

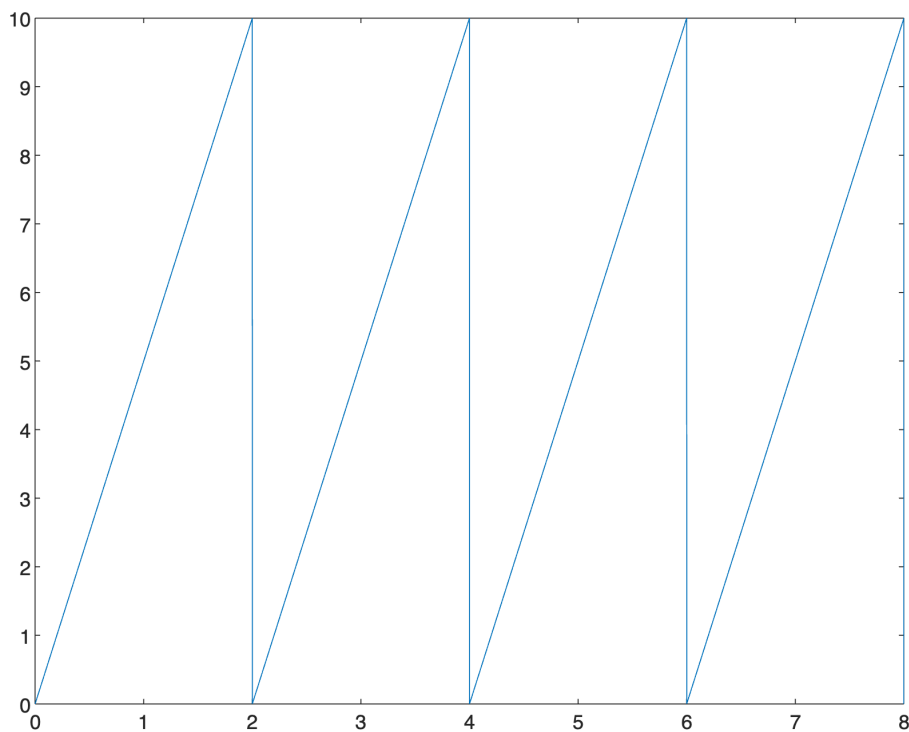
# Series de Fourier

Ildelberto de los Santos Ruiz

Código ejecutado en MATLAB R2023a

## Funciones periódicas

```
periodica = @(x,t,T) x(mod(t,T)); % replicar los valores de x(t) en el  
intervalo [0,T) cada T segundos  
x = @(t) 5*t;  
T = 2;  
p = @(t) periodica(x,t,T);  
fplot(p,[0,4*T])
```



## Forma trigonométrica de la serie de Fourier

$$f_0 = \frac{1}{T} \quad \omega_0 = 2\pi f_0 \quad \omega_0 = \frac{2\pi}{T}$$

$$x(t) = A + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos(n\omega_0 t) + b_n \sin(n\omega_0 t))$$

$$a_n = \frac{2}{T} \int_0^T x(t) \cos(n\omega_0 t) dt$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_0^T x(t) \sin(n\omega_0 t) dt$$

$$A = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) dt, \quad A = \frac{a_0}{2}$$

```
syms t
w0 = 2*pi/T;
% Término de "corriente directa" (valor medio)
A = 1/T*int(x(t),t,0,T)
```

A = 5

```
% Coeficientes de los cosenos
syms n integer
an = simplify(2/T*int(x(t)*cos(n*w0*t),t,0,T))
```

an = 0

```
% Coeficientes de los senos
bn = simplify(2/T*int(x(t)*sin(n*w0*t),t,0,T))
```

bn =

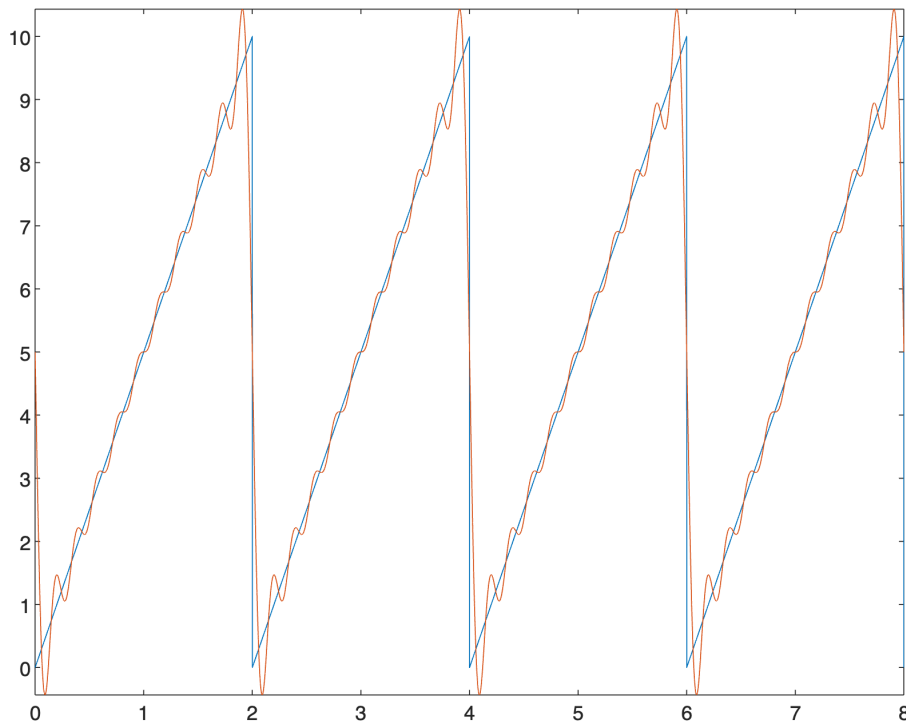
$$-\frac{10}{n\pi}$$

```
% Suma parcial de la serie de Fourier, hasta n = 10
s = A + symsum(an*cos(n*w0*t)+bn*sin(n*w0*t),n,1,10)
```

