Tagestemperatur

Aufgabennummer: B_252

Technologieeinsatz: möglich ☐ erforderlich ☒

a) Die nachstehend angeführten 3 Messwerte wurden an einem Vormittag aufgezeichnet und sollen mithilfe einer abschnittsweise definierten linearen Funktion T in Abhängigkeit von der Zeit t beschrieben werden.

t in h	T in °C
6	8
9	10
12	16

t ... Zeit nach Mitternacht in Stunden (h)
$T(t)$ ... Temperatur nach t Stunden in Grad Celsius (°C)

Es wird angenommen, dass in den Intervallen [6; 9] und [9; 12] die Temperatur jeweils linear zunimmt.

– Stellen Sie den Temperaturverlauf im Intervall [6; 12] grafisch dar.
– Stellen Sie die Funktion T abhängig von der Zeit t im Intervall [6; 12] auf.
– Berechnen Sie mithilfe dieser Funktion T die Temperatur um 11:30 Uhr.

b) An einem Tag im Oktober hat man einen Temperaturverlauf gemessen, der durch eine Polynomfunktion 3. Grades mit $f(t) = a \cdot t^3 + b \cdot t^2 + c \cdot t + d$ angenähert werden kann.

t ... Zeit nach Mitternacht in Stunden
$f(t)$ ... Temperatur zum Zeitpunkt t in °C

t	2	5	8	11	14	17	20	23
$f(t)$	5,4	4,3	8,3	12,2	15,3	14	9,1	7,2

– Erstellen Sie mithilfe der Regressionsrechnung eine zu den angegebenen Werten passende Polynomfunktion 3. Grades. (Runden Sie dabei die Koeffizienten auf 4 Nachkommastellen.)
– Berechnen Sie den Differenzenquotient dieser Polynomfunktion für das Intervall [6; 12].
– Beschreiben Sie, was dieser Differenzenquotient für das Intervall im Sachzusammenhang aussagt.

Hinweis zur Aufgabe:
Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

Möglicher Lösungsweg

a) Ansatz über $T(t) = k \cdot t + d$

$k_1 = \frac{10-8}{9-6} = \frac{2}{3} \Rightarrow$ Punkt einsetzen: $8 = \frac{2}{3} \cdot 6 + d_1$

$\Rightarrow d_1 = 4$

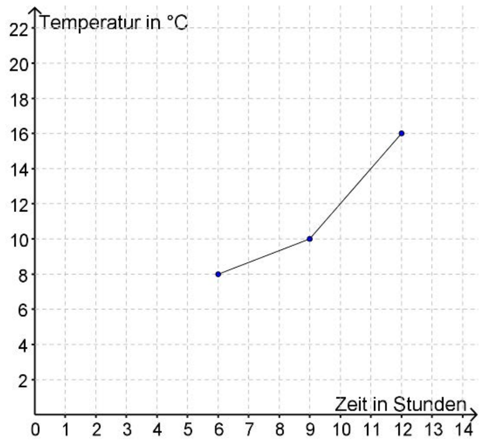
$k_2 = \frac{16-10}{12-9} = 2 \Rightarrow$ Punkt einsetzen: $10 = 2 \cdot 9 + d_2$

$\Rightarrow d_2 = -8$

$$T(t) = \begin{cases} \frac{2}{3}t + 4 \text{ für } t \in [6; 9] \\ 2t - 8 \text{ für } t \in [9; 12] \end{cases}$$

$T(11{,}5) = 2 \cdot 11{,}5 - 8 = 15$

Um 11:30 Uhr ergibt das Modell 15 °C.



b) Mittels Technologieeinsatz kommt man zur folgenden Gleichung:

$f(t) = -0{,}0057 \cdot t^3 + 0{,}1446 \cdot t^2 - 0{,}2598 \cdot t + 4{,}4186$

Der Differenzenquotient wird gebildet mit: $\frac{f(12) - f(6)}{12-6} = 0{,}9066 \approx 0{,}91$

Der Differenzenquotient sagt aus, dass die Temperatur im Intervall [6; 12] durchschnittlich um rund 1 °C pro Stunde zunimmt.

Klassifikation

☐ Teil A ☒ Teil B

Wesentlicher Bereich der Inhaltsdimension:

a) 3 Funktionale Zusammenhänge
b) 4 Analysis

Nebeninhaltsdimension:

a) 2 Algebra und Geometrie
b) —

Wesentlicher Bereich der Handlungsdimension:

a) A Modellieren und Transferieren
b) A Modellieren und Transferieren

Nebenhandlungsdimension:

a) B Operieren und Technologieeinsatz
b) C Interpretieren und Dokumentieren, B Operieren und Technologieeinsatz

Schwierigkeitsgrad:

a) schwer
b) mittel

Punkteanzahl:

a) 3
b) 3

Thema: Sonstiges

Quellen: —