

Глава 7.

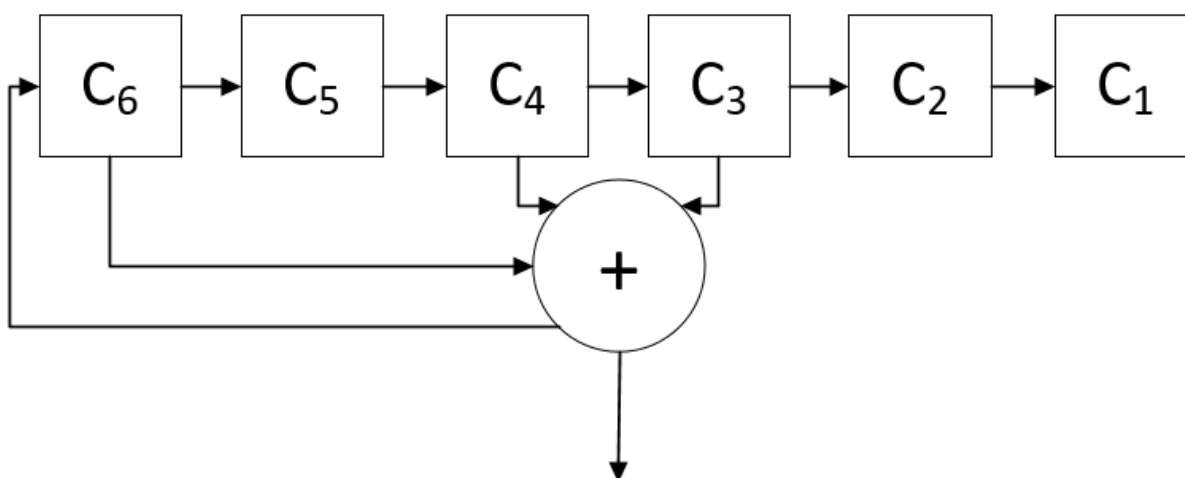
Задача 1.

Последовательность (0, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 1) над полем $GF(2)$.

Таблица построена программно (Task1).

r	s	Δ	$B(x)$	$\Lambda(x)$	L
0	—	0	1	1	0
1	0	0	x^1	x^0	0
2	1	1	x^0	$x^0 + x^2$	2
3	0	0	x^1	$x^0 + x^2$	2
4	0	1	x^2	x^0	2
5	1	1	x^0	$x^0 + x^3$	3
6	1	1	x^1	$x^0 + x^1 + x^3$	3
7	0	1	$x^0 + x^1 + x^3$	$x^0 + x^1 + x^2 + x^3$	4
8	0	0	$x^1 + x^2 + x^4$	$x^0 + x^1 + x^2 + x^3$	4
9	0	1	$x^0 + x^1 + x^2 + x^3$	$x^0 + x^1 + x^5$	5
10	1	0	$x^1 + x^2 + x^3 + x^4$	$x^0 + x^1 + x^5$	5
11	1	1	$x^0 + x^1 + x^5$	$x^0 + x^1 + x^2 + x^3 + x^4$	6
12	1	1	$x^1 + x^2 + x^6$	$x^0 + x^3 + x^4 + x^6$	6

Схема генератора:



Продлим последовательность еще на 10 символов (последовательность построена программно (Task1)):

(0, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 1, 0)

Задача 6.

Все вычисления произведены программно (Task6).

Двоичный БЧХ-код длины $n = 31$, исправляющий 3 ошибки должен иметь расстояние не меньше $d = 7$. Пусть полином $p(x) = x^5 + x^3 + 1$.

