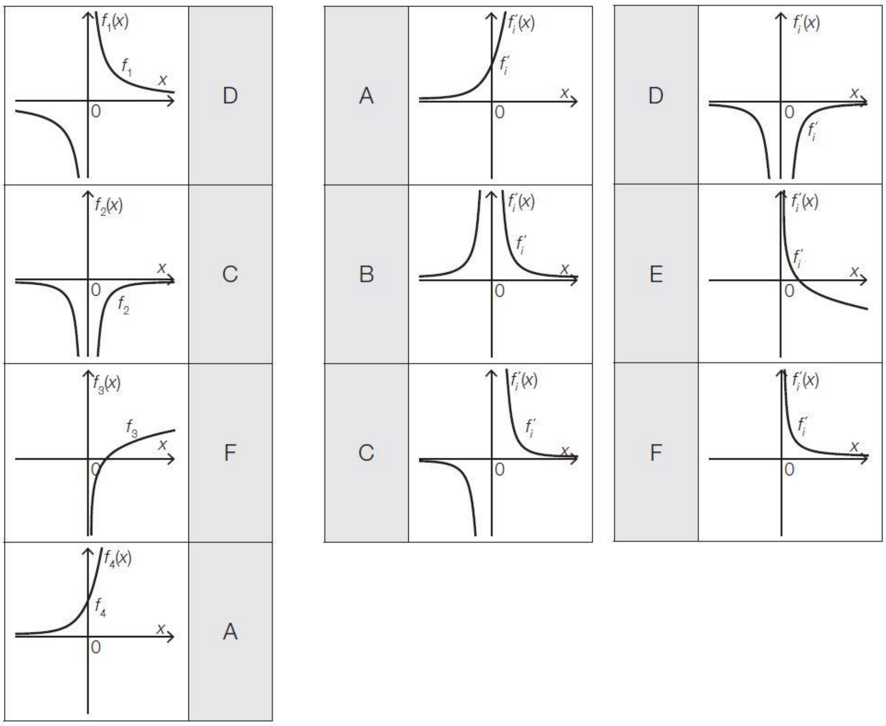
Lösungen

Grundkompetenzen

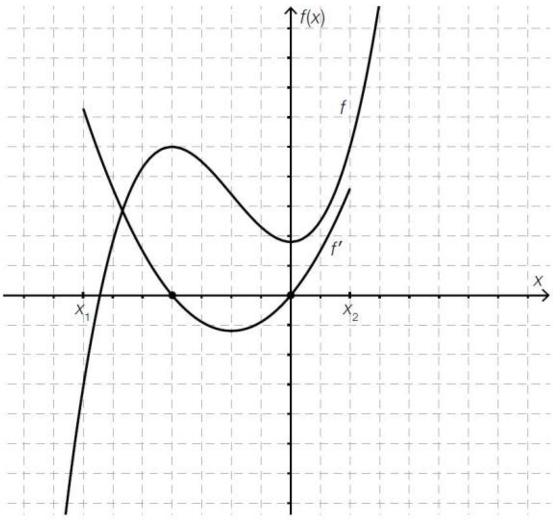
Lösungserwartung: Graphen von Ableitungsfunktionen* - 1_749, AN3.3, 2 aus 5



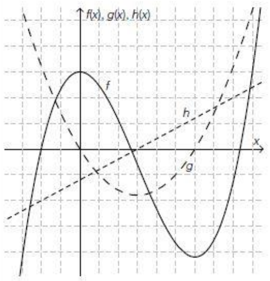
Lösungserwartung: Differenzieren einer Exponentialfunktion* - 1_581, AN3.3, 2 aus 5

$\lambda = -0{,}5$

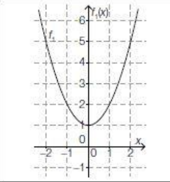
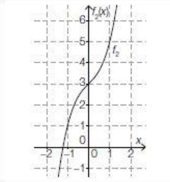
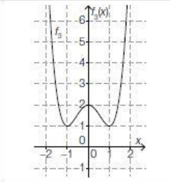
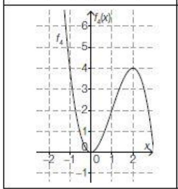
Lösungserwartung: Grafisch differenzieren* - 1_549, AN3.3, 2 aus 5