s =

$$5 - \frac{5 \sin(2\pi t)}{\pi} - \frac{10 \sin(3\pi t)}{3\pi} - \frac{5 \sin(4\pi t)}{2\pi} - \frac{2 \sin(5\pi t)}{\pi} - \frac{5 \sin(6\pi t)}{3\pi} - \frac{10 \sin(7\pi t)}{7\pi} - \frac{5 \sin(8\pi t)}{4\pi} - \frac{10 s}{\pi}$$

```
fplot({p,s},[0,4*T])
```



## Forma compleja de la serie de Fourier

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} F_n e^{jn\omega_0 t}$$

$$F_n = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) e^{-jn\omega_0 t} dt$$

```
Fn = simplify(1/T*int(x(t)*exp(-1i*n*w0*t),t,0,T))
```

F<sub>n</sub> =

$$\frac{5i}{n\pi}$$

% F0 se calcula por separado porque F<sub>n</sub> está indeterminado para n = 0

```
F0 = simplify(1/T*int(x(t),t,0,T))
```

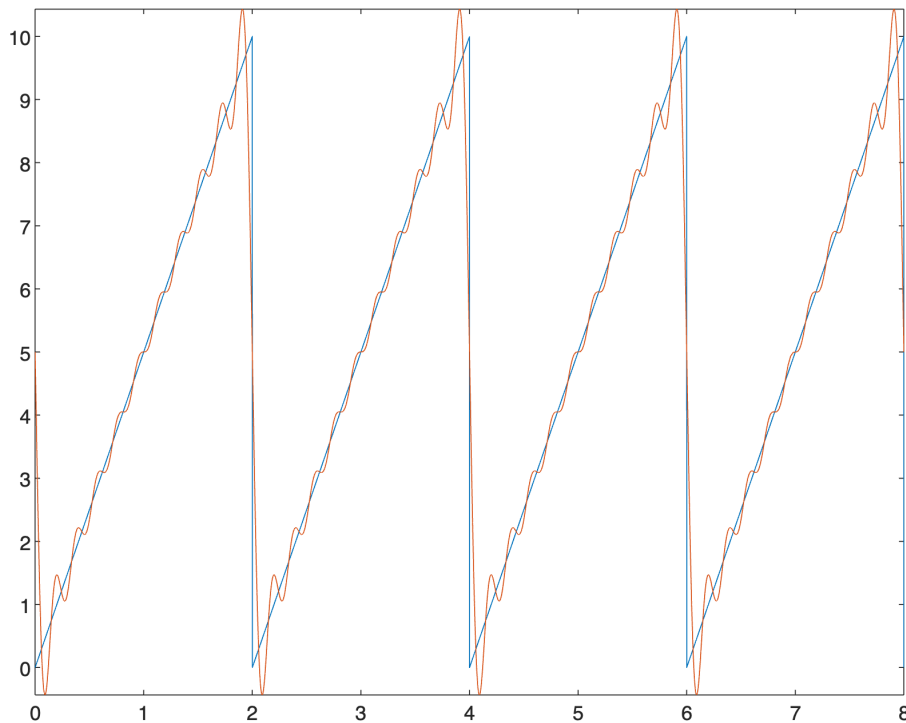
F0 = 5

```
s = symsum(Fn*exp(1i*n*w0*t),n,-10,-1) + F0 + ...
    symsum(Fn*exp(1i*n*w0*t),n,1,10)
```

s =

$$5 - \frac{5e^{-\pi ti}i}{\pi} + \frac{5e^{\pi ti}i}{\pi} - \frac{5e^{-2\pi ti}i}{2\pi} + \frac{5e^{2\pi ti}i}{2\pi} - \frac{5e^{-3\pi ti}i}{3\pi} + \frac{5e^{3\pi ti}i}{3\pi} - \frac{5e^{-4\pi ti}i}{4\pi} + \frac{5e^{4\pi ti}i}{4\pi} - \frac{e^{-5\pi ti}i}{\pi} + \frac{e^{5\pi ti}i}{\pi}$$

```
fplot({p,s},[0,4*T])
```



## Espectro de frecuencia

Gráfica de las magnitudes y fases de los términos de la serie de Fourier:

```
F = piecewise(n==0,F0,Fn)
```

F =

$$\begin{cases} 5 & \text{if } n = 0 \\ \frac{5i}{n\pi} & \text{otherwise} \end{cases}$$

```
F = @(k) subs(F,n,k); % Definiendo cada coeficiente de la serie como
función de n
n = -20:20; % Consideramos los primeros 20 armónicos
f0 = 1/T;
subplot(211); stem(n*f0,abs(F(n)))
xlabel('Frecuencia (Hz)'); ylabel('Magnitud (V)')
subplot(212); stem(n*f0,rad2deg(angle(F(n))))
xlabel('Frecuencia (Hz)'); ylabel('Fase (grados)')
```

