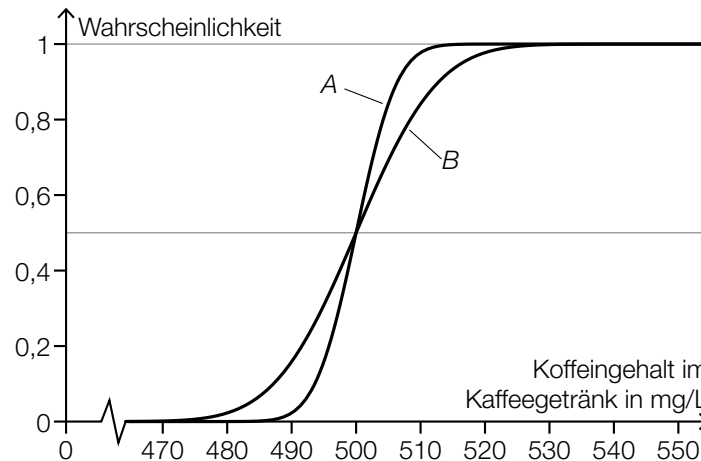


Kaffeegetränke

- a) Ein bestimmtes Kaffeegetränk wird von den zwei Produktionsmaschinen A und B erzeugt.

Der Koffeingehalt dieses Kaffeegetränks kann bei beiden Produktionsmaschinen als normalverteilt angenommen werden. Die Graphen der Verteilungsfunktionen der beiden Produktionsmaschinen A und B sind in der nachstehenden Abbildung dargestellt.



Die Produktionsmaschine A produziert mit Erwartungswert μ_A und Standardabweichung σ_A .
Die Produktionsmaschine B produziert mit Erwartungswert μ_B und Standardabweichung σ_B .

- 1) Ergänzen Sie die Textlücken im nachstehenden Satz durch Ankreuzen so, dass eine richtige Aussage entsteht. [0/1 P.]

Für die beiden Produktionsmaschinen gilt: _____ ① _____ und _____ ② _____.

①	
$\mu_A < \mu_B$	<input type="checkbox"/>
$\mu_A = \mu_B$	<input type="checkbox"/>
$\mu_A > \mu_B$	<input type="checkbox"/>

②	
$\sigma_A < \sigma_B$	<input type="checkbox"/>
$\sigma_A = \sigma_B$	<input type="checkbox"/>
$\sigma_A > \sigma_B$	<input type="checkbox"/>

Der Koffeingehalt eines anderen Kaffeegetränks ist ebenfalls annähernd normalverteilt. Der um den Erwartungswert μ symmetrische 70%-Zufallsstrebereich beträgt in diesem Fall [430 mg/L; 590 mg/L].

- 2) Berechnen Sie die Standardabweichung σ für diese Normalverteilung. [0/1 P.]

- b) Die Kosten für die Produktion eines bestimmten Kaffeefertiggetränks können durch die Kostenfunktion K beschrieben werden.

$$K(x) = F + v \cdot x$$

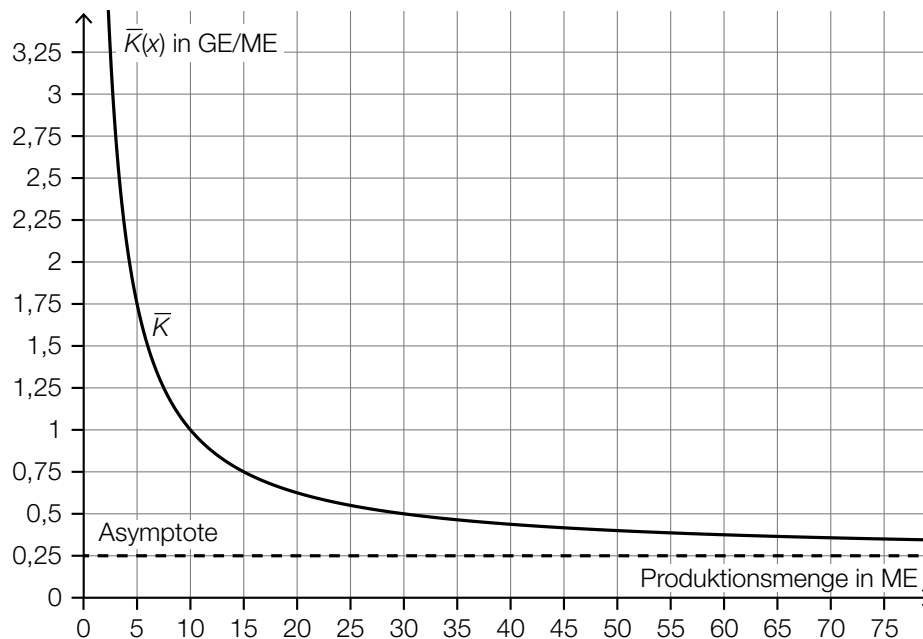
x ... Produktionsmenge in ME

$K(x)$... Kosten bei der Produktionsmenge x in GE

v ... variable Stückkosten in GE/ME

F ... Fixkosten in GE

In der nachstehenden Abbildung sind der Graph der zugehörigen Stückkostenfunktion \bar{K} und die horizontale Asymptote von \bar{K} dargestellt.