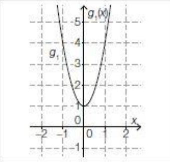
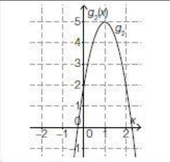
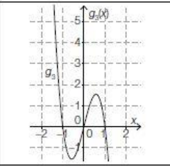
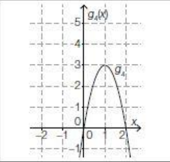
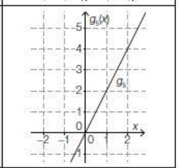
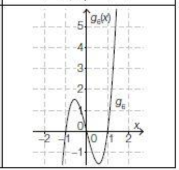


Lösungserwartung: Graphen von Ableitungsfunktionen* - 1_503, AN3.3, 2 aus 5

	☒		

Lösungserwartung: Funktionen und Ableitungsfunktionen* - 1_479, AN3.3, 2 aus 5

	E
	A
	F
	D

A	
B	
C	
D	
E	
F	

Lösungserwartung: Ableitung* - 1_358, AN3.3, 2 aus 5

An den Stellen $x_1 = -4$ und $x_2 = 4$ hat f lokale Extrema.

Lösungserwartung: Eigenschaften der Ableitungsfunktion einer Polynomfunktion 3. Grades* - 1_455, AN3.3, 2 aus 5

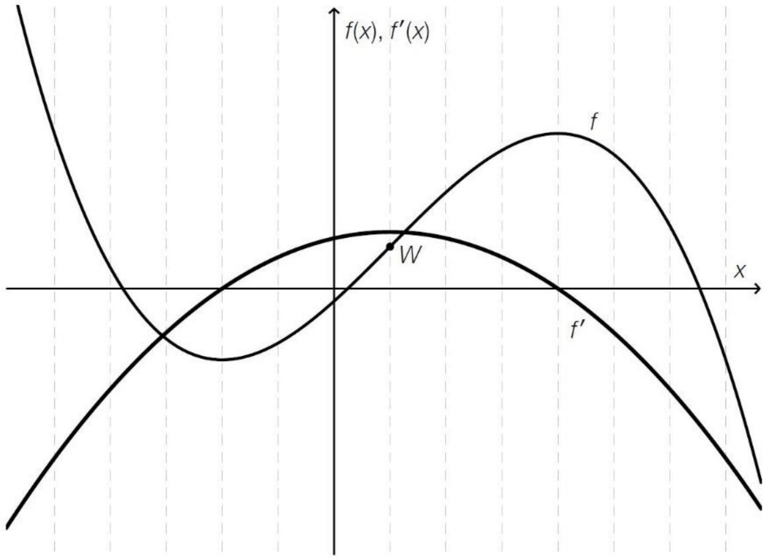
Die Funktionswerte der Funktion f' sind im Intervall (0; 2) negativ.	☒
Die Funktion f' hat an der Stelle $x = 0$ eine Nullstelle.	☒

Lösungserwartung: Zusammenhang zwischen Funktion und Ableitungsfunktion* - 1_406, AN3.3, 2 aus 5

①	
im Intervall [−1; 1] positiv	☒

②	
f ist im Intervall [−1; 1] streng monoton steigend	☒

Lösungserwartung: Graph einer Ableitungsfunktion* - 1_383, AN3.3, 2 aus 5



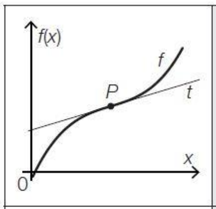
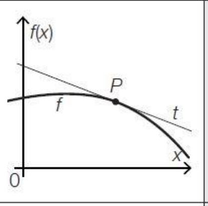
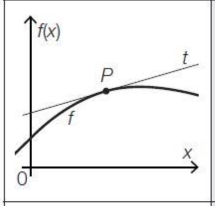
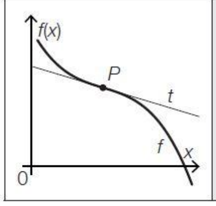
Lösungserwartung: Funktionseigenschaften* - 1_846, AN3.3, 2 aus 5

Im Intervall [–3; 3] ist die Funktion f streng monoton steigend.	☒
Die Funktion f hat im Intervall [–3; 3] mindestens eine Wendestelle.	☒

