## Bundesministerium Bildung, Wissenschaft und Forschung

	W-LAN*	
Aufgabennummer: B_475		
Technologieeinsatz:	möglich □	erforderlich ⊠

In einer Fabrikshalle wird mit Access-Points und Repeatern ein W-LAN eingerichtet. Ein Access-Point verbindet einen Laptop kabellos mit einem Netzwerk. Ein Repeater verstärkt das Signal.

Die Datenübertragungsrate beschreibt die übertragene Datenmenge pro Zeiteinheit und wird meist in der Einheit Megabit pro Sekunde (Mbit/s) angegeben.

a) Die Datenübertragungsrate zu einem Laptop hängt von seiner Entfernung von einem Access-Point ab.

Es wurden folgende Daten erhoben:

Entfernung in m	2	8	16	30	39	46
Datenübertragungsrate in Mbit/s	547	456	400	139	108	25

Ein Mitarbeiter geht aufgrund der Messwerte von einem annähernd linearen Zusammenhang für die Datenübertragungsrate in Abhängigkeit von der Entfernung aus.

- 1) Erklären Sie, warum der zugehörige Korrelationskoeffizient negativ sein muss.
- 2) Ermitteln Sie eine Gleichung der zugehörigen linearen Regressionsfunktion.
- 3) Interpretieren Sie den Wert der Steigung dieser Funktion im gegebenen Sachzusammenhang.

<sup>\*</sup> ehemalige Klausuraufgabe

b)	Eine Technikerin modelliert die Datenübertragungsrate in Abhängigkeit von der Entfernung
	von einem Access-Point mit einer Exponentialfunktion d.

$$d(x) = c \cdot a^x$$

x ... Entfernung in m

d(x) ... Datenübertragungsrate in einer Entfernung x in Mbit/s

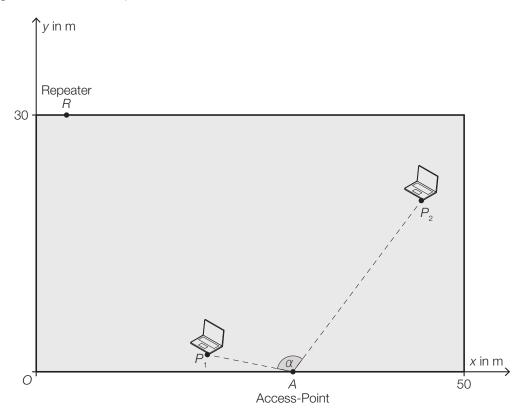
Sie ermittelt folgende Messwerte:

Entfernung in m	5	50
Datenübertragungsrate in Mbit/s	500	10

- 1) Berechnen Sie die Parameter a und c der Exponentialfunktion d.
- 2) Kreuzen Sie die auf diese Exponentialfunktion d nicht zutreffende Aussage an. [1 aus 5]

Die Funktionswerte der 1. Ableitung der Funktion d sind negativ.		
Die x-Achse ist für den Graphen der Funktion d eine Asymptote.		
	Wird der Änderungsfaktor $a$ in der Form $e^k$ geschrieben, muss $k$ positiv sein.	
	Die Funktion $d$ hat an der Stelle $x = 0$ den Funktionswert $c$ .	
	Die Funktionswerte der 2. Ableitung der Funktion d sind positiv.	

c) Im Rahmen einer Testinstallation werden in der Fabrikshalle ein Access-Point, ein Repeater und 2 Laptops auf gleich hohe Tische gestellt (siehe nachstehende schematische Abbildung, Ansicht von oben).



Im Punkt  $A=(30\,|\,0)$  befindet sich der Access-Point. Die Laptops in den Punkten  $P_1=(20\,|\,2)$  und  $P_2=(45\,|\,20)$  sollen diesen Access-Point nützen können.

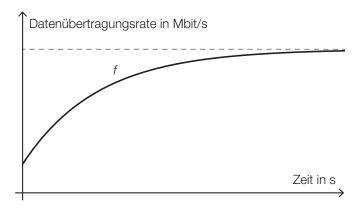
- 1) Zeigen Sie mithilfe der Vektorrechnung, dass der Winkel  $\alpha$  kleiner als 120° ist.
- 2) Zeichnen Sie in der obigen Abbildung denjenigen Punkt  $P_3$  ein, der folgendermaßen bestimmt werden kann:

$$\overrightarrow{OP_3} = \overrightarrow{OP_2} - \frac{1}{3} \cdot \overrightarrow{P_1P_2}$$

Ein Repeater soll im Punkt  $R = (x_R | 30)$  in einem Abstand von 40 m vom Access-Point im Punkt A montiert werden (siehe obige Abbildung).

