

Federung von Mountainbikes

- a) Bei hochwertigen Federgabeln (siehe nebenstehendes Foto) wird eine mit Luft gefüllte Kammer zur Federung verwendet. Der erforderliche Druck (in der Einheit psi) hängt von der Masse des Fahrers (in kg) ab (siehe nachstehende Tabelle).



Bildquelle: BMBWF

Masse des Fahrers in kg	55	70	80	90	100
erforderlicher Druck in psi	115	165	200	230	265

Der erforderliche Druck soll in Abhängigkeit von der Masse des Fahrers näherungsweise durch die lineare Funktion p beschrieben werden.

- 1) Stellen Sie mithilfe der Regressionsrechnung eine Gleichung der linearen Funktion p auf. [0/1 P.]

Ein bestimmter Fahrer hat eine Masse von 82 kg.

Er berechnet einen Wert für den erforderlichen Druck durch lineare Interpolation mit den Werten der obigen Tabelle bei 80 kg und 90 kg.

Den so erhaltenen Wert vergleicht er mit demjenigen Wert, der sich bei Verwendung der linearen Funktion p ergibt.

- 2) Ermitteln Sie die Differenz dieser beiden Werte. [0/1 P.]

- b) Eine wichtige Kenngröße einer Feder ist die sogenannte *Federkonstante*.

Bei der Herstellung einer bestimmten Feder wird angenommen, dass die Federkonstante annähernd normalverteilt ist. Der Erwartungswert beträgt $\mu = 80$ Newton pro cm (N/cm), die Standardabweichung beträgt $\sigma = 3$ N/cm.

In der Qualitätskontrolle werden Stichproben vom Umfang $n = 8$ untersucht.

- 1) Berechnen Sie denjenigen zum Erwartungswert symmetrischen Zufallsstrebereich, in dem erwartungsgemäß 99 % aller Stichprobenmittelwerte liegen. [0/1 P.]

Eine Stichprobe vom Umfang $n = 8$ ergab die folgenden Messwerte (in N/cm):

69,77 82,12 80,67 78,72 75,28 75,51 75,66 79,13

- 2) Überprüfen Sie nachweislich, ob das arithmetische Mittel dieser Stichprobe im oben berechneten Zufallsstrebereich enthalten ist. [0/1 P.]

- c) Ein Labor untersuchte die Federgabel eines Vorderrads. Dabei wurde die Federkraft in Abhängigkeit von der Längenänderung (Stauchung) der Feder gemessen und modellhaft durch die Funktion F beschrieben. Die Funktion F und die zugehörige 1. Ableitungsfunktion f sind in den unten stehenden Abbildungen dargestellt.

x ... Längenänderung der Feder in mm

$F(x)$... Federkraft in Abhängigkeit von x in Newton (N)