Lösungserwartung: Polynomfunktion* - 1_798, AN3.3, 2 aus 5

Es gibt genau eine Stelle x_1 mit $f'(x_1) = 0$ und $f''(x_1) > 0$.	☒
Es gibt genau eine Stelle x_1 mit $f'(x_1) > 0$ und $f''(x_1) = 0$.	☒

Lösungserwartung: Kurvenverlauf* - 1_774, AN3.3, 2 aus 5

	E
	D
	B
	F

A	$f'(x_P) > 0$ und $f''(x_P) > 0$
B	$f'(x_P) > 0$ und $f''(x_P) < 0$
C	$f'(x_P) < 0$ und $f''(x_P) > 0$
D	$f'(x_P) < 0$ und $f''(x_P) < 0$
E	$f'(x_P) > 0$ und $f''(x_P) = 0$
F	$f'(x_P) < 0$ und $f''(x_P) = 0$

Lösungserwartung: Eigenschaften einer Polynomfunktion* - 1_750, AN3.3, 2 aus 5

①	
$f'(x) < 0$	☒

②	
streng monoton fallend	☒

Lösungserwartung: Eigenschaften einer Polynomfunktion dritten Grades* - 1_725, AN3.3, 2 aus 5

$f(x_1) > f(x_2)$	☒
Im Intervall $[x_1; x_2]$ gibt es eine Stelle x_3 mit $f''(x_3) = 0$.	☒

Lösungserwartung: Polynomfunktion* - 1_702, AN3.3, 2 aus 5

$f''(3) = 0$	☒
$f''(1) > f''(4)$	☒

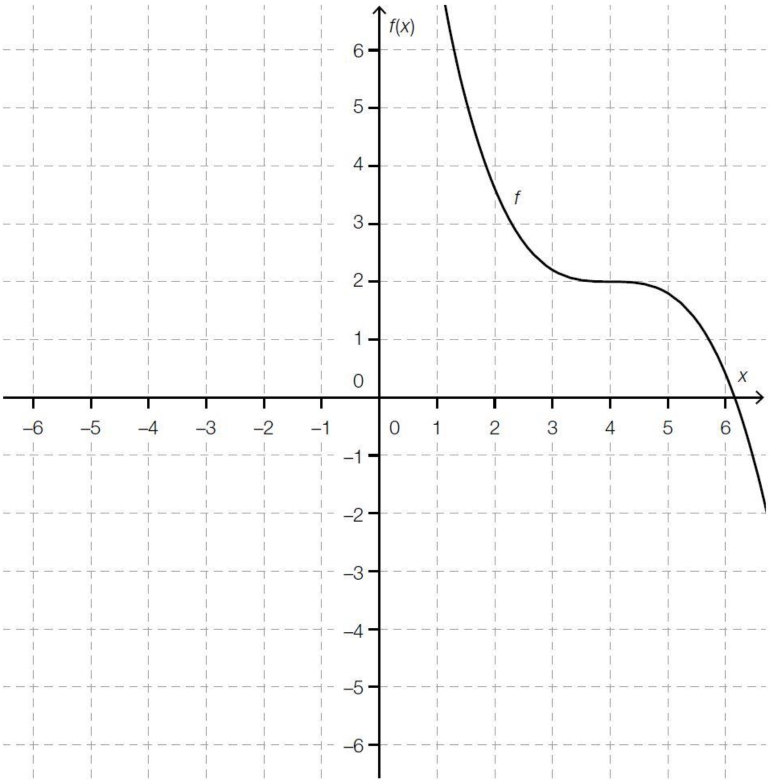
Lösungserwartung: Eigenschaften einer Polynomfunktion dritten Grades* - 1_677, AN3.3, 2 aus 5

$f''(1) > 0$	☒
$f'(2) = 0$	☒

Lösungserwartung: Zweite Ableitung* - 1_653, AN3.3, 2 aus 5

Für alle x aus dem Intervall $[-1; 1]$ gilt: $f''(x) < 0$.	☒
$f''(2) = 0$	☒

Lösungserwartung: Funktionsgraph* - 1_630, AN3.3, 2 aus 5



Lösungserwartung: Steigung einer Funktion - 1_036, AN3.3, 2 aus 5

$f'(x) = \frac{3}{4}x^2 + 3x + 4$

$f'(2) = \frac{3}{4} \cdot 2^2 + 3 \cdot 2 + 4 = 13$

Der Wert der Steigung der Funktion f an der Stelle $x = 2$ ist 13.

