Thermometer

Ein digitales Thermometer wird zur Messung der Temperatur des Wassers in einem Becken verwendet. Ausgehend von einem Startwert nähert sich die angezeigte Temperatur der tatsächlichen Temperatur des Wassers an.

a) Der zeitliche Verlauf der angezeigten Temperatur bei einer bestimmten Messung kann durch die Funktion f beschrieben werden.

$f(t) = 38 - 6 \cdot 0{,}758^t$

t … Zeit nach Beginn der Messung in s
$f(t)$ … angezeigte Temperatur zur Zeit t in °C

1) Interpretieren Sie die Zahl 38 in der obigen Funktionsgleichung im gegebenen Sachzusammenhang. *[0/1 P.]*

Sobald die momentane Änderungsrate der angezeigten Temperatur unter 0,01 °C/s sinkt, ertönt ein Piepton.

2) Berechnen Sie, wie viele Sekunden nach Beginn der Messung der Piepton ertönt. *[0/1 P.]*

b) Zu Beginn einer anderen Messung zeigt das digitale Thermometer eine Temperatur von 33,0 °C an. Nach 4 s zeigt es eine Temperatur von 36,0 °C an.
Der zeitliche Verlauf der angezeigten Temperatur bei dieser Messung kann durch die Funktion g beschrieben werden.

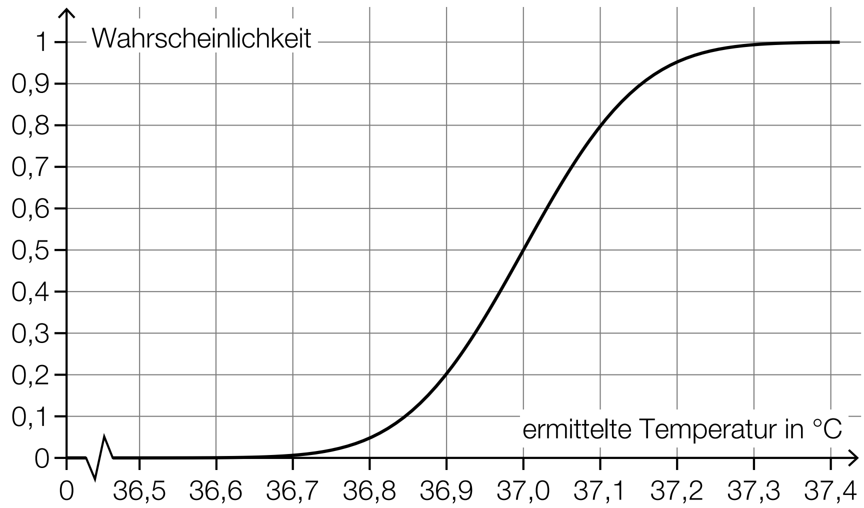
$g(t) = c - a \cdot e^{-0{,}275 \cdot t}$

t … Zeit nach Beginn der Messung in s
$g(t)$ … angezeigte Temperatur zur Zeit t in °C

1) Erstellen Sie ein Gleichungssystem zur Berechnung der Parameter a und c. *[0/1 P.]*

2) Berechnen Sie die Parameter a und c. *[0/1 P.]*

c) Ein Unternehmen produziert Thermometer. Im Rahmen einer Qualitätskontrolle werden die produzierten Thermometer unter jeweils gleichen Bedingungen getestet.
Die ermittelten Temperaturen können als annähernd normalverteilt angenommen werden.
In der nachstehenden Abbildung ist der Graph der zugehörigen Verteilungsfunktion dargestellt.



1) Lesen Sie aus der obigen Abbildung den Erwartungswert μ ab.

μ = ____________________ °C *[0/1 P.]*

2) Lesen Sie aus der obigen Abbildung die Wahrscheinlichkeit ab, dass die ermittelte Temperatur höchstens 36,9 °C beträgt. *[0/1 P.]*

3) Ermitteln Sie die Standardabweichung σ. *[0/1 P.]*

Möglicher Lösungsweg

a1) Die tatsächliche Temperatur des Wassers beträgt 38 °C.

oder:

Der Grenzwert der angezeigten Temperatur beträgt 38 °C.

a2) $f'(t) = 1{,}6624... \cdot 0{,}758^t$
$0{,}01 = 1{,}6624... \cdot 0{,}758^t$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$t = 18{,}4\ldots$
Nach etwa 18 s ertönt der Piepton.

a1) Ein Punkt für das richtige Interpretieren im gegebenen Sachzusammenhang.
a2) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Zeit, nach der der Piepton ertönt.

b1) I: $g(0) = 33$
II: $g(4) = 36$

oder:

I: $c - a = 33$
II: $c - a \cdot e^{-0{,}275 \cdot 4} = 36$

b2) Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$a = 4{,}49\ldots$
$c = 37{,}49\ldots$

b1) Ein Punkt für das richtige Erstellen des Gleichungssystems.
b2) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Parameter a und c.

c1) $\mu = 37{,}0$ °C

c2) Die Wahrscheinlichkeit beträgt 20 %.

c3) $\mu = 37$ und $P(X \leq 36{,}9) = 0{,}2$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$\sigma = 0{,}118...$

Auch ein näherungsweises Ermitteln der Standardabweichung mithilfe der Abbildung ist als richtig zu werten. (Toleranzbereich: [0,11; 0,13])

c1) Ein Punkt für das richtige Ablesen des Erwartungswerts μ.
c2) Ein Punkt für das richtige Ablesen der Wahrscheinlichkeit.
c3) Ein Punkt für das richtige Ermitteln der Standardabweichung σ.