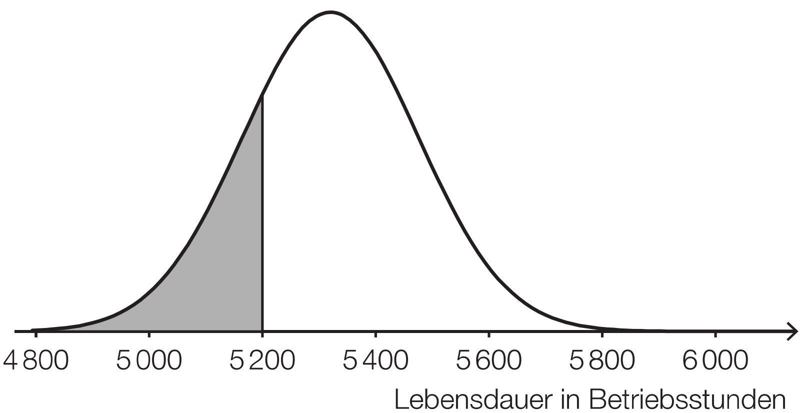
Alle Lösungen

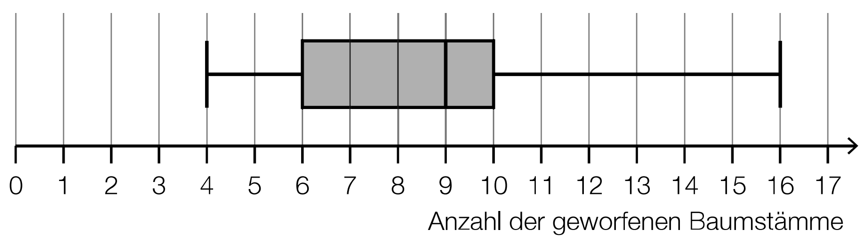
Lösung: Batterien * (A_228)

c) Berechnung des Intervalls mittels Technologieeinsatz:
$P(\mu - a \leq X \leq \mu + a) = 0{,}9 \Rightarrow [5\,063{,}4;\ 5\,576{,}6]$



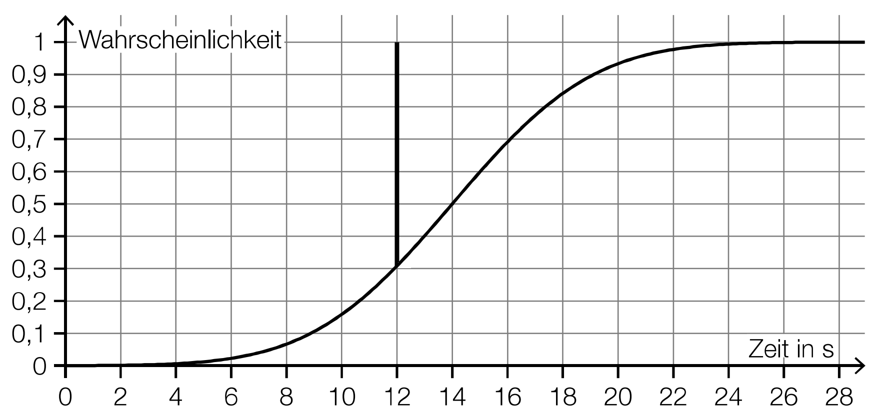
Lösung: Baumstammwerfen * (A_324)

c1)



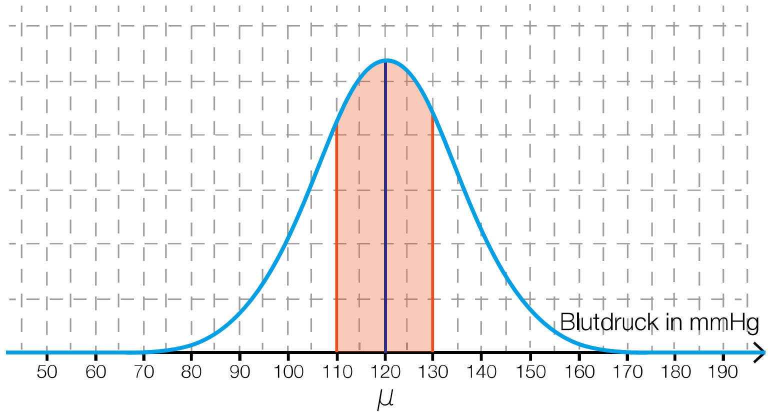
c2) $\mu = 14$ s

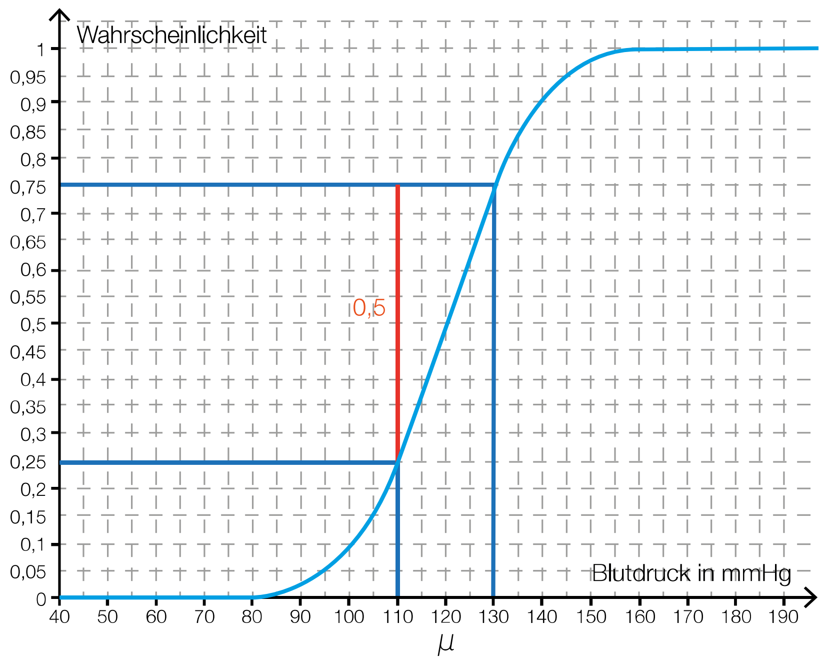
c3)



Lösung: Blut und Blutdruck (A_223)

b)





X … Blutdruck in mmHg

$P(110 \leq X \leq 130) = P(X \leq 130) - P(X \leq 110) = 0{,}75 - 0{,}25 = 0{,}5 = 50\ \%$

Lösung: Bluthochdruck bei Erwachsenen * (A_319)

a1) X ... Blutdruck in mmHg

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$P(X \geq 140) = 0{,}200...$

Rund 20 % der Bevölkerung dieses Landes haben Bluthochdruck.

a2)

①	
weiter links	☒

②	
höher	☒

Lösung: CD (A_233)

c1) X ... Durchmesser einer CD

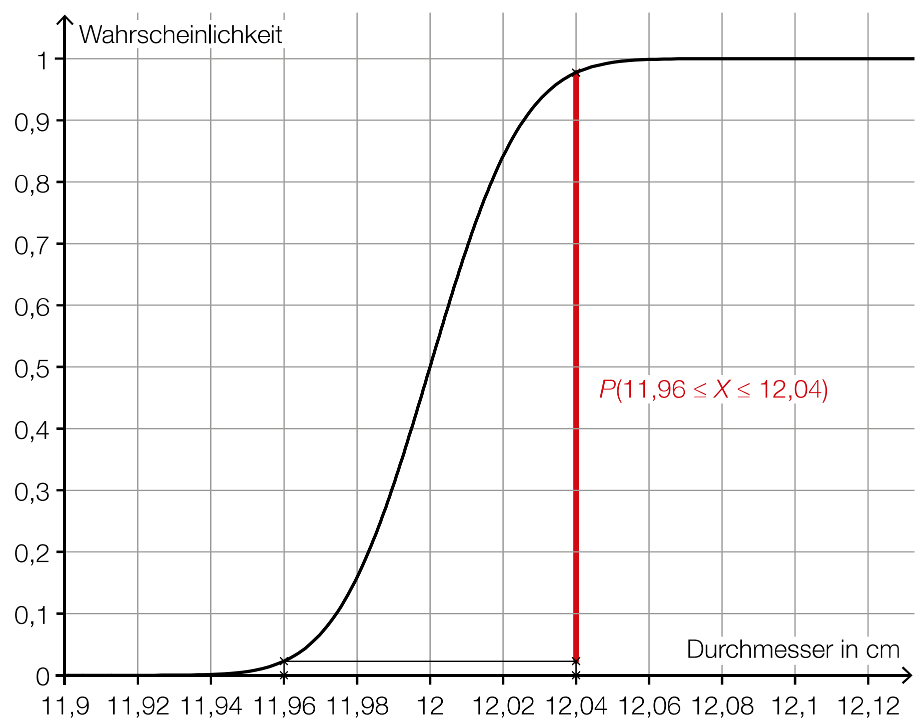
$P(11{,}96\text{ cm} \leq X \leq 12{,}04\text{ cm}) = 0{,}95449\ldots$

$1 - 0{,}95449\ldots = 0{,}04550\ldots$

Die Wahrscheinlichkeit liegt bei rund 4,55 %.

Die Berechnung der Wahrscheinlichkeit mit der σ-Umgebung ist ebenfalls zulässig.

c2)



Lösung: Entwicklung von Katzen und Hunden * (A_098)

b1) X ... Körpermasse in kg

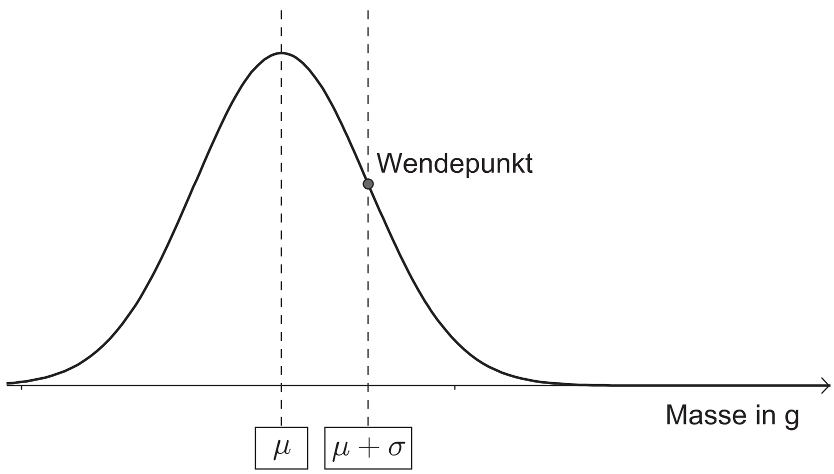
Normalverteilung mit $\mu = 3{,}6$ kg und $\sigma = 0{,}7$ kg:
$P(X \geq a) = 0{,}1$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$a = 4{,}49...$

Ab einer Körpermasse von rund 4,5 kg wurde eine ausgewachsene Katze in dieser Studie als übergewichtig bezeichnet.

Lösung: Farbenfrohe Gummibären * (A_157)

d)



P(„Gummibär wird aussortiert") = 1 – $P(2{,}05 \leq X \leq 2{,}55) = 0{,}01241... \approx 0{,}0124$

Ein zufällig ausgewählter Gummibär wird mit einer Wahrscheinlichkeit von rund 1,24 % aussortiert.

Lösung: Fluggepäck * (A_344)

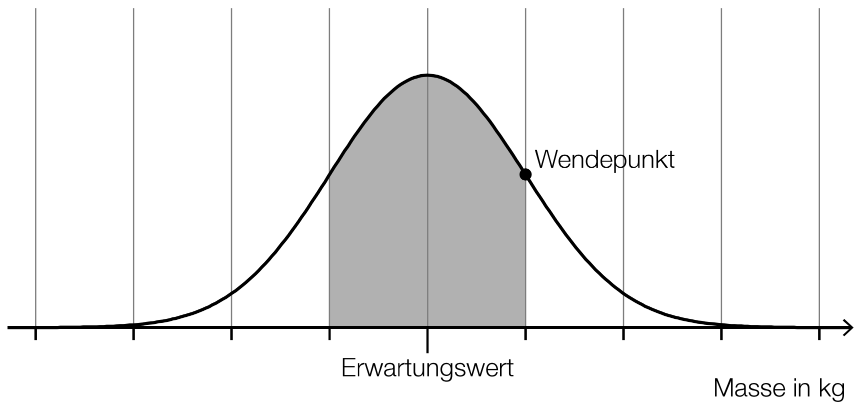
b1) X ... Masse in kg

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$P(X \geq 25) = 0{,}0062...$

Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Gepäckstück eine Masse von mindestens 25 kg hat, beträgt rund 0,6 %.

b2)



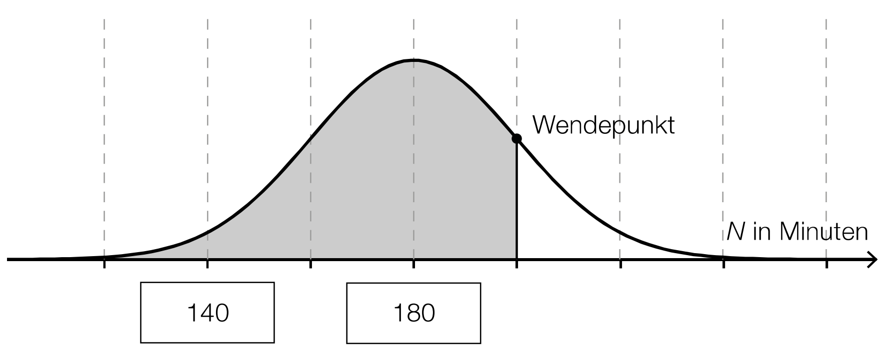
Lösung: Freizeitparadies Schöckl (A_145)

a1) Berechnung des symmetrischen Intervalls mittels Technologieeinsatz:
$P(\mu - a \leq X \leq \mu + a) = 0{,}9 \quad \Rightarrow \quad [1\,502{,}63;\ 2\,351{,}37]$
Die Sonnenscheindauer liegt mit 90%iger Wahrscheinlichkeit im Intervall [1 502,63; 2 351,37] Stunden.

a2) Die gekennzeichnete Fläche repräsentiert die Wahrscheinlichkeit, dass die jährliche Sonnenscheindauer höchstens 1 650 Stunden beträgt.

