Autokauf (3)

Clara möchte ein neues Auto kaufen.

a) Eine Bank bietet Clara einen Kredit in Höhe von € 15.000 mit einer Laufzeit von 7 Jahren an. Die Rückzahlung erfolgt durch nachschüssige Monatsraten in Höhe von je € 216.

1) Berechnen Sie den Monatszinssatz i_{12} für diesen Kredit. *[0/1 P.]*

Mit dem monatlichen Aufzinsungsfaktor $q_{12} = 1 + i_{12}$ führt Clara die nachstehende Berechnung durch.

$$X = 15\,000 \cdot q_{12}^{24} - 216 \cdot \frac{q_{12}^{24} - 1}{q_{12} - 1}$$

2) Beschreiben Sie die Bedeutung von X im gegebenen Sachzusammenhang. *[0/1 P.]*

b) Eine andere Bank bietet Clara einen Kredit in Höhe von € 15.000 mit einem Zinssatz von 6,2 % p. a. an. Die Rückzahlung erfolgt durch nachschüssige Monatsraten in Höhe von je € 219,35.

1) Berechnen Sie den zu 6,2 % p. a. äquivalenten Monatszinssatz. *[0/1 P.]*

2) Vervollständigen Sie den nachstehenden Ausschnitt des zugehörigen Tilgungsplans. *[0/1 P.]*

Monat	Zinsanteil	Tilgungsanteil	monatliche Annuität	Restschuld
0	---	---	---	€ 15.000,00
1				

c) Clara hat vor 5 Jahren den Geldbetrag B_1 und vor 3 Jahren den Geldbetrag B_2 auf ein Konto eingezahlt. Der Zinssatz beträgt 1 % p. a.

1) Ordnen Sie den beiden Beschreibungen jeweils den passenden Ausdruck aus A bis D zu. *[0/1 P.]*

Es wird die Summe der Werte der beiden Spareinlagen zum heutigen Zeitpunkt berechnet.	
Es wird die Summe der Werte der beiden Spareinlagen zum Zeitpunkt der Einzahlung von B_2 berechnet.	

A	$B_1 \cdot 1{,}01^5 + B_2 \cdot 1{,}01^3$
B	$B_1 + B_2 \cdot 1{,}01^{-2}$
C	$B_1 \cdot 1{,}01^5 + B_2 \cdot 1{,}01^2$
D	$B_1 \cdot 1{,}01^2 + B_2$

d) Der Wert eines Autos verringert sich im Laufe der Zeit. Für ein bestimmtes Auto ist dessen Wert nach 1 Jahr und nach 3 Jahren in der nachstehenden Tabelle angegeben.

Zeit nach dem Kauf in Jahren	1	3
Wert des Autos in €	15 000	10 000

Der Wert des Autos kann im Zeitintervall [1; 3] näherungsweise durch die lineare Funktion f beschrieben werden.

t ... Zeit nach dem Kauf in Jahren
$f(t)$ ... Wert des Autos zur Zeit t in €

1) Stellen Sie eine Gleichung der linearen Funktion f auf. *[0/1 P.]*

2) Interpretieren Sie den Wert der Steigung von f im gegebenen Sachzusammenhang. Geben Sie dabei die zugehörige Einheit an. *[0/1 P.]*

Möglicher Lösungsweg

Autokauf

a1) $15000 = 216 \cdot \frac{q_{12}^{84} - 1}{q_{12} - 1} \cdot \frac{1}{q_{12}^{84}}$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$q_{12} = 1{,}00463...$
$i_{12} = 0{,}46...\ \%$

a2) X ist die Restschuld nach 24 Monaten (2 Jahren) in Euro.

a1) Ein Punkt für das richtige Berechnen des Monatszinssatzes.
a2) Ein Punkt für das richtige Beschreiben im gegebenen Sachzusammenhang.

b1) $i_{12} = \sqrt[12]{1{,}062} - 1 = 0{,}005025...$
Der zu 6,2 % p.a. äquivalente Monatszinssatz beträgt rund 0,503 %.

Eine Berechnung des äquivalenten Monatszinssatzes als $\frac{6{,}2\ \%}{12} = 0{,}5166...\ \%$ *ist als falsch zu werten.*

b2)

Monat	Zinsanteil	Tilgungsanteil	monatliche Annuität	Restschuld
0	---	---	---	€ 15.000,00
1	**€ 75,38**	**€ 143,97**	**€ 219,35**	**€ 14.856,03**

b1) Ein Punkt für das richtige Berechnen des äquivalenten Monatszinssatzes.
b2) Ein Punkt für das richtige Vervollständigen des Ausschnitts des Tilgungsplans.

c1)

Es wird die Summe der Werte der beiden Spareinlagen zum heutigen Zeitpunkt berechnet.	A
Es wird die Summe der Werte der beiden Spareinlagen zum Zeitpunkt der Einzahlung von B_2 berechnet.	D

A	$B_1 \cdot 1{,}01^5 + B_2 \cdot 1{,}01^3$
B	$B_1 + B_2 \cdot 1{,}01^{-2}$
C	$B_1 \cdot 1{,}01^5 + B_2 \cdot 1{,}01^2$
D	$B_1 \cdot 1{,}01^2 + B_2$

c1) Ein Punkt für das richtige Zuordnen.

d1) $f(t) = k \cdot t + d$

$$k = \frac{10\,000 - 15\,000}{3 - 1} = -2\,500$$

$d = 15\,000 + 2\,500 = 17\,500$

$f(t) = -2\,500 \cdot t + 17\,500$

d2) Gemäß diesem Modell nimmt der Wert des Autos um € 2.500 pro Jahr ab.

d1) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Funktionsgleichung von *f*.
d2) Ein Punkt für das richtige Interpretieren im gegebenen Sachzusammenhang unter Angabe der zugehörigen Einheit.