Sightseeing in London

Aufgabennummer: B_361

Technologieeinsatz: möglich ☐ erforderlich ☒

Zu den bekanntesten Sehenswürdigkeiten Londons zählen das *London Eye*, der *Big Ben* und die *Tower Bridge*.

a) Das *London Eye* ist das höchste Riesenrad Europas. Der Aufhängepunkt einer Gondel beschreibt einen Kreis mit einem Durchmesser von 121 m und erreicht eine maximale Höhe von 135 m. Das sich mit konstanter Geschwindigkeit drehende Rad benötigt für eine volle Umdrehung 40 Minuten.

Die Höhe des Aufhängepunkts einer Gondel über dem Boden kann in Abhängigkeit von der Zeit durch eine allgemeine Sinusfunktion h beschrieben werden:

$h(t) = a \cdot \sin(b \cdot t + c) + d$

t … Zeit in min
$h(t)$ … Höhe des Aufhängepunkts über dem Boden zur Zeit t in m

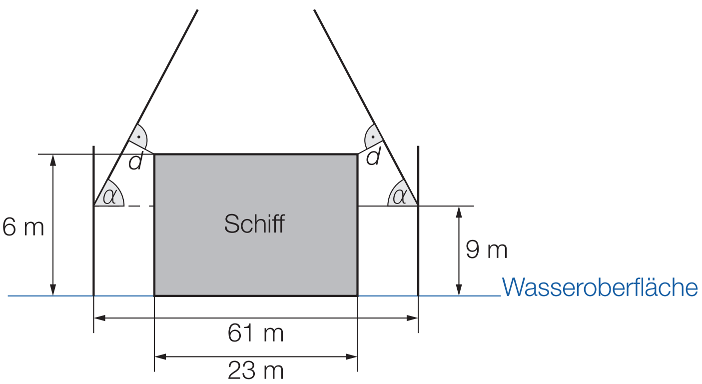
Zur Zeit $t = 0$ befindet sich der Aufhängepunkt an der tiefsten Stelle.

– Ermitteln Sie die Parameter a, b, c und d.

Wählt man für $t = 0$ denjenigen Zeitpunkt, zu dem sich der Aufhängepunkt an der höchsten Stelle befindet, so wird die Höhe des Aufhängepunkts in Abhängigkeit von der Zeit durch die Funktion g beschrieben.

– Erklären Sie, in welchen Parametern sich die Funktion g von h unterscheidet.

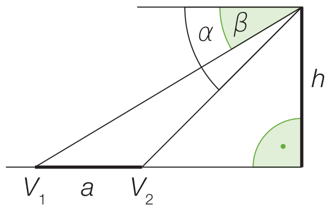
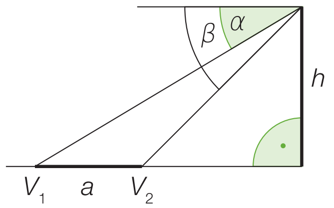
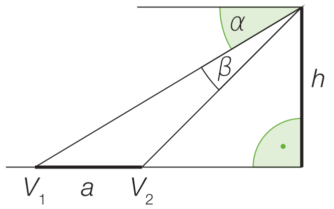
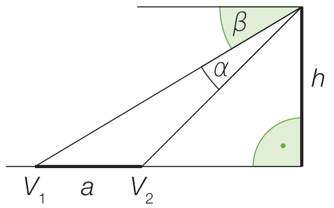
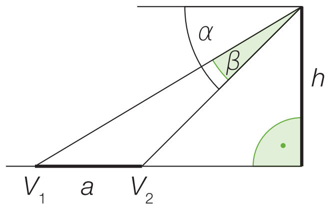
b) Die *Tower Bridge* ist eine Klappbrücke, die über die Themse führt. Um großen Schiffen die Durchfahrt zu ermöglichen, können die Brückenarme des 61 m langen Mittelteils hochgeklappt werden. Die Gelenke der Brückenarme liegen rund 9 m über der Wasseroberfläche. Ein Schiff fährt genau in der Mitte des Flusses und soll unter der Brücke durchfahren (siehe nachstehende Abbildung).



– Berechnen Sie denjenigen Winkel α, um den beide Brückenarme jeweils geöffnet werden müssen, damit das Schiff mit einem Abstand von $d = 2$ m die Brücke passieren kann.

c) Um die Höhe des *Big Ben* zu bestimmen, werden zwei Punkte in einer Ebene festgelegt. Vom Vermessungspunkt V_1 wird der Höhenwinkel α zur Spitze des *Big Ben* gemessen. Von einem um a Meter näher zum Turm gelegenen Vermessungspunkt V_2 wird zur Spitze ein Höhenwinkel β gemessen.

