ECO361 PC5
Monopole et Oligopole

Exercice 1. **Oligopole**

Notre première tâche est de calculer les quantités produites à l'équilibre d'oligopole.

1. Le profit est la différence entre le revenu et le coût.

$$\begin{aligned} U_i(q_i, q_{-i}) &= pq_i - q_i c \\ &= q_i(a - b\sum_j q_j - c) \\ &= q_i(a - b\sum_{j \neq i} q_j - c - bq_i) \end{aligned}$$

2. $U_i(q_i, q_{-i})$ est une fonction quadratique de q_i, dont le maximum est atteint pour $q_i \geq 0$ en :

$$Q_i(q_{-i}) = \max\{0, \frac{a-c}{2b} - \frac{1}{2}\sum_{j \neq i} q_j\}.$$

3. On résout simultanément le système d'équations $q_i^* = Q_i(q_{-i}^*)$. On obtient l'existence d'un équilibre unique dans lequel pour tout i,

$$q_i^* = \frac{a-c}{b(n+1)}.$$

4. La quantité totale qui serait produite en situation de marché est $\tilde{q}$ qui égalise le coût marginal et la propension à payer des agents. La propension à payer

est donnée par la fonction de demande inverse. On a donc :

$$\begin{aligned} p &= a - b\tilde{q} = c \\ \tilde{q} &= \frac{a-c}{b} \end{aligned}$$

Soit $q^* = \sum_i q_i^*$. La perte sèche est donnée par:

$$\begin{aligned} PS &= \int_{q^*}^{\tilde{q}} (D^{-1}(q) - c) dq \\ &= \frac{1}{2}(a - c - bq^*)(\tilde{q} - q^*) \\ &= \frac{a-c}{2}\frac{1}{n+1}\frac{a-c}{b}\frac{1}{n+1} \\ &= \frac{(a-c)^2}{2b(n+1)^2} \end{aligned}$$

5. Le profit d'équilibre de chacune des firmes dans un oligopole de n firmes est

$$\begin{aligned} \Pi &= U_i(q_i, q_{-i}^*) = q_i^*(a - b\sum_j q_j - c) \\ &= \frac{(a-c)^2}{b(n+1)^2} \end{aligned}$$

Pour les firmes $1, 2$. Les profits avant fusion sont au total:

$$2\frac{(a-c)^2}{b(n+1)^2}$$

tandis que le profit après fusion est

$$\frac{(a-c)^2}{bn^2}$$

Le profit est plus grand avant fusion qu'après fusion lorsque :

$$\begin{aligned}\frac{2}{(n+1)^2} &> \frac{1}{n^2}\\ \frac{n+1}{n} &< \sqrt{2}\\ n &> \frac{1}{\sqrt{2}-1}\end{aligned}$$

Pour $n = 2$, le profit est supérieur après fusion plutôt qu'avant fusion (essayez de le démontrer par un raisonnement direct, sans aucun calcul!). Pour $n \geq 3$, le profit est supérieur avant fusion.

Pour les firmes $j \neq 1, 2$, le profit est toujours supérieur après fusion qu'avant fusion. La diminution de la concurrence est favorable à toutes les firmes qui restent sur le marché.

Exercice 2. **Elasticité et pouvoir de marché**

1. On applique la définition de l'élasticité :

$$\begin{aligned}\frac{d\log D_e}{d\log p} &= -e\\ \log D_e &= -e\log p + K\\ D_e(p) &= e^K p^{-e}\end{aligned}$$

En utilisant $D_e(1) = 1$ on conclut:

$$D_e(p) = p^{-e}.$$

2. Le monopole choisit p qui maximise le profit donné par:

$$(p-c)D_e(p).$$

La condition de premier ordre (dérivée nulle de la fonction en son maximum) exprime qu'à l'optimum, le revenu marginal est égal au coût marginal. Cette condition donne:

$$\begin{aligned}
D_e(p^m) + (p^m - c)D_e'(p^m) &= 0 \\
(p^m)^{-e} - (p^m - c)e(p^m)^{-e-1} &= 0 \\
p^m - (p^m - c)e &= 0 \\
p^m &= \frac{c}{1 - \frac{1}{e}},
\end{aligned}$$

où l'expression est valide uniquement pour $e > 1$. Pour ces valeur de e, on a:

$$q^m = \left(\frac{1 - \frac{1}{e}}{c}\right)^e.$$

On voit que la quantité de monopole croit avec e et tend vers 0 lorsque e tend vers 1. Le prix de monopole est décroissant en e et s'envole vers $+\infty$ lorsque e se rapproche de 1.

