Lógica para Computação

Profa. Dra. Viviane Menezes

Universidade Federal do Ceará

vivianemenezes@ufc.br

19 de outubro de 2021

Na aula passada

Sintaxe da Lógica Proposicional

Alfabeto

- símbolos de pontuação: ’)’, ’(’
- átomos proposicionais: p, q, $\cdots$ α, β, γ, ϵ $\cdots$
- conectivos proposicionais: $\wedge$, $\vee$, $\rightarrow$ e $\neg$.

Sintaxe da Lógica Proposicional

Fórmulas bem formadas - Backus Naur form (BNF)

$$\varphi ::= p \mid (\neg\varphi) \mid (\varphi \wedge \varphi) \mid (\varphi \vee \varphi) \mid (\varphi \rightarrow \varphi)$$

Sintaxe da Lógica Proposicional

Abreviações da Linguagem Proposicional

Apesar do uso de parênteses ser obrigatório na definição de fórmulas, usamos abreviações na prática:

- Os parênteses mais externos podem ser omitidos.
  - use $p \land q$ no lugar de $(p \land q)$.
- O uso repetido dos conectivos $\land$ e $\lor$ dispensa o uso de parênteses. Os parênteses aninham-se à direita.
  - use $p \land q \land r$ no lugar de de $p \land (q \land r)$
- O uso repetido do conectivo $\rightarrow$ dispensa o uso de parênteses. Os parênteses aninham-se à direita.
  - use $p \rightarrow q \rightarrow r$ no lugar de $p \rightarrow (q \rightarrow r)$

Sintaxe da Lógica Proposicional

Precedência dos Conectivos

$p \wedge q \rightarrow \neg r \vee q$
$(p \wedge q) \rightarrow ((\neg r) \vee q)$

- maior precedência: $\neg$
- precedência intermediária: $\wedge$, $\vee$
- menor precedência: $\rightarrow$

Sistemas Dedutivos

Sistemas Dedutivos

Como deduzir uma conclusão?

Sistemas Dedutivos

Como deduzir uma conclusão?

Exemplo 1

- *Se* o trem tivesse chegado atrasado e não houvesse táxis na estação, *então* João se atrasaria para o seu compromisso.
- João *não* se atrasou para o seu compromisso.
- O trem chegou atrasado.

Sistemas Dedutivos

Como deduzir uma conclusão?

Exemplo 1

- *Se* o trem tivesse chegado atrasado e não houvesse táxis na estação, *então* João se atrasaria para o seu compromisso.
- João *não* se atrasou para o seu compromisso.
- O trem chegou atrasado.
- Portanto, havia táxis na estação.

Sistemas Dedutivos

Conjunto de regras que nos permite chegar a uma conclusão dado um determinado conjunto de premissas.

Sistemas Dedutivos

Conjunto de regras que nos permite chegar a uma conclusão dado um determinado conjunto de premissas.

- Dedução Natural

Sistemas Dedutivos

Conjunto de regras que nos permite chegar a uma conclusão dado um determinado conjunto de premissas.

- Dedução Natural
- Axiomatização

Sistemas Dedutivos

Conjunto de regras que nos permite chegar a uma conclusão dado um determinado conjunto de premissas.

- Dedução Natural
- Axiomatização
- *Tableaux*

Dedução Natural

$$\phi_1, \phi_2, \cdots, \phi_n \vdash \psi$$

Regras para conjunção

Regras para a dedução natural

- *e-introdução.*

$$\frac{\phi, \psi}{\phi \wedge \psi} \wedge i$$

Regras para a dedução natural

Regras para a conjunção ($\wedge$)

- *e-eliminação.*

$$\frac{\phi \wedge \psi}{\phi} \wedge e$$

Regras para a dedução natural

Regras para a conjunção ($\wedge$)

- *e-eliminação.*

$$\frac{\phi \wedge \psi}{\phi} \wedge e$$

$$\frac{\phi \wedge \psi}{\psi} \wedge e$$

Regras para a dedução natural

Regras para a conjunção ($\land$)

- p: estudo na UFC.
- q: vivo em Quixadá.

Prove que:

$$p, q \vdash p \land q.$$

Regras para a dedução natural

Regras para a conjunção ($\wedge$)

- p: estudo na UFC.
- q: vivo em Quixadá.

Prove que:

$$p, q \vdash p \wedge q.$$

Prova

1. p *premissa*
2. q *premissa*
3.

Regras para a dedução natural

Regras para a conjunção ($\wedge$)

- $p \wedge q$: *estudo na UFC e vivo em Quixadá*.

Prove que:

$$p \wedge q \vdash q.$$

Regras para a dedução natural

Regras para a conjunção ($\wedge$)

- $p \wedge q$: *estudo na UFC e vivo em Quixadá*.

Prove que:

$$p \wedge q \vdash q.$$

Prova

1. $p \wedge q$ *premissa*

Exercícios

Exercício 1

Prove que:

$$p \land q, r \vdash q \land r$$

Exercícios

NADIA - **NA**tural **D**educt**I**on proof **A**ssistant

`https://sistemas.quixada.ufc.br/nadia/index.jsp`

Simbologia: NADIA e $\LaTeX$

Símbolo	**NADIA**	**$\LaTeX$**
$\wedge$	&	*wedge*
premissa	pre	premissa
$\vdash$		*vdash*

Exercícios

Exercício 2 - em dupla - atividade síncrona

Prove que:

$$(p \land q) \land r, s \land t \vdash q \land s$$

Regras para o condicional

Regras para eliminar o condicional

- *condicional eliminação (modus ponens).*

$$\frac{\phi \qquad \phi \rightarrow \psi}{\psi} \rightarrow e$$

Regras para eliminar o condicional

- *condicional eliminação (modus ponens).*

$$\frac{\phi \qquad \phi \to \psi}{\psi} \to e$$

Exemplo

- p: choveu
- $p \to q$: se choveu, então o chão tá molhado.
- q:

Regras para eliminar o condicional

- *condicional eliminação (modus ponens).*

$$\frac{\phi \qquad \phi \to \psi}{\psi} \to e$$

Exemplo

- p: choveu
- $p \to q$: se choveu, então o chão tá molhado.
- q:

método (*modus*) que afirma o conseqüente (*ponens*).

Simbologia: NADIA e LaTeX

Simbologia: NADIA e LaTeX

Símbolo	**NADIA**	**LaTeX**
$\wedge$	&	\wedge
$\rightarrow$	$->$	\rightarrow
premissa	pre	premissa
$\vdash$		\vdash

Exercícios

Exercício 3

Prove que:

$$\neg p \wedge q, (\neg p \wedge q) \rightarrow (r \vee \neg p) \vdash r \vee \neg p.$$

Exercícios

Exercício 4 - em dupla - atividade síncrona

Prove que:

$$p \rightarrow (p \rightarrow q), p \vdash q$$

Exercícios

Exercício 5 - individual - atividade assíncrona

Prove que:

$$p, p \rightarrow q, p \rightarrow (q \rightarrow r) \vdash r$$