ESDI ISIMA 3F3 / BRAFI3 2017-2018

Modèle Déterministe

On considère les dimensions et indices suivants :

- T est le nombre de périodes, indice utilisé $t \geq 0$
- P est le nombre de types de produits, indice utilisé $p \geq 0$
- M est le nombre de types de machines, indice utilisé $m \geq 0$

On considère les données suivantes :

- Demande en produit D_p^t
- Prix de vente PV_p
- Coût de stockage H
- Coût de présérie H^0
- Coût de capacité libre PA
- Coût d'achat unitaire C_m, capacité unitaire Q_m, coût de production unitaire F_m

On considère les variables suivantes :

- Production $x_m^t \geq 0$
- Stockage $y_m^t \geq 0$
- Investissement $z_m \in \{0,1\}$
- (optionnel) Capacité libre $l^t \geq 0$

Les contraintes sont :

- Evolution des stocks et satisfaction de la demande
- Respect de la capacité de production

La fonction objectif doit prendre en compte

- Le prix de vente
- Le coût d'investissement
- Le coût de fabrication
- Le coût de stockage
- Le coût d'amortissement
- Le coût de présérie

Le modèle est alors :

$$
\begin{cases}
Max \quad \left(\sum_t \sum_p D_p^t PV_p\right) & \text{produit de vente} & (1a) \\
\quad -\left(\sum_t \left(\sum_m F_m \otimes \sum_p x_p^t\right)\right) & \text{coût de fabrication} & (1b) \\
\quad -\left(H \sum_t \sum_p y_p^t\right) & \text{coût de stockage} & (1c) \\
\quad -\left(H^0 \sum_p y_p^0\right) & \text{coût de présérie} & (1d) \\
\quad -\left(\sum_m C_m z_m\right) & \text{coût d'investissement} & (1e) \\
\quad -\left(PA \sum_t \sum_m l^t\right) & \text{coût d'amortissement} & (1f) \\
s.c. & & \\
\quad y_p^{t-1} + x_p^t = D_p^t + y_p^t & \forall t, \forall p & (2) \\
\quad l^t + \sum_p x_p^t = \sum_m Q_m z_m & \forall t & (3) \\
\quad \sum_m z_m \leq 10 & & \\
\quad x_m^t \geq 0 & \forall t, \forall m & (4) \\
\quad y_m^t \geq 0 & \forall t, \forall m & (5) \\
\quad l^t \geq 0 & \forall t & (6) \\
\quad z_m \in \{0,1\} & \forall i & (7)
\end{cases}
$$

Linéarisation du coût de production :

Le coût de production fait intervenir la quantité x_p^t de produits fabriqués et le coût F_m de fabrication unitaire. Pour connaître le coût exact, il faut donc savoir combien de produits sont fabriqués sur chaque type de machine. On peut définir des variables d'affectation des produits sur les types de machines, mais ce n'est pas nécessaire à priori.

Il suffit de poser $r_m^t \geq 0$ le nombre de produits traités par les machines de type m au temps t. On a alors le système de contraintes supplémentaires

$$
\begin{cases}
r_m^t \leq Q_m z_m & \forall t, \forall m & (8) \\
\sum_p x_p^t = \sum_m r_m^t & \forall t & (9) \\
r_m^t \geq 0 & & (10)
\end{cases}
$$

Et le coût de fabrication devient

$$
\left(\sum_t \sum_m F_m r_m^t\right) \quad \text{coût de fabrication} \quad (1b')
$$

Modèle Robuste