Rapport du Travail Pratique 1

Discipline: Optimisation des Systèmes dans l'incertain

FARIA Isaías

ROBERT Florian

Université Clermont-Auvergne - Institut d'informatique

Ingénieur l'Informatique

Année 2017/2018

Table de Matières

1 - Introduction

Dans le monde des entreprises, il est important de prendre les bonnes décisions sur l'achat des machines et la gestion de la production. Une mauvaise décision d'investissement pourrait diminuer le bénéfice de l'entreprise et même dans les plus mauvais cas, mettre en péril sa pérennité. C'est pourquoi, nous utilisons des modèles mathématiques permettant de prendre la meilleure décision. Ces modèles mathématiques ne permettent pas de résoudre le problème lui-même car des incertitudes existent sur les commandes qui seront effectuées par les clients. Plusieurs paramètres en sont responsable comme les conditions météorologiques, la stratégie économique de ses concurrents et les marchés boursiers.

Afin de prendre en compte ces incertitudes, on simule le modèle mathématique sur différents scénarios. Des méthodes de comparaisons des scénarios permettront de proposer différents choix aux décideurs. Il peut être intéressant de proposer une solution qui permet d'optimiser la production en moyenne, une solution encore plus rentable mais plus risqué et une solution dont les risques sont moindres mais qui permet d'obtenir des résultats moins importants. Il appartiendra aux décideurs de peser le pour et le contre afin de choisir quelle méthode de fonctionnement leur convient le mieux dans leur objectif de croissance et de pérennité de l'entreprise.

Ce rapport est divisé de la façon suivant: Tout d'abord nous présenterons des définitions qu'ont été prises pour ce travail. Ensuite sera présenté la solution optimale de chaque scénario indépendant et puis nous avons vérifié la fiabilité de chaque solution optimale dans les scenários concorrentes. En concernant la question B, nous discuterons les décisions stratégiques pour résoudre ce problème dans un environnement d'incertitude. En plus nous présenterons notre modèle stochastique ainsi que les modifications de la formulation. Par rapport les dernières questions une discussion sera présentée. Finalement nous présenterons les informations pratique de mise en oeuvre ainsi les informations d'exécution. Une bref récapitulatif de tous qu'était fait dans ce travail est présenté dans la conclusion.

2 - Description du problème

La problématique de ce travail a été publié par M. Duhamel [1] et concerne le cas d'une entreprise que fabrique deux produits différents. Chaque produit est lié à un coût de production et de vendre. Chaque produit a également une demande liée à chaque période de temps. Pour attendre la demande il est possible avoir une grosse quantité de produit dans le stock ainsi que les fabriquer. Pour celà il faut acheter des machines pour la fabrication et cette décision d'achat et de fabrication dans chaque temps est le but de l'optimisation de ce problème en minimisant le coût globale. Les définitions de chaque coût d'investissement et de production sont définies en [1].

Une formulation mathématique était fourni [2] par l'enseignant et les toutes les parties de ce travail utilisent ce modèle comme base. La difficulté de ce travail est liée à l'incertitude des demandes de chaque produit à chaque période de temps. Il faut alors modifier le modèle mathématique [2] pour profiter d'une meilleure solution soit la stratégie adoptée.

2.1 Des aspects pratiques de la formulation

La formulation [2] est composé des variables ainsi des contraintes liées à capacité de production de chaque machine et la quantité des machines que peuvent ramené à l'entreprise. Pour cela les variables qui ont été utilisées sont les suivants:

- Production du produit ***m*** dans le temps ***t*** : $X^t_m \geq 0$
- Stockage du produit **m** dans le temps ***t*** : $Y^t_m \geq 0$
- Investissement de la machine de la machine ***m***: $Z^i_m \in \{0,1\}$
- Capacité libre dans l'instant ***t*** : $L_t \geq 0$
- Nombre de produits traités par les machines de type ***m*** au temps ***t*** : $R^t_m \geq 0$

***Remarque 1**: Pour l'instant nous avons changé le variable Z par rapport à la formulation que a été fourni.*

Plusieurs coefficients sont présents dans la formulation. Il y a le coût d'achat des machines ainsi que la capacité de production de chaqu'une, le prix de production des produits, le prix d'achat du stock, une pénalisation si une machine est acheté et n'est pas utilisé en sa plénitude, le prix de vendre de chaque produit et les demandes des produits dans chaque temps dans chaque scénario.

