Ausbreitung von Licht * (B_428)

---

a) Bei einem physikalischen Experiment wird Licht durch einen Spalt geschickt und dabei abgelenkt.
Man interessiert sich für Winkel α mit $0° \leq \alpha \leq 90°$ und $\sin(\alpha) = \frac{(n + 0{,}5) \cdot \lambda}{d}$ mit $n \in \mathbb{N}$.

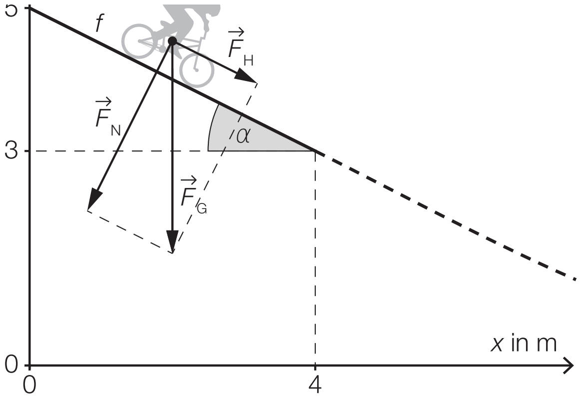
λ ... Wellenlänge des Lichts in m ($\lambda > 0$)
d ... Spaltbreite in m ($d > 0$)

– Geben Sie an, welche Beziehung zwischen d und λ erfüllt sein muss, damit diese Gleichung für $n = 0$ eine Lösung für α hat.

Bei einem bestimmten Experiment gilt: $d = 0{,}01$ mm
$\lambda = 632$ nm

– Ermitteln Sie diejenigen natürlichen Zahlen n, für die diese Gleichung eine Lösung für α hat.

BMX-Bahn * (B_497)



c3) $\left|\vec{F}_H\right| = 900 \cdot \sin(26{,}56...°) = 402{,}49...$

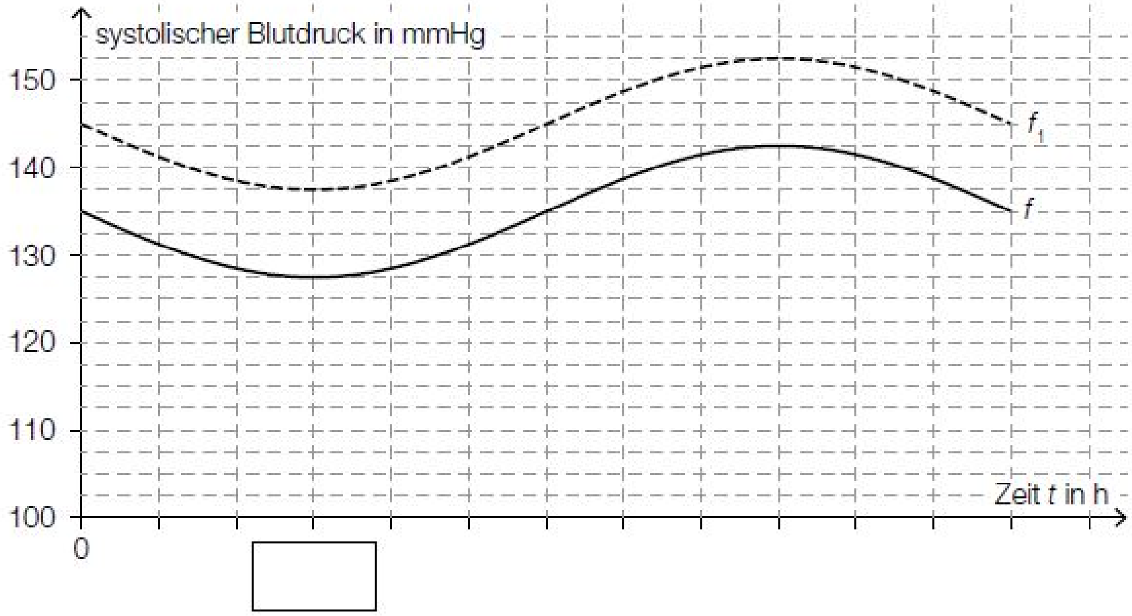
Lösungsschlüssel

a1) 1 × A1: für das richtige Erstellen der Gleichungen mithilfe der Koordinaten der Punkte
1 × A2: für das richtige Erstellen der Gleichungen mithilfe der 1. Ableitung

c3) 1 × B2: für das richtige Berechnen von $\left|\vec{F}_H\right|$

Blutdruck * (B_448)

b) Die zeitliche Entwicklung des sogenannten *systolischen Blutdrucks* einer Testperson wird durch eine Funktion f modelliert (siehe nachstehende Abbildung).



Die Funktion f wird beschrieben durch:

$$f(t) = a \cdot \sin\left(\frac{\pi}{12} \cdot t\right) + 135$$

t ... Zeit in h
$f(t)$ ... systolischer Blutdruck zur Zeit t in Millimeter Quecksilbersäule (mmHg)
a ... Parameter

1) Tragen Sie in der obigen Abbildung die fehlende Zeitangabe in das dafür vorgesehene Kästchen ein.

2) Bestimmen Sie den Parameter a.

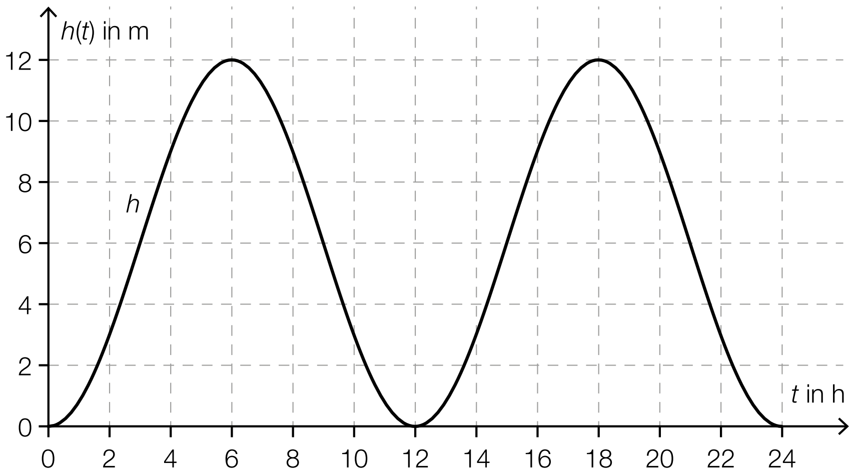
Der Graph der Funktion f_1 in der obigen Abbildung entsteht durch vertikale Verschiebung des Graphen von f.

3) Erstellen Sie ausgehend von f eine Funktionsgleichung für f_1.