– Kreuzen Sie die zu diesem Sachverhalt passende Skizze an. *[1 aus 5]*

	☐
	☐
	☐
	☐
	☐

– Stellen Sie eine Formel zur Berechnung der Höhe h aus a, α und β auf.

h = ____

Hinweis zur Aufgabe:
Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

Möglicher Lösungsweg

a) Der Radius des Rades entspricht der Amplitude a der Sinusfunktion: $a = \frac{121}{2} = 60{,}5$
b ist die Kreisfrequenz: $b = \frac{2\pi}{40} = \frac{\pi}{20}$

c ist der Nullphasenwinkel. Die Funktion h soll bei $t = 0$ ein Minimum haben. Als Werte für c kommen daher alle Minimumstellen der Funktion f mit $f(x) = \sin(x)$ infrage: $c = -\frac{\pi}{2}$ oder $c = \frac{3\pi}{2}$ oder ...

d bewirkt eine vertikale Verschiebung des Graphen. Mit $d = 0$ wäre $h(0) = -60{,}5$, da jedoch $h(0) = 14$ sein muss, ist $d = 14 + 60{,}5 = 74{,}5$.

$a = 60{,}5$; $b = \frac{\pi}{20}$; $c = -\frac{\pi}{2}$; $d = 74{,}5$

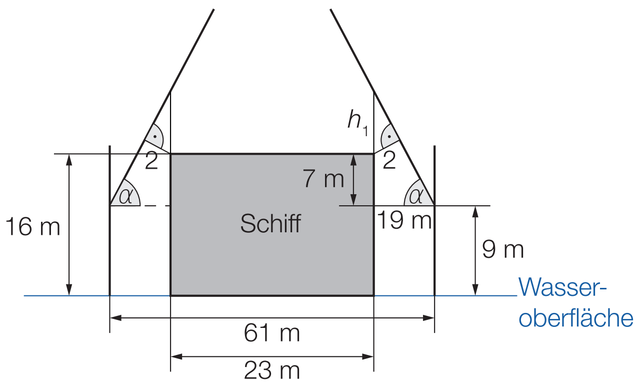
Die Amplitude a (Radius des Kreises), die Kreisfrequenz b (Drehgeschwindigkeit) und der Abstand d bleiben gleich.
Befindet sich der Aufhängepunkt zum Zeitpunkt $t = 0$ im höchsten Punkt, ändert sich nur der Nullphasenwinkel, wodurch eine Verschiebung des Graphen in horizontaler Richtung bewirkt wird.

b) $\sin(90° - \alpha) = \frac{2}{h_1}$

$h_1 = \frac{2}{\sin(90° - \alpha)}$

$\tan(\alpha) = \frac{h_1 + 7}{19}$

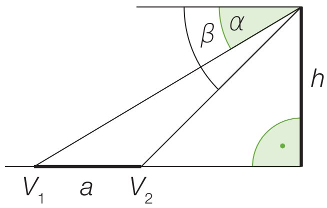
$\tan(\alpha) = \frac{\frac{2}{\sin(90° - \alpha)} + 7}{19}$



Lösen mittels Technologieeinsatz:
$\alpha = 25{,}893...°$

Die Brückenarme müssen in einem Winkel von rund $\alpha = 25{,}89°$ geöffnet werden.

c)

[...]	
	☒
[...]	
[...]	
[...]	

$$h = \frac{a \cdot \tan(\beta) \cdot \tan(\alpha)}{\tan(\beta) - \tan(\alpha)}$$

Klassifikation

☐ Teil A ☒ Teil B

Wesentlicher Bereich der Inhaltsdimension:

a) 3 Funktionale Zusammenhänge
b) 2 Algebra und Geometrie
c) 2 Algebra und Geometrie

Nebeninhaltsdimension:

a) –
b) –
c) –

Wesentlicher Bereich der Handlungsdimension:

a) A Modellieren und Transferieren
b) A Modellieren und Transferieren
c) C Interpretieren und Dokumentieren

Nebenhandlungsdimension:

a) D Argumentieren und Kommunizieren
b) B Operieren und Technologieeinsatz
c) A Modellieren und Transferieren

Schwierigkeitsgrad:

a) mittel
b) schwer
c) schwer

Punkteanzahl:

a) 3
b) 2
c) 2

Thema: Sonstiges

Quellen: –