

## Feinstaubemissionen

Aufgabennummer: A\_180

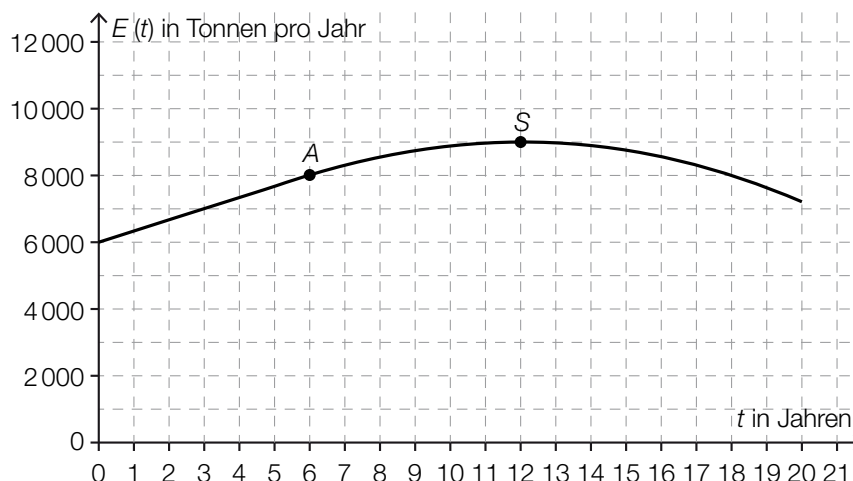
Technologieeinsatz:

möglich ☐

erforderlich ☒

Für den Zeitraum von 1990 bis 2010 wurden die Feinstaubemissionen in verschiedenen Bereichen aufgezeichnet.

- a) Die Aufzeichnungen der durch den Straßenverkehr hervorgerufenen Feinstaubemissionen lassen sich annähernd durch die Funktion  $E$  modellieren, deren Graph in der nachstehenden Abbildung dargestellt ist.



$t$  ... Zeit in Jahren nach Jahresbeginn 1990 mit  $0 \leq t \leq 20$

$E(t)$  ... Emission zur Zeit  $t$  in Tonnen pro Jahr

Die Funktion  $E$  verläuft in den ersten 6 Jahren linear und ab dem Zeitpunkt  $t = 6$  quadratisch:

$$E(t) = \begin{cases} \boxed{\phantom{a \cdot t^2 + b \cdot t + c}} & \text{für } 0 \leq t < 6 \\ a \cdot t^2 + b \cdot t + c & \text{für } 6 \leq t \leq 20 \end{cases}$$

- Ergänzen Sie den fehlenden Ausdruck in der obigen Funktionsgleichung.
- Erstellen Sie mithilfe der Informationen, die Sie den in der obigen Abbildung eingezeichneten Punkten A und S (= Scheitelpunkt der Parabel) entnehmen können, ein Gleichungssystem zur Berechnung der Koeffizienten  $a$ ,  $b$  und  $c$ .
- Berechnen Sie die Koeffizienten  $a$ ,  $b$  und  $c$ .

- b) Die Feinstaubemissionswerte der Industrie lassen sich annähernd durch die Funktion  $E$  mit  $E(t) = 2,5 \cdot t^2 - 50 \cdot t + 12\,500$  beschreiben.

$t$  ... Zeit in Jahren nach Jahresbeginn 1990 mit  $0 \leq t \leq 20$

$E(t)$  ... Emission zur Zeit  $t$  in Tonnen pro Jahr

$F$  ist derjenige Flächeninhalt, der vom Graphen der Funktion  $E$  und der horizontalen Achse im Intervall  $[0; 20]$  eingeschlossen wird.

- Berechnen Sie den Flächeninhalt  $F$ .
- Interpretieren Sie die Bedeutung des Flächeninhalts  $F$  im gegebenen Sachzusammenhang.

- c) Aufzeichnungen über die Feinstaubemissionswerte der Landwirtschaft ergaben folgende Wertetabelle:

Jahr	1990	1995	2010
Emission in Tonnen pro Jahr	6 000	5 950	5 800

- Zeigen Sie, dass die drei Wertepaare Koordinaten von Punkten beschreiben, die auf einer Geraden liegen.
- Berechnen Sie bei gleichbleibender Entwicklung den voraussichtlichen Emissionswert im Jahr 2020.

*Hinweis zur Aufgabe:*

*Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben.*

## Möglicher Lösungsweg

$$a) \quad E(t) = \begin{cases} 6000 + 333,3 \cdot t & \text{für } 0 \leq t < 6 \\ a \cdot t^2 + b \cdot t + c & \text{für } 6 \leq t \leq 20 \end{cases}$$

$$\text{Für } 6 \leq t \leq 20 \text{ gilt: } E(t) = a \cdot t^2 + b \cdot t + c \\ E'(t) = 2 \cdot a \cdot t + b$$

$$E(6) = 8000 \quad \Rightarrow \quad 36 \cdot a + 6 \cdot b + c = 8000$$

$$E(12) = 9000 \quad \Rightarrow \quad 144 \cdot a + 12 \cdot b + c = 9000$$

$$E'(12) = 0 \quad \Rightarrow \quad 24 \cdot a + b = 0$$

Lösung des Gleichungssystems mittels Technologieeinsatz:

$$a = -\frac{250}{9}, \quad b = \frac{2000}{3}, \quad c = 5000$$

$$b) \quad F = \int_0^{20} (2,5 \cdot t^2 - 50 \cdot t + 12500) dt = 246666,6... \approx 246667$$

Im Zeitintervall  $[0; 20]$  sind insgesamt rund 246667 Tonnen Feinstaub angefallen.

c) Steigung der Geraden durch die Punkte (1990|6000) und (1995|5950):

$$\frac{5950 - 6000}{1995 - 1990} = -10$$

Steigung der Geraden durch die Punkte (1995|5950) und (2010|5800):

$$\frac{5800 - 5950}{2010 - 1995} = -10$$

Die Steigungen stimmen überein, daher liegen die 3 Punkte auf einer Geraden.

voraussichtlicher Emissionswert im Jahr 2020:  $5800 - 10 \cdot 10 = 5700$  Tonnen

# Klassifikation

☒ Teil A

☐ Teil B

## Wesentlicher Bereich der Inhaltsdimension:

- a) 3 Funktionale Zusammenhänge
- b) 4 Analysis
- c) 3 Funktionale Zusammenhänge

## Nebeninhaltsdimension:

- a) 4 Analysis
- b) —
- c) —

## Wesentlicher Bereich der Handlungsdimension:

- a) A Modellieren und Transferieren
- b) C Interpretieren und Dokumentieren
- c) D Argumentieren und Kommunizieren

## Nebenhandlungsdimension:

- a) B Operieren und Technologieeinsatz
- b) B Operieren und Technologieeinsatz
- c) B Operieren und Technologieeinsatz

## Schwierigkeitsgrad:

- a) mittel
- b) leicht
- c) mittel

## Punkteanzahl:

- a) 3
- b) 2
- c) 2

**Thema:** Umwelt

**Quelle:** IW-Ausbildung März 2014 Modul 2