2.2 Définition d'une solution

Le définition de quoi une solution est composée nous a motivé de faire une mise en oeuvre adaptative. C'est à dire qu'une solution peut-être composé de trois ensembles de donnés différents.

Définition A: *Une solution pour ce problème est composé par variables d'investissement (Z), le stock initial (Y dans le temps 0 =* $Y^0{}_m$*)ainsi que la production des produits de chaque temps (X).*

Définition B: *Une solution pour ce problème est composé par variables d'investissement (Z) ainsi que la production des produits de chaque temps (X).*

Définition C: *Une solution pour ce problème est composé seulement par variables d'investissement (Z).*

Ces définitions seront importants pour les analyses des questions de ce travail. Par exemple, pour vérifier une solution optimale d'une scénario dans l'autre il faut définir avant les variables de décision qui seront "appliquées" dans l'autre scénario. Pour celà nous avons défini les stratégies A, B et C.

3 - Le modèle pour chaque scénario

Dans cette partie, chaque scénario est indépendant et nous effectuons toute la décision avant la levée de l'incertitude. Nous n'anticipons pas l'incertitude. Il s'agit d'un problème d'optimisation robuste. Tout d'abord nous avons vérifié le résultat pour chaque scénario independent. Les résultats obtenus sont présent dans le tableau 1.

	Scénario 1	Scénario 2	Scénario 3
Valeur optimale	5.437e+07	5.7082e+07	**6.1307e+07**
Temps d'éxécution	0.03 sec	0.03 sec	0.03 sec

*Tableau 1 - Résultats des scénarios indépendants. Les valeurs des variables sont présentes dans les fichiers du dossier **code/execution_logs** du répertoire sur GitHub [3].*

3.1 Application de la solution d'un scénario sur les autres scénarios

Après avoir les résultats de chaque scénario nous avons vérifié l'impact d'une solution optimale dans les autres scénarios. On teste ainsi la robustesse de la solution. Nous voyons ainsi si la solutions s'adapte ou non à d'autres scénarios. Pour celà nous avons fait l'analyses de chacun en considérant une des trois définitions qu'ont été présentés dans la section 2.2. Les résultats de chaque vérification sont présents dans les tableaux 2, 3 et 4.

Dans le tableau 2 nous avons considérée les investissements, le stock initial et les productions de la solution optimale dans l'autres scénarios. Après faire une analyse des demandes nous avons vérifié que les demandes des scénarios sont croissants. C'est-à-dire que la demande du scénario 2 est plus grande que du scénario 1, les demandes du scénario 3 par rapport au scénario 2 et pour transitivité du scenário 3 par rapport au scénario 1. Donc est un résultat logique que nous permettre de comprendre l'impact de l'utilisation d'une solution optimale d'un scénario aléatoire. Nous pouvons avoir des solutions non réalisables si on prendre la solution du "plus petit" scénario et une impact dans le profit si on prendre la solution d'un "gross scénario".

En considérant la définition A			
	Scénario 1	Scénario 2	Scénario 3
Sol. Optimale du Scénario 1	5.437e+07	**non réalisable**	**non réalisable**
Sol. Optimale du Scénario 2	4.9437e+07	5.7082e+07	**non réalisable**
Sol. Optimale du Scénario 3	**4.6477e+07**	5.4122e+07	6.1307e+07

*Tableau 2 - L'impact de la solution optimale de chaque scénario dans les autres scénarios en **considérant la définition A**. Les valeurs des variables sont présentes dans les fichiers du dossier **code/execution_logs** du répertoire sur GitHub [3].*

En considérant la définition B			
	Scénario 1	Scénario 2	Scénario 3
Sol. Optimale du Scénario 1	5.437e+07	**-247043**	**-8.3622e+07**
Sol. Optimale du Scénario 2	4.9437e+07	5.7082e+07	**-2.6293e+07**
Sol. Optimale du Scénario 3	4.6477e+07	5.4122e+07	6.1307e+07

*Tableau 3 - L'impact de la solution optimale de chaque scénario dans les autres scénarios en **considérant la définition B**. Les valeurs des variables sont présentes dans les fichiers du dossier **code/execution_logs** du répertoire sur GitHub [3].*

Dans ce cas là l'ajustement est fait dans le stock initial. Donc nous pouvons vérifier que si on prendre une solution d'un "petit scénario" il faut avoir un gros stock initial pour le "gros scénario". Comme le prix a payer pour chaque produit dans le stock initial est énorme, est acceptable avoir un profit négative, c'est-à-dire une perte.