$f(x)$... 1. Ableitung von F in Abhängigkeit von x in N/mm

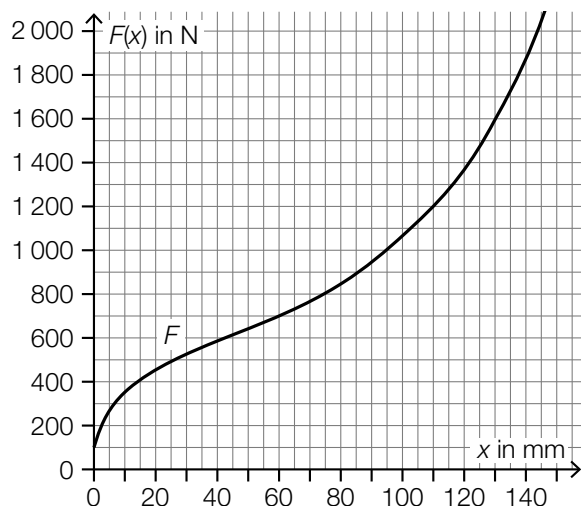


Abbildung 1

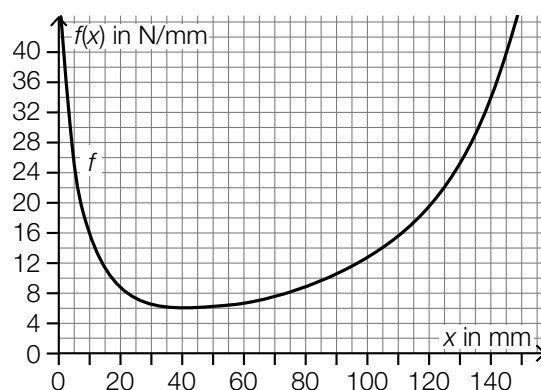


Abbildung 2

- 1) Ermitteln Sie mithilfe von Abbildung 1 die mittlere Änderungsrate von F im Intervall $[60 \text{ mm}; 95 \text{ mm}]$. Geben Sie das Ergebnis mit der zugehörigen Einheit an. [0/1 P.]
- 2) Lesen Sie aus der Abbildung 1 das Ergebnis des nachstehenden Ausdrucks ab.

$$\int_{110}^{130} f(x) dx = \underline{\hspace{2cm}} \text{ N} \quad [0/1 \text{ P.}]$$

Der Graph der linearen Funktion t mit $t(x) = 16 \cdot x + d$ ist an der Stelle x_1 mit $0 \leq x_1 \leq 40$ Tangente an den Graphen der Funktion F .

- 3) Lesen Sie aus der Abbildung 2 die Stelle x_1 ab.

$$x_1 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ mm} \quad [0/1 \text{ P.}]$$

- 4) Ordnen Sie auf Basis von Abbildung 2 den beiden Stellen jeweils die zutreffende Aussage aus A bis D zu. [0/1 P.]

$x = 40$	
$x = 20$	

A	$f(x) = 0$
B	$f(x) < 0$
C	$f'(x) < 0$
D	$f'(x) = 0$

Möglicher Lösungsweg

a1) Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$p(m) = 3,32 \cdot m - 67,3 \quad (\text{Koeffizienten gerundet})$$

m ... Masse des Fahrers in kg

$p(m)$... Druck bei der Masse m in psi

a2) $p(82) = 204,959...$

Berechnung des Wertes durch lineare Interpolation:

$$200 + 2 \cdot 3 = 206$$

$$206 - 204,959... = 1,040...$$

Diese beiden Werte unterscheiden sich um rund 1,04 psi.

Auch eine Angabe der Differenz als „–1,04 psi“ ist als richtig zu werten.

a1) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Gleichung der linearen Funktion p .

a2) Ein Punkt für das richtige Ermitteln der Differenz.

b1) $\mu = 80 \text{ N/cm}$

$$\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{3}{\sqrt{8}} \text{ N/cm}$$

Berechnung des 99-%-Zufallsstreubereichs mittels Technologieeinsatz:

$$[77,267...; 82,732...] \quad (\text{in N/cm})$$

b2) Berechnung des arithmetischen Mittels \bar{x} dieser Stichprobe mittels Technologieeinsatz:

$$\bar{x} = 77,1075 \text{ N/cm}$$

Das arithmetische Mittel dieser Stichprobe ist nicht im oben berechneten Zufallsstreubereich enthalten.

b1) Ein Punkt für das richtige Berechnen des Zufallsstreubereichs.

b2) Ein Punkt für das richtige nachweisliche Überprüfen.

c1) $\frac{1000 - 700}{95 - 60} = 8,571\dots$

Die mittlere Änderungsrate beträgt rund 8,57 N/mm.

c2) $\int_{110}^{130} f(x) dx = 400 \text{ N}$

c3) $x_1 = 10 \text{ mm}$

c4)

$x = 40$	D
$x = 20$	C

A	$f(x) = 0$
B	$f(x) < 0$
C	$f'(x) < 0$
D	$f'(x) = 0$

- c1) Ein Punkt für das richtige Ermitteln der mittleren Änderungsrate unter Angabe der zugehörigen Einheit.
c2) Ein Punkt für das Ablesen des richtigen Wertes.
c3) Ein Punkt für das Ablesen der richtigen Stelle x_1 .
c4) Ein Punkt für das richtige Zuordnen.