Ebbe und Flut * (B_414)

Ebbe und Flut beeinflussen die Höhe des Meeresspiegels.

a) Der tiefste Wasserstand wird als Niedrigwasser bezeichnet. Die zeitliche Abhängigkeit der Höhe des Wasserstands über diesem Wert kann näherungsweise durch eine Funktion h mit $h(t) = A + B \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi)$ beschrieben werden. Dabei ist t die Zeit in Stunden und $B > 0$.



– Lesen Sie aus dem obigen Diagramm die Parameter A und B ab.
– Bestimmen Sie mithilfe des obigen Diagramms den Parameter ω.
– Bestimmen Sie mithilfe des obigen Diagramms den Parameter φ.

---

b) Die Wassertiefe in einem Hafenbecken kann näherungsweise durch die folgende Funktion H beschrieben werden:

$H(t) = 6 + 1{,}8 \cdot \cos(0{,}507 \cdot t)$

t ... Zeit nach Mitternacht in h
$H(t)$ ... Wassertiefe zur Zeit t in m

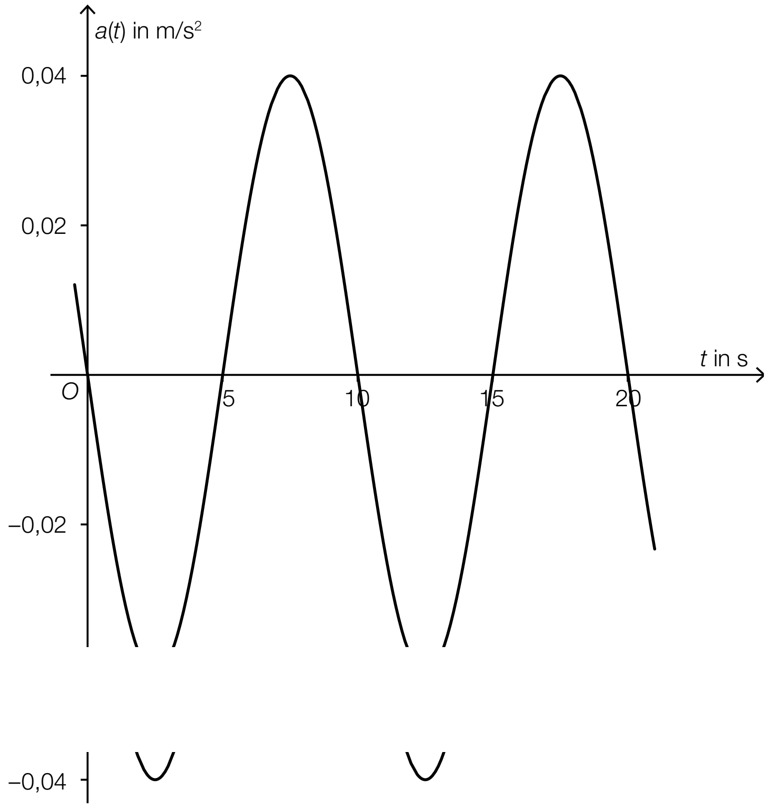
– Interpretieren Sie die Bedeutung der Zahl 6 im gegebenen Sachzusammenhang.
– Berechnen Sie die Wassertiefe um 8:20 Uhr morgens.
– Geben Sie an, welche Zeitpunkte im gegebenen Sachzusammenhang durch die Lösungen der Gleichung $H'(t) = 0$ berechnet werden.

Hinweis zur Aufgabe:
Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben.

Federpendel * (B_431)

Ein an einer Feder befestigter Körper bewegt sich unter dem Einfluss der Federkraft.

a) Das nachstehende Beschleunigung-Zeit-Diagramm zeigt den sinusförmigen Verlauf der Beschleunigung eines Körpers durch die Federkraft. Es gilt: $a(t) = A \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi)$ mit $A > 0$.



– Bestimmen Sie A, ω und φ mithilfe des obigen Diagramms.
– Markieren Sie im obigen Diagramm alle Punkte, in denen der Betrag der Geschwindig keit maximal ist.

b) Die Geschwindigkeit eines Körpers in Abhängigkeit von der Zeit kann durch eine Funktion v mit $v(t) = A \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi)$ beschrieben werden (A, $\omega > 0$).

Flugbahnen * (B_389)

b) Die Flugbahn eines schräg nach oben abgeschossenen Projektils kann durch den Graphen einer Funktion h beschrieben werden:

$$h(x) = \tan(\alpha) \cdot x - \frac{g}{2 \cdot v^2 \cdot \cos^2(\alpha)} \cdot x^2$$

x … horizontal zurückgelegte Wegstrecke in Metern (m)
$h(x)$ ... Höhe an der Stelle x in m
v ... Abschussgeschwindigkeit in Metern pro Sekunde (m/s)
g ... Erdbeschleunigung (konstant)
$0° < \alpha < 90°$ ... Abschusswinkel (gemessen von der Horizontalen)

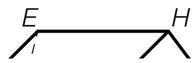
Für eine spezielle Flugbahn gilt:

$$h(x) = 0{,}03492 \cdot x - \frac{g}{7{,}192 \cdot 10^5} \cdot x^2$$

– Bestimmen Sie die zugehörige Abschussgeschwindigkeit v.

Grundstücke und Gebäude * (B_537)

a) In der nachstehenden Abbildung ist ein Betonsockel modellhaft dargestellt.



Möglicher Lösungsweg

a1) $\overrightarrow{FG} = \begin{pmatrix} -5 \\ 10 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} -10 \\ 20 \\ 0 \end{pmatrix} = 2 \cdot \overrightarrow{FG}$ Die beiden Kanten sind daher parallel.

a2) $\overrightarrow{EF} \cdot \overrightarrow{FG} = \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -5 \\ 10 \\ 0 \end{pmatrix} = 6 \cdot (-5) + 3 \cdot 10 + 1 \cdot 0 = 0$

Das Viereck *EFGH* hat daher im Punkt *F* einen rechten Winkel.

a3) $\overrightarrow{BF} = \begin{pmatrix} -7{,}5 \\ 2{,}5 \\ 14{,}5 \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{BD} = \begin{pmatrix} -22 \\ 14 \\ -2 \end{pmatrix}$

$\alpha = \arccos\left(\frac{\overrightarrow{BF} \cdot \overrightarrow{BD}}{|\overrightarrow{BF}| \cdot |\overrightarrow{BD}|}\right) = 66{,}67...°$

a1) Ein Punkt für das richtige Nachweisen der Parallelität.
a2) Ein Punkt für das richtige Zeigen, dass im Punkt *F* ein rechter Winkel vorliegt.
a3) Ein Punkt für das richtige Berechnen des Winkels.

b1) $F = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \sin(\beta) + \frac{1}{2} \cdot c \cdot d \cdot \sin(\delta)$

oder:

