

Spam (1)*

Aufgabennummer: B_418

Technologieeinsatz:

möglich ☐

erforderlich ☒

Als *Spam* werden unerwünscht zugestellte E-Mails bezeichnet.

- a) Der nachstehenden Tabelle kann man die Entwicklung der Anzahl der weltweit täglich versendeten Spam-Mails in Milliarden entnehmen.

| Beginn des Jahres ... | Anzahl der weltweit täglich versendeten Spam-Mails in Milliarden |
|-----------------------|------------------------------------------------------------------|
| 2010 | 62 |
| 2011 | 42 |
| 2012 | 30 |

Die Anzahl der Spam-Mails kann näherungsweise durch die Funktion S beschrieben werden:

$$S(t) = 50 \cdot 0,6^t + 12$$

t ... Zeit in Jahren ab 2010, d. h., für den Beginn des Jahres 2010 gilt: $t = 0$

$S(t)$... Anzahl der weltweit täglich versendeten Spam-Mails zur Zeit t in Milliarden

- Zeigen Sie, dass die Funktion S die Anzahl der weltweit täglich versendeten Spam-Mails für den Beginn des Jahres 2012 richtig beschreibt.

Die Funktion S kann auch in der Form $S(t) = 50 \cdot e^{k \cdot t} + 12$ angegeben werden.

- Berechnen Sie k .
- Beschreiben Sie das Ergebnis der Berechnung $\frac{S(5) - S(3)}{S(3)} \approx -0,30$ im gegebenen Sachzusammenhang.

* ehemalige Klausuraufgabe

b) Nach Expertenschätzungen sind 80 % aller E-Mails Spam.

In 8 % aller E-Mails kommt das Wort „Konto“ vor.

7 % aller E-Mails enthalten das Wort „Konto“ und sind Spam.

S bezeichnet das Ereignis, dass ein zufällig ausgewähltes E-Mail Spam ist, \bar{S} bezeichnet das Gegenereignis von S .

K bezeichnet das Ereignis, dass ein zufällig ausgewähltes E-Mail das Wort „Konto“ enthält, \bar{K} bezeichnet das Gegenereignis von K .

– Vervollständigen Sie die nachstehende Vierfeldertafel so, dass sie den beschriebenen Sachverhalt wiedergibt.

| | S | \bar{S} | Summe |
|-----------|-----|-----------|-------|
| K | | | |
| \bar{K} | | | |
| Summe | | | |

– Lesen Sie aus der Vierfeldertafel die Wahrscheinlichkeit ab, dass ein zufällig ausgewähltes E-Mail kein Spam ist und das Wort „Konto“ enthält.

Die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses E wird in diesem Zusammenhang durch folgenden Ausdruck ermittelt:

$$P(E) = \frac{0,07}{0,08}$$

– Beschreiben Sie dieses Ereignis im gegebenen Sachzusammenhang.

c) Mit einem *Aktienspam* wird durch massenhaften Versand von E-Mails eine meist wertlose Aktie beworben, um deren Kurs in die Höhe zu treiben. Der Versender ist selbst Besitzer der Aktie, die er nach der Kurssteigerung gewinnbringend verkauft, worauf der Kurs wieder fällt.

Für eine so beworbene Aktie hat es in den 4 Quartalen eines Jahres folgende prozentuelle Kursänderungen gegeben:

| Quartal | 1 | 2 | 3 | 4 |
|--------------|------|-------|-------|-------|
| Kursänderung | +5 % | +20 % | +25 % | –50 % |

– Berechnen Sie die mittlere prozentuelle Kursänderung pro Quartal.

Hinweis zur Aufgabe:

Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben.

Möglicher Lösungsweg

a) Beginn des Jahres 2012: $S(2) = 50 \cdot 0,6^2 + 12 = 30$

$$k = \ln(0,6) = -0,510... \approx -0,51$$

Im Zeitraum vom Beginn des Jahres 2013 bis zum Beginn des Jahres 2015 ist die Anzahl der weltweit täglich versendeten Spam-Mails um rund 30 % gesunken.

b)

| | S | \bar{S} | Summe |
|-----------|------|-----------|-------|
| K | 0,07 | 0,01 | 0,08 |
| \bar{K} | 0,73 | 0,19 | 0,92 |
| Summe | 0,80 | 0,20 | |

Die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig ausgewähltes E-Mail kein Spam ist und das Wort „Konto“ enthält, beträgt 1 %.

E ist das Ereignis, dass ein (zufällig ausgewähltes) E-Mail Spam ist unter der Bedingung, dass es das Wort „Konto“ enthält.

c) $\sqrt[4]{1,05 \cdot 1,2 \cdot 1,25 \cdot 0,5} - 1 = -0,0579... \approx -0,058$

Die mittlere prozentuelle Kursänderung pro Quartal beträgt rund -5,8 %.

Die angegebenen prozentuellen Kursänderungen könnten auch als Kursänderungen in Bezug auf den Beginn des 1. Quartals aufgefasst werden. Eine diesem Ansatz entsprechende Berechnung der mittleren prozentuellen Kursänderung pro Quartal ist dann als richtig zu werten.

Lösungsschlüssel

- a) 1 × D: für den richtigen Nachweis
1 × B: für die richtige Berechnung von k
1 × C: für die richtige Interpretation des Ergebnisses der Berechnung im gegebenen Sachzusammenhang
- b) 1 × A: für das richtige Vervollständigen der Vierfeldertafel
1 × C1: für das richtige Ablesen der Wahrscheinlichkeit
1 × C2: für die richtige Beschreibung des Ereignisses im gegebenen Sachzusammenhang
- c) 1 × B: für die richtige Berechnung der mittleren prozentuellen Kursänderung pro Quartal
Die angegebenen prozentuellen Kursänderungen könnten auch als Kursänderungen in Bezug auf den Beginn des 1. Quartals aufgefasst werden. Eine diesem Ansatz entsprechende Berechnung der mittleren prozentuellen Kursänderung pro Quartal ist dann als richtig zu werten.