Lösung: Internet (1) * (A_190)

a)



Lösung: Kfz-Kennzeichen (A_124)

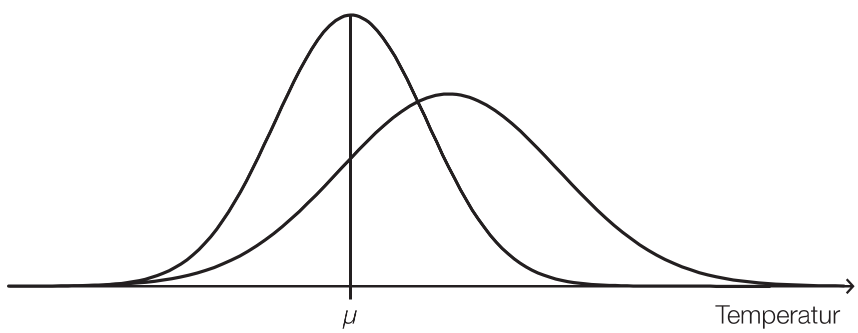
b1) X ... Masse der Kfz-Kennzeichen-Tafeln in g

Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$P(X \leq 243) = 0{,}00620...$

Rund 0,62 % der Kfz-Kennzeichen-Tafeln haben eine Masse von höchstens 243 g.

Lösung: Klimawandel und Ozon * (A_225)

a)



Lösung: Kochzeit von Eiern * (A_289)

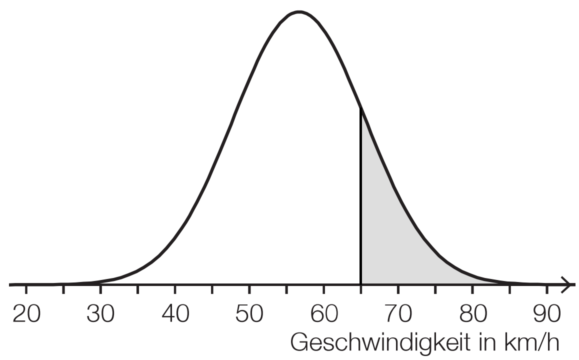
c1) X ... Kochzeit für weich gekochte Eier in min
Berechnung des Intervalls mittels Technologieeinsatz:
$P(\mu - a \leq X \leq \mu + a) = 0{,}9 \quad \Rightarrow \quad [4{,}92 \text{ min}; 6{,}08 \text{ min}]$

c2)

$P(8 \leq X \leq 10) = 1 - P(X \geq 10)$	☒

Lösung: Kontrolle der Geschwindigkeit * (A_117)

b1)



Lösung: Kosmetikartikel * (A_306)

a1) $\mu = 75$ ml

a2) X ... Füllvolumen in ml

$P(X \leq a) = 0{,}1$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

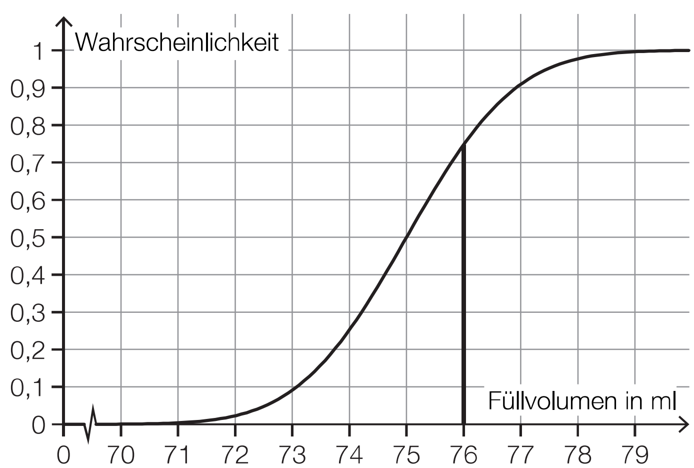
$a = 73{,}077...$

Intervall: [73,077...; 76,922...]

Auch ein Ermitteln mithilfe der Abbildung ist als richtig zu werten.

Toleranzbereich für die untere Intervallgrenze: [73; 73,2]
Toleranzbereich für die obere Intervallgrenze: [76,8; 77]

a3)



Lösung: Kunststoffmüll* (A_356)

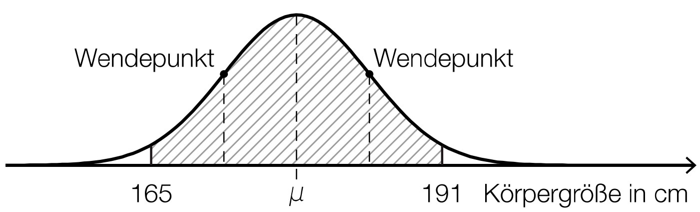
b1)

$\mu \approx 0{,}5$ und $\sigma \approx 0{,}1$	☒

Lösung: Körpergröße * (A_244)

b) X … Körpergröße eines zufällig ausgewählten Studenten in cm
$P(X \geq a) = 0{,}8$
Berechnung von a mittels Technologieeinsatz:
$a = 172{,}52\ldots$ cm

Mit einer Wahrscheinlichkeit von 80 % wird eine Körpergröße von rund 172,5 cm überschritten.



Lösung: Körpermaße von Föten und Neugeborenen (A_121)

c) X … Masse in g
$P(X \leq a) = 0{,}055$

Lösung mittels Technologieeinsatz:
$a = 2\,457{,}7\ldots$
5,5 % der neugeborenen Mädchen haben eine Masse von weniger als rund 2 458 g.

d)

$\int_{2334}^{3408} f(x)\,\mathrm{d}x =$	C
$1 - F(2\,334) =$	D

A	0,025
B	0,05
C	0,475
D	0,975

$F(4\,482) - F(2\,334) = 95\ \%$

Lösung: Lern-App * (A_335)

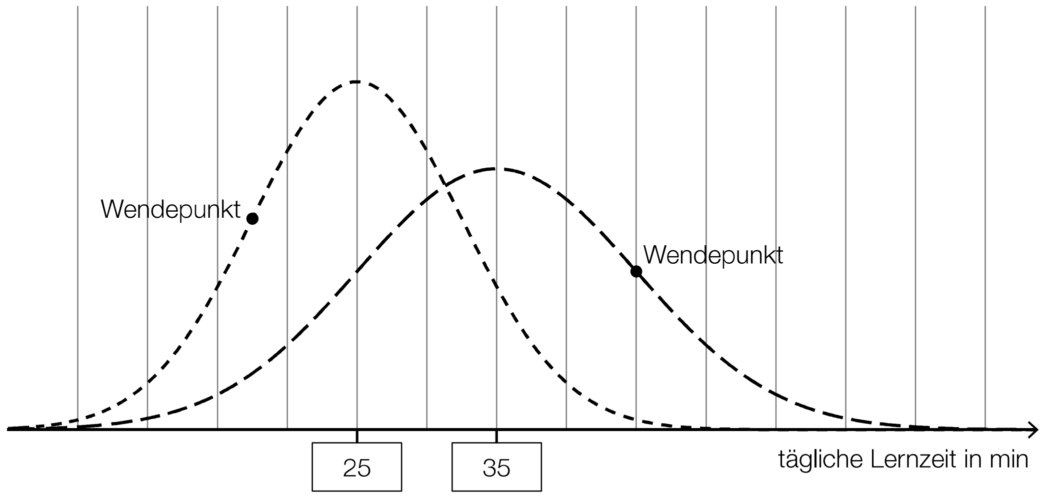
b1) X ... Danielas tägliche Lernzeit in min

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$P(X \geq 30) = 0{,}6914...$

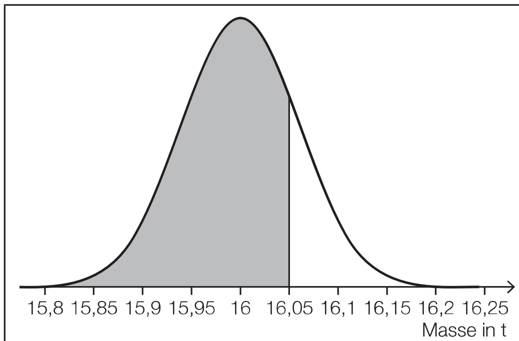
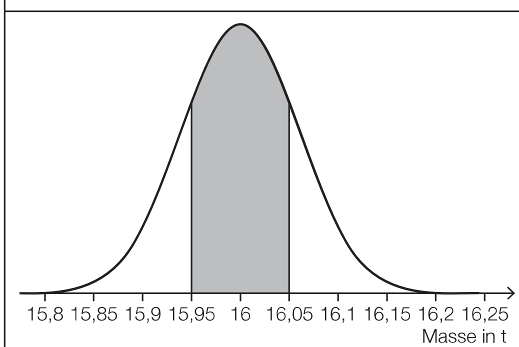
Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 69,1 %.

b2)



Lösung: Marillenernte (A_139)

c) Berechnung mit Technologieeinsatz: Normalverteilung mit $\sigma = 0{,}06$ und $\mu = 16$
$P(X \leq 15{,}9) = 0{,}0477...$
Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 4,8 %.

	A
	C

A	$1 - P(X \geq 16{,}05)$
B	$P(X \geq 16{,}05)$
C	$1 - 2 \cdot P(X \geq 16{,}05)$
D	$P(X \leq 15{,}95) - P(X \leq 16{,}05)$

Lösung: Nennfüllmenge (A_132)

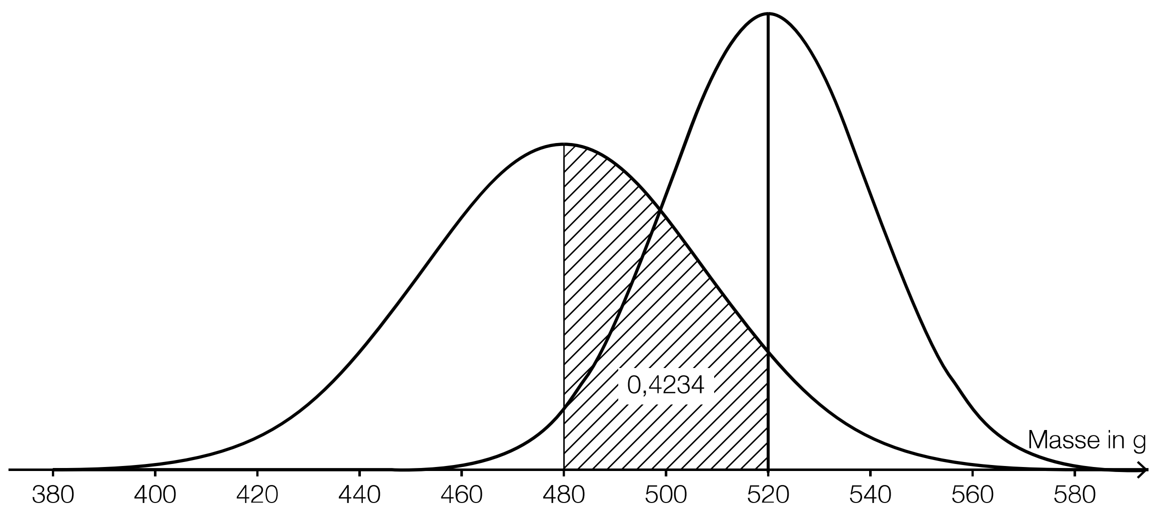
a1) 3 % von 400 g sind 12 g.
X ... Füllmenge in g

Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$P(X \leq 388) = 0{,}00030\ldots$

Rund 0,03 % der Packungen unterschreiten die Nennfüllmenge um mehr als 3 %.

