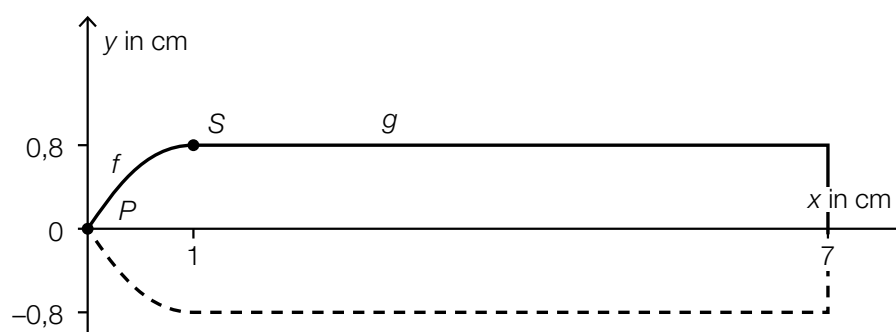


## Blut

Das Blut erfüllt wichtige Funktionen in unserem Körper. Es transportiert zum Beispiel den Wirkstoff von Medikamenten durch den Körper.

- a) Zur Verabreichung von Medikamenten werden spezielle Dosiervorrichtungen verwendet. Die Form des Flüssigkeitsbehälters einer solchen Vorrichtung entsteht durch Rotation der dargestellten Kurve um die  $x$ -Achse. Die Funktion  $f$  ist eine quadratische Funktion mit dem Scheitelpunkt  $S$ . Die Funktion  $g$  ist eine konstante Funktion.



- 1) Stellen Sie eine Funktionsgleichung von  $f$  auf.
- 2) Berechnen Sie das Volumen des Flüssigkeitsbehälters in Millilitern.

- b) Der zeitliche Verlauf der Wirkstoffmenge eines Medikaments im Blut lässt sich näherungsweise durch die Funktion  $f$  beschreiben:

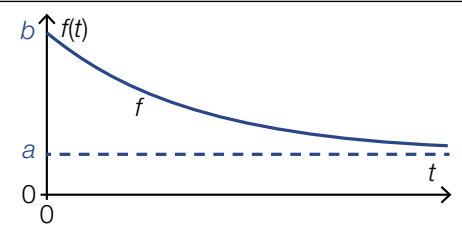
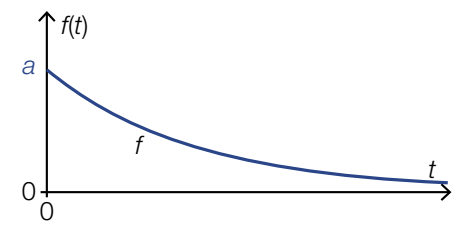
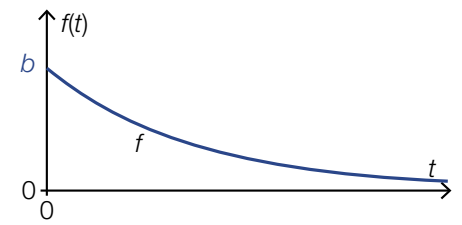
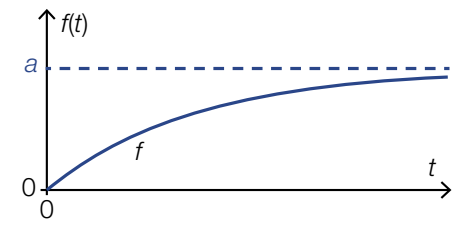
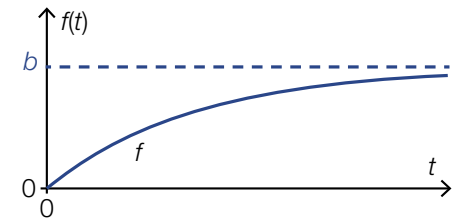
$$f(t) = a - a \cdot e^{-b \cdot t}$$

$t$  ... Zeit ab Verabreichung des Medikaments in min

$f(t)$  ... Wirkstoffmenge im Blut zur Zeit  $t$  in mg

$a > 0, b > 0$  ... Konstanten

- 1) Kreuzen Sie diejenige Abbildung an, in der der Graph der Funktion  $f$  richtig dargestellt ist.  
[1 aus 5]

	<input type="checkbox"/>
	<input type="checkbox"/>
	<input type="checkbox"/>
	<input type="checkbox"/>
	<input type="checkbox"/>