Lösungserwartung: Wendestelle* - 1_605, AN3.3, 2 aus 5

Die Funktion f hat an der Stelle $x = 6$ keine Wendestelle.

Mögliche Begründung:

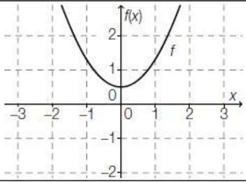
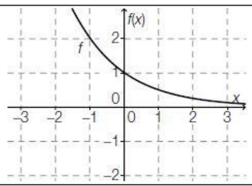
$f''(x) = 24 \cdot x - 4$

$f''(6) = 140 \neq 0 \quad \Rightarrow \quad$ Die Funktion f kann an der Stelle $x = 6$ keine Wendestelle haben.

Lösungserwartung: Lokale Extremstellen* - 1_454, AN3.3, 2 aus 5

Die Stellen $x_1 = 1$ und $x_2 = 3$ sind lokale Extremstellen der Funktion f.

Lösungserwartung: Eigenschaften der zweiten Ableitung* - 1_526, AN3.3, 2 aus 5

	☒
	☒

Lösungserwartung: Negative erste Ableitung* - 1_382, AN3.3, 2 aus 5

$I = (-3; 4)$

oder:

$I = [-3; 4)$

Lösungserwartung: Differenzierbare Funktion* - 1_502, AN3.3, 2 aus 5

$f''(6) = 0$	☒
$f''(11) < 0$	☒

Lösungserwartung: Nachweis eines lokalen Minimums* - 1_478, AN3.3, 2 aus 5

Möglicher rechnerischer Nachweis:

$p''(x) = 6x$
$p''(1) = 6 > 0 \Rightarrow$ An der Stelle 1 liegt ein lokales Minimum vor.

Lösungserwartung: Extremstelle* - 1_357, AN3.3, 2 aus 5

Wenn die Funktion f bei x_0 das Monotonieverhalten ändert, dann liegt bei x_0 eine lokale Extremstelle von f.	☒
Wenn x_0 eine lokale Extremstelle von f ist, dann ist $f'(x_0) = 0$.	☒

Lösungserwartung: Graph einer Ableitungsfunktion* - 1_430, AN3.3, 2 aus 5

Die Funktion f ist eine Polynomfunktion dritten Grades.	☒
Die Funktion f hat an der Stelle $x = 0$ eine Wendestelle.	☒

Lösungserwartung: Graph einer Ableitungsfunktion* - 1_405, AN3.3, 2 aus 5

Die Funktion f hat im Intervall $[-4; 5]$ zwei lokale Extremstellen.	☒
Die Funktion f hat an der Stelle $x = 1$ eine Wendestelle.	☒

Lösungserwartung: Eigenschaften einer Funktion* - 1_334, AN3.3, 2 aus 5

Die Tangente an den Graphen der Funktion f im Punkt $(0 \mid f(0))$ hat die Steigung 2.	☒
Die Stelle $x_2 = 2$ ist eine lokale Maximumstelle von f.	☒

Lösungserwartung: Polynomfunktion dritten Grades* - 1_1195, AN4.3, 2 aus 5

Die Funktion f ist im Intervall $(1; 3)$ streng monoton fallend.	☒
Die Funktion f weist im Intervall $(0; 2)$ einen Monotoniewechsel auf.	☒

Lösungserwartung: Regeln des Differenzierens* - 1_1193, AN4.3, 2 aus 5

$a^2 \cdot f' + a^2 \cdot g'$	☒
$a^2 \cdot (f + g)'$	☒

Lösungserwartung: Monotonie- und Krümmungsverhalten* - 1_893, AN4.3, 2 aus 5

Im Intervall $(x_1; x_2)$ gibt es mindestens eine Stelle x_0, für die $f'(x_0) = 0$ gilt.	☒
Im Intervall $(x_1; x_2)$ ändert sich das Monotonieverhalten von f.	☒

Lösungserwartung: Traubensaft* - 1_891, AN4.3, 2 aus 5

Die 1. Ableitung von f hat an der Stelle t_1 einen positiven Wert.	☒
Die 2. Ableitung von f hat an der Stelle t_2 einen negativen Wert.	☒