Lösung: Pizzalieferdienst * (A_264)

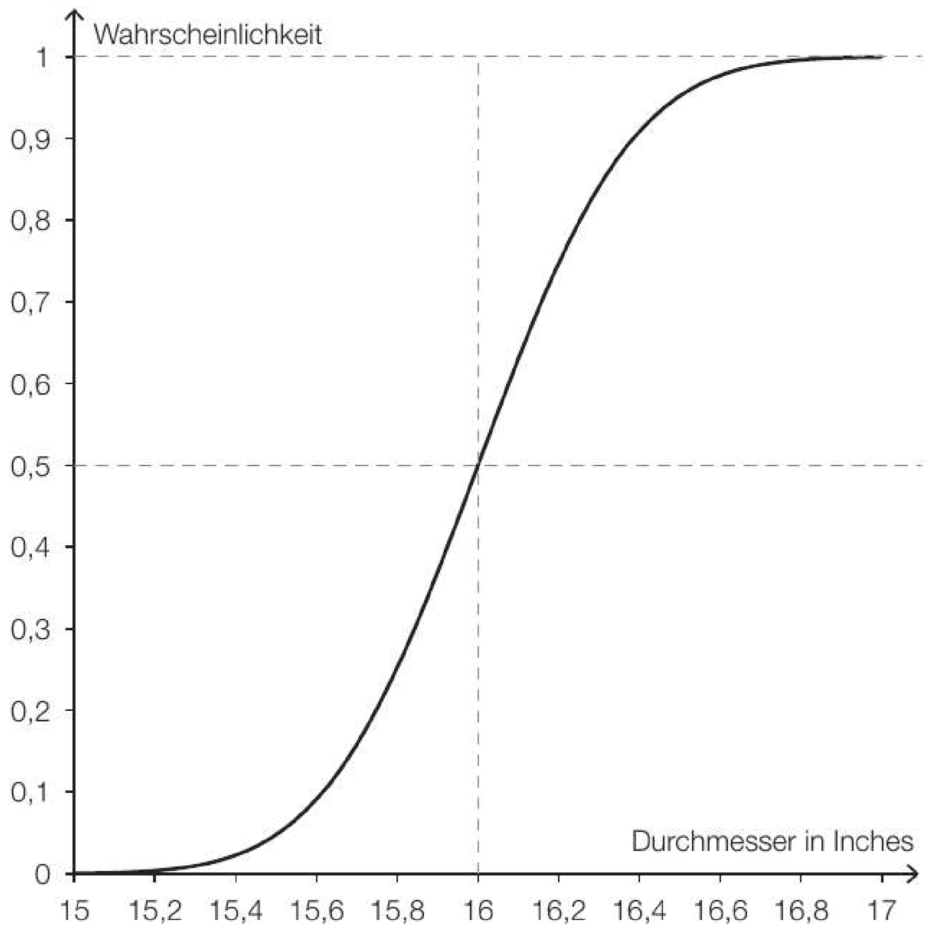
c) Wegen der Symmetrie der Glockenkurve gilt:
$P(X \geq 520) = 0{,}5 - 0{,}4234 = 0{,}0766$
X ... Masse in g



Lösung: Riesenpizza * (A_238)

d) Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$P(X \geq 16{,}2) = 0{,}2524\ldots$

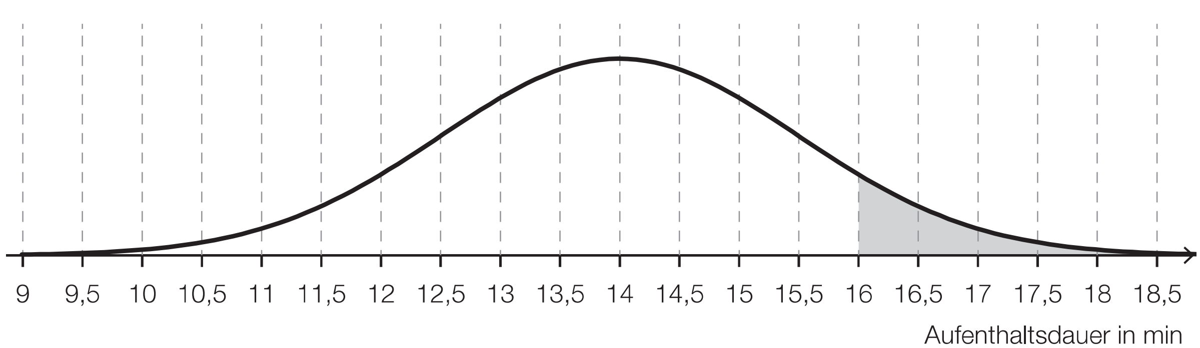
Die Wahrscheinlichkeit, dass eine zufällig ausgewählte Pizza einen Durchmesser von mindestens 16,2 Inch hat, beträgt rund 25,2 %.



Lösung: Sauna * (A_297)

c1) $\sigma = 1{,}5$ min
Toleranzbereich: [1; 2]

c2)

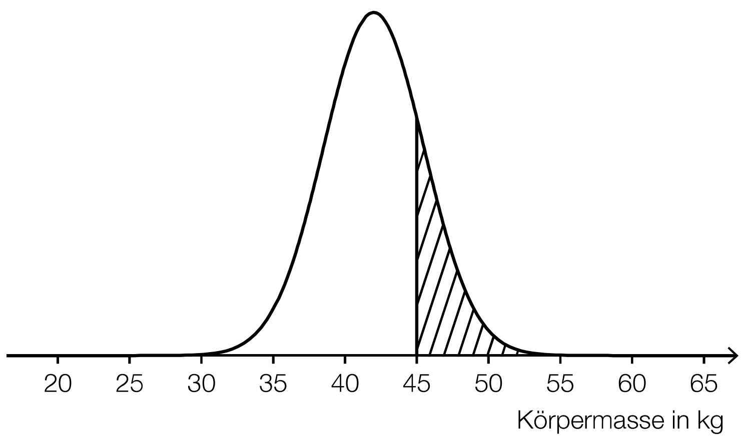


Lösung: Schmuckstücke (A_241)

d1) $\mu = 2$ µm (Extremstelle) und $\sigma = 0{,}01$ µm (Entfernung Extremstelle – Wendestelle)
Toleranzbereich für σ: [0,005 µm; 0,015 µm]

Lösung: Statistische Verteilung der Körpermassen von 12-Jährigen * (A_279)

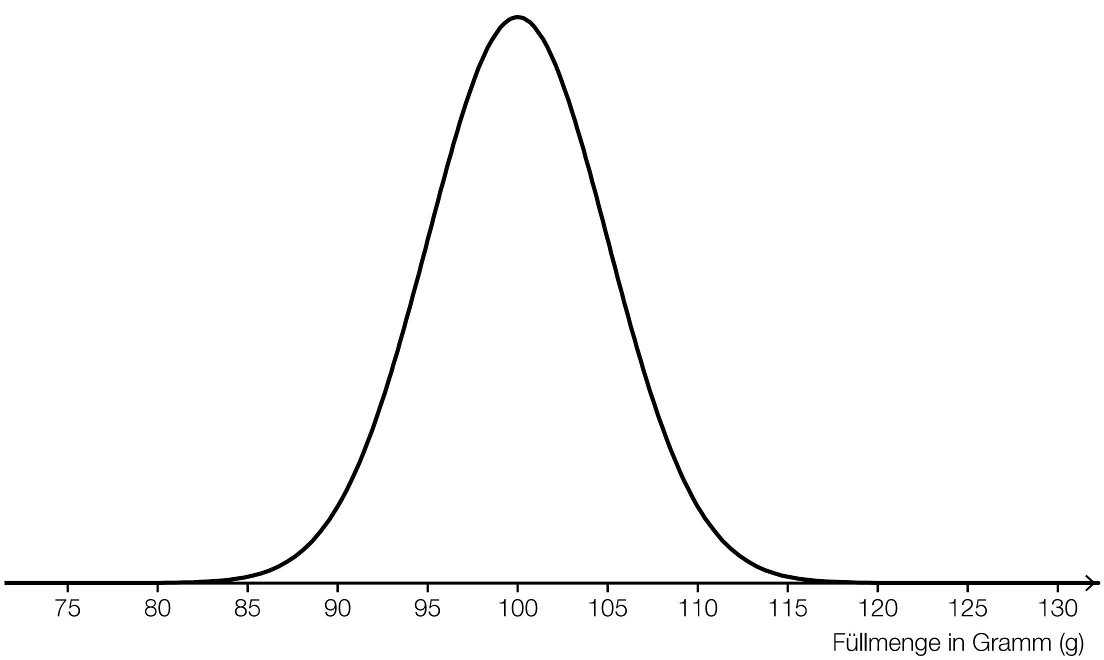
c1)



c2) Berechnung des Intervalls mittels Technologieeinsatz:
$P(\mu - a \leq X \leq \mu + a) = 0{,}9 \quad \Rightarrow \quad$ [36,2 kg; 47,8 kg]

Lösung: Studentenfutter * (A_203)

c)

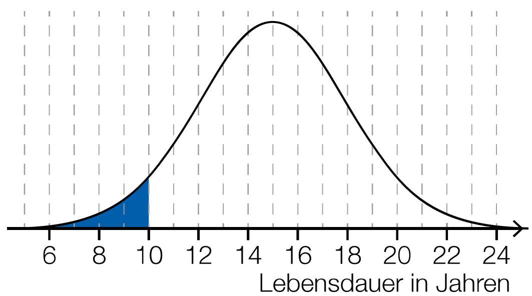
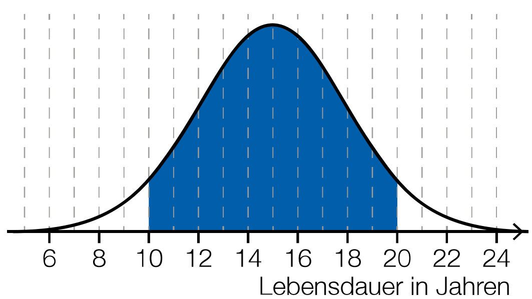


In der Skizze des Graphen der Wahrscheinlichkeitsdichte muss klar ersichtlich sein, dass der Erwartungswert µ bei 100 g liegt.

Lösung mittels Technologieeinsatz:
$P(X < 96) = 21{,}19$ %

Lösung: Swimmingpool (A_175)

b)

	C
	A

A	Die gekennzeichnete Fläche beschreibt die Wahrscheinlichkeit, dass die Innenbeschichtung $\mu \pm 5$ Jahre hält.
B	Die gekennzeichnete Fläche beschreibt die Wahrscheinlichkeit, dass die Innenbeschichtung mindestens 10 Jahre hält.
C	Die gekennzeichnete Fläche beschreibt die Wahrscheinlichkeit, dass die Innenbeschichtung nicht länger als 10 Jahre hält.
D	Die gekennzeichnete Fläche beschreibt die Wahrscheinlichkeit, dass die Innenbeschichtung nicht länger als 20 Jahre hält.

Lösung: Tiefgarage * (A_334)

c1) X ... Parkdauer in min

$P(60 \leq X \leq 120) = 0{,}6562...$

Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 65,6 %.

c2) Der Flächeninhalt unter dem Graphen einer Dichtefunktion muss 1 betragen. Da der Flächeninhalt unter dem Graphen der Funktion g kleiner als der Flächeninhalt unter dem Graphen der Dichtefunktion f ist, kann g keine Dichtefunktion sein.

Lösung: Tomaten* (A_347)

c1) $P\left(X \geq \boxed{136}\right) = 0{,}2$

Toleranzbereich: [133; 139]

Lösung: Vitamin C * (A_281)

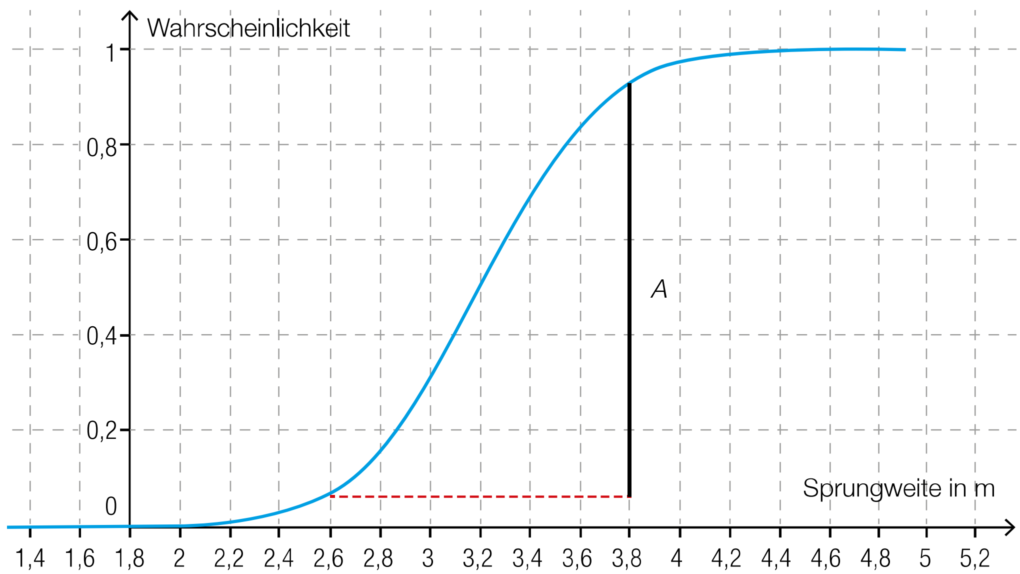
b1) X ... Vitamin-C-Gehalt einer Tablette in mg

Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$P(92 < X < 110) = 0{,}9224...$

Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 92,2 %.