$F = \frac{1}{2} \cdot a \cdot d \cdot \sin(\alpha) + \frac{1}{2} \cdot b \cdot c \cdot \sin(\gamma)$

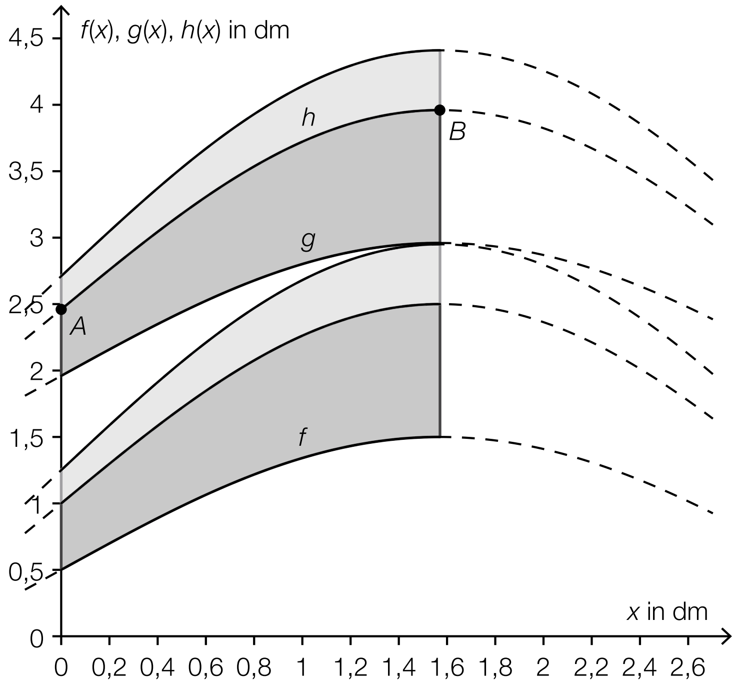
b2) $\overline{BD} = \sqrt{a^2 + d^2 - 2 \cdot a \cdot d \cdot \cos(\alpha)} = \sqrt{40^2 + 30^2 - 2 \cdot 40 \cdot 30 \cdot \cos(60°)} = 36{,}0...$

Die Länge der Diagonalen *BD* beträgt rund 36 m.

b1) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Formel.
b2) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Länge der Diagonalen *BD*.

Im Möbelhaus * (B_427)

b) Ein Stoffmuster im Retro-Stil entsteht, indem ein Ausschnitt immer wieder kopiert und gespiegelt wird. Dabei werden die Begrenzungslinien als Graphen von Funktionen modelliert (siehe nachstehende Abbildungen).



Für die Funktion f gilt:

$f(x) = \sin(x) + 0{,}5$

x, $f(x)$ ... Koordinaten in dm

Der Graph der Funktion g entsteht durch Verschiebung des Graphen der Funktion f entlang der vertikalen Achse um 1,46 dm nach oben.

– Stellen Sie eine Gleichung der Funktion g auf.

Der Graph der Funktion h mit $h(x) = a \cdot \sin(x) + b$ verläuft durch den Punkt $A = (0\,|\,2{,}46)$ und den Hochpunkt $B = \left(\frac{\pi}{2}\,\middle|\,3{,}96\right)$.

– Bestimmen Sie die Koeffizienten a und b.

Hinweis zur Aufgabe:
Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

Meerwasser und mehr Wasser * (B_509)

c) Der innerhalb eines Tages schwankende Wasserstand in einem bestimmten Hafenbecken kann näherungsweise durch die Funktion f beschrieben werden. Der niedrigste Wasserstand wird zur Zeit $t = 0$ erreicht und beträgt 2 m, der höchste Wasserstand beträgt 4 m.

$f(t) = a + b \cdot \cos(0{,}507 \cdot t)$

t ... Zeit nach dem niedrigsten Wasserstand in h
$f(t)$ ... Wasserstand zur Zeit t in m

1) Geben Sie die Parameter a und b der Funktion f an.

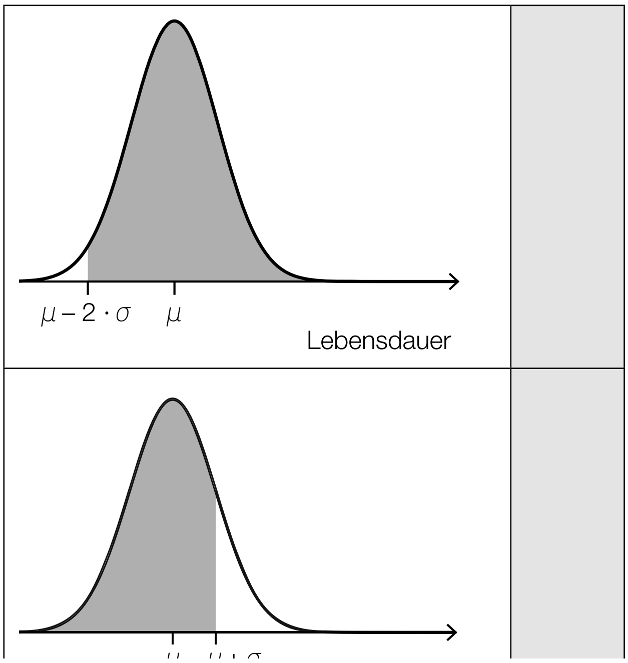
Nähmaschine * (B_591)

$\omega = \frac{2 \cdot \pi}{0{,}06} = 104{,}7...$

d) Die Lebensdauer eines bestimmten Nähnadeltyps ist annähernd normalverteilt mit dem Erwartungswert μ und der Standardabweichung σ.

In den unten stehenden Abbildungen ist der Graph der zugehörigen Dichtefunktion dargestellt.

1) Ordnen Sie den grau markierten Flächen jeweils die entsprechende Wahrscheinlichkeit aus A bis D zu. *[0/1 P.]*



A	0,68...
B	0,84...
C	0,95...
D	0,97...

Pferdesport * (B_578)

Übung *Schlangenlinie an der langen Seite* modellhaft in der Ansicht von oben dargestellt.