- 2) Beschreiben Sie die Bedeutung des folgenden Ausdrucks im gegebenen Sachzusammenhang:

$$\frac{1}{30} \cdot \int_0^{30} f(t) dt$$

- c) Karl Landsteiner entwickelte das ABO-Blutgruppensystem. Er entdeckte auch die beiden Rhesusfaktoren Rh+ und Rh-.
- 37 % der österreichischen Bevölkerung haben die Blutgruppe A, Rh+.
- 1) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass unter 60 zufällig ausgewählten Personen der österreichischen Bevölkerung höchstens 15 Personen die Blutgruppe A, Rh+ haben.
  - 2) Interpretieren Sie die Bedeutung des Ausdrucks  $\sum_{k=2}^6 \binom{60}{k} \cdot 0,37^k \cdot 0,63^{60-k}$  im gegebenen Sachzusammenhang.

- d) Die Funktion  $w$  beschreibt den zeitlichen Verlauf der Wirkstoffmenge im Blut eines Patienten.  $w$  erfüllt die folgende Differenzialgleichung:

$$\frac{dw}{dt} = -k \cdot w + D$$

$t$  ... Zeit ab Verabreichung des Wirkstoffs

$w(t)$  ... Wirkstoffmenge im Blut des Patienten zur Zeit  $t$

$D, k$  ... Konstanten

- 1) Zeigen Sie mit der Methode *Trennen der Variablen*, dass die Differenzialgleichung die Lösung  $w(t) = \frac{D}{k} - C \cdot e^{-k \cdot t}$  hat.

## Möglicher Lösungsweg

a1)  $f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$

I:  $f(0) = 0 \Rightarrow c = 0$

II:  $f(1) = 0,8 \Rightarrow a + b + c = 0,8$

III:  $f'(1) = 0 \Rightarrow 2 \cdot a + b = 0$

---

$a = -0,8$

$b = 1,6$

$c = 0$

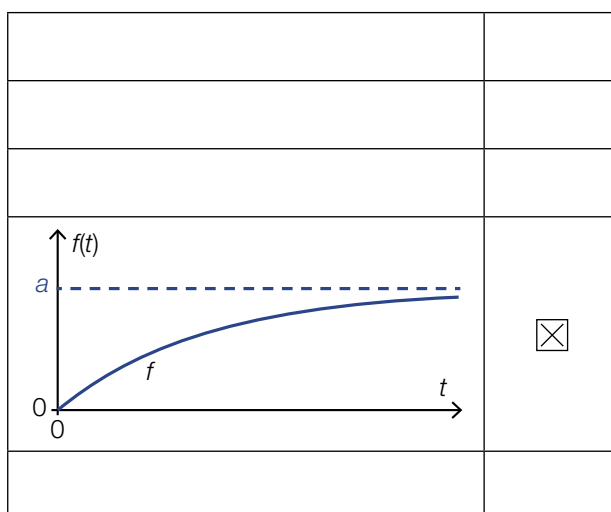
$f(x) = -0,8 \cdot x^2 + 1,6 \cdot x$

a2)  $V = \pi \cdot \int_0^1 (f(x))^2 dx + 0,8^2 \cdot \pi \cdot 6$

$V = 13,136...$

Das Volumen des Flüssigkeitsbehälters beträgt rund 13,14 ml.

b1)



b2) Mit dem Ausdruck wird die durchschnittliche Wirkstoffmenge des Medikaments im Blut in den ersten 30 Minuten ab Verabreichung berechnet.

c1)  $X$  ... Anzahl der Personen mit Blutgruppe A, Rh+  
Binomialverteilung mit  $n = 60$  und  $p = 0,37$   
 $P(X \leq 15) = 0,0339$   
Mit einer Wahrscheinlichkeit von rund 3,4 % haben höchstens 15 Personen die Blutgruppe A, Rh+.

c2) Mit diesem Ausdruck wird die Wahrscheinlichkeit berechnet, dass unter 60 zufällig ausgewählten Personen der österreichischen Bevölkerung mindestens 2 und höchstens 6 Personen die Blutgruppe A, Rh+ haben.

d1)  $\frac{dw}{dt} = -k \cdot w + D$   
$$\int \frac{dw}{-k \cdot w + D} = \int dt$$
$$-\frac{1}{k} \cdot \ln|-k \cdot w + D| = t + C_1$$
$$w(t) = \frac{D}{k} - C \cdot e^{-k \cdot t}$$