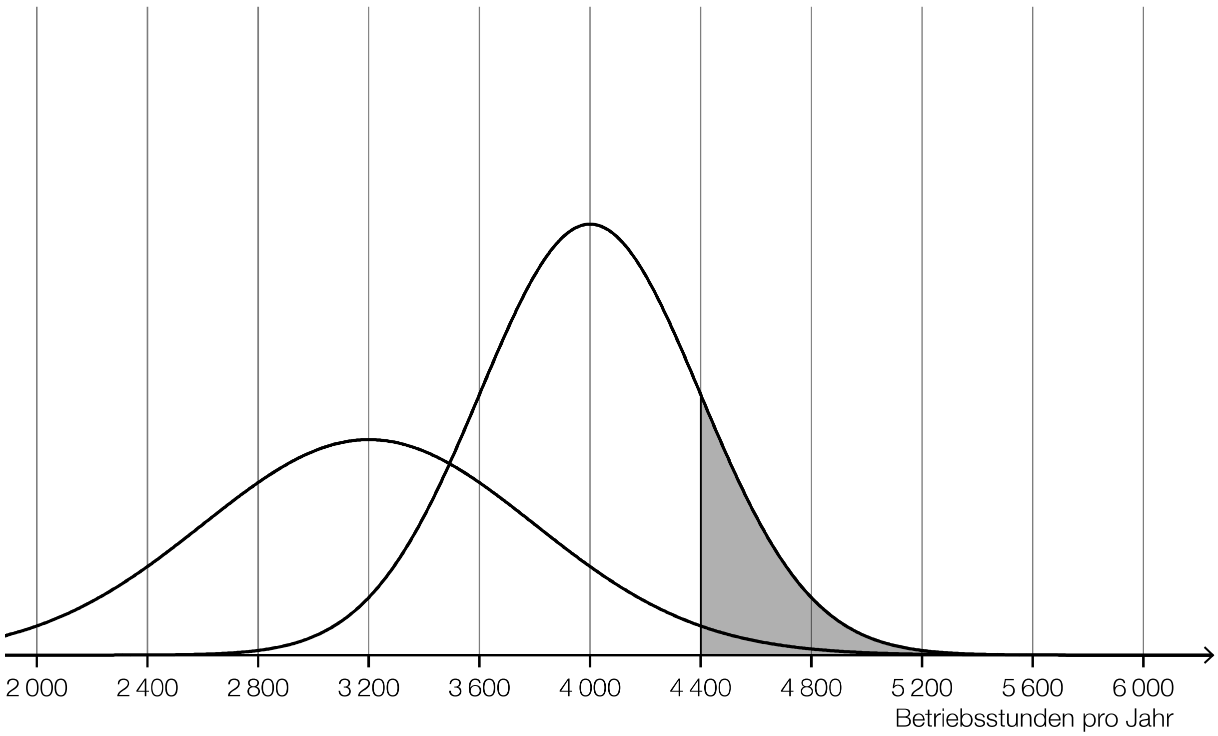
Lösung: Weitsprung (2) (A_213)

c) Der Flächeninhalt entspricht der Wahrscheinlichkeit, dass die Sprungweite eines zufällig ausgewählten Burschen zwischen 2,6 m und 3,8 m liegt.



Lösung: Windparks* (A_346)

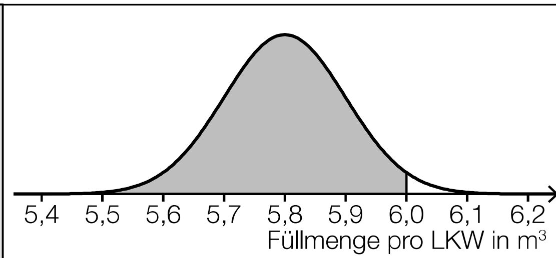
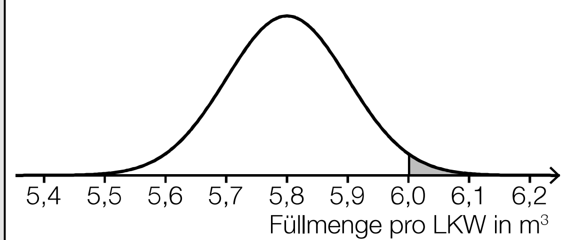
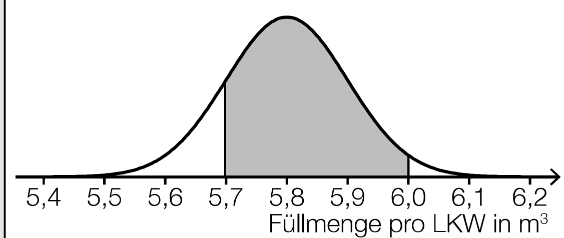
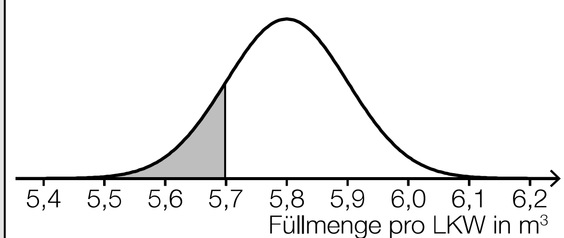
c1 und c2)



Lösung: Winterdienst * (A_315)

b1)

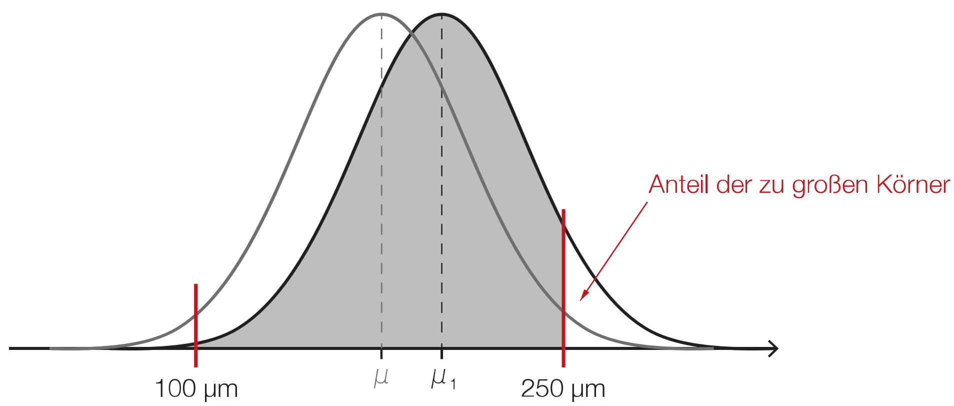
Ein zufällig ausgewählter LKW wird mit mehr als 6,0 m³ befüllt.	B
Ein zufällig ausgewählter LKW wird mit höchstens 5,7 m³ befüllt.	D

A	
B	
C	
D	

Lösung: Zimt (A_164)

b) X … Durchmesser in µm
Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$P(100 < X < 250) = 0{,}967... \approx 97\ \%$

Der Prozentsatz der Körner mit einem Durchmesser zwischen 100 µm und 250 µm sinkt.
Begründung: Die Glockenkurve ist nun so verschoben, dass der zulässige Bereich nicht mehr symmetrisch um den Erwartungswert liegt. Dadurch steigt der Anteil der zu großen Körner stärker, als der Anteil der zu kleinen Körner sinkt.



Lösung: Zirkus * (A_298)

c1) X ... Dauer der Zirkusvorstellung in min

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$P(X \geq 118) = 0{,}6554...$

Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 65,5 %.

c2)

$1 - F(125)$	☒

Lösung: Äpfel * (A_170)

b) Berechnung des symmetrischen Intervalls mittels Technologieeinsatz:
$P(\mu - a < X < \mu + a) = 0{,}90 \quad \Rightarrow \quad [117{,}8;\ 282{,}2]$

c) Ein zufällig ausgewählter Apfel hat mit einer Wahrscheinlichkeit von 70 % eine Masse zwischen 180 g und 200 g.

Aufgrund der Symmetrie der Glockenkurve gilt:
$P(X > 200) = 15\ \%$

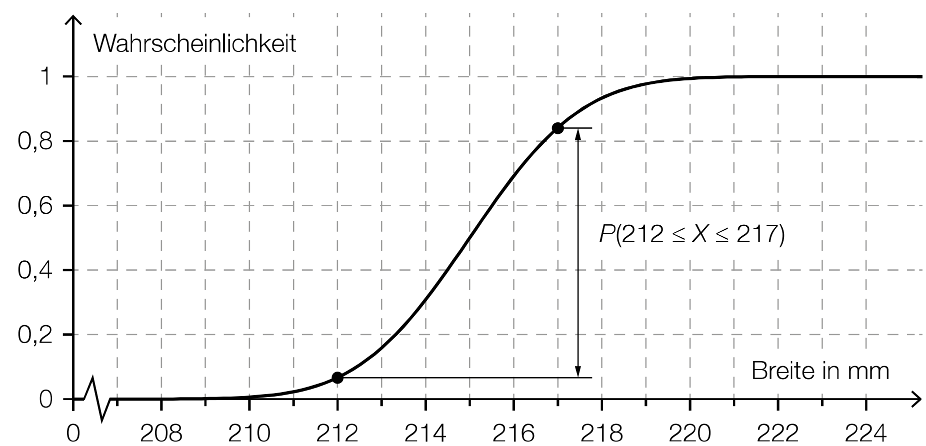
Lösung: Ausstellungshalle * (B_116)

e1) X ... Breite in mm

Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$P(212 \leq X \leq 217) = 0{,}7745...$

Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 77,5 %.

e2)



Lösung: Belastung von Bauteilen (B_069)

b) Die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig ausgewählter Bauteil einer Belastung von mindestens $(102 + \varepsilon)$ N standhält, beträgt 15 %.

oder:

15 % der Bauteile können mit mindestens $(102 + \varepsilon)$ N belastet werden, ohne dabei Schaden zu nehmen.

$P(X \geq 102 + \varepsilon) = 0{,}15$ oder $\int_{\mu+\varepsilon}^{\infty} f(x)\,\mathrm{d}x = 0{,}15$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$\varepsilon \approx 3{,}63$ N

Lösung: Betonrohre* (B_452)

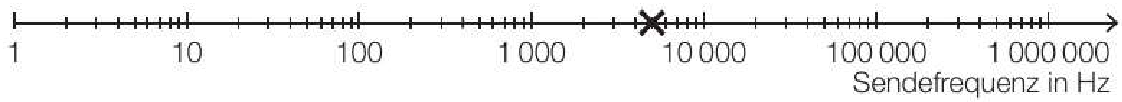
d1) X ... Durchmesser in mm
$P(X < 98) = 0{,}03$

Berechnung von σ mittels Technologieeinsatz:
$\sigma = 1{,}06...$

Die Standardabweichung beträgt rund 1,1 mm.

Lösung: Bitterfelder Bogen * (B_477)

d1)



d2) Berechnung mittels Technologieeinsatz:

Stichprobenmittelwert: $\bar{x} = 186{,}22...$
Stichprobenstandardabweichung: $s_{n-1} = 4{,}54...$

Berechnung des Vertrauensbereichs mithilfe der t-Verteilung:

$$\mu_u = 186{,}22... - t_{8;0{,}975} \cdot \frac{4{,}54...}{\sqrt{9}} = 182{,}72...$$

$$\mu_o = 186{,}22... + t_{8;0{,}975} \cdot \frac{4{,}54...}{\sqrt{9}} = 189{,}71...$$

Vertrauensbereich: [182,7; 189,7] (in Herzschlägen pro Minute)

Lösung: Blockflöte (B_239)

---

a) $\mu = 47$ cm Toleranz für μ: ± 0,01 cm
$\sigma = 0{,}075$ cm Toleranz für σ: ± 0,01 cm

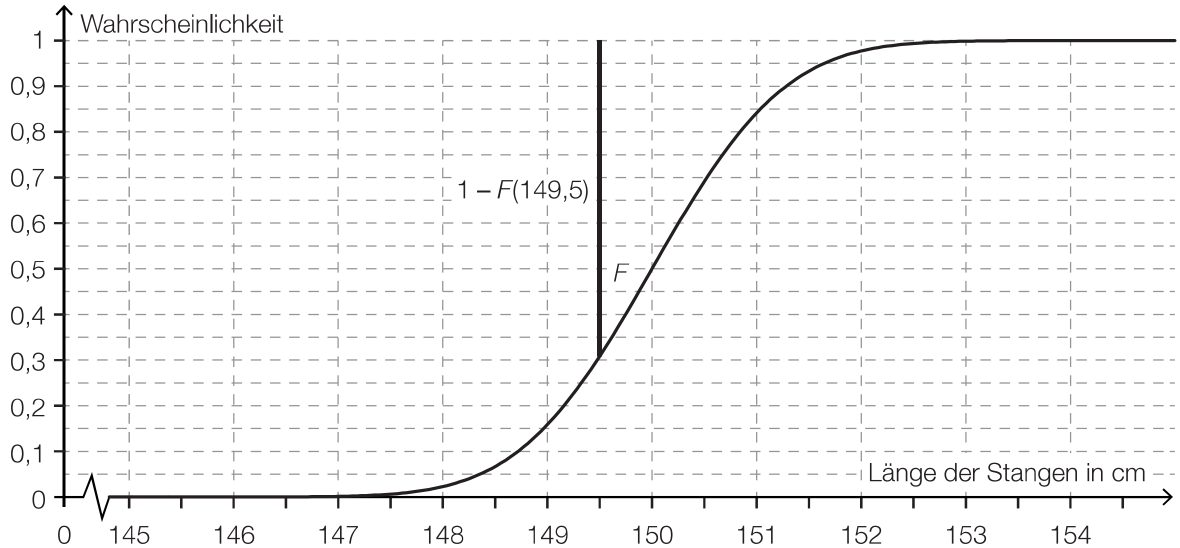
$P(X \leq 46{,}9) \approx 0{,}0912$

Mit einer Wahrscheinlichkeit von 9,12 % wird eine Blockflöte, die kleiner als 46,9 cm ist, produziert.