Möglicher Lösungsweg

a1) $\alpha = \arccos\left(\frac{-\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}\right)$

oder:

$\alpha = 180° - \arccos\left(\frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}\right)$

a2) $\overrightarrow{HF} = \frac{8}{10} \cdot \overrightarrow{TU} - \overrightarrow{WT}$

a1) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Formel zur Berechnung des Winkels α.
a2) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Formel zur Berechnung des Vektors $\overrightarrow{HF}$.

b1) $f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$

$f(4) = 0{,}5$
$f(15{,}5) = 5$
$f(27) = 0{,}5$

oder:

$a \cdot 4^2 + b \cdot 4 + c = 0{,}5$
$a \cdot 15{,}5^2 + b \cdot 15{,}5 + c = 5$
$a \cdot 27^2 + b \cdot 27 + c = 0{,}5$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

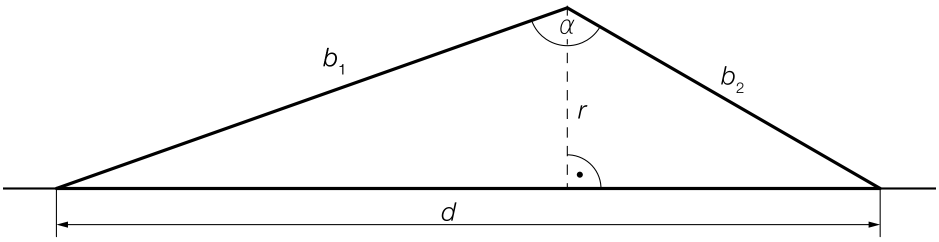
$a = -\frac{18}{529} = -0{,}0340...$

$b = \frac{558}{529} = 1{,}0548...$

Piratenschiff * (B_572)

Piratenschiff ist ein Spiel im Turnunterricht.
Für dieses Spiel wird ein Parcours mit Turngeräten als Hindernissen aufgebaut, in dem Fangen gespielt wird.

b) Auf einer Reckstange, die in der Höhe r montiert ist, werden zwei Langbänke mit den Längen b_1 und b_2 eingehängt (siehe nachstehende modellhafte Skizze in der Ansicht von der Seite).



1) Vervollständigen Sie die nachstehende Formel zur Berechnung des Winkels α. Verwenden Sie dabei r, b_1 und b_2.

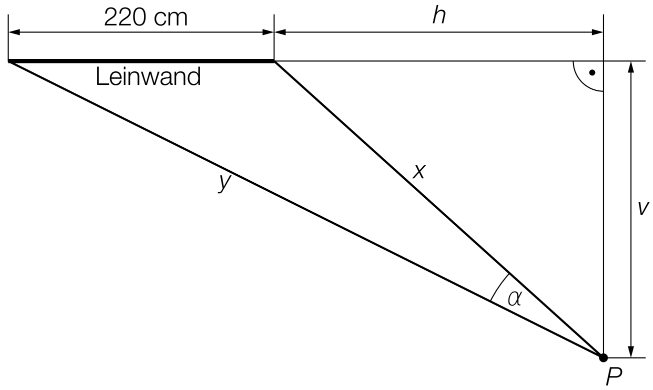
$$\alpha = \arccos\left(\boxed{}\right) + \arccos\left(\boxed{}\right)$$ *[0/1 P.]*

Es gilt:
$b_1 = 4{,}5$ m, $b_2 = 3$ m und $\alpha = 131°$

2) Berechnen Sie die Länge d. *[0/1 P.]*

Schulklassen* (B_624)

a) Ein Klassenzimmer ist mit einer Leinwand ausgestattet (siehe nachstehende modellhafte Abbildung in der Ansicht von oben, alle Abmessungen in cm). Ein Schüler befindet sich im Punkt *P* und betrachtet die Leinwand.



1) Stellen Sie mithilfe von v und h eine Formel zur Berechnung von y auf.

$y =$ ____________________ *[0/1 P.]*

2) Stellen Sie mithilfe von x und y eine Formel zur Berechnung von α auf.

$\alpha =$ ____________________ *[0/1 P.]*

3) Kennzeichnen Sie in der obigen Abbildung einen Winkel β, der durch den nachstehenden Ausdruck berechnet werden kann.

$\sin(\beta) = \frac{\sin(\alpha) \cdot x}{220}$ *[0/1 P.]*

Es gilt:
$h = 275$ cm und $v = 250$ cm

4) Berechnen Sie β. *[0/1 P.]*

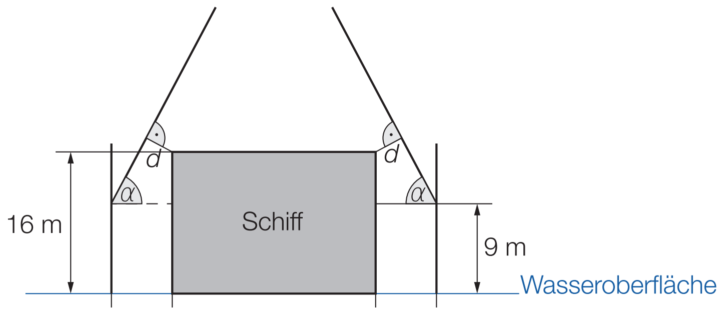
Sightseeing in London (B_361)

Wesentlicher Bereich der Inhaltsdimension:

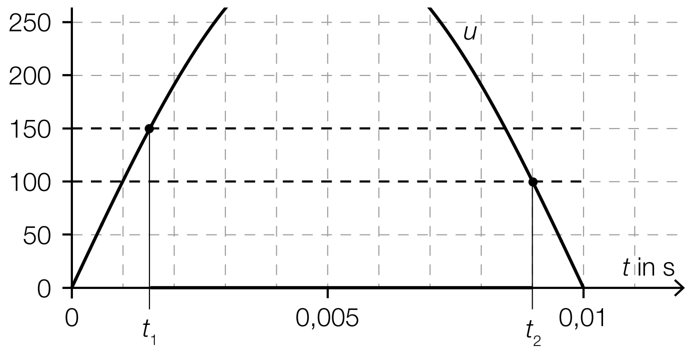
Wählt man für $t = 0$ denjenigen Zeitpunkt, zu dem sich der Aufhängepunkt an der höchsten Stelle befindet, so wird die Höhe des Aufhängepunkts in Abhängigkeit von der Zeit durch die Funktion g beschrieben.

– Erklären Sie, in welchen Parametern sich die Funktion g von h unterscheidet.

b) Die *Tower Bridge* ist eine Klappbrücke, die über die Themse führt. Um großen Schiffen die Durchfahrt zu ermöglichen, können die Brückenarme des 61 m langen Mittelteils hochgeklappt werden. Die Gelenke der Brückenarme liegen rund 9 m über der Wasseroberfläche. Ein Schiff fährt genau in der Mitte des Flusses und soll unter der Brücke durchfahren (siehe nachstehende Abbildung).



Sinusfunktionen * (B_437)



a2) $u(t_1) = 150 \quad \Rightarrow \quad t_1 = 0{,}00152\ldots$

$u(t_2) = 100 \quad \Rightarrow \quad t_2 = 0{,}00900\ldots$

$\frac{t_2 - t_1}{0{,}01} = 0{,}7477\ldots$

Im Zeitintervall [0; 0,01] leuchtet die Glimmlampe rund 74,8 % der Zeit.

b1) $y_2(t) = -A \cdot e^{-\delta \cdot t}$

b2) Die Stellen, an denen der Funktionsgraph von y die Dämpfungskurve y_1 bzw. y_2 schneidet, erhält man als Lösungen der Gleichung $A \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega \cdot t) = \pm A \cdot e^{-\delta \cdot t}$.