3. Pour $e < 1$, la demande est très inélastique. On a vu en cours que dans ce cas, le budget alloué au bien augmente lorsque le prix augmente. Par conséquent, pour la firme, augmenter les prix permet de diminuer les coûts de production tout en augmentant les revenus. Comme augmenter les prix est toujours profitable, le problème de maximisation n'admet pas de solution réelle.

4. La quantité de marché $\tilde{q}$ et le prix de marché $\tilde{p}$ égalisent le coût marginal et la demande. On a donc
$$\tilde{p} = D_e^{-1}(\tilde{q}^e) = c.$$

La perte sèche est donnée par

$$\begin{aligned}
PS &= \int_{\tilde{p}}^{p^m} (D_e(p) - q^m) dq \\
&= \int_{\tilde{p}}^{p^m} (p^{-e} - q^m) dq \\
&= \left[\frac{1}{1-e} p^{1-e} - q^m p \right]_c^{\frac{c}{1-\frac{1}{e}}} \\
&= \frac{c^{1-e}}{e-1} \left(1 - \left(\frac{1}{1-\frac{1}{e}} \right)^{1-e} \right) - \frac{c^{1-e}}{e-1} \left(1 - \frac{1}{e} \right)^e \\
&= \frac{c^{1-e}}{e-1} \left(1 - \left(1 - \frac{1}{e} \right)^{e-1} - \left(1 - \frac{1}{e} \right)^e \right)
\end{aligned}$$

On voit sur une représentation graphique que lorsque e croit, la perte sèche décroit. Une demande plus élastique implique une moins grande perte en surplus.

On peut aussi obtenir la même conclusion graphiquement, et plus élégamment. Lorsque l'élasticité augmente, la courbe de la fonction de demande mD s'aplatit. La perte de surplus *à valeur de p donnée* est donc plus petite. De plus, le prix de monopole se rapproche du prix de marché. Ce deuxième effet a lui aussi tendance à diminuer la perte de surplus. Par conséquent, la perte sèche décroit avec e.

5. Soit q_i la quantité produite par la firme i, . En utilisant la relation $p = (\sum_j q_j)^{-\frac{1}{e}}$ on obtient que le profit de la firme i s'exprime comme :

$$\left((\sum_j q_j)^{-\frac{1}{e}} - c \right) q_i.$$

La condition de premier ordre de maximisation de profit est :

$$\left(\sum_j q_j\right)^{-\frac{1}{e}} \left(1 - \frac{1}{e}\frac{q_i}{\sum_j q_j}\right) = c$$

On résout pour un équilibre symétrique dans lequel $q_i = q_j$ pour tous i, j. On obtient l'équilibre d'oligopole dans lequel pour tout i la production de la firme i est donnée par

$$q_i = \frac{1}{n}\left(\frac{c}{1 - \frac{1}{ne}}\right)^{-e}$$

et le prix d'oligopole est :

$$p = \frac{c}{1 - \frac{1}{ne}}.$$

Cette fois encore, on voit que le prix de marché augmente et s'envole lorsque l'élasticité diminue vers 1. L'effet est mitigé par la compétition entre firmes (le prix décroit avec n), mais à n fixé, la compétition oligopolistique ne suffit pas à éviter une envolée des prix lorsque l'élasticité devient trop faible.