3) Berechnen Sie  $x_R$ .

d) In der nachstehenden Abbildung ist die Datenübertragungsrate in Abhängigkeit von der Zeit bei einem bestimmten Downloadvorgang dargestellt.



Dabei gilt:

$$f(t) = 15 - 12 \cdot e^{-0.3 \cdot t}$$
 mit  $t \ge 0$ 

t ... Zeit in s

f(t) ... Datenübertragungsrate zur Zeit t in Mbit/s

- 1) Zeigen Sie mithilfe der Differenzialrechnung, dass die Funktion f monoton steigend ist.
- 2) Ermitteln Sie die gesamte Datenmenge in Mbit, die im Zeitintervall [0; 8] heruntergeladen wurde.

## Möglicher Lösungsweg

- **a1)** Da mit zunehmender Entfernung die Datenübertragungsrate sinkt, muss der Korrelationskoeffizient negativ sein.
- a2) Ermittlung mittels Technologieeinsatz:

$$D(x) = -12,08 \cdot x + 563$$
 (Koeffizienten gerundet)

x ... Entfernung in Metern

D(x) ... Datenübertragungsrate in einer Entfernung x in MBit/s

**a3)** Pro Meter, den man sich vom Access-Point entfernt, sinkt die Datenübertragungsrate um rund 12 Mbit/s.

**b1)** 
$$a = \sqrt[45]{\frac{10}{500}} = 0.9167...$$

$$500 = c \cdot a^5 \quad \Rightarrow \quad c = 772,2...$$

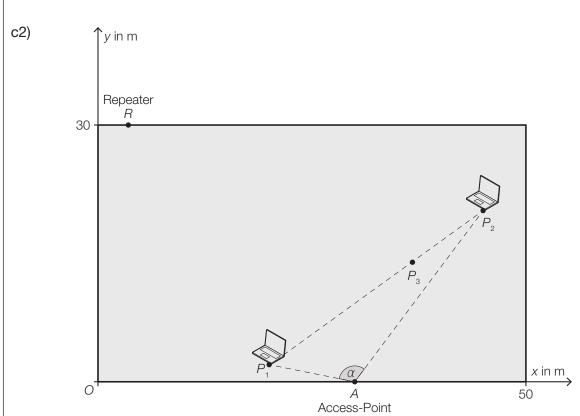
b2)

Wird der Änderungsfaktor $a$ in der Form $e^k$ geschrieben, muss $k$ positiv sein.	$\boxtimes$

c1) 
$$\overrightarrow{AP_1} = \begin{pmatrix} -10 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{AP_2} = \begin{pmatrix} 15 \\ 20 \end{pmatrix}$$

$$\alpha = \arccos\left(\frac{\overrightarrow{AP_1} \cdot \overrightarrow{AP_2}}{|\overrightarrow{AP_1}| \cdot |\overrightarrow{AP_2}|}\right) = 115,55...^{\circ} < 120^{\circ}$$



c3) 
$$\left| \overrightarrow{AR} \right| = 40$$

oder:

$$(x_R - 30)^2 + (30 - 0)^2 = 40^2$$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$(x_R)_1 = 3,54...$$
  $((x_R)_2 = 56,45...)$ 

Die zweite Lösung  $(x_R)_2 = 56,45...$  muss nicht berechnet werden.

**d1)**  $f'(t) = 3.6 \cdot e^{-0.3 \cdot t}$ 

Für alle  $t \ge 0$  gilt:  $f'(t) \ge 0$ , weil  $e^{-0.3 \cdot t} > 0$ . Daher ist die Funktion f für alle  $t \ge 0$  monoton steigend.

**d2)**  $\int_0^8 (15 - 12 \cdot e^{-0.3 \cdot t}) dt = 83.6...$ 

Die gesamte Datenmenge beträgt rund 84 Mbit.

Die Angabe der Einheit "Mbit" ist für die Punktevergabe nicht relevant.

## Lösungsschlüssel

- a1) 1 × D: für das richtige Erklären
- a2) 1 x B: für das richtige Ermitteln der Gleichung der Regressionsfunktion
- a3) 1 x C: für das richtige Interpretieren der Steigung im gegebenen Sachzusammenhang
- b1)  $1 \times B$ : für das richtige Berechnen der Parameter a und c der Exponentialfunktion
- b2) 1 × C: für das richtige Ankreuzen
- c1) 1 x D: für das richtige Nachweisen mithilfe der Vektorrechnung
- c2) 1 × A: für das richtige Einzeichnen des Punktes  $P_3$
- c3) 1 × B: für das richtige Berechnen von  $x_R$
- d1) 1 x D: für das richtige Nachweisen mithilfe der Differenzialrechnung
- d2) 1 x B: für das richtige Ermitteln der gesamten Datenmenge (Die Angabe der Einheit "Mbit" ist für die Punktevergabe nicht relevant.)