Lösungserwartung: Ableitungs- und Stammfunktion* - 1_1235, AN1.3, 1 aus 6

①	
ist im Intervall $(-\infty; 4)$ streng monoton fallend	☒

②	
haben an der Stelle $x = 6$ eine Wendestelle mit waagrechter Tangente	☒

Lösungserwartung: Ableitungsfunktion einer Polynomfunktion dritten Grades* - 1_1236, AN1.3, 1 aus 6

f' hat an der Stelle x_1 den gleichen Wert wie an der Stelle x_2.	☒
f' hat an der Stelle $x = 4$ einen positiven Wert.	☒

Lösungserwartung: Erste Ableitung* - 1_1234, AN1.3, 1 aus 6

$g'(0) = 2 \cdot a \cdot k$

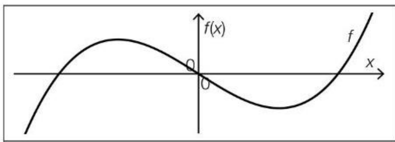
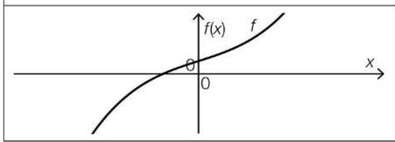
oder:

$g'(0) = f'(0) \cdot a \cdot k$

Lösungserwartung: Ableitungsregeln* - 1_1258, AN3.2, 2 aus 5

Für die reelle Funktion f mit $f(x) = g(x) - h(x)$ gilt: $f'(x) = g'(x) - h'(x)$	☒
Für die reelle Funktion f mit $f(x) = k \cdot g(x)$ gilt: $f'(x) = k \cdot g'(x)$	☒

Lösungserwartung: Zweite Ableitung* - 1_1260, AN3.2, 2 aus 5

	☒
	☒

Lösung: Punkte auf einem Graphen* (1_1284)

0	C
x_1	F
x_2	A
x_3	B

A	An dieser Stelle ist die erste Ableitung gleich null und die zweite Ableitung negativ.
B	An dieser Stelle sind die erste und die zweite Ableitung negativ.
C	An dieser Stelle ist die erste Ableitung gleich null und die zweite Ableitung positiv.
D	An dieser Stelle sind die erste und die zweite Ableitung positiv.
E	An dieser Stelle sind die erste und die zweite Ableitung gleich null.
F	An dieser Stelle ist die erste Ableitung positiv und die zweite Ableitung gleich null.

Lösung: Eigenschaften einer Polynomfunktion* (1_1308)

Es gibt genau ein c, für das $f'(c) = 0$ gilt.	☒

Lösung: Graph einer Ableitungsfunktion* (1_1331)

f ist im Intervall [2; 3] linksgekrümmt (positiv gekrümmt).	☒
f hat genau 2 Wendestellen.	☒

Lösung: Polynomfunktion dritten Grades* (1_1332)

①	
Wendestelle	☒

②	
Extremstelle	☒

Rookie Level

Fussballspielen im Park * (A_250) Lösung

a) $0 = -0{,}003 \cdot x^3 + 0{,}057 \cdot x^2$

$0 = x^2 \cdot (-0{,}003 \cdot x + 0{,}057) \Rightarrow x_1 = 0$

$-0{,}003 \cdot x + 0{,}057 = 0 \Rightarrow x_2 = 19$

$D = [0; 19]$

$h'(x) = 0$

$x \cdot (-0{,}009 \cdot x + 0{,}114) = 0 \Rightarrow x_1 = 0$

$-0{,}009 \cdot x + 0{,}114 = 0 \Rightarrow x_2 = 12{,}66... \approx 12{,}7$

$h(x_2) = 3{,}04... \approx 3{,}0$

In einer horizontalen Entfernung von rund 12,7 m zur Abschussstelle erreicht der Ball seine größte Höhe von rund 3,0 m.

Der Nachweis, dass es sich bei der Extremstelle um eine Maximumstelle handelt, und eine Überprüfung der Ränder des Definitionsbereichs sind nicht erforderlich.

Kraftstoffverbrauch (B_176) Lösung

b) $K'(v) = 0{,}01 \cdot v - 0{,}4 = 0$

$v = 40$

$K''(v) > 0$

Bei 40 km/h ist der Kraftstoffverbrauch minimal.