Lösung: Blumentopf * (B_474)

b1) σ = 1 cm
Toleranzbereich: [0,7; 1,3]

b2)



b3) X ... Länge der Stangen in cm
$P(X \leq 151) = 0{,}923$
Berechnung mittels Technologieeinsatz:
σ = 0,70... cm

Lösung: Dachfenster (1) (B_065)

c) Arithmetischer Mittelwert $\bar{x}$ und Standardabweichung s werden mittels Technologieeinsatz (hier: Excel) berechnet. Zur Berechnung werden die Klassenmitten verwendet.

$\bar{x} \approx 2{,}105$ m²
$s = 0{,}05561793... \approx 0{,}056$

Mittels Technologieeinsatz oder einer Tabelle ermittelt man aus den Wahrscheinlichkeiten $P_1 = 0{,}932$ und $P_2 = 0{,}082$: $x_1 \approx 2{,}188$ und $x_2 \approx 2{,}028$.

Es wird die Wahrscheinlichkeit berechnet, dass eine zufällig ausgewählte Fensterscheibe eine Fläche von weniger als 2,028 m² oder mehr als 2,188 m² hat. Diese beträgt 15 %.

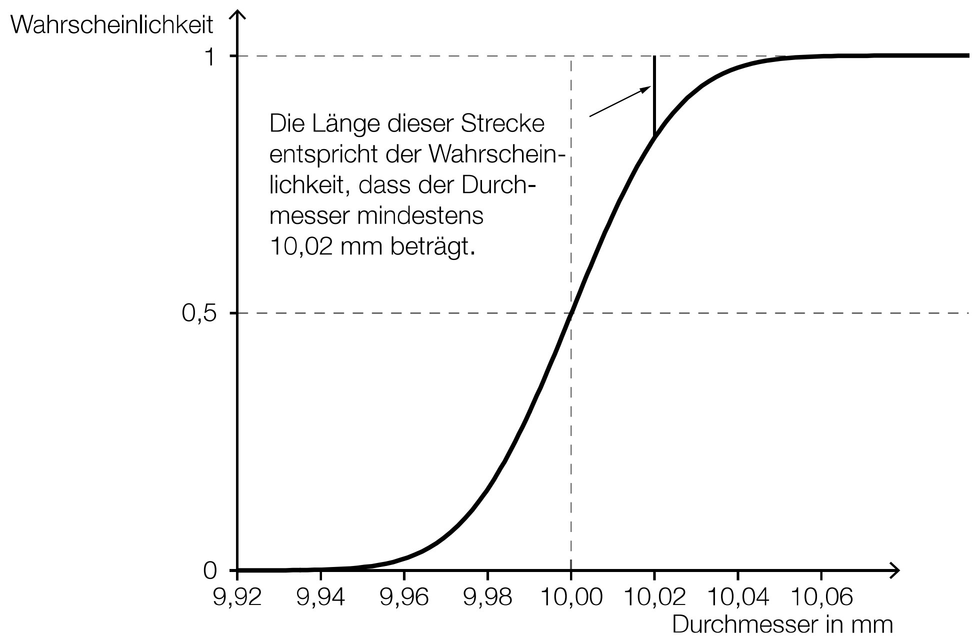
Lösung: Datenübertragung (B_266)

d) Aus der Abbildung kann abgelesen werden, dass ein zufällig ausgewählter Kunde mit einer Wahrscheinlichkeit von 95,45 % eine Downloadmenge zwischen 9 und 11 GByte pro Monat hat.

μ = 10 GByte
σ = 0,5 GByte
Toleranzbereich: ±0,2 GByte

Lösung: Durchmesser einer Stahlwelle * (B_019)

a)



b) X ... Durchmesser in mm

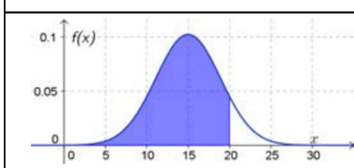
$P(X \leq 9{,}97) = 0{,}001$

Berechnung von μ mittels Technologieeinsatz:

$\mu = 10{,}031... \text{ mm} \approx 10{,}03 \text{ mm}$

Lösung: Elektronikhersteller (B_140)

c)

[…]	
[…]	
	☒
[…]	
[…]	

[Die Begründung ist nicht verlangt, Folgendes sollte beim Ankreuzen aber bewusst sein:
Die Gauß'sche Glockenkurve hat ihr Maximum beim Erwartungswert der Normalverteilung (15 ME).
Die Fläche unterhalb der Kurve in [a; b] entspricht der Wahrscheinlichkeit des Ereignisses $\{a \leq X \leq b\}$. In der Fragestellung wird nach $P(X \leq 20)$ gesucht, die entsprechende Fläche ist in Grafik 3 dargestellt.]

$P(X \leq 20) = 0{,}900... \approx 90\ \%$

Lösung: Fischzucht * (B_566)

a1) Ablesen von $\sigma_{\bar{x}}$ und $\mu_{\bar{x}}$ aus der Abbildung:

$\sigma_{\bar{x}} = 2$
$\mu_{\bar{x}} = 350$

$P(349 \leq X \leq 350) = 0{,}1914...$

Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 19,1 %.

a2) $2 = \frac{\sigma}{\sqrt{9}}$

$\sigma = 6$

Lösung: Fotografie (B_047)

c) Ermitteln der Wahrscheinlichkeit mittels Technologie:

X ... Helligkeitswert
$\mu = 96$
$\sigma = 3$

$P(X \leq 90) = 0{,}02275...$
$P(X \leq 102) = 0{,}977249...$
$P = 0{,}977249... - 0{,}02275... = 0{,}95449... \approx 95{,}4\ \%$

Ca. 95,4 % der Helligkeitswerte liegen im angegebenen Intervall.

d) $P(X \leq 98) = 0{,}03$ und $P(101 \leq X) = 0{,}01$

ODER:

3 % der Helligkeitswerte sind kleiner (gleich) 98 und 1 % der Werte sind größer (gleich) 101.

Auch sinngemäß gleichwertige Formulierungen oder die Angabe der entsprechenden Integrale sind zulässig.

Berechnung von μ:

$u = \frac{x - \mu}{\sigma}$

$u_{0,03} = -1{,}88079$
$-1{,}88079 = \frac{98 - \mu}{0{,}72}$

ODER:

$u_{0,99} = 2{,}32635$
$2{,}32635 = \frac{101 - \mu}{0{,}72}$

Auch die Lösung mittels Technologieeinsatz ist zulässig:
z. B. TI-Nspire: solve (normCdf(101,∞,mü,0.72)=0.01,mü)

Lösung: Getränkeproduktion (B_147)

c) Lösung mittels Technologie oder über die folgende Gleichung:

$P(X \leq a) = 0{,}025$

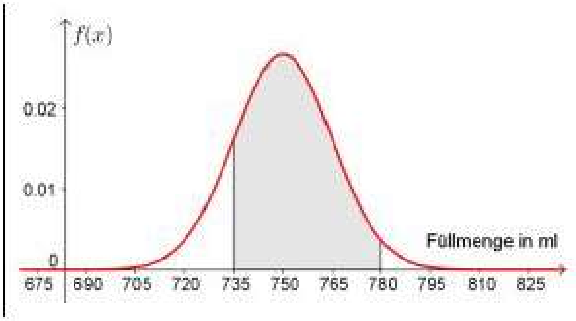
$\Phi\left(\frac{a-750}{15}\right) = 0{,}025$

$a = \Phi^{-1}(0{,}025) \cdot 15 + 750$

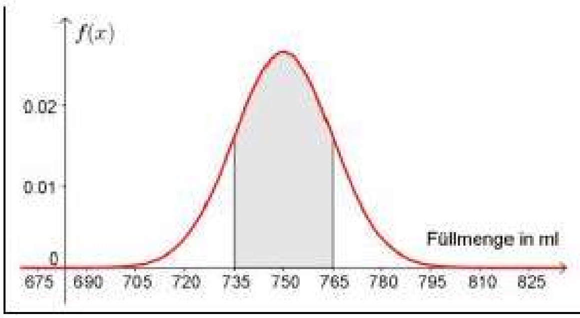
$a = -1{,}96 \cdot 15 + 750 \approx 720{,}605...$

Die Mindestfüllmenge beträgt rund 721 ml.

Bei gleicher Mindestfüllmenge der 2. Maschine, aber einer geringeren Standardabweichung bedeutet das, dass die Dichtefunktion steiler und schmäler verläuft. Unterhalb der Mindestfüllmenge und oberhalb der maximal zulässigen Füllmenge ist die Fläche jeweils kleiner.
Daher füllt die 2. Maschine präziser ab als die 1. Maschine.



C



B

A	$P(X \geq \mu - \sigma)$
B	$P(\mu - \sigma \leq X \leq \mu + \sigma)$
C	$P(\mu - \sigma \leq X \leq \mu + 2\sigma)$
D	$P(\mu - 2\sigma \leq X \leq \mu + \sigma)$

Lösung: Halterungen für Glasfassaden (B_024)

1) $\mu = 300$ g, $\sigma = 10$ g
Ablesetoleranz für σ: [7; 13]

Lösung: Hotelrenovierung (1) (B_210)

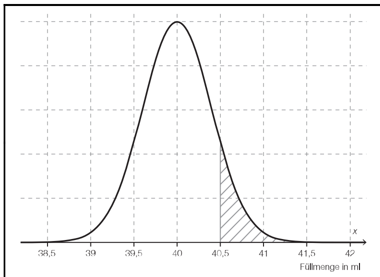
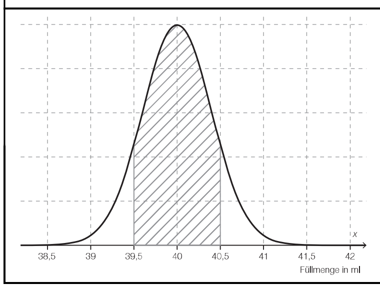
d) Der Erwartungswert μ liegt in der Mitte des Intervalls [46,1; 53,9].
Daher gilt: $\mu = \frac{46{,}1 + 53{,}9}{2} = 50$ ml

Normalverteilung mit $\mu = 50$ ml und $P(X \leq 46{,}1) = 0{,}025$
Berechnung der Standardabweichung σ mittels Technologieeinsatz: $\sigma \approx 1{,}99$ ml

Bei einer kleineren Standardabweichung wäre die Gauß'sche Glockenkurve schmäler und höher.

Lösung: Hustensaft (B_138)

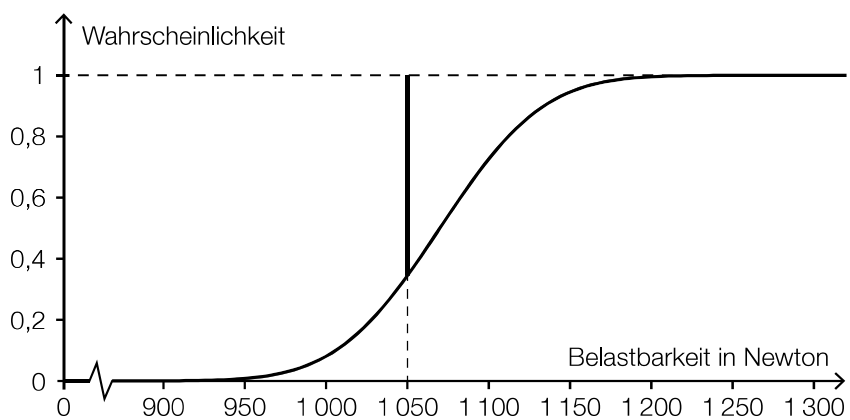
a) $P(X < 39{,}5) = \Phi\left(\frac{39{,}5 - 40}{0{,}4}\right) = 0{,}105649...$
Die Wahrscheinlichkeit, dass eine zufällig entnommene Flasche Ausschuss ist, beträgt das Doppelte, nämlich rund 21,13 %.