Exercice 3. **Equilibre de Stackleberg**

1. Le meilleur choix $Q_2(q_1)$ de la firme 2 est donné par l'exercice 1. On a :

$$Q_2(q_1) = \max\{0, \frac{a-c}{2b} - \frac{1}{2}q_1\}.$$

2. Le choix de 1 influence le choix de 2. En supposant des quantités produites

positives, le gain de 1 lorsqu'elle choisit q_1 est donné par :

$$\begin{aligned} U_1^s(q_1) &= q_1(p-c) \\ &= q_1(a-c-b(q_1+Q_2(q_1)) \\ &= q_1(a-c-b(q_1+Q_2(q_1)) \\ &= \frac{q_1}{2}(a-c-bq_1) \\ &= \frac{q_1}{2}(a-c-bq_1) \end{aligned}$$

3. La quantité de Stackelberg pour la firme 1 est donnée par

$$q_1^s = \frac{a-c}{2b}.$$

et la meilleure réponse de 2 est donc

$$q_2^2 = \frac{a-c}{4b}.$$

4. On voit que la firme 1 fait un profit supérieur au profit de duopole tandis que la firme 2 fait un profit inférieur. Le fait d'entrer avant la firme 2 donne à la firme 1 la possibilité de pré-empter une partie du marché et ainsi d'augmenter ses profits.

Exercice 4. **Prix différenciés**

Patients:

$$p = 50 - q \quad q = 50 - p$$

Impatients:

$$p = 100 - q \quad q = 100 - p$$

1. a) pour les patients, le prix de monopole p^p maximise $p(50-p)$. Le tarif qui maximise ce profit est $p^p = 25$. Pour les impatients, le prix de monopole

maximise $p(100-p)$, et le prix de monopole pour cette catégorie est $p^i = 50$.

b) Le profit auprès des patients est 25×25, celui auprès des impatients est 50×50, le profit total est donc 3125

c) Le surplus des consommateurs patients est $\int_0^{25}(50-q) - 25dq = \int_0^{25}(25-q)dq = 25^2/2 = 312,5$. Celui des consommateurs impatients est $\int_0^{50}(100-q) - 50dq = \int_0^{50}(50-q)dq = 25^2/2 = 1250$. Le surplus de l'ensemble des consommateurs vaut donc $1562,5$.

2. a) Pour maximiser le surplus total, il faut que le prix soit égal au coût marginal, donc nul. En effet, pour un prix > 0, l'allocation est inefficiente car un consommateur serait prêt à obtenir le produit pour un prix positif tandis que le coût de production est nul.

b) Le profit de FreeSport est alors nul.

c) Le surplus des consommateurs patients est $\int_0^{50}(50-q)dq = 1250$. Celui des consommateurs impatients est $\int_0^{100}(100-q)dq = 5000$. Le surplus de l'ensemble des consommateurs est donc 6250.

3. a) Pour un prix $p \leq 50$, la demande des patients est $50-p$ est celle des impatients est $100-p$, la demande totale est donc $q = 150-2p$, ce qui revient à $p = 75 - q/2$. Pour un prix $p \geq 50$, la demande des patients est nulle et celle des impatients est $100-p$, donc la demande totale est $q = 100-p$ ce qui donne $p = 100-q$. Pour $p = 50$ on a $q = 50$. La fonction de demande est donc $p = 100-q$ pour $q \leq 50$ et $p = 75 - q/2$ pour $q \geq 50$.

b) Une tarification optimale avec les patients et les impatients maximise $p(150-2p)$ sous contrainte $p \leq 50$, cad $p = 37,5$. Un tarif optimal avec uniquement les patients maximise $p(100-p)$ sous contrainte $p \geq 50$ et donne $p = 50$. A $p = 50$ le profit est inférieur à celui de $p = 37,5$, la tarification optimale est donc $p^m = 37,5$.

