

Schlosspark*

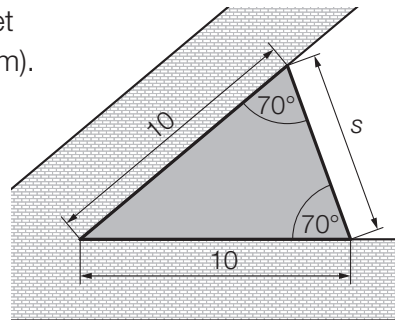
Aufgabennummer: B_507

Technologieeinsatz:

möglich ☐

erforderlich ☒

- a) In einem Schlosspark wird ein dreieckiges Blumenbeet angelegt (siehe nebenstehende Abbildung – Maße in m).



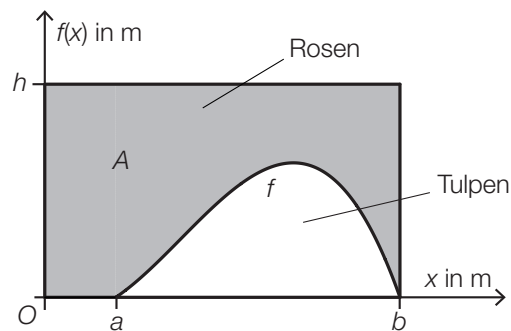
- 1) Ergänzen Sie den nachstehenden Ausdruck durch Eintragen der richtigen Werte in die dafür vorgesehenen Kästchen.

$$s = \sqrt{\boxed{} + \boxed{} - 2 \cdot 10^2 \cdot \cos(\boxed{})}$$

Das Blumenbeet soll mit einem Vlies gegen Unkraut abgedeckt werden. Das Abdecken des Blumenbeets kostet pro Quadratmeter € 1,42.

- 2) Berechnen Sie die Kosten für das Abdecken des Blumenbeets.

- b) Ein rechteckiges Blumenbeet mit den Seitenlängen b und h ist in einen Bereich für Rosen und einen Bereich für Tulpen unterteilt. Die Begrenzungslinie zwischen diesen Bereichen kann modellhaft durch den Graphen der Funktion f beschrieben werden (siehe nachstehende Abbildung).



- 1) Stellen Sie mithilfe der obigen Abbildung eine Formel zur Berechnung des Inhalts A der grau markierten Fläche auf.

$A =$ _____

f ist eine Polynomfunktion 3. Grades mit $f(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$.

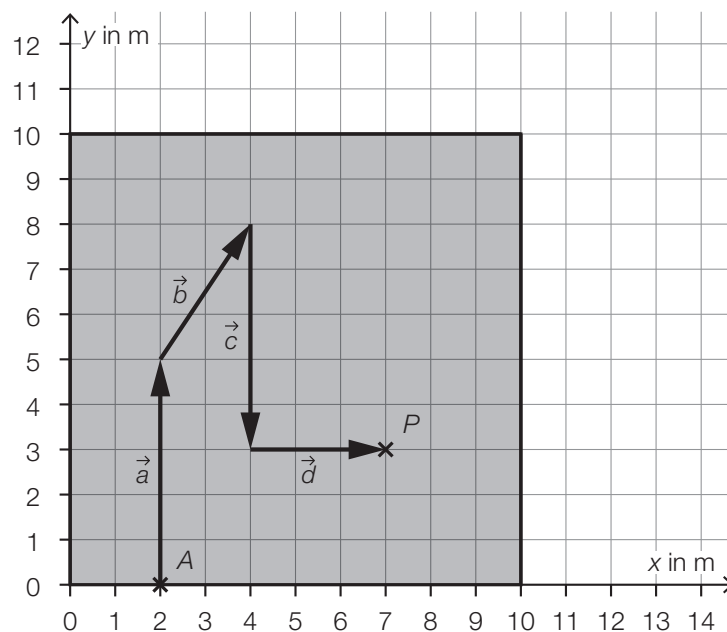
Folgende Punkte liegen auf dem Graphen von f : $(3|0,8)$, $(5|2,7)$, $(7|3,7)$, $(9|2,3)$.

- 2) Berechnen Sie mithilfe dieser Punkte die Koeffizienten a , b , c und d .

- c) Im Schlosspark gibt es ein Labyrinth aus Hecken. Der Weg durch das Labyrinth wird durch Aneinanderreihen der Vektoren $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \dots, \vec{h}$ (in alphabetischer Reihenfolge) beschrieben. Dabei beginnt jeder Vektor an der Spitze des vorherigen Vektors.

Es gilt: $\vec{e} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix}, \vec{f} = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \end{pmatrix}, \vec{g} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \vec{h} = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \end{pmatrix}$ (Maße in m)

In der nachstehenden Abbildung ist die quadratische Grundfläche des Labyrinths dargestellt. Der Startpunkt A des Weges durch das Labyrinth, die ersten vier Vektoren und der Punkt P sind bereits eingezeichnet.



- 1) Tragen Sie die fehlenden Zahlen in die dafür vorgesehenen Kästchen ein.

$$\vec{b} = \begin{pmatrix} \boxed{} \\ \boxed{} \end{pmatrix}$$

- 2) Ermitteln Sie die Länge des Weges durch das Labyrinth vom Startpunkt A zum Punkt P .
- 3) Vervollständigen Sie ausgehend vom Punkt P den Weg durch das Labyrinth durch Einzeichnen der Vektoren $\vec{e}, \vec{f}, \vec{g}$ und \vec{h} .