	D
	B

A	$\{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 39{,}5 \ \wedge \ x \geq 40{,}5\}$ mit x in ml
B	$\{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 39{,}5 \ \wedge \ x \leq 40{,}5\}$ mit x in ml
C	$\{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 39{,}5 \ \wedge \ x \leq 40{,}5\}$ mit x in ml
D	$\{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 39{,}5 \ \wedge \ x \geq 40{,}5\}$ mit x in ml

Lösung: Hängematten * (B_445)

c1)



c2) X ... Belastbarkeit in N

$P(X < 1\,000) = 0{,}001$

Berechnung von μ_{neu} mittels Technologieeinsatz:

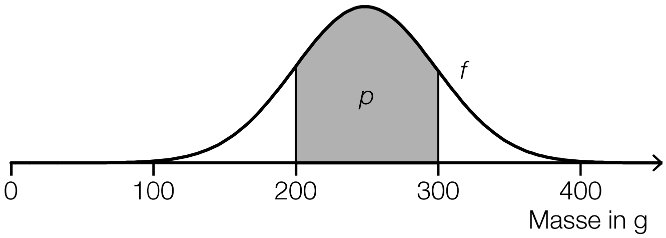
$\mu_{\text{neu}} = 1\,154{,}51...\text{ N} \approx 1\,154{,}5\text{ N}$

Lösung: Hühnerfarm (B_184)

b) Der Erwartungswert liegt bei 60 g.
Die Standardabweichung muss größer als 5 g sein, weil die Wendepunkte der Kurve weiter vom Erwartungswert entfernt liegen.

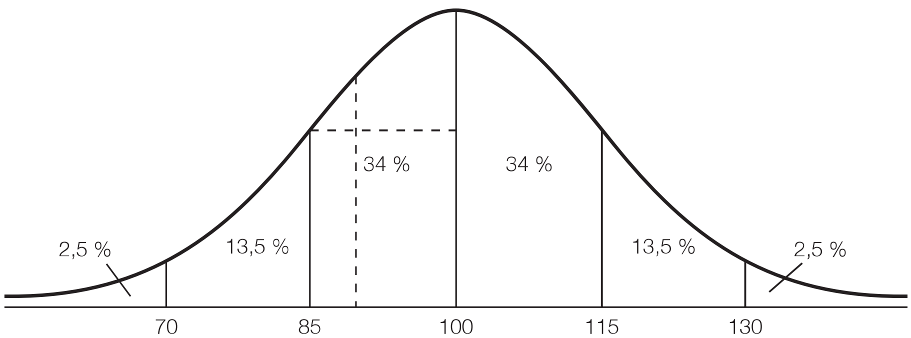
Lösung: Im Holzlabor* (B_625)

d1) Abbildung 2:



Lösung: Intelligenzquotient (B_236)

a) Standardabweichung $\sigma \approx 15$ IQ-Punkte
Die IQ-Untergrenze der intelligentesten 16 % liegt bei 115 IQ-Punkten.



Abschätzen z. B. durch Aufteilen der Fläche unterhalb der Kurve:
Ca. $\frac{1}{4}$ der Fläche zwischen den Grenzen 85 und 100 liegt links von der strichlierten Linie.
$\frac{3}{4}$ von 34 % ≈ 25 %
Etwa 75 % haben einen höheren IQ als 90.

Lösung: Kaffeegetränke * (B_577)

a1)

①	
$\mu_A = \mu_B$	☒

②	
$\sigma_A < \sigma_B$	☒

a2) $\mu = \frac{430 + 590}{2} = 510$

$P(430 \leq X \leq 590) = 0{,}70$

Berechnung der Standardabweichung σ mittels Technologieeinsatz:

$\sigma = 77{,}18\ldots$ mg/L

Lösung: Körpergröße von Kindergartenkindern (B_235)

a) 3 % der 4-jährigen Kinder sind kleiner als 96 cm.
3 % der Kinder sind größer als 111 cm.
94 % der Kinder sind zwischen 96 cm und 111 cm groß.
Der Erwartungswert μ der Körpergröße bei 4-Jährigen liegt bei 103,5 cm,
Ermittlung von σ mittels Technologieeinsatz, z. B. durch Ablesen aus der Wertetabelle der Funktion „normalcdf“:
$\sigma = 3{,}987\ldots$
$\sigma \approx 3{,}99$ cm

Lösung: Körpergrößen von Kindern (B_228)

c) $\mu = 130$ cm, $\sigma = 10$ cm
$P(135 \leq X \leq 145) = 0{,}24173$

Die Wahrscheinlichkeit, einen Buben von 8 Jahren mit einer Körpergröße zwischen 135 cm und 145 cm anzutreffen, beträgt ca. 24 %.

Lösung: Körpermaße (1) * (B_533)

a1) X ... Oberarmlänge in cm

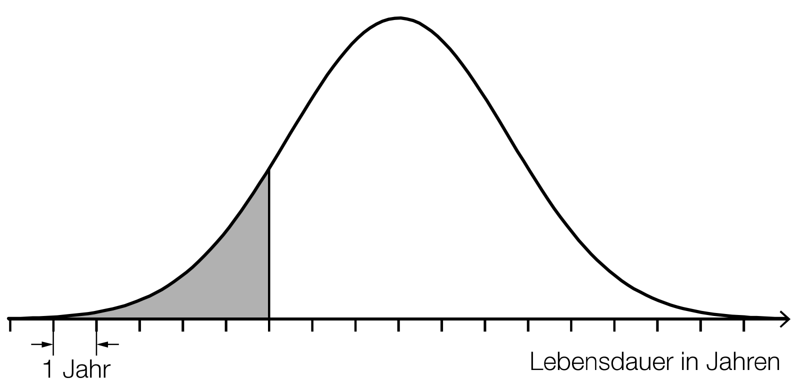
Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$P(X \geq 34{,}4) = 0{,}773\ldots$

Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 77 %.

Lösung: Küchengerät * (B_557)

b1)



b2) X ... Lebensdauer in Jahren

$P(X \leq 7) = 0{,}12$
Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$\sigma = 2{,}55\ldots$ Jahre

Lösung: LED-Lampen (2) * (B_315)

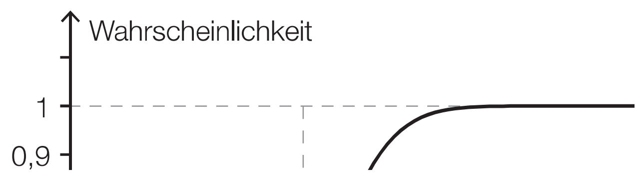
c) $\mu = \frac{780 + 1\,140}{2} = 960$

Der Erwartungswert beträgt 960 Lumen.

Aufgrund der Symmetrie gilt: $P(X \leq 1\,140) = 0{,}975$
$\phi(z) = 0{,}975 \;\Rightarrow\; z = 1{,}959\ldots$

$\sigma = \frac{1\,140 - 960}{1{,}959\ldots} = 91{,}8\ldots$

Die Standardabweichung beträgt rund 92 Lumen.

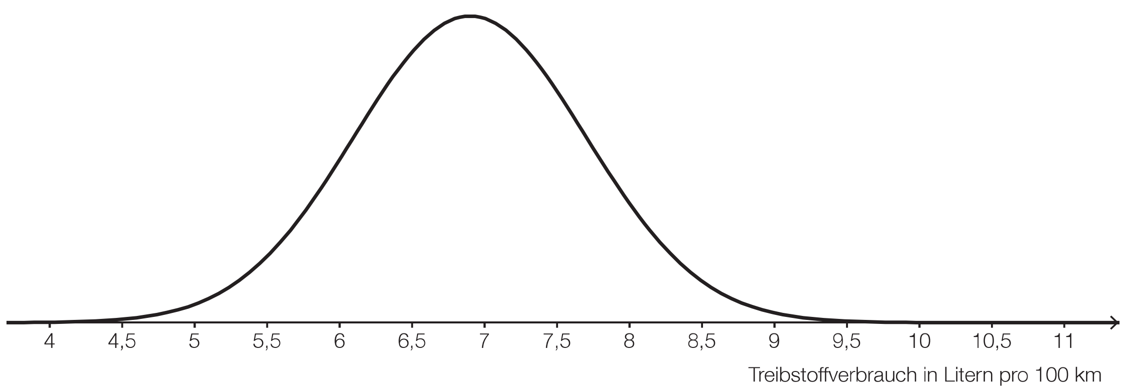


Lösung: Leihwagen * (B_318)

d) $P(5{,}6 \leq X \leq 8{,}2) = 0{,}90$
Aufgrund der Symmetrie gilt: $P(X \leq 8{,}2) = 0{,}95$.
$\phi(z) = 0{,}95 \;\Rightarrow\; z = 1{,}644\ldots$

$\sigma = \frac{8{,}2 - 6{,}9}{z} = 0{,}79\ldots \approx 0{,}8$

Die Standardabweichung beträgt rund 0,8 Liter pro 100 km.



Bei einer kleineren Standardabweichung wäre die Gauß'sche Glockenkurve schmäler und höher.

Lösung: Länge eines Werkstücks * (B_309)

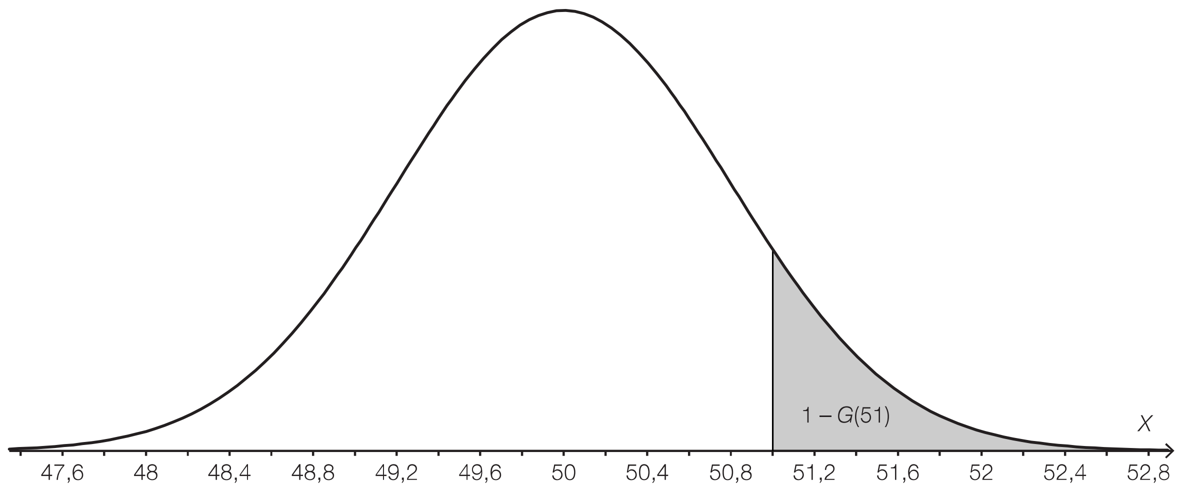
b) $P(\text{„Werkstück wird aussortiert“}) = 1 - P(71{,}4 \leq X \leq 73{,}2) = 0{,}0718\ldots \approx 7{,}2\,\%$

$\sigma = \frac{x_{\text{ob}} - \mu}{u_{0{,}99}} = \frac{73{,}2 - 72{,}3}{2{,}326\ldots} = 0{,}38\ldots \approx 0{,}4$

Damit der Ausschussanteil 2 % beträgt, müsste die Standardabweichung rund 0,4 mm sein.

c) Der gesamte Flächeninhalt unter dem Graphen der Dichtefunktion beträgt 1. Der Graph der Dichtefunktion ist symmetrisch bezüglich des Erwartungswerts μ.

Daher gilt: $G(\mu) = \int_{-\infty}^{\mu} g(x)\,\mathrm{d}x = 0{,}5$.