$A \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega \cdot t) = \pm A \cdot e^{-\delta \cdot t} \quad \Rightarrow \quad \sin(\omega \cdot t) = \pm 1$

$\omega \cdot t_k = \frac{\pi}{2} + k \cdot \pi \text{ mit } k \in \mathbb{N} \quad \Rightarrow \quad t_k = \frac{\pi}{2 \cdot \omega} + k \cdot \frac{\pi}{\omega} = \left(k + \frac{1}{2}\right) \cdot \frac{\pi}{\omega}$

c1) $A = 10$

$d = -3$

c2) Die Periodendauer T ist 0,04, daher ergibt sich:

$\omega = \frac{2 \cdot \pi}{T} = \frac{2 \cdot \pi}{0{,}04} = 50 \cdot \pi$

c3) $t_0 = -0{,}02$ und $\varphi = -t_0 \cdot \omega$, daher ergibt sich:

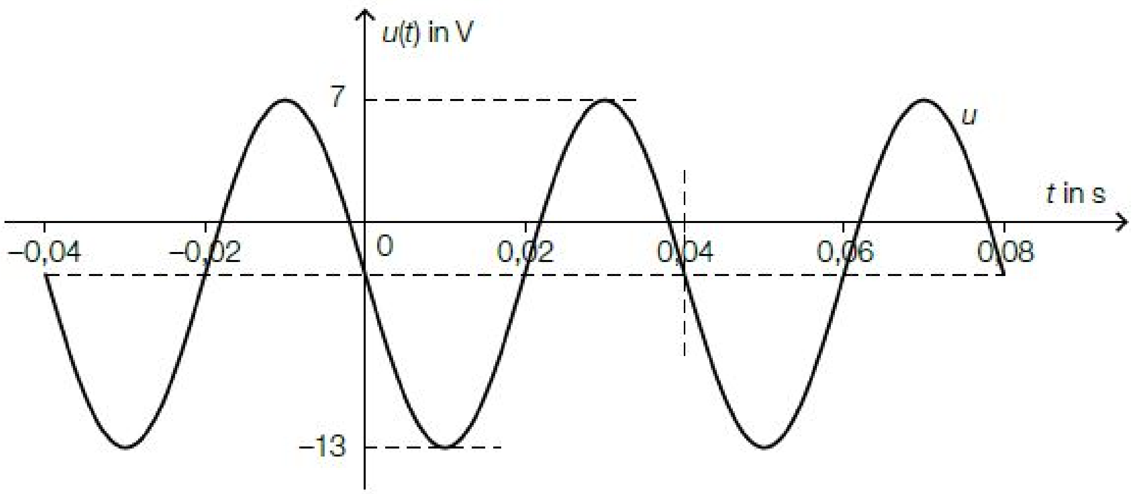
Lösungsschlüssel

a1) 1 × A: für das richtige grafische Veranschaulichen des Zeitintervalls
a2) 1 × B: für die richtige Berechnung des Prozentsatzes

b1) 1 × A1: für das richtige Erstellen der Gleichung von y_2
b2) 1 × A2: für den richtigen Ansatz (Gleichung zur Berechnung der Schnittpunkte)
1 x D: für den richtigen Nachweis

c1) 1 × C: für das richtige Ablesen von A und d
c2) 1 x B1: für das richtige Bestimmen von ω
c3) 1 x B2: für das richtige Bestimmen von φ

c) Der zeitliche Verlauf einer Spannung kann durch eine Funktion u mit
$u(t) = A \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi) + d$ beschrieben werden. Dabei ist t die Zeit in Sekunden und $A > 0$.



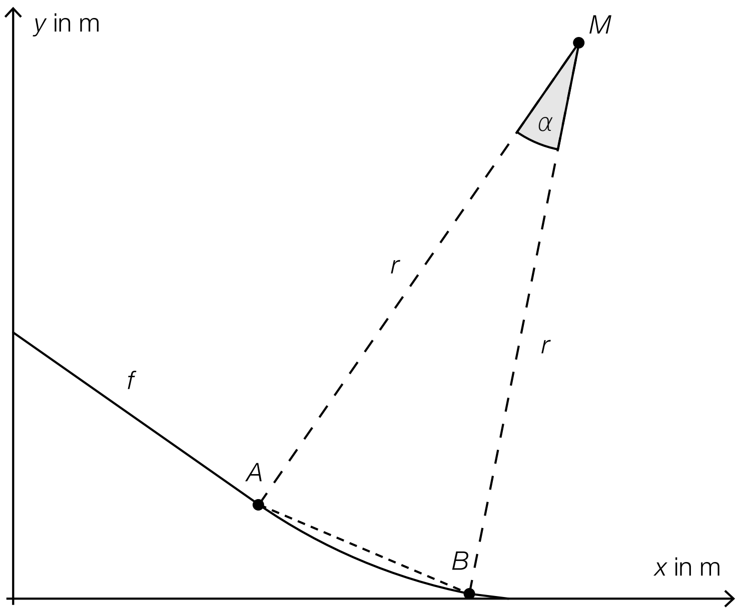
1) Lesen Sie aus dem obigen Diagramm die Parameter A und d ab.

2) Bestimmen Sie mithilfe des obigen Diagramms den Parameter ω.

3) Bestimmen Sie mithilfe des obigen Diagramms den Parameter φ.

Skispringen (2) * (B_380)

b) Der Anlauf der Mühlenkopfschanze in Willingen (Deutschland) ist in der nachstehenden Abbildung vereinfacht als Graph einer Funktion *f* dargestellt.

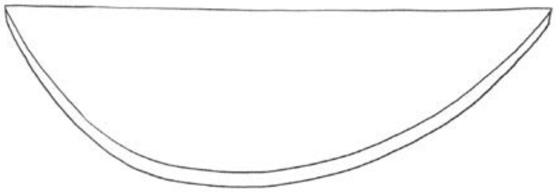


A und *B* sind Punkte eines Kreises mit Mittelpunkt *M* und Radius $r = 105{,}6$ m.
Die geradlinige Strecke *AB* hat eine Länge von 43,4 m.

– Berechnen Sie den Winkel α.
– Bestimmen Sie, um wie viel Prozent die Strecke *AB* kürzer als der Kreisbogen von *A* nach *B* ist.

