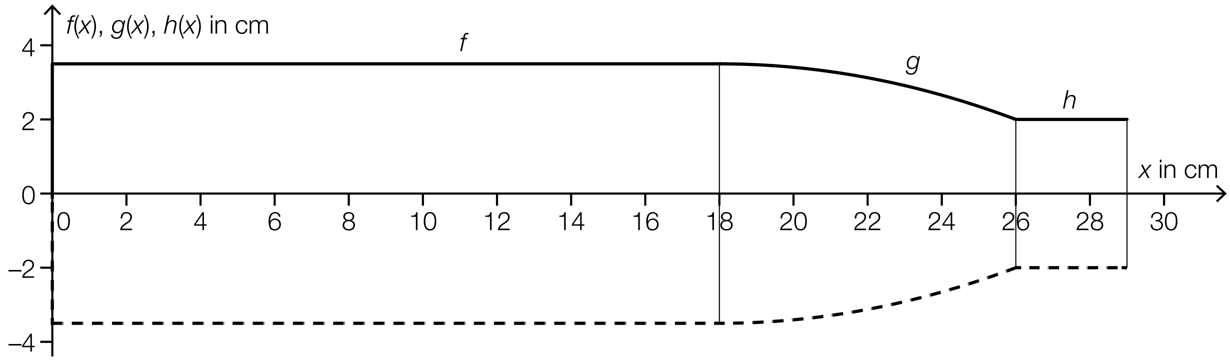
Thermosflasche*

a) Die Innenwand einer liegenden Thermosflasche kann durch Rotation der Graphen der Funktionen f, g und h um die x-Achse modelliert werden (siehe nachstehende Abbildung).



Es gilt:

$f(x) = 3{,}5 \quad \text{für} \quad 0 \leq x \leq 18$

$g(x) = -\frac{3}{128} \cdot (x - 18)^2 + 3{,}5 \quad \text{für} \quad 18 \leq x \leq 26$

$h(x) = 2 \quad \text{für} \quad 26 \leq x \leq 29$

x, $f(x)$, $g(x)$, $h(x)$ … Koordinaten in cm

Die Thermosflasche wird bis zur Markierung bei 18 cm mit Wasser befüllt. Das Volumen des eingefüllten Wassers wird mit V_1 bezeichnet.

1) Ermitteln Sie V_1. *[0/1 P.]*

Die Thermosflasche wird nun weiter mit Wasser bis zu einem Volumen von 900 cm^3 befüllt. Die Füllhöhe z des Wassers in der Thermosflasche kann mithilfe der nachstehenden Gleichung berechnet werden. Dabei ist $z \leq 26$.

$$\square = V_1 + \square \cdot \int_{\square}^{\square} (g(x))^2 \, \mathrm{d}x$$

2) Tragen Sie z und die entsprechenden Zahlen in die dafür vorgesehenen Kästchen ein. *[0/1 P.]*

3) Berechnen Sie die Füllhöhe z. *[0/1 P.]*

b) Die Temperatur von Tee in einer Thermosflasche nimmt mit der Zeit ab.

Die zeitliche Entwicklung der Temperatur des Tees kann näherungsweise durch die Funktion T beschrieben werden.

$T(t) = 20 + 70 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$

t … Zeit ab Beginn der Messung in Stunden
$T(t)$ … Temperatur zur Zeit t in °C
λ … positiver Parameter

1) Geben Sie diejenige Temperatur an, der sich die Temperatur des Tees für $t \to \infty$ beliebig nahe annähert.

__________ °C *[0/1 P.]*

20 Stunden nach Beginn der Messung wurde eine Temperatur von 25 °C gemessen.

2) Berechnen Sie λ. *[0/1 P.]*

c) Ein Unternehmen produziert Thermosflaschen.
Die Kosten für die Produktion von x Thermosflaschen in einem bestimmten Zeitraum werden durch die lineare Kostenfunktion K beschrieben.

$K(x) = k \cdot x + d$

x … Produktionsmenge in ME
$K(x)$ … Kosten bei der Produktionsmenge x in GE
k, d … positive Parameter

Für die zugehörige Stückkostenfunktion $\overline{K}$ gilt:

$\overline{K}(x) = \frac{100}{x} + 5$

1) Geben Sie die Parameter k und d an.

k = __________ GE/ME

d = __________ GE *[0/1 P.]*

Möglicher Lösungsweg

a1) $V_1 = 3{,}5^2 \cdot \pi \cdot 18 = 692{,}72...$

Das Volumen V_1 beträgt rund 692,7 cm³.

a2) $\boxed{900} = V_1 + \boxed{\pi} \cdot \int_{\boxed{18}}^{\boxed{z}} (g(x))^2 \, dx$

a3) $900 = 692{,}72... + \pi \cdot \int_{18}^{z} (g(x))^2 \, dx$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$z = 24{,}51\ldots$

Die Füllhöhe z beträgt rund 24,5 cm.

a1) Ein Punkt für das richtige Ermitteln des Volumens V_1.
a2) Ein Punkt für das richtige Eintragen.
a3) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Füllhöhe z.

b1) 20 °C

b2) $T(20) = 25$ *oder* $20 + 70 \cdot e^{-\lambda \cdot 20} = 25$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$\lambda = 0{,}13195...$

b1) Ein Punkt für das Angeben des richtigen Wertes von T_{Ende}.
b2) Ein Punkt für das richtige Berechnen von λ.

c1) $k = 5$ GE/ME
$d = 100$ GE

c1) Ein Punkt für das Angeben der richtigen Werte der Parameter k und d.