4) Kreuzen Sie die auf die gegebenen Vektoren nicht zutreffende Aussage an. [1 aus 5]

Die Vektoren \vec{a} und \vec{c} sind Gegenvektoren.	<input type="checkbox"/>
Die Vektoren \vec{f} und \vec{g} haben den gleichen Betrag.	<input type="checkbox"/>
Die Vektoren \vec{f} und \vec{h} sind parallel.	<input type="checkbox"/>
Die Vektoren \vec{d} und \vec{e} haben den gleichen Betrag.	<input type="checkbox"/>
Die Vektoren \vec{d} und \vec{e} stehen normal aufeinander.	<input type="checkbox"/>

d) Im Schlosspark wird Schilf gepflanzt. In den ersten Wochen nach der Pflanzung wird die Höhe einer bestimmten Pflanze notiert.

Zeit t nach der Pflanzung in Wochen	1	2	3	4	5	6
Höhe der Pflanze zur Zeit t in cm	30	34	39	44	48	52

Die Höhe dieser Pflanze soll in Abhängigkeit von der Zeit t durch die lineare Funktion h beschrieben werden.

t ... Zeit nach der Pflanzung in Wochen

$h(t)$... Höhe der Pflanze zur Zeit t in cm

- 1) Ermitteln Sie mithilfe der Regressionsrechnung eine Gleichung der linearen Funktion h .
- 2) Berechnen Sie gemäß diesem Modell die Höhe der Pflanze 20 Wochen nach der Pflanzung.

Möglicher Lösungsweg

$$\text{a1)} \quad s = \sqrt{\boxed{10^2} + \boxed{10^2} - 2 \cdot 10^2 \cdot \cos(\boxed{40^\circ})}$$

Der Punkt ist auch zu vergeben, wenn im 3. Kästchen das Grad-Zeichen fehlt.

$$\text{a2)} \quad \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 10 \cdot \sin(40^\circ) \cdot 1,42 = 45,637\dots$$

Die Kosten für das Abdecken des Blumenbeets betragen € 45,64.

$$\text{b1)} \quad A = b \cdot h - \int_a^b f(x) \, dx$$

$$\text{b2)} \quad \text{I: } f(3) = 0,8$$

$$\text{II: } f(5) = 2,7$$

$$\text{III: } f(7) = 3,7$$

$$\text{IV: } f(9) = 2,3$$

oder:

$$\text{I: } a \cdot 3^3 + b \cdot 3^2 + c \cdot 3 + d = 0,8$$

$$\text{II: } a \cdot 5^3 + b \cdot 5^2 + c \cdot 5 + d = 2,7$$

$$\text{III: } a \cdot 7^3 + b \cdot 7^2 + c \cdot 7 + d = 3,7$$

$$\text{IV: } a \cdot 9^3 + b \cdot 9^2 + c \cdot 9 + d = 2,3$$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$a = -\frac{1}{32} = -0,03125$$

$$b = \frac{57}{160} = 0,35625$$

$$c = -\frac{59}{160} = -0,36875$$

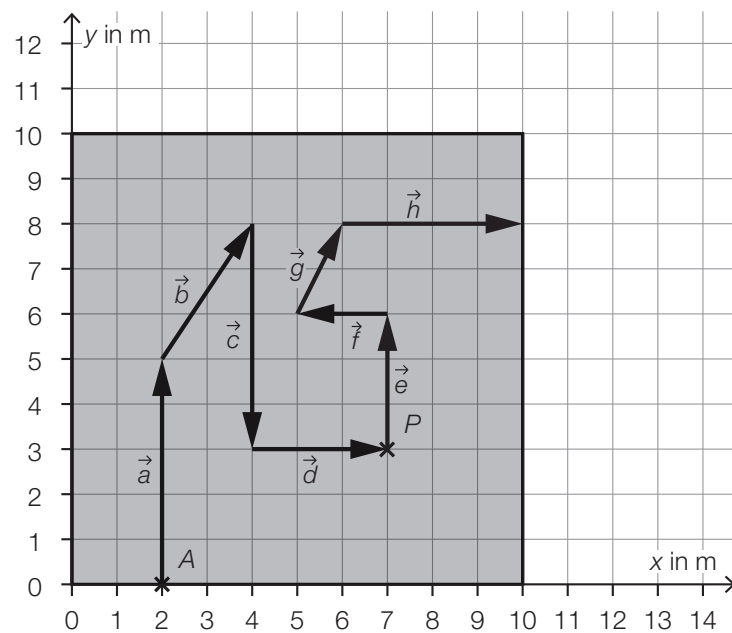
$$d = -\frac{73}{160} = -0,45625$$

c1) $\vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$

c2) $5 + \sqrt{2^2 + 3^2} + 5 + 3 = 16,60\dots$

Die Länge des Weges durch das Labyrinth vom Startpunkt A zum Punkt P beträgt rund 16,6 m.

c3)



c4)

Die Vektoren \vec{f} und \vec{g} haben den gleichen Betrag.	<input checked="" type="checkbox"/>

d1) Ermittlung mittels Technologieeinsatz:

$$h(t) = 4,49 \cdot t + 25,47 \quad (\text{Koeffizienten gerundet})$$

d2) $h(20) = 115,1\dots$

Die Höhe der Pflanze 20 Wochen nach der Pflanzung beträgt rund 115 cm.

Lösungsschlüssel

- a1) Ein Punkt für das Ergänzen der drei richtigen Werte.
- a2) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Kosten.
- b1) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Formel.
- b2) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Koeffizienten a , b , c und d .
- c1) Ein Punkt für das Eintragen der richtigen Zahlen.
- c2) Ein Punkt für das richtige Ermitteln der Länge des Weges.
- c3) Ein Punkt für das richtige Vervollständigen des Weges.
- c4) Ein Punkt für das richtige Ankreuzen.
- d1) Ein Punkt für das richtige Ermitteln der Gleichung der Funktion h .
- d2) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Höhe der Pflanze.