En considérant la définition C			
	Scénario 1	Scénario 2	Scénario 3
Sol. Optimale du Scénario 1	5.437e+07	**4.9275e+07**	5.2207e+07
Sol. Optimale du Scénario 2	5.4033e+07	5.7082e+07	6.1049e+07
Sol. Optimale du Scénario 3	5.352e+07	5.6639e+07	6.1307e+07

*Tableau 4 - L'impact de la solution optimale de chaque scénario dans les autres scénarios en **considérant la définition C**. Les valeurs des variables sont présentes dans les fichiers du dossier **code/execution_logs** du répertoire sur GitHub [3].*

En considérant la définition C nous pouvons adapter la solution avec les productions ainsi que le stock initial. Nous considérons seulement les variables d'investissement Z.

L'avantage d'une solution optimale individuelle est que pour un scénario la solution est la meilleure possible, mais l'impact dans l'autre peut-être catastrophique. Nous avons constaté aussi que le stock initial permetre d'avoir toujour une solution réalisable, mais avec un profit pas bonne. Avec la définition 2 le profit est négatif.

4 - Différents critères d'évaluation

La deuxième partie de ce travail concerne l'application des différents critères d'évaluation pour résoudre le problème. Dans le cours l'enseignant a présenté différents critéres [4]. Nous allons appliquer les trois critères suivants: *minmax absolut, minmax regret* et *moyenne.*

Pour cette partie du travail nous avons considéré **toujours** la **définition A.**

> ***Remarque 2****: Le concept minmax est défini pour un modèle de minimisation de la fonction objectif. Pour un problème de maximization il faut faire l'inverse. C'est-à-dire la negation du minmax, que peut-être ainsi écrit comme le modèle* ***maxmin.***

4.1 Max Min Absolut

Dans ce critère nous voulons prendre une solution que minimize sa value dans le pire scénario. Le changement dans la formulation [2] est surtout dans la fonction objectif et dans les variables de stock en fonction du temps.

> ***Modification 1:*** *Les variables Y seront aussi indexé par rapport à chaque scénario.*

> ***Modification 2:*** *Soit un scénario nous voulons obtenir la pire value dans la fonction objective. Donc nous avons ajouté une variable entière LB qui doit être plus petite ou égale à tous les values de la fonction objectif pour chaque scénario.*

Après la Modification 1 et 2 la nouvelle fonction objectif sera alors maximiser la valeur de la LB. La valeur optimale peut-être trouvé dans le tableau 5

4.2 Min Max Regret

D'une façon très similaire à le critère Max Min Absolut (*section 4.1*), pour ce critère nous avons fait aussi les modifications 1 dans la formulation [2]. Dans ce critère il faut aussi considérer la value de la solution optimale de chaque scénario.

> ***Modification 3:*** *Soit un scénario nous voulons obtenir la plus petite différence entre la valeur optimale et la valeur current. Donc nous avons ajouté une variable entière UB qui doit être plus grande ou égale à la différence entre la valeur optimale et la valeur courrant de chaque scénario.*

Après la modification 3 la nouvelle fonction objectif sera alors minimiser la valeur de l'UB. La valeur optimale peut-être trouvé dans le tableau 5.

4.3 - Critère moyenne

Le troisième critère differ le les deux premiers parce que l'objectif maintenant est de trouver une solution qui a la plus grande valeur moyenne pour tous les scénarios.