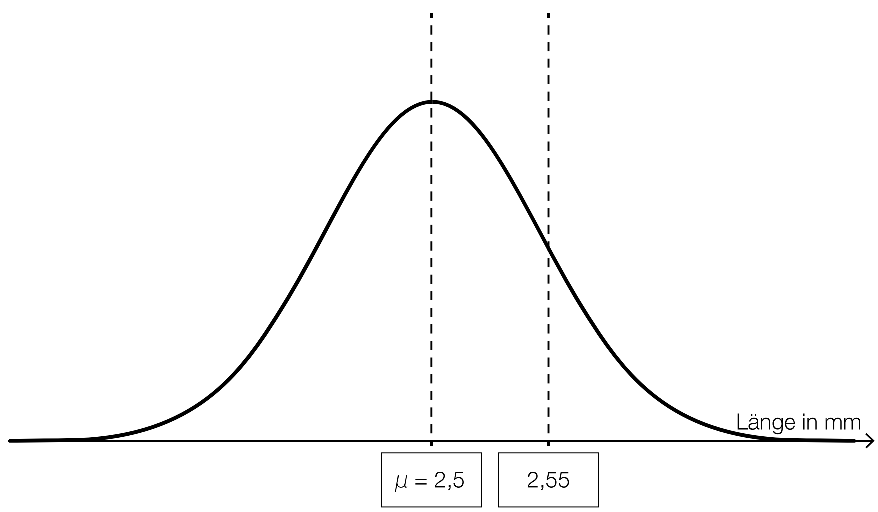


$\sigma = 0{,}8$ mm

Toleranzbereich: [0,6; 1,0]

Lösung: Magneten (B_081)

c1)



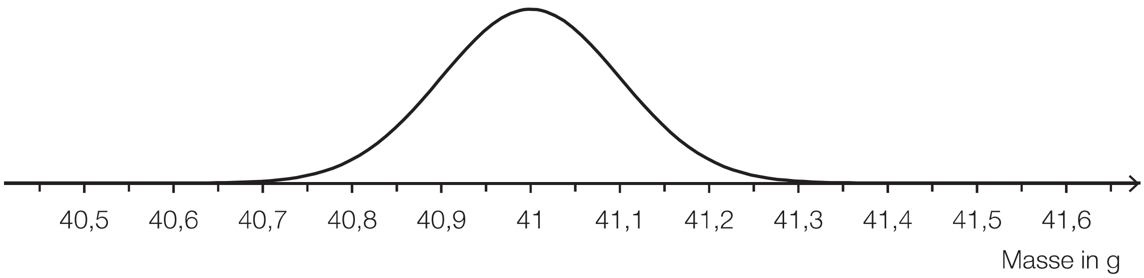
c2) $1 - P(2{,}4 \leq X \leq 2{,}6) \approx 0{,}0455$

c3) $P(X \leq 2{,}6) = 0{,}995$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$\sigma = 0{,}0388...$ mm

Lösung: Minigolf * (B_323)

c) P(„Minigolfball wird aussortiert“) = $1 - P(X < 41{,}25) = 0{,}0062\ldots \approx 0{,}6\ \%$



Bei einer kleineren Standardabweichung wäre die Gauß’sche Glockenkurve schmäler und höher.

Lösung: Nussbaum und Nüsse* (B_611)

b1)

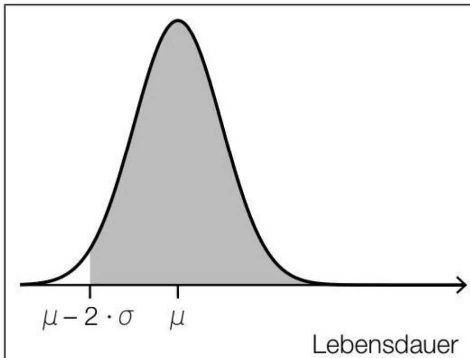
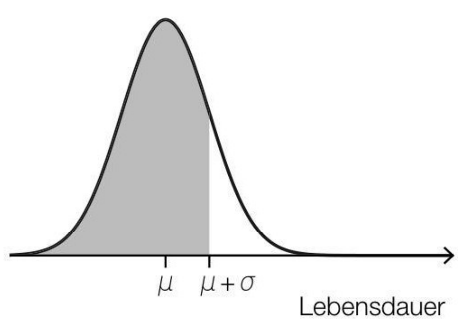
$P(X \geq \mu - \sigma)$	C
$P(\mu - \sigma \leq X \leq \mu + \sigma)$	B

A	$1 - P(X \leq \mu + \sigma)$
B	$1 - 2 \cdot P(X \geq \mu + \sigma)$
C	$P(X \leq \mu + \sigma)$
D	$2 \cdot P(X \geq \mu + \sigma)$

b2) $n = 25$ Packungen

Lösung: Nähmaschine * (B_591)

d1)

	D
	B

A	0,68...
B	0,84...
C	0,95...
D	0,97...

Lösung: Obsthändler * (B_489)

c1) $\mu = 16$ ME
$P(X \leq 14) = 0{,}2$

c2) Berechnung mittels Technologieeinsatz: $\sigma = 2{,}376...$
Die Standardabweichung beträgt rund 2,38 ME.

c3) $\frac{5-2}{5} = 0{,}6$

Ablesen derjenigen Menge q, für die gilt: $P(X \leq q) = 0{,}6$
$q \approx 16{,}6$ ME
Toleranzbereich: [16,4; 16,8]

c4)

Wenn sowohl p als auch c verdoppelt werden, bleibt der Wert des Ausdrucks $\frac{p-c}{p}$ unverändert.	☒

Lösung: Prismen und Linsen * (B_411)

d) Berechnung des Intervalls mittels Technologieeinsatz:
$P(\mu - a < X < \mu + a) = 0{,}90 \Rightarrow [11{,}901; 12{,}099]$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$P(11{,}960 < X < 12{,}040) = 0{,}495... \approx 50\ \%$

Lösung: Produktion von Golfschlägern (B_303)

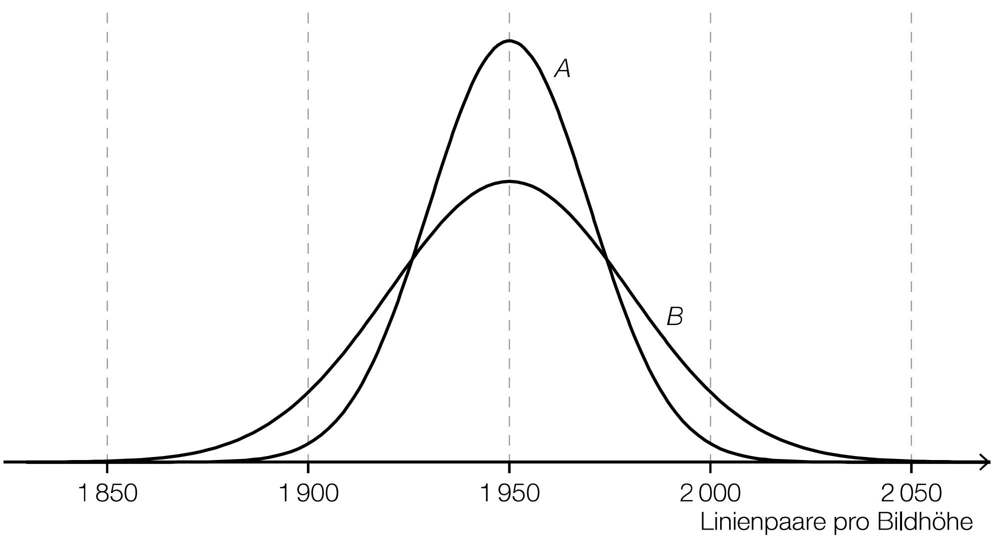
d) X … Schlagweite in m
$P(X \leq a) = 0{,}07 \quad \Rightarrow \quad a = 255{,}2\ldots$

Die Grenze der Schlagweite liegt bei rund 255 m.

	☐
	☐
	☐
der Anteil der Schläger, deren Schlagweite höchstens um $\pm 2 \cdot \sigma$ vom Erwartungswert abweicht	☒
	☐

Lösung: Qualitätstest bei Objektiven (1) * (B_326)

c1)

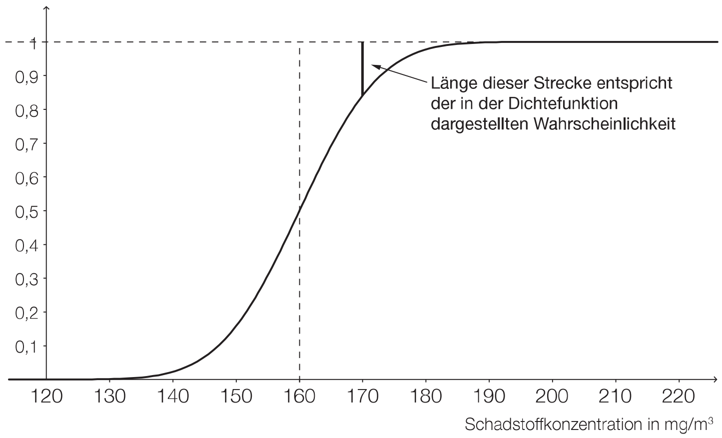


c2) X ... Anzahl der Linienpaare pro Bildhöhe
$P(X \geq 1\,900) = 0{,}977$

Berechnung von σ_C mittels Technologieeinsatz:
$\sigma_C = 25{,}0\ldots$
Die Standardabweichung beträgt bei Objektiven des Herstellers C rund 25 LP/BH.

Lösung: Schadstoffausbreitung * (B_048)

b)



Der Wert der Verteilungsfunktion an einer Stelle x ist das Integral der Dichtefunktion von $-\infty$ bis x.
Oder umgekehrt: Die Dichtefunktion ist die Ableitung der Verteilungsfunktion.

c) 99-%-Zufallsstreubereich mithilfe der Normalverteilung bestimmen:

$\mu \pm u_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \sigma$
$\alpha = 1\ \%$
$u_{0{,}995} = 2{,}575...$

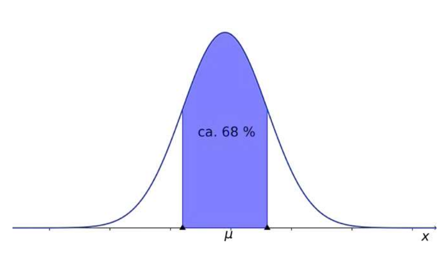
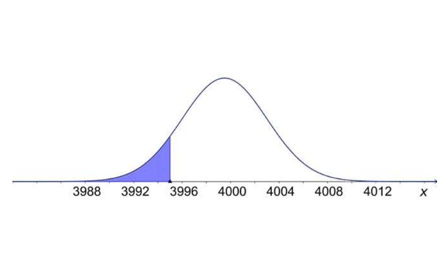
Daraus ergibt sich folgender Zufallsstreubereich in mg/m^3: [134,2; 185,8].

Der 95-%-Zufallsstreubereich ist schmäler als der entsprechende 99-%-Zufallsstreubereich.

Lösung: Schallschutzwände (B_029)

c) $P(X > 4\,010) = 1 - P(X \leq 4\,010) = 0{,}00101...$

Man muss bei einer Produktion von 10 000 Stück mit 10 Stück rechnen, die nicht ausgeliefert werden können.

	B	A	$P(X \geq 3\,995)$
		B	$P(\mu - \sigma \leq X \leq \mu + \sigma)$
	C	C	$P(X \leq 3\,995)$
		D	$P(\mu - 2\sigma \leq X \leq \mu + 2\sigma)$

Lösung: Schilf* (B_630)

b1) X ... Durchmesser in cm

Die Dichtefunktion der Normalverteilung ist symmetrisch um den Erwartungswert $\mu = 4{,}3$.
Daher gilt $P(X > \mu + 0{,}7) = P(X < \mu - 0{,}7)$, also $P(X > 5) = P(X < 3{,}6) = 0{,}25$.

b2) $P(X > 5) = 0{,}25$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$\sigma = 1{,}03...$ cm

Lösung: Schlafdauer * (B_492)

b1) Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$P(300 < X < 480) = 0{,}889...$
Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 89 %.

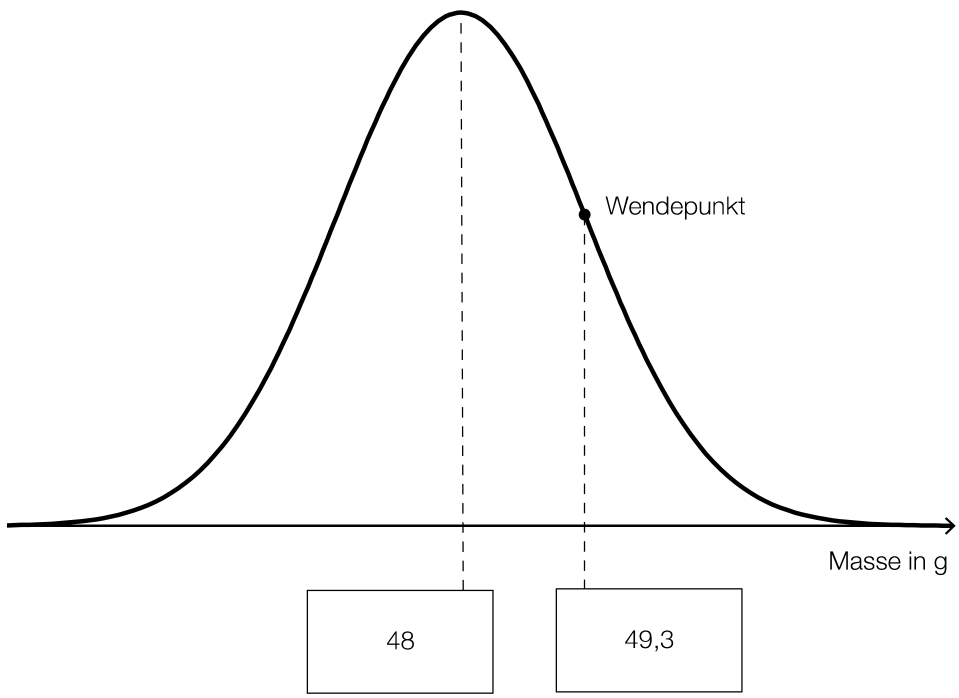
b2) $P(X \geq 400) = P\left(X \leq \boxed{328}\right)$

c1) $\mu = 410$ min
Toleranzbereich: [405; 415]

c2) Der Graph der zugehörigen Dichtefunktion ist im Vergleich zum abgebildeten Graphen nach links verschoben.

