

Armageddon

Aufgabennummer: B_295

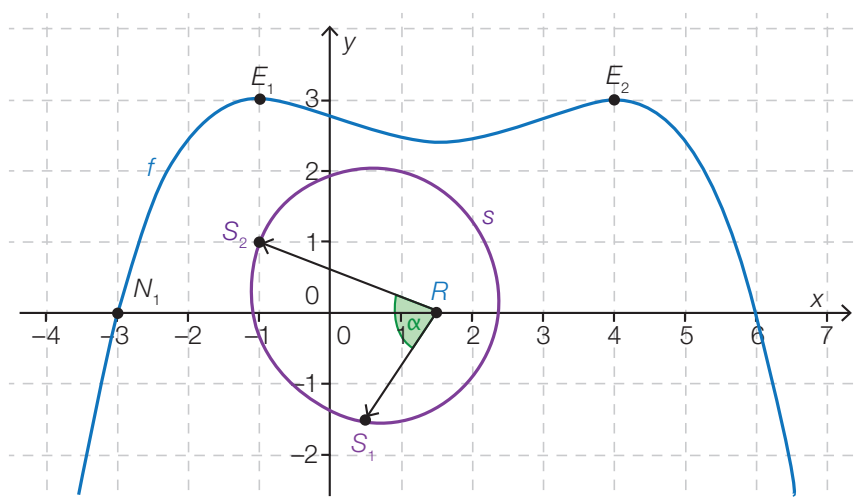
Technologieeinsatz:

möglich ☐

erforderlich ☒

Zur Programmierung eines Weltraum-Computerspiels werden einige geometrische Überlegungen benötigt.

Die nachstehende Abbildung zeigt die Flugbahn s zweier Patrouillenschiffe S_1 und S_2 um eine Raumstation R . Die Flugbahn eines feindlichen Raumschiffs wird durch den Graphen der Funktion f beschrieben. (In der Abbildung sind die Nullstelle N_1 sowie die Extrempunkte E_1 und E_2 des Funktionsgraphen von f eingezeichnet.)



- a) – Erklären Sie, warum die Flugbahn s kein Graph einer Funktion ist.

Die Funktion f ist eine Polynomfunktion vierten Grades mit $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$.

- Stellen Sie ein Gleichungssystem auf, mit dem die Koeffizienten dieser Funktion f ermittelt werden können.

- b) Für die Funktion f gilt:

$$f(x) = -\frac{3}{196}x^4 + \frac{9}{98}x^3 - \frac{3}{196}x^2 - \frac{18}{49}x + \frac{135}{49}$$

Während des Spielverlaufs schießt das feindliche Raumschiff am Wendepunkt der Funktion f in der Nähe von E_2 einen Laserstrahl tangential in Richtung S_2 .

- Ermitteln Sie die Funktionsgleichung der Tangente, die den Laserstrahl beschreibt.
– Überprüfen Sie rechnerisch, ob das Raumschiff S_2 vom Laserstrahl getroffen wird.

- c) Zu einem bestimmten Zeitpunkt hat die Raumstation die Koordinaten $R = (1,5 | 0)$ und das erste Patrouillenschiff die Koordinaten $S_1 = (0,5 | y > 0)$.

- Erstellen Sie eine Formel zur Berechnung der fehlenden y -Koordinate des Patrouillenschiffs, wenn der Abstand vom Patrouillenschiff S_1 zur Raumstation R genau d Einheiten beträgt.

$y =$ _____

- Ermitteln Sie den Winkel α , den die beiden Vektoren $\overrightarrow{RS_1} = \begin{pmatrix} -1 \\ -1,5 \end{pmatrix}$ und $\overrightarrow{RS_2} = \begin{pmatrix} -2,5 \\ 1 \end{pmatrix}$ einschließen.

Hinweis zur Aufgabe:

Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben.

Möglicher Lösungsweg

- a) Bei der Flugbahn s handelt es sich um keinen Graphen einer Funktion, weil es x -Werte gibt, denen mehr als ein y -Wert zugeordnet wird.

$$f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$$

$$f'(x) = 4ax^3 + 3bx^2 + 2cx + d$$

$$\text{Nullstelle: } N_1 = (-3|0)$$

$$\text{Extrempunkte: } E_1 = (-1|3) \quad E_2 = (4|3)$$

$$f(-3) = 0: \quad \text{I: } 81a - 27b + 9c - 3d + e = 0$$

$$f(-1) = 3: \quad \text{II: } a - b + c - d + e = 3$$

$$f'(-1) = 0: \quad \text{III: } -4a + 3b - 2c + d = 0$$

$$f(4) = 3: \quad \text{IV: } 256a + 64b + 16c + 4d + e = 3$$

$$f'(4) = 0: \quad \text{V: } 256a + 48b + 8c + d = 0$$

- b) Berechnung des Wendepunktes:

$$f''(x) = -\frac{9}{49}x^2 + \frac{27}{49}x - \frac{3}{98}$$

$$-\frac{9}{49}x^2 + \frac{27}{49}x - \frac{3}{98} = 0$$

$$x_1 = 2,943... \approx 2,94$$

$$(x_2 = 0,056...)$$

$$f(2,943...) = 2,734...$$

$$W = (2,94|2,73)$$

Aufstellen der Funktionsgleichung der Tangente:

$$y = kx + d$$

$$k = f'(2,943...) = 0,36820..., \quad d = y - kx = 1,65049...$$

$$y = 0,3682x + 1,6505$$

Einsetzen der Koordinaten von S_2 in die Tangentengleichung:

$$1 = 0,3682 \cdot (-1) + 1,6505$$

$$1 = 1,2822$$

Der Laserstrahl trifft nicht das Raumschiff S_2 .

$$\begin{aligned} \text{c) } \overrightarrow{RS_1} &= \begin{pmatrix} 0,5 \\ y \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1,5 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ y \end{pmatrix} \\ (-1)^2 + y^2 &= d^2 \\ y &= \sqrt{d^2 - 1} \\ \cos(\alpha) &= \frac{\begin{pmatrix} -1 \\ -1,5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -2,5 \\ 1 \end{pmatrix}}{\sqrt{(-1)^2 + (-1,5)^2} \cdot \sqrt{(-2,5)^2 + 1^2}} \\ \cos(\alpha) &= \frac{1}{\sqrt{3,25} \cdot \sqrt{7,25}} \\ \alpha &\approx 78,11^\circ \end{aligned}$$

Klassifikation

☐ Teil A

☒ Teil B

Wesentlicher Bereich der Inhaltsdimension:

- a) 3 Funktionale Zusammenhänge
- b) 4 Analysis
- c) 2 Algebra und Geometrie

Nebeninhaltsdimension:

- a) 4 Analysis
- b) 3 Funktionale Zusammenhänge
- c) —

Wesentlicher Bereich der Handlungsdimension:

- a) A Modellieren und Transferieren
- b) B Operieren und Technologieeinsatz
- c) A Modellieren und Transferieren

Nebenhandlungsdimension:

- a) D Argumentieren und Kommunizieren
- b) D Argumentieren und Kommunizieren
- c) B Operieren und Technologieeinsatz

Schwierigkeitsgrad:

- a) mittel
- b) mittel
- c) leicht

Punkteanzahl:

- a) 3
- b) 3
- c) 2

Thema: Informatik

Quellen: —