Lógica para Computação

Profa. Dra. Viviane Menezes

Universidade Federal do Ceará vivianemenezes@ufc.br

19 de outubro de 2021

Na aula passada

Alfabeto

- símbolos de pontuação: ')', '('
- átomos proposicionais: p, q, $\cdots \alpha, \beta, \gamma, \epsilon \cdots$
- ▶ conectivos proposicionais: \land , \lor , \rightarrow e \neg .

Fórmulas bem formadas - Backus Naur form (BNF)

$$\varphi ::= p \mid (\neg \varphi) \mid (\varphi \land \varphi) \mid (\varphi \lor \varphi) \mid (\varphi \to \varphi)$$

Abreviações da Linguagem Proposicional

Apesar do uso de parênteses ser obrigatório na definição de fórmulas, usamos abreviações na prática:

- Os parênteses mais externos podem ser omitidos.
 - use $p \wedge q$ no lugar de $(p \wedge q)$.
- O uso repetido dos conectivos ∧ e ∨ dispensa o uso de parênteses. Os parênteses aninham-se à direita.
 - use $p \land q \land r$ no lugar de de $p \land (q \land r)$
- ➤ O uso repetido do conectivo → dispensa o uso de parênteses. Os parênteses aninham-se à direita.
 - ▶ use $p \rightarrow q \rightarrow r$ no lugar de $p \rightarrow (q \rightarrow r)$

Precedência dos Conectivos

$$p \land q \rightarrow \neg r \lor q$$
$$(p \land q) \rightarrow ((\neg r) \lor q)$$

- ▶ maior precedência: ¬
- ▶ precedência intermediária: ∧, ∨
- ▶ menor precedência: →

Como deduzir uma conclusão?

Como deduzir uma conclusão?

Exemplo 1

- Se o trem tivesse chegado atrasado e não houvesse táxis na estação, então João se atrasaria para o seu compromisso.
- João não se atrasou para o seu compromisso.
- O trem chegou atrasado.

Como deduzir uma conclusão?

Exemplo 1

- Se o trem tivesse chegado atrasado e não houvesse táxis na estação, então João se atrasaria para o seu compromisso.
- João não se atrasou para o seu compromisso.
- O trem chegou atrasado.
- Portanto, havia táxis na estação.

Conjunto de regras que nos permite chegar a uma conclusão dado um determinado conjunto de premissas.

Conjunto de regras que nos permite chegar a uma conclusão dado um determinado conjunto de premissas.

▶ Dedução Natural

Conjunto de regras que nos permite chegar a uma conclusão dado um determinado conjunto de premissas.

- Dedução Natural
- Axiomatização

Conjunto de regras que nos permite chegar a uma conclusão dado um determinado conjunto de premissas.

- Dedução Natural
- Axiomatização
- ► Tableaux

Dedução Natural

$$\phi_1, \phi_2, \cdots, \phi_n \vdash \psi$$

Regras para conjunção

• e-introdução.

$$\frac{\phi,\psi}{\phi\wedge\psi}\wedge i$$

Regras para a conjunção (A)

► e-eliminação.

$$\frac{\phi \wedge \psi}{\phi} \wedge e$$

Regras para a conjunção (A)

► e-eliminação.

$$\frac{\phi \wedge \psi}{\phi} \wedge e$$

$$\frac{\phi \wedge \psi}{\psi} \wedge e$$

Regras para a conjunção (∧)

- p: estudo na UFC.
- q: vivo em Quixadá.

Prove que:

$$p, q \vdash p \land q$$
.

Regras para a conjunção (∧)

- p: estudo na UFC.
- q: vivo em Quixadá.

Prove que:

$$p, q \vdash p \land q$$
.

Prova

- 1. p premissa
- 2. q premissa
- 3.

Regras para a conjunção (∧)

p ∧ q: estudo na UFC e vivo em Quixadá.

Prove que:

$$p \land q \vdash q$$
.

Regras para a conjunção (∧)

p ∧ q: estudo na UFC e vivo em Quixadá.

Prove que:

$$p \land q \vdash q$$
.

Prova

1. $p \land q$ premissa

Exercício 1

Prove que:

$$p \wedge q, r \vdash q \wedge r$$

NADIA - **NA**tural **D**educt**l**on proof **A**ssistant https://sistemas.quixada.ufc.br/nadia/index.jsp

Simbologia: NADIA e LATEX

Símbolo	NADIA	LATEX
^	&	\ <i>wedge</i>
premissa	pre	premissa
F		∖vdash

Exercício 2 - em dupla - atividade síncrona

Prove que:

$$(p \land q) \land r, s \land t \vdash q \land s$$

Regras para o condicional

Regras para eliminar o condicional

condicional eliminação (modus ponens).

$$\frac{\phi \qquad \phi \rightarrow \psi}{\psi} \rightarrow e$$

Regras para eliminar o condicional

condicional eliminação (modus ponens).

$$\frac{\phi \qquad \phi \to \psi}{\psi} \to e$$

Exemplo

- p: choveu
- ▶ $p \rightarrow q$: se choveu, então o chão tá molhado.
- ▶ q:

Regras para eliminar o condicional

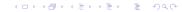
condicional eliminação (modus ponens).

$$\frac{\phi \qquad \phi \to \psi}{\psi} \to e$$

Exemplo

- p: choveu
- ▶ $p \rightarrow q$: se choveu, então o chão tá molhado.
- ▶ q:

método (modus) que afirma o conseqüente (ponens).



Simbologia: NADIA e LATEX

Simbologia: NADIA e LATEX

Símbolo	NADIA	LAT _E X
٨	&	\ <i>wedge</i>
\rightarrow	->	\rightarrow
premissa	pre	premissa
F		∖vdash

Exercício 3

Prove que:

$$\neg p \land q, (\neg p \land q) \rightarrow (r \lor \neg p) \vdash r \lor \neg p.$$

Exercício 4 - em dupla - atividade síncrona

Prove que:

$$p \to (p \to q), p \vdash q$$

Exercício 5 - individual - atividade assíncrona Prove que:

$$p,p\to q,p\to (q\to r)\vdash r$$