uma máquina de turing não determinística

$P \neq NP$



$P = NP$



Se isso for verdade não teremos problema para resolver.

## Karp reduction

Uma transformação polinomial (redução polinomial) de  $\Pi_1$  para  $\Pi_2$  é um algoritmo  $T$  que:

1) Se  $I_1$  é uma instância de  $\Pi_1$ , então  $I_2 = T(I_1)$  é uma

instância de  $\Pi_2$ .

2) T é executado em tempo  $O(|I_1|^c)$

3) A resposta de  $I_1$  é SIM se e somente se a resposta  $I_2$  é SIM.

Se existe transformação polinomial de  $\Pi_1$  para  $\Pi_2$ ,

$\Pi_1 \leq \Pi_2$

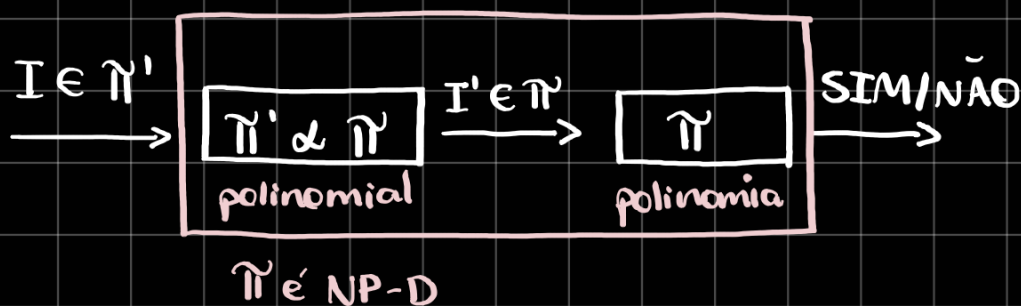
• Se  $\Pi_1 \leq \Pi_2$  e  $\Pi_2 \leq \Pi_3$ , então  $\Pi_1 \leq \Pi_3$

\* Classe NP-Difícil

Um problema  $\Pi$  é NP-Difícil se  $\forall \Pi' \in \text{NP}, \Pi' \leq \Pi$

Teorema: Seja  $\Pi \in \text{NP-D}$ , se  $\Pi \in \text{P}$  então  $\text{P} = \text{NP}$

$I \in \Pi' \rightarrow \boxed{\Pi'} \xrightarrow{\text{SIM/NÃO}}$



Redução polinomial

Mas a solução é exponencial

$$|I'| \leq |I|^c$$

$$|I'|^d \leq (|I|^c)^d = |I|^{cd} \quad \text{continua sendo polinomial}$$

Um problema é NP-C se:

- 1)  $\pi \in \text{NP}$
- 2)  $\tilde{\pi} \in \text{NP-D}$

Teorema (Cook-Levin): SAT é NP-C

Lema: Se  $\tilde{\pi}$  é NP-D e  $\tilde{\pi} \leq \pi'$  então  $\pi'$  é NP-D

Pelo teorema de Cook-Levin SAT é NP-C então  $\text{SAT} \in \text{NP}$  e  $\text{SAT} \in \text{NP-D}$ . Seja  $\pi$  um problema qualquer e  $\tilde{\pi} \neq \text{SAT}$ . Suponha que  $\text{SAT} \leq \tilde{\pi}$  então  $\pi$  é tão difícil quanto SAT.  $\tilde{\pi}$  é NP-Difícil.