Rollladen (B_013) Lösung

b) Stelle der maximalen Steigung:

$g(x) = -6{,}25 \cdot 10^{-5} \cdot x^3 + 9{,}375 \cdot 10^{-3} \cdot x^2 + 8{,}75 \cdot 10^{-2} \cdot x$

$g''(x) = -3{,}75 \cdot 10^{-4} \cdot x + 1{,}875 \cdot 10^{-2}$

$g''(x) = 0 \Rightarrow x = 50$

Der Funktionsgraph g hat bei $x = 50$ mm die maximale Steigung.

Simulation eines Golfballflugs (A_026) Lösung

b) Um den Winkel zu ermitteln, unter dem der Ball in den Teich eintaucht, sind folgende Schritte notwendig:

1. Eintauchstelle x_E ermitteln: $h(x_E) = 0, x_E \neq 0$
2. Steigung der Funktion an der Stelle x_E ermitteln: $k = h'(x_E)$
3. Eintauchwinkel α ermitteln: $\tan \alpha = k \Rightarrow \alpha = \arctan k$

(Hinweis: Auch andere, analoge Lösungswege sind zulässig.)

c) Ermittlung des Maximums:

$h'(x) = -\frac{x^2}{72\,000} + \frac{1}{5}$

$h'(x) = 0 \Rightarrow x = 120$

$h(120) = 16 \Rightarrow M = (120|16)$

Der höchste Punkt der Flugbahn ist der Punkt $M = (120|16)$. Der Golfball erreicht seine maximale Flughöhe von 16 m in einer waagrechten Entfernung von 120 m vom Abschlag.

d) $h(x)$ ist eine Polynomfunktion 3. Grades, ihre 1. Ableitung $h'(x)$ ist daher eine quadratische Funktion. Die Gleichung $h'(x) = 0$ hat höchstens 2 Lösungen, es gibt also maximal 2 lokale Extremwerte. Nur einer davon kann – da $h(x)$ stetig ist – ein Maximum sein.

(Auch andere Argumentationen sind möglich, z. B.:
$h(x)$ *ist eine Polynomfunktion 3. Grades, mit maximal 3 Nullstellen, also höchstens einem lokalen Maximum.)*

Riesenpizza * (A_238) Lösung

c) $P'(d) = 0{,}0006 \cdot d - 0{,}015$
$P'(d) = 0 \Rightarrow d = 25$

Die Pizza mit dem geringsten Preis pro Flächeneinheit hat einen Durchmesser von 25 Inch.

$P(25) = 0{,}0744$
$P(25) \cdot \left(\frac{25}{2}\right)^2 \cdot \pi = 36{,}521\ldots$

Gemäß diesem Modell kostet diese Pizza 36,52 US-Dollar.

Bevoelkerungsentwicklung * (A_218) Lösung

b)

P	C
Q	B

A	$N_2'(t) > 0$ und $N_2''(t) > 0$
B	$N_2'(t) < 0$ und $N_2''(t) > 0$
C	$N_2'(t) < 0$ und $N_2''(t) < 0$
D	$N_2'(t) > 0$ und $N_2''(t) < 0$

Puppenrutsche * (B_373) Lösung

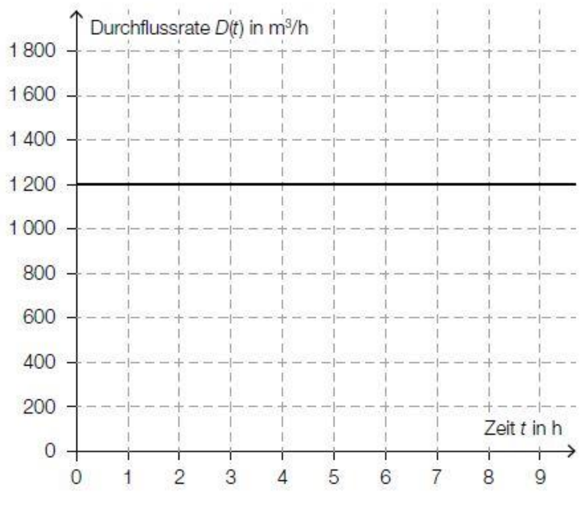
b1) Berechnung der Wendestelle:
Lösen der Gleichung: $g''(x_0) = 0$
$x_0 = 6$ cm

b2) Die 1. Ableitung einer Polynomfunktion 3. Grades ist eine quadratische Funktion. Die Extremstellen der Polynomfunktion 3. Grades entsprechen den Nullstellen der 1. Ableitung. Eine quadratische Funktion hat höchstens 2 Nullstellen. Daher kann die Polynomfunktion 3. Grades höchstens 2 Extrempunkte haben.