> ***Modification 4:*** *Soit une solution nous voulons savoir la valeur moyenne dans toutes les scénarios. Donc nous avons ajouté une variable fractionnaire M qui est la combinaison linéaire de toutes les solutions de chaque scénario. La somme des coefficients de cette combinaison linéaire doivent être égale à 1. Donc nous avons défini un coefficient pour chaque scénario dont la valeur est 1/N où N représente le numéro de scénarios différents.*

Après la modification 1 et 4 la nouvelle fonction objectif sera alors maximiser la valeur de la variable M. La valeur optimale peut-être trouvé dans le tableau 5.

	Max Min Absolut	Min Max Regret	Moyenne
Valeur optimale	4.6477e+07	**7.893e+06**	5.39687e+07

*Tableau 5 - Résultats des différents critères. Les valeurs des variables sont présentes dans les fichiers du dossier **code/execution_logs** du répertoire sur GitHub [3].*

Nous pouvons vérifier que le critère Min Max Regret a donnée la solution avec la valeur plus grande mais nous ne pouvons pas prédire son impact dans le pire scénario. La valeur du critère Max Min Absolu est la plus petite, mais nous sommes sure que nous allons avoir toujour une solution meilleure ou égale à cette valeur. Le Max Min absolu est aussi susceptible à scénarios extrêmes que peut avoir une forte influence dans la solution finale. Le critère regret n'a pas cette fragilité.

Le critère Moyenne donne une solution intermédiaire. Le problème de ce critère est que nous ne savons pas si le sceńario “moyenne” est pertinent, par contre il est le critère avec la modification plus simple et moins invasive à faire.

5 - Modèle Stochastique

Le modèle stochastique consiste à prendre des décisions dans un premier temps et le reste des décisions dans un second temps. Pour celà nous avons définit deux ensembles de variables. Les variables de premier temps et les variables de deuxième temps.

Définition D: *L'ensemble de variables de premier temps est composé par les variables d'investissement Z et aussi par la variable qui représente le stock initial.*

Définition E: *L'ensemble de variables de deuxième temps est composé par les variables de production en chaque période de temps.*

L’idée des définitions D et E est que dans le temps 0, c’est-à-dire avant de recevoir quelque demande il faut “préparer” l'entreprise pour fabriquer les produits. Donc il faut acheter les machines et ainsi acheter le stock initial. Après dans chaque moment ***t*** la décision de fabrication est pris.

5.1 - Stochastique Moyenne

Nous avons appliqué dans le modèle [2] les modifications 1 et 4 avec l’objectif de maximizer le profit. Dans ce moment là nous ajoutons une probabilité égale entre toutes les scénarios. Dans l’instance de teste qu’était fourni [1] cette probabilité est de 33% pour chaque scénario. Après mise en oeuvre nous avons obtenu la valeur de **5.7388e+07** qui représent le profit obtenu.

5.2 - Stochastique regret

D’une façon similaire à la question précédente nous avons appliqué dans le modèle [2] les modifications 1 et 4 avec l’objectif de maximizer le profit. En plus nous avons utilisé le critère de Min Max Regret avec l’objectif d’obtenir une meilleure solution. Après mise en oeuvre nous avons obtenu la valeur de **5.4033e+07** qui représent le profit obtenu.

Dans un environnement online ce critère doit être appliqué à un problème dans chaque instant de temps.

6 - Mise en oeuvre

Tout d'abord la mise en oeuvre a été fait en utilisant la langage de programmation C++. Nous utilisons le solver ILOG IBM CPLEX [2] basée dans la méthode du Simplexe. Comme gestionnaire de version nous avons utilisé la plateforme GitHub. Les tests ont été exécuté dans les machines *etud* et *FrontalHPC* de l'Institute de l'informatique de l'Université Clermont Auvergne.

Le projet est disponible sur GitHub sur le license MIT. Le lien du repository est https://goo.gl/UqT1dT.

6.1 - Organisation du code

Le code est organisé en 3 classes principales:

- **ParserInput** : Classe responsable en lire le fichier d'input qui contains les informations de l'instance. Un exemple de ce fichier a été fourni par l'enseignant [1].
- **Core :** Classe responsable pour garder l'information de l'instance. Plusieurs méthodes ont été mise en oeuvre pour simplifier la compréhension.
- **Modelize:** Classe responsable en créer dans l'environnement ILOG CPLEX les formulations présentés dans ce rapport

En plus il y les fichiers d'inclusion des librairies et le fichier main responsable en lire les paramètres d'input et appelés les méthodes des classes.