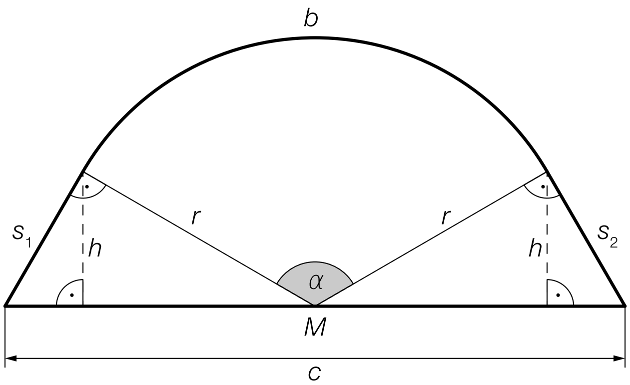
Tischplatte * (B_554)

Eine Tischlerei erhält die nachstehend abgebildete Skizze einer Tischplatte und erstellt dazu drei Entwürfe.



a) Der erste Entwurf für die Tischplatte ist in der unten stehenden Abbildung dargestellt.

Die Begrenzungslinie der Tischplatte setzt sich aus dem Kreisbogen b mit dem Mittelpunkt M und den Strecken s_1, s_2 und c zusammen.



1) Stellen Sie mithilfe von r und α eine Formel zur Berechnung von h auf.

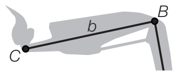
$h =$ ______________________________ *[0/1 P.]*

2) Markieren Sie in der obigen Abbildung eine Strecke x, deren Länge mit der nachstehenden Formel berechnet werden kann.

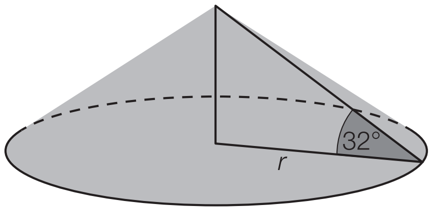
$x = \frac{c}{2} - \sqrt{r^2 - h^2}$ *[0/1 P.]*

Tunnelvortrieb * (B_521)

Für eine Eisenbahnstrecke wird ein Tunnel gegraben.



b) Ein Teil des anfallenden Materials wird aufgeschüttet. Der dabei entstehende Schüttkegel hat einen Neigungswinkel von 32° (siehe nachstehende Abbildungen).



Bildquelle: Anton, CC BY-SA 3.0, https://de.wikipedia.org/wiki/Datei:Schuettwinkelrp.jpg [06.04.2021] (adaptiert).

1) Berechnen Sie den Radius r eines solchen Schüttkegels mit einem Volumen von 200 m^3.

Wasserski-Wettbewerb (2) * (B_471)

a) Für die gesamte Fahrt benötigt die Wasserskifahrerin 30 s.

1) Beschreiben Sie, was mit dem nachstehenden Ausdruck im gegebenen Sachzusammenhang berechnet wird. Geben Sie dabei die zugehörige Einheit an.

$$\frac{\int_0^{27} \sqrt{1 + (f'(x))^2}\,dx + \int_{27}^{232} \sqrt{1 + (g'(x))^2}\,dx + \int_{232}^{259} \sqrt{1 + (h'(x))^2}\,dx}{30}$$

b) Die Bahn der Wasserskifahrerin zwischen den Punkten A und F kann mithilfe des Graphen der Funktion g beschrieben werden.

Es gilt: $g(x) = a \cdot \sin(b \cdot x + c)$

1) Bestimmen Sie die Parameter a, b und c.

c) Die Bahn der Wasserskifahrerin vom Start bis zum Punkt A kann durch den Graphen der Funktion f mit $f(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x^2$ beschrieben werden.
Der Graph der Funktion h entsteht durch Verschiebung des Graphen von f um 232 m nach rechts und um 12 m nach unten.

1) Kreuzen Sie die zutreffende Funktionsgleichung der Funktion h an. *[1 aus 5]*

$h(x) = a \cdot (x - 232)^3 + b \cdot (x - 232)^2 + 12$	☐
$h(x) = a \cdot (x + 12)^3 + b \cdot (x + 12)^2 - 232$	☐
$h(x) = a \cdot (x - 12)^3 + b \cdot (x - 12)^2 + 232$	☐
$h(x) = a \cdot (x + 232)^3 + b \cdot (x + 232)^2 - 12$	☐
$h(x) = a \cdot (x - 232)^3 + b \cdot (x - 232)^2 - 12$	☐

Alle Lösungen

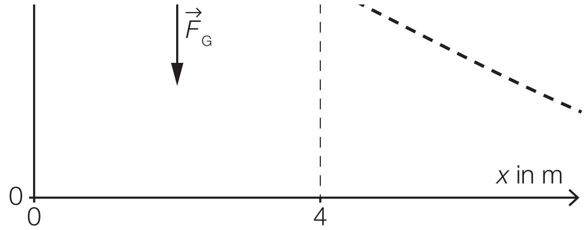
Lösung: Ausbreitung von Licht * (B_428)

a) Der Nenner muss größer gleich dem Zähler sein, also: $0{,}5 \cdot \lambda \leq d$.

$$\frac{(n + 0{,}5) \cdot 632 \cdot 10^{-9}}{0{,}01 \cdot 10^{-3}} \leq 1 \quad \Rightarrow \quad n \leq 15{,}3...$$

Daher gibt es für $n = 0, 1, 2, \ldots, 15$ jeweils eine Lösung für α.

Lösung: BMX-Bahn * (B_497)



1) Berechnen Sie den Winkel α.

Lösung: Blutdruck * (B_448)

0

Die Funktion f wird beschrieben durch:

$f(t) = a \cdot \sin\left(\frac{\pi}{12} \cdot t\right) + 135$
t ... Zeit in h
$f(t)$ ... systolischer Blutdruck zur Zeit t in Millimeter Quecksilbersäule (mmHg)
a ... Parameter

1) Tragen Sie in der obigen Abbildung die fehlende Zeitangabe in das dafür vorgesehene Kästchen ein.

2) Bestimmen Sie den Parameter a.

Der Graph der Funktion f_1 in der obigen Abbildung entsteht durch vertikale Verschiebung des Graphen von f.

3) Erstellen Sie ausgehend von f eine Funktionsgleichung für f_1.

Lösung: Ebbe und Flut * (B_414)

a) $A = 6$, $B = 6$
(keine Ablesetoleranz)

Die Periodendauer T ist 12, daher ergibt sich:
$\omega = \frac{2 \cdot \pi}{T} = \frac{2 \cdot \pi}{12} = \frac{\pi}{6}$

$t_0 = 3$ h und $\varphi = -t_0 \cdot \omega$, daher ergibt sich:
$\varphi = -\frac{\pi}{2}$
(Jeder Wert $\varphi = -\frac{\pi}{2} + 2 \cdot k \cdot \pi$ *mit* $k \in \mathbb{Z}$ *ist als richtig zu werten.)*

b) Im Durchschnitt beträgt die Wassertiefe im Hafenbecken 6 m.

