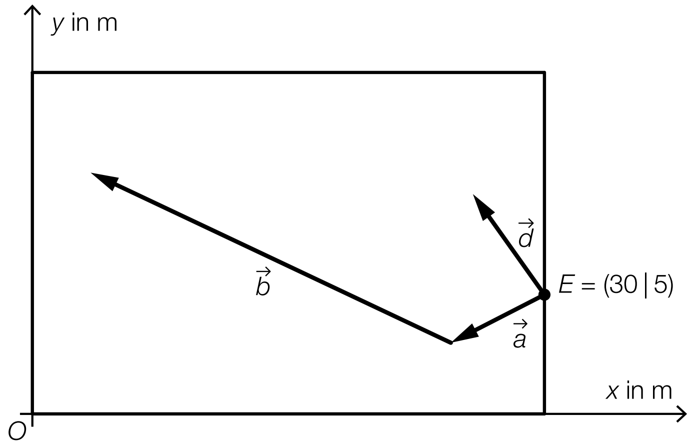
Auf dem Eislaufplatz

a) Die nachstehende nicht maßstabgetreue Abbildung zeigt die Grundfläche eines rechteckigen Eislaufplatzes in der Ansicht von oben.



Tina betritt die Eisfläche im Punkt E. Ihr Weg auf dem Eis lässt sich näherungsweise durch die Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ beschreiben.

Für den Vektor $\vec{c}$ gilt: $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

1) Zeichnen Sie in der obigen Abbildung den Vektor $\vec{c}$ ein. *[0/1 P.]*

Für den Winkel α gilt: $\cos(\alpha) = \dfrac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$

2) Zeichnen Sie in der obigen Abbildung den Winkel α ein. *[0/1 P.]*

Felix bewegt sich vom Punkt E aus 12 m in der Richtung des Vektors $\vec{d} = \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix}$ und befindet sich dann im Punkt F.

3) Berechnen Sie die Koordinaten von F. *[0/1 P.]*

Max bewegt sich vom Punkt E aus in der Richtung des Vektors $\vec{v}$.

Es gilt: $\dfrac{\vec{a} \cdot \vec{v}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{v}|} = 0{,}25$

4) Berechnen Sie den von $\vec{a}$ und $\vec{v}$ eingeschlossenen Winkel. *[0/1 P.]*

b) Die Aufenthaltsdauer von Personen auf einem bestimmten Eislaufplatz wird als normalverteilt mit der Standardabweichung σ angenommen.

Für 2 Stichproben wurde jeweils das zweiseitige Konfidenzintervall für den Erwartungswert zum gleichen Konfidenzniveau ermittelt (siehe nachstehende Tabelle).

	Stichprobenumfang	Konfidenzintervall in min
Stichprobe 1	n_1	[90; 110]
Stichprobe 2	n_2	[75; 115]

1) Kreuzen Sie das zutreffende Verhältnis an. *[1 aus 5]* *[0/1 P.]*

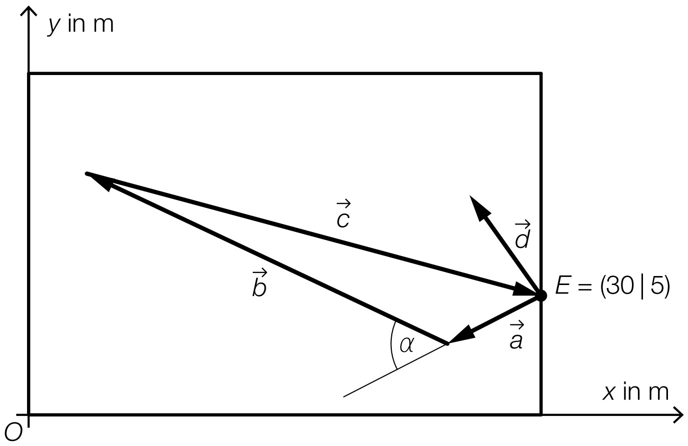
$n_1 : n_2 = 1 : 4$	☐
$n_1 : n_2 = 1 : 2$	☐
$n_1 : n_2 = 1 : \sqrt{2}$	☐
$n_1 : n_2 = 2 : 1$	☐
$n_1 : n_2 = 4 : 1$	☐

Die Standardabweichung der Aufenthaltsdauer beträgt $\sigma = 15$ min.
Bei einer Zufallsstichprobe von $n = 30$ Personen erhält man den Stichprobenmittelwert $\bar{x} = 92$ min.

2) Ermitteln Sie das zweiseitige 95-%-Konfidenzintervall für den Erwartungswert μ dieser Normalverteilung. *[0/1 P.]*

Möglicher Lösungsweg

a1 und a2)



Ein Kennzeichnen eines anderen Winkels mit dem gleichen Winkelmaß ist ebenfalls als richtig zu werten.

a3) $F = \begin{pmatrix} 30 \\ 5 \end{pmatrix} + 12 \cdot \vec{d}_0 = \begin{pmatrix} 30 \\ 5 \end{pmatrix} + \frac{12}{5} \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix}$

$F = (22{,}8 \,|\, 14{,}6)$

a4) $\arccos(0{,}25) = 75{,}52...°$

Der von $\vec{a}$ und $\vec{v}$ eingeschlossene Winkel beträgt rund 75,5°.

a1) Ein Punkt für das richtige Einzeichnen des Vektors $\vec{c}$.
a2) Ein Punkt für das richtige Einzeichnen des Winkels α.
a3) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Koordinaten von F.
a4) Ein Punkt für das richtige Berechnen des Winkels.

b1)

$n_1 : n_2 = 4 : 1$	☒

b2) Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$z_{0,975} = 1{,}959...$

$\mu_{\text{unten}} = \bar{x} - z_{0,975} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{30}} = 86{,}6...$

$\mu_{\text{oben}} = \bar{x} + z_{0,975} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{30}} = 97{,}3...$

zweiseitiges 95-%-Konfidenzintervall für den Erwartungswert in min: [86,6...; 97,3...]

b1) Ein Punkt für das richtige Ankreuzen.
b2) Ein Punkt für das richtige Ermitteln des zweiseitigen 95-%-Konfidenzintervalls.