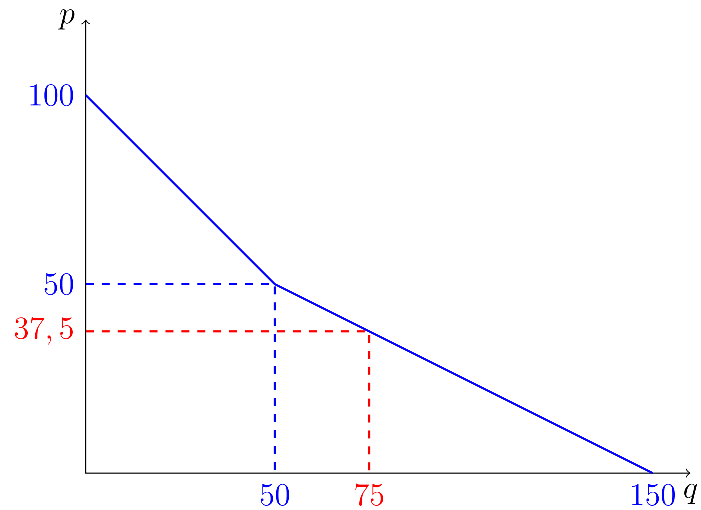

Figure 1: Question 3: La demande totale en bleu, le prix et la quantité de monopole en rouge. Le surplus pour les consommateurs compris entre le prix de monopole et la fonction de demande est visualisé comme la somme des aires de deux triangles et d'un rectangle.

c) Le profit correspondant est de $37,5 \times (150 - 75) = 2812,5$.

d) La demande au prix de monopole est $q^m = 75$. On peut calculer géométriquement le surplus des consommateurs sur la figure 1 comme $\frac{1}{2} \times 50 \times 50 + 12,5 \times 50 + \frac{1}{2} \times 25 \times 12,5 = 2031,25$.

4. On demande de comparer les 3 situations des questions 1/ 2/ 3/ et de commenter.

a) Dans la situation 1/ il y a deux prix, un plus élevé pour les impatients que pour les patients, ce qui est intuitif. Dans la situation 2/ le prix est nul car on tarifie à coût marginal donc nul. Dans la situation 3/ le prix intermédiaire de monopole se situe entre les deux prix de monopole de la situation 1/. C'est intuitif car le monopole fait face à un mix des deux catégories de consommateurs.

b) Le profit est le plus grand dans la situation 1/ C'est normal car c'est là que le monopole à le plus d'outils pour maximiser les profits (car il a deux prix comme instruments). Dans la situation 3/ le monopole est forcé à utiliser un seul prix et ses profits sont plus bas qu'en situation 1/, ce qui était prévisible. Enfin dans la situation 2/ les profits sont les plus bas car non seulement on a un seul tarif mais le monopole est régulé et ne peut décider de son prix.

c) Le surplus total est plus élevé dans la situation 2/, ce qui est normal car l'objectif du régulateur est précisément de maximiser ce surplus total. Entre la situation 1/ et la situation 3/ rien ne permet à priori de trancher, mais le calcul montre que le surplus total est plus élevé dans la situation 3/ (où il vaut 5625) que dans la situation 1/ (où il vaut 4843,75).

d) Le surplus des consommateurs est maximal dans la situation 2 où les consommateurs prennent tout le surplus. Le surplus des consommateurs est ensuite plus élevé dans la situation 3/ que dans la situation 1/: la discrimination selon la catégorie de consommateur est mauvaise pour les consommateurs, elle permet au monopole d'extraire de chaque consommateur une quantité proche de ce que ce consommateur est prêt à payer.

5. En règle générale, le régulateur a pour rôle de protéger le consommateur. Sur la base des calculs effectués, il vaut mieux interdire les prix différenciés afin de mieux protéger le consommateur.

6. Si le monopole connaît parfaitement les préférences de chaque consommateur, il a le pouvoir d'offrir à chacun sa propension maximale à payer (moins 1 cent) et donc d'extraire tout le surplus (SP est maximal). Les consommateurs ne reçoivent alors aucun surplus ($SC = 0$). Les consommateurs servis par le monopole sont alors ceux dont la propension à payer est supérieure aux coûts marginaux de production (en supposant la condition d'ouverture satisfaite). Par conséquent, la quantité produite par le monopole est la même qu'à l'équilibre de marché est la même demande est servie ! C'est donc une situation

efficace au sens de Pareto.