$$C_0 = \{0\}$$

$$C_1 = \{1, 2, 4, 8, 16\}$$

$$C_3 = \{3, 6, 12, 24, 17\}$$

$$C_5 = \{5, 10, 20, 9, 18\}$$

$$C_7 = \{7, 14, 28, 25, 19\}$$

$$C_{11} = \{11, 22, 13, 26, 21\}$$

$$C_{15} = \{15, 30, 29, 27, 23\}$$

$-\infty$	0	00000
0	1	00001
1	x	00010
2	x^2	00100
3	x^3	01000
4	x^4	10000
5	$1 + x^2$	00101
6	$x + x^3$	01010
7	$x^2 + x^4$	10100
8	$1 + x^2 + x^3$	01101
9	$x + x^3 + x^4$	11010
10	$1 + x^4$	10001
11	$1 + x + x^2$	00111
12	$x + x^2 + x^3$	01110
13	$x^2 + x^3 + x^4$	11100
14	$1 + x^2 + x^3 + x^4$	11101
15	$1 + x + x^2 + x^3 + x^4$	11111
16	$1 + x + x^3 + x^4$	11011
17	$1 + x + x^4$	10011
18	$1 + x$	00011
19	$x + x^2$	00110
20	$x^2 + x^3$	01100
21	$x^3 + x^4$	11000
22	$1 + x^2 + x^4$	10101
23	$1 + x + x^2 + x^3$	01111
24	$x + x^2 + x^3 + x^4$	11110
25	$1 + x^3 + x^4$	11001
26	$1 + x + x^2 + x^4$	10111
27	$1 + x + x^3$	01011
28	$x + x^2 + x^4$	10110
29	$1 + x^3$	01001
30	$x + x^4$	10010

Порождающий полином $g(x) = M_1(x)M_3(x)M_5(x) = \prod_{j \in C_1}(x - a^j) \prod_{j \in C_3}(x - a^j) \prod_{j \in C_5}(x - a^j) = 1 + x^4 + x^5 + x^6 + x^7 + x^8 + x^{10} + x^{12} + x^{13} + x^{14} + x^{15}$

Кодовое слово $c(x) = 1 + x^4 + x^5 + x^6 + x^7 + x^8 + x^{10} + x^{12} + x^{13} + x^{14} + x^{15}$

Выход канала $v(x) = 1 + x + x^2 + x^3 + x^4 + x^5 + x^6 + x^7 + x^8 + x^{10} + x^{12} + x^{13} + x^{14} + x^{15}$

Синдромный многочлен $S(x) = a^{23} + a^{15}x + a^{22}x^2 + a^{30}x^3 + a^{24}x^4 + a^{13}x^5$

Система уравнений для коэффициентов многочлена локаторов ошибок

$$\begin{pmatrix} a^{23} & a^{15} & a^{22} \\ a^{15} & a^{22} & a^{30} \\ a^{22} & a^{30} & a^{24} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Lambda_3 \\ \Lambda_2 \\ \Lambda_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a^{30} \\ a^{24} \\ a^{13} \end{pmatrix}$$

Многочлен локаторов ошибок $\Lambda(x) = 1 + a^{23}x + a^{25}x^2 + a^6x^3$

Локаторы ошибок a^3, a^2, a

Система уравнений для значений ошибок

$$\begin{pmatrix} a^3 & a^2 & a \\ a^6 & a^4 & a^2 \\ a^9 & a^6 & a^3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ Y_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a^{23} \\ a^{15} \\ a^{22} \end{pmatrix}$$

Значения ошибок a^0, a^0, a^0

Вектор ошибок $e(x) = x + x^2 + x^3$

$v(x) = c(x) + e(x)$

Декодирование с помощью алгоритма БМ:

r	s	Δ	$B(x)$	$\Lambda(x)$	L
0	—	0	1	1	0
1	a^{23}	a^{23}	a^8	$1 + a^{23}x$	1
2	a^{15}	0	a^8x	$1 + a^{23}x$	1
3	a^{22}	a^{29}	$a^2 + a^{25}x$	$1 + a^{23}x + a^6x^2$	2
4	a^{30}	0	$a^2x + a^{25}x^2$	$1 + a^{23}x + a^6x^2$	2
5	a^{24}	a^{12}	$a^{19} + a^{11}x + a^{25}x^2$	$1 + a^{23}x + a^{25}x^2 + a^6x^3$	3

Многочлен локатора ошибок полученный алгоритмом БМ совпадает с многочленом, полученным с помощью ПГЦ. Оставшейся часть алгоритма совпадает с ПГЦ, то есть получим $v(x) = c(x) + e(x)$.