6.2 - Paramètres et exécution

Pour la compilation de ce code il faut vérifier le paramètre **CPLEXDIRT** du fichier Makefile. Il faut informer le directoire d'installation du logiciel ILOG IBM CPLEX [5]. Pour compiler seulement le command *make* dans l'environnement Linux doit être suffis.

Pour l'exécution il faut informer quelques paramètres. Il faut informer deux paramètres sont obligatoires et une flag optionnelle est disponible. Le command pour exécuter le suivant:

`./exe INPUT_FILE* MODE_VAR* FLAGS`

Paramètres obligatoires sont marqués avec une étoile (*). Le paramètre ***INPUT_FILE*** doit être le fichier d'input que contient les informations de l'instance. Le paramètre ***MODE_VAR*** est une flag entière et doit être 0, 1 ou 2. Les définitions sont les suivants:

MODE_VAR = 0 *est équivalent à la définition A présent dans la section 2.2;*

MODE_VAR = 1 *est équivalent à la définition B présent dans la section 2.2;*

MODE_VAR = 2 *est équivalent à la définition C présent dans la section 2.2;*

La valeur de ***MODE_VAR*** a une influence seulement dans les exécutions de la section 3. Pour les exécutions de la section 4 nous avons considéré la Définition A.

En plus il y a le flag **`FLAGS`** qui représent le mode d'exécution. Ce flag n'est pas obligatoire. Si present comme **-v** c'est-à-dire que le code sera exécuté avec un output VERBOSE. Si ce flag n'est pas présent, l'exécution sera dans la mode NON-VERBOSE.

6.3 - Modèles et solutions crées

Pour chaque étape un fichier **.lp** que contient le modèle de la formulation est créé. Pour chaque étape un fichier **.txt** avec les solutions est également créé. Les fichiers sont ajoutés dans le dossier /**outputs/**.

7 - Division de tâches

Nous avons travaillés ensemble afin de comprendre la problématique et écrire le modèle mathématique. Nous avons ensuite répartis les tâches en fonction de nos compétences : Isaías était responsable de la mise en oeuvre et Florian de la création de ce rapport et des discussions sur les avantages et inconvénients de chaque stratégie.

Conclusion

Cette étude donne un petit aperçu de la complexité de prendre des décisions dans l'incertains. Le fait de ne pas connaitre à l'avance les commandes, nous pousse à faire une étude complexe et à décider si l'on privilégie un bon rendement moyen ou si l'on est prêt ou non à prendre des risques. Le travail de l'ingénieur en informatique est de proposer ces différentes solutions et d'informer les décideurs des avantages et inconvénients de chacune. C'est ensuite aux décideurs de trancher.

Références Bibliographiques

1. "ESDI.". In : fc.isima.fr [En ligne]. [s.l.] : [s.n.], 2017. Disponible sur : <http://fc.isima.fr/~duhamel/ESDI/index.html> (consulté le 13 janvier 2018)
2. "Modèle ZZ3_ESDI.". In : Isima.fr [En ligne]. [s.l.] : [s.n.], 2017. Disponible sur : <https://www.isima.fr/~isfariasil/downloads/ZZ3_ESDI.zip> (consulté le 13 janvier 2018)
3. "Repository of the project.". In : GitHub [En ligne]. 2018. Disponible sur : <https://github.com/isaiasfsilva/isima_Optimization_Combinatoire_ZZ3_2017> (consulté le 13 janvier 2018)
4. "Diapositive 2 du Cours.". In : Fc.isima.fr [En ligne]. [s.l.] : [s.n.], 2017. Disponible sur : < http://fc.isima.fr/~duhamel/ESDI/2017_Partie2.pdf > (consulté le 13 janvier 2018)
5. science D., analytics P. "CPLEX Optimizer | IBM Analytics.". In : IBM CPLEX Optimizer [En ligne]., 2010. Disponible sur : <http://www-01.ibm.com/software/integration/optimization/cplex-optimizer> (consulté le 13 janvier 2018)