8:20 Uhr entspricht $t = \frac{25}{3}$
$H\left(\frac{25}{3}\right) = 5{,}15...$

Die Wassertiefe um 8:20 Uhr beträgt rund 5,2 m.
Man berechnet diejenigen Zeitpunkte (in h nach Mitternacht), zu denen der Wasserstand maximal bzw. minimal ist.

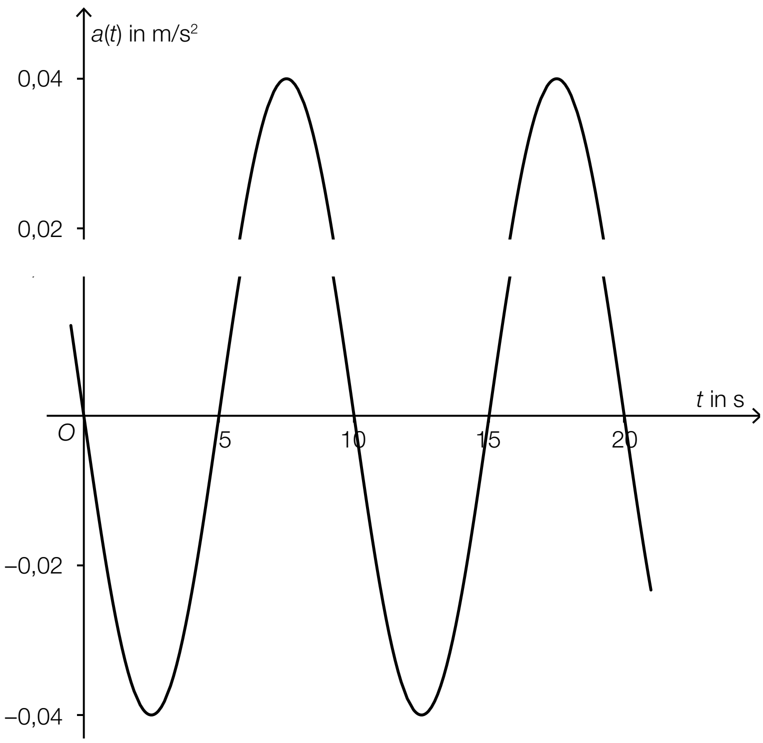
Lösung: Federpendel * (B_431)

Aufgabennummer: B_431

Technologieeinsatz: möglich ☐ erforderlich ☒

Ein an einer Feder befestigter Körper bewegt sich unter dem Einfluss der Federkraft.

a) Das nachstehende Beschleunigung-Zeit-Diagramm zeigt den sinusförmigen Verlauf der Beschleunigung eines Körpers durch die Federkraft. Es gilt: $a(t) = A \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi)$ mit $A > 0$.



Lösung: Flugbahnen * (B_389)

b) Koeffizientenvergleich:
$0{,}03492 = \tan(\alpha) \Rightarrow \alpha = 1{,}99\ldots°$

$7{,}192 \cdot 10^5 = 2 \cdot v^2 \cdot \cos^2(1{,}99\ldots°) \Rightarrow v = 600{,}0\ldots \approx 600$

Die Abschussgeschwindigkeit beträgt rund 600 m/s.

c1) $\cos(45°) = \frac{13 - h_P}{10{,}62}$
$h_P = 5{,}49\ldots$ m
Der Punkt P befindet sich rund 5,5 m über dem Boden.

c2) $a = 10{,}62$
$c = 13$

c3) $\omega = \frac{\pi}{5}$
$\varphi = -\frac{\pi}{4}$ *oder* $\varphi = -\frac{\pi}{4} + 2 \cdot k \cdot \pi$ mit $k \in \mathbb{Z}$

Lösung: Im Möbelhaus * (B_427)

b) $g(x) = \sin(x) + 1{,}96$ oder $g(x) = f(x) + 1{,}46$

$2{,}46 = a \cdot \sin(0) + b \Rightarrow b = 2{,}46$
$3{,}96 - 2{,}46 = 1{,}5 \Rightarrow a = 1{,}5$

Lösung: Meerwasser und mehr Wasser * (B_509)

Meerwasser und mehr Wasser*

Aufgabennummer: B_509

Technologieeinsatz: möglich ☐ erforderlich ☒

a) Die Funktion V beschreibt näherungsweise den zeitlichen Verlauf des Wasservolumens eines bestimmten Sees. Dabei wird das Wasservolumen in Kubikmetern und die Zeit t in Tagen angegeben.

V erfüllt die folgende Differenzialgleichung:

$$\frac{dV}{dt} = 0{,}001 \cdot (350 - V) \text{ mit } V > 0$$

1) Argumentieren Sie anhand der Differenzialgleichung, für welche Werte von V das

Lösung: Nähmaschine * (B_591)

$\frac{dT}{dt} = k \cdot (100 - T)$	☒

c1) $a = 9{,}5$
$d = 10$

c2) $b = \frac{2 \cdot \pi}{30} = \frac{\pi}{15}$

$c = 0$ oder $c = 2 \cdot k \cdot \pi$ mit $k \in \mathbb{Z}^*$

c3) $f(x) = 9{,}5 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{15} \cdot x\right) + 10$
$\int_0^{60} \sqrt{1 + f'(x)^2}\,dx = 100{,}33...$
Die Länge des zurückgelegten Weges beträgt rund 100,3 m.

Lösung: Piratenschiff * (B_572)

b1) $\alpha = \arccos\left(\frac{r}{b_1}\right) + \arccos\left(\frac{r}{b_2}\right)$

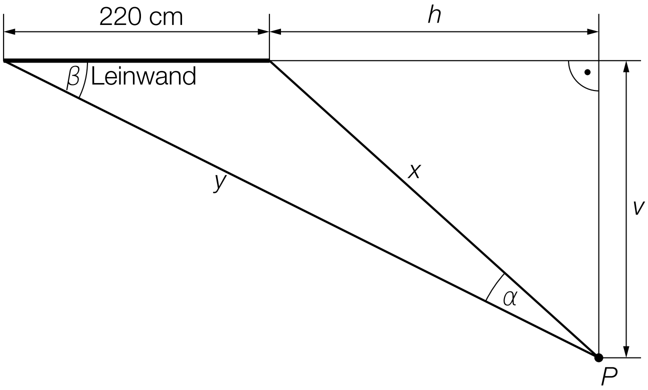
b2) $d = \sqrt{4{,}5^2 + 3^2 - 2 \cdot 4{,}5 \cdot 3 \cdot \cos(131°)}$
$d = 6{,}85...$ m