- 1) Lesen Sie aus der obigen Abbildung die variablen Stückkosten v ab.

$v =$ _____ GE/ME

[0/1 P.]

- c) Die Kosten für die Produktion eines bestimmten Heißgetränks können näherungsweise durch die Kostenfunktion K_2 beschrieben werden.

$$K_2(x) = \frac{1}{5000000} \cdot x^3 - \frac{1}{2000} \cdot x^2 + \frac{3}{5} \cdot x + 200$$

x ... Produktionsmenge in ME

$K_2(x)$... Kosten bei der Produktionsmenge x in GE

- 1) Berechnen Sie die Kostenkehre der Funktion K_2 .

[0/1 P.]

Der Preis des Heißgetränks beträgt 0,50 GE/ME.

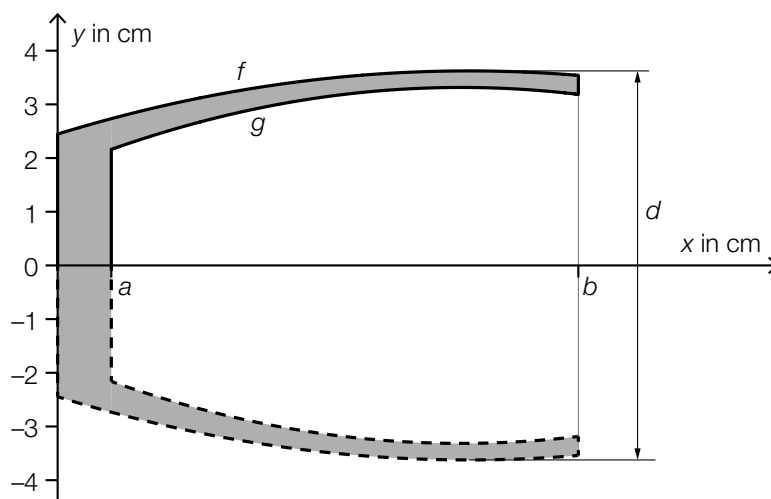
- 2) Ermitteln Sie den Gewinnbereich.

[0/1 P.]

- d) Kaffee wird oft aus sogenannten *Cappuccino-Gläsern* getrunken. Die Form eines Cappuccino-Glases kann durch Rotation der Graphen der Funktionen f und g um die x -Achse modelliert werden (siehe nachstehende Abbildung).



Bildquelle: bloomix GmbH, https://www.bloomix.at/media/catalog/product/cache/1/image/650x/040ec09b1e35df139433887a97daa66f/c/-/c-112-200_p2_1.jpg [03.11.2021].



$$f(x) = -0,02 \cdot x^2 + 0,31 \cdot x + 2,44 \quad \text{mit} \quad 0 \leq x \leq b$$

- 1) Berechnen Sie mithilfe der Funktion f den maximalen Außendurchmesser d des Glases.

[0/1 P.]

Die innere Form des Cappuccino-Glases entsteht durch Rotation des Graphen der Funktion g um die x -Achse.

- 2) Stellen Sie eine Formel zur Berechnung des Innenvolumens V auf.

$V =$ _____

[0/1 P.]

Möglicher Lösungsweg

a1)

①	
$\mu_A = \mu_B$	<input checked="" type="checkbox"/>

②	
$\sigma_A < \sigma_B$	<input checked="" type="checkbox"/>

a2) $\mu = \frac{430 + 590}{2} = 510$
 $P(430 \leq X \leq 590) = 0,70$

Berechnung der Standardabweichung σ mittels Technologieeinsatz:

$\sigma = 77,18... \text{ mg/L}$

a1) Ein Punkt für das richtige Ankreuzen.

a2) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Standardabweichung σ .

b1) $v = 0,25 \text{ GE/ME}$

b1) Ein Punkt für das Ablesen der richtigen variablen Stückkosten v .

c1) $K_2''(x) = 0 \quad \text{oder} \quad \frac{6}{5000000} \cdot x - \frac{1}{1000} = 0$
 $x = 833,3\dots$

Die Kostenkehre der Funktion K_2 liegt bei rund 833 ME.

c2) $E(x) = 0,5 \cdot x$
 $G(x) = 0,5 \cdot x - K_2(x)$

$$G(x) = 0 \quad \text{oder} \quad -\frac{1}{5000000} \cdot x^3 + \frac{1}{2000} \cdot x^2 - \frac{1}{10} \cdot x - 200 = 0$$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$(x_1 = -500)$$

$$x_2 = 1000$$

$$x_3 = 2000$$

Gewinnbereich: $[1000; 2000]$ (in ME)

Auch eine Angabe des Gewinnbereichs als $]1000; 2000[$ ist als richtig zu werten.

c1) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Kostenkehre.

c2) Ein Punkt für das richtige Ermitteln des Gewinnbereichs.

d1) $f'(x) = 0 \quad \text{oder} \quad -0,04 \cdot x + 0,31 = 0$
 $x = 7,75$
 $d = 2 \cdot f(7,75) = 7,28\dots \text{ cm}$

d2) $V = \pi \cdot \int_a^b (g(x))^2 dx$

d1) Ein Punkt für das richtige Berechnen des maximalen Außendurchmessers d .

d2) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Formel.