Lösung: Schokoriegel * (B_107)

b1)

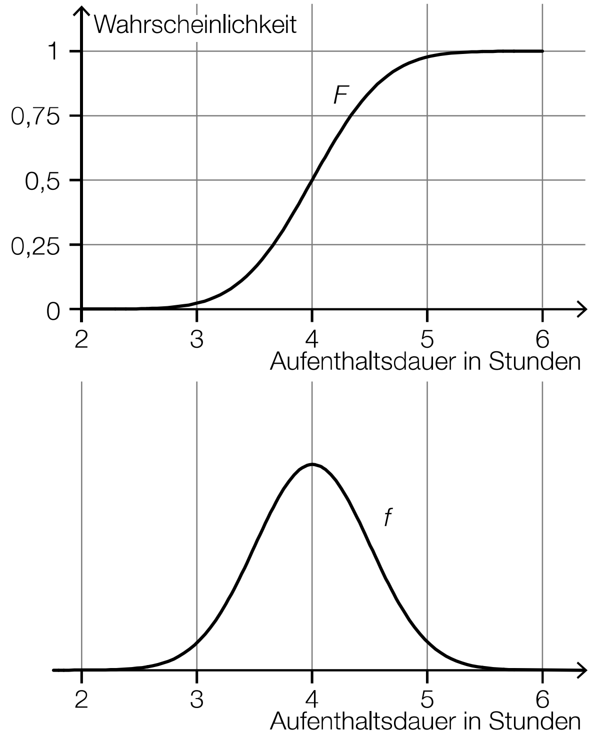


b2) X ... Masse in g
Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$P(X < 45) = 0{,}01050\ldots$
Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 1,05 %.

b3) $P(X \leq a) = 0{,}80$
Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$a = 49{,}09\ldots$
Die Masse beträgt rund 49,1 g.

Lösung: Schwimmbad (2) * (B_602)

c1)



Im Hinblick auf die Punktevergabe ist es erforderlich, dass das Maximum an der Stelle 4 liegt und die Kurve die Form einer Gauß'schen Glockenkurve hat.

c2) $\overline{X}$ ... Aufenthaltsdauer in Stunden
Normalverteilung mit $\mu = 5{,}8$ und $\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{1{,}2}{\sqrt{9}} = 0{,}4$
$P(5 \leq \overline{X} \leq 6) = 0{,}6687...$

Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 66,9 %.

Lösung: Skylab (1) (B_063)

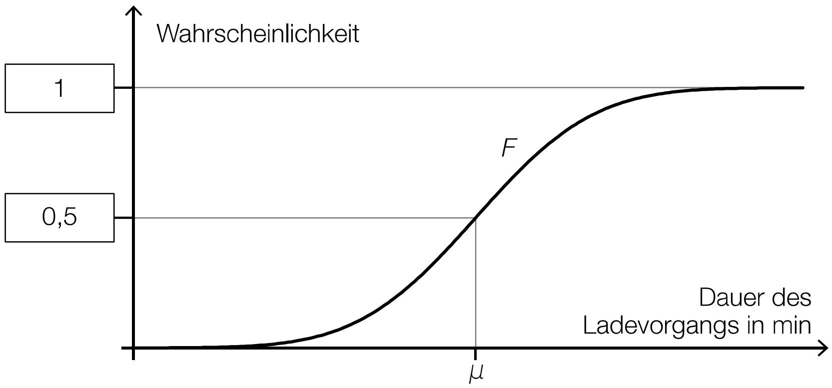
c) Es handelt sich um das Ereignis, dass die an einem zufälligen Ort gemessene Neutronendichte in der Raumstation zwischen 50 $cm^{-2}s^{-1}$ und 55 $cm^{-2}s^{-1}$ liegt.

$P(50 < X < 55) = \phi(55) - \phi(50) = 0{,}8413\ldots - 0{,}2524\ldots = 0{,}5888\ldots \approx 58{,}9\ \%$

Lösung: Smartphone-Akkus * (B_563)

b1) $]\mu - \sigma; \mu + \sigma[$

b2)



b3) X ... Dauer des Ladevorgangs in min
$F(86) = P(X \leq 86) = 0{,}12$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$\sigma = 5{,}106...$ min

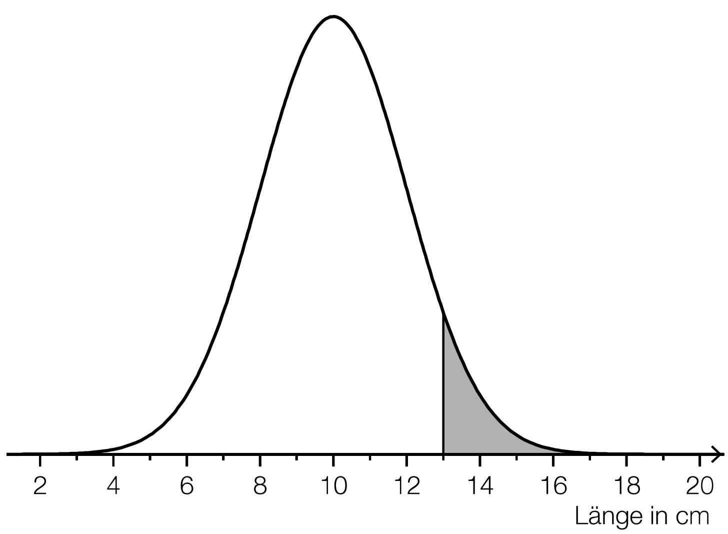
Lösung: Solarzelle (B_262)

d1) X ... Spannung in V
$P(X > 0{,}8) = 0{,}15865…$

Rund 15,87 % der Solarzellen arbeiten mit einer Spannung von mehr als 0,8 Volt.

Lösung: Spielshow * (B_574)

b1)



Lösung: Thermometer * (B_540)

c1) $\mu = 37{,}0$ °C

c2) Die Wahrscheinlichkeit beträgt 20 %.

c3) $\mu = 37$ und $P(X \leq 36{,}9) = 0{,}2$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$\sigma = 0{,}118\ldots$

Auch ein näherungsweises Ermitteln der Standardabweichung mithilfe der Abbildung ist als richtig zu werten. (Toleranzbereich: [0,11; 0,13])

Lösung: Trinkflaschen * (B_580)

c1) X ... Temperatur des Tees in °C

$P(X < 60) = 0{,}04$
Berechnung von σ mittels Technologieeinsatz:

$\sigma = 2{,}28\ldots$

Die Standardabweichung beträgt rund 2,3 °C.

c2) 97 °C

Lösung: Tunnelvortrieb * (B_521)

c1) $\mu_{\bar{x}} = 5$ m
$\sigma_{\bar{x}} = \frac{0{,}005}{\sqrt{10}}$ m $= 0{,}00158\ldots$ m

c2) $\overline{X}$ ... Stichprobenmittelwerte der Breite für $n = 10$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$P(4{,}996 \leq \overline{X} \leq 5{,}004) = 0{,}9885\ldots$

Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 98,9 %.

c3) $\sigma_2 = \frac{\sigma_1}{2} \quad \Rightarrow \quad n_2 = 4 \cdot 6 = 24$

Lösung: Verbinder (B_274)

c) $\mu = 5{,}5$ mm

$\sigma_{\overline{X}} = \frac{0{,}5}{\sqrt{20}}$ mm

Zweiseitigen 95-%-Zufallsstreubereich mithilfe der Normalverteilung bestimmen:

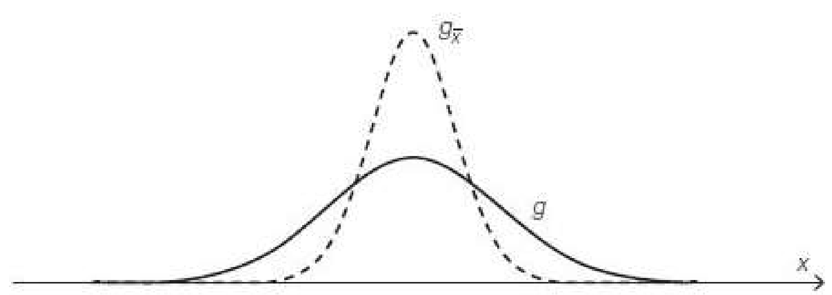
$\mu \pm u_{0{,}975} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

$5{,}5 \pm 1{,}959\ldots \cdot \frac{0{,}5}{\sqrt{20}}$

$5{,}2808\ldots \leq \overline{X} \leq 5{,}7191\ldots$

Der Mittelwert einer zufällig ausgewählten Stichprobe liegt mit einer Wahrscheinlichkeit von 95 % im Bereich von 5,28 mm bis 5,72 mm.

d)

[...]	
	☒
[...]	
[...]	
[...]	

Lösung: Weinbau (1) * (B_412)

c) $\mu = \frac{995 + 1\,015}{2} = 1\,005$

Der Erwartungswert beträgt 1 005 ml.

X ... Füllvolumen in ml

$P(X \leq 1\,015) = 0{,}975$

Berechnung von σ mittels Technologieeinsatz: $\sigma = 5{,}1\ldots$

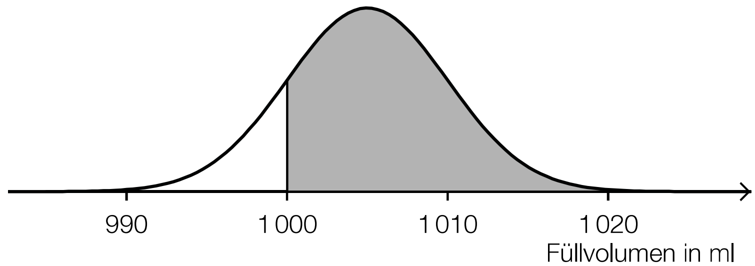
Die Standardabweichung beträgt rund 5 ml.

Lösung: Weinbau (2) * (B_413)

d) Ermittlung des symmetrischen Intervalls mittels Technologieeinsatz:

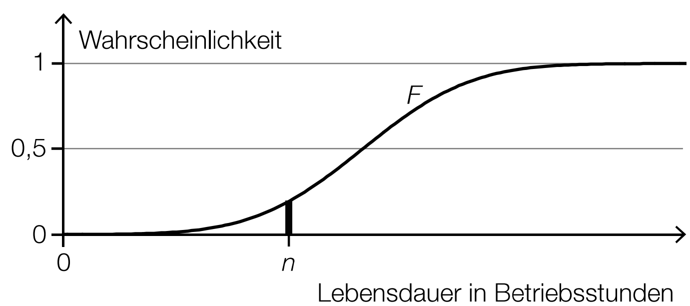
$P(\mu - a < X < \mu + a) = 0{,}95 \;\Rightarrow\; [995{,}2;\, 1\,014{,}8]$

(Ein Ermitteln der Intervallgrenzen mithilfe der 2σ-Umgebung ist ebenfalls zulässig.)



Lösung: Werkzeuge * (B_531)

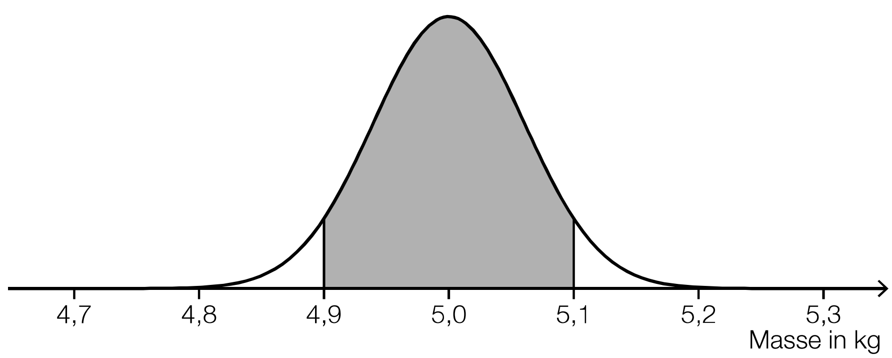
d1)



d2) Die Lebensdauer einer Bohrmaschine beträgt mindestens *n* Betriebsstunden.

Lösung: Werkzeugproduktion * (B_569)

b1)



b2) X ... Masse in kg

$P(X \leq 4{,}9) = 0{,}05$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$\sigma = 0{,}060...$ kg

Lösung: Widerstände * (B_396)

b)