Lösung: Schulklassen* (B_624)

a1) $y = \sqrt{v^2 + (h + 220)^2}$

a2) $\alpha = \arccos\left(\frac{x^2 + y^2 - 220^2}{2 \cdot x \cdot y}\right)$

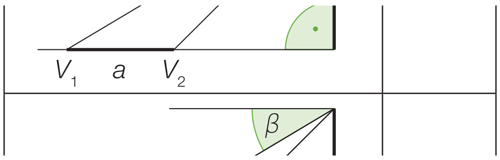
a3)



Ein Einzeichnen eines anderen Winkels mit dem gleichen Winkelmaß ist ebenfalls als richtig zu werten.

a4) $\beta = \arctan\left(\frac{250}{275 + 220}\right) = 26{,}79...°$

Lösung: Sightseeing in London (B_361)



Möglicher Lösungsweg

a) Der Radius des Rades entspricht der Amplitude a der Sinusfunktion: $a = \frac{121}{2} = 60{,}5$
b ist die Kreisfrequenz: $b = \frac{2\pi}{40} = \frac{\pi}{20}$

c ist der Nullphasenwinkel. Die Funktion h soll bei $t = 0$ ein Minimum haben. Als Werte für c kommen daher alle Minimumstellen der Funktion f mit $f(x) = \sin(x)$ infrage: $c = -\frac{\pi}{2}$ oder $c = \frac{3\pi}{2}$ oder ...

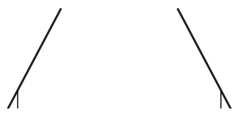
d bewirkt eine vertikale Verschiebung des Graphen. Mit $d = 0$ wäre $h(0) = -60{,}5$, da jedoch $h(0) = 14$ sein muss, ist $d = 14 + 60{,}5 = 74{,}5$.

$a = 60{,}5;\ b = \frac{\pi}{20};\ c = -\frac{\pi}{2};\ d = 74{,}5$

Die Amplitude a (Radius des Kreises), die Kreisfrequenz b (Drehgeschwindigkeit) und der Abstand d bleiben gleich.
Befindet sich der Aufhängepunkt zum Zeitpunkt $t = 0$ im höchsten Punkt, ändert sich nur der Nullphasenwinkel, wodurch eine Verschiebung des Graphen in horizontaler Richtung bewirkt wird.

b) $\sin(90° - \alpha) = \frac{2}{h_1}$

$h_1 = \frac{2}{\sin(90° - \alpha)}$



Lösung: Sinusfunktionen * (B_437)

Aufgabennummer: B_437

Technologieeinsatz: möglich ☒ erforderlich ☐

a) Eine Glimmlampe beginnt zu leuchten, sobald die angelegte Spannung eine Zündspannung U_Z übersteigt. Sie erlischt wieder, sobald die angelegte Spannung die Löschspannung U_L unterschreitet. Für eine bestimmte Glimmlampe gilt:

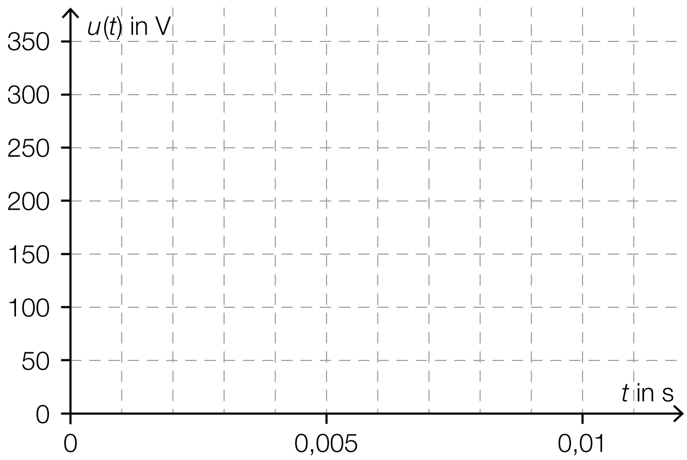
$U_Z = 150$ V
$U_L = 100$ V

Die angelegte Spannung kann näherungsweise durch die Funktion u beschrieben werden:

$u(t) = 325 \cdot \sin(2\pi \cdot 50 \cdot t)$

t ... Zeit in s
$u(t)$ ... Spannung zur Zeit t in Volt (V)

1) Veranschaulichen Sie im nachstehenden Koordinatensystem den Funktionsgraphen von u und kennzeichnen Sie dasjenige Zeitintervall $[t_1; t_2]$, in dem die Glimmlampe leuchtet.



2) Berechnen Sie, wie viel Prozent der Zeit die Glimmlampe im Zeitintervall [0; 0,01] leuchtet.

Lösung: Skispringen (2) * (B_380)

b) $\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{\overline{2}}{r} = \frac{21{,}7}{105{,}6}$

$\alpha = 23{,}716\ldots°$

Kreisbogen b von A nach B:

$b = \frac{\alpha \cdot r \cdot \pi}{180°}$

$b = \frac{23{,}716\ldots° \cdot 105{,}6 \cdot \pi}{180°} = 43{,}711\ldots$

prozentueller Unterschied zwischen der Länge der Strecke AB und dem Kreisbogen b:

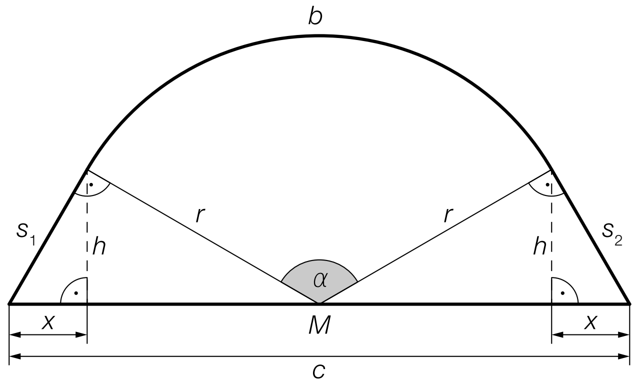
$\frac{43{,}711\ldots - 43{,}4}{43{,}711\ldots} = 0{,}00712\ldots \approx 0{,}71\ \%$

Die Streckenlänge $\overline{AB}$ ist um rund 0,71 % kürzer als der Kreisbogen b.

Lösung: Tischplatte * (B_554)

a1) $h = r \cdot \sin\left(\frac{180° - \alpha}{2}\right)$ *oder* $h = r \cdot \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)$

a2)



Lösung: Tunnelvortrieb * (B_521)

b1) $V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h$

$\tan(32°) = \frac{h}{r} \quad \Rightarrow \quad h = r \cdot \tan(32°)$

$200 = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot r \cdot \tan(32°)$

$r = 6{,}73...\text{ m}$

Lösung: Wasserski-Wettbewerb (2) * (B_471)

c1)

[...]	
[...]	
[...]	
[...]	