Die Adria-Wien-Pipeline* (A_280) Lösung

c1) $R(t) = 1200 \cdot t$

c2)



Epidemie * (A_255) Lösung

c) $I(45)$ gibt an, wie viele Personen insgesamt in den ersten 45 Tagen infiziert wurden.

Nach 60 Tagen ist die Anzahl der Neuinfektionen pro Tag am höchsten (Toleranzbereich: ±5 Tage).

Dazu ermittelt man die Nullstelle der 2. Ableitung der Funktion I im dargestellten Bereich.

In der Grafik ist klar zu erkennen, dass I im dargestellten Intervall nur eine Wendestelle hat und dass an dieser Stelle die Zunahme am stärksten ist. Daher sind eine Überprüfung mithilfe der 1. Ableitung und eine Überprüfung der Randstellen nicht erforderlich.

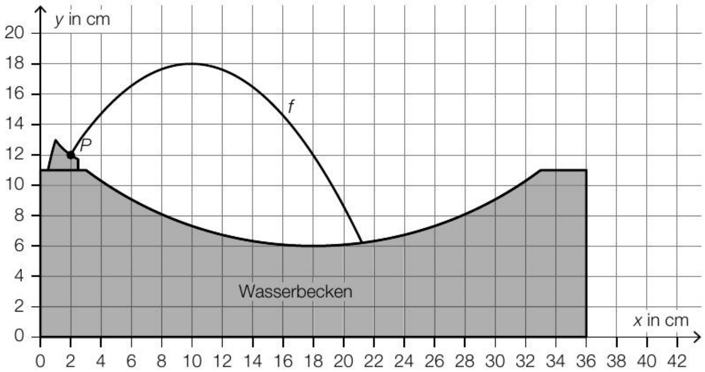
Sauna * (A_297) Lösung

a1)

Graph 4	☒

Trinkwasser * (A_311) Lösung

c1)



Der Graph der quadratischen Funktion muss durch den Punkt P *verlaufen und an der Stelle* x = *10 ein lokales Maximum haben.*

Buchsbaeume * (A_186) Lösung

b) Zeitpunkt des stärksten Höhenwachstums: $g''(t) = 0$
Berechnung mittels Technologieeinsatz: $t = 6{,}16\ldots \approx 6{,}2$

Etwa 6,2 Jahre nach der Auspflanzung ist das Höhenwachstum am größten.

Mit dem Ausdruck $g(5) - g(0)$ wird der (absolute) Höhenzuwachs in cm in den ersten 5 Jahren nach der Auspflanzung berechnet.

Gartensauna * (A_328) Lösung

c1) $h'(x) = 0$ *oder* $-0{,}0828 \cdot x^3 + 0{,}795 \cdot x^2 - 2{,}28 \cdot x + 1{,}8 = 0$

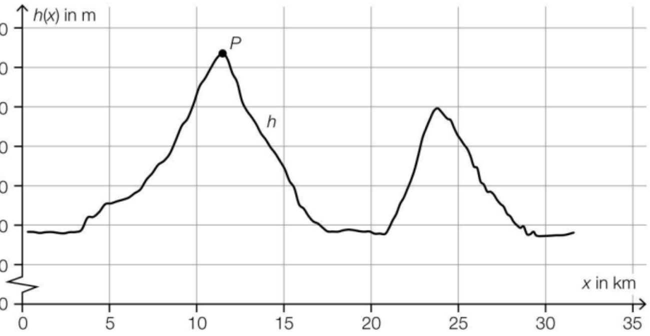
Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$x_1 = 1{,}29\ldots \quad x_2 = 3{,}46\ldots \quad x_3 = 4{,}84\ldots$

Wegen $h''(x_P) > 0$ handelt es sich bei x_P um eine lokale Minimumstelle.
Aus der Abbildung ist daher ersichtlich: $x_P = x_2 = 3{,}46\ldots$

Lösung: Straßenrad-WM * (A_340)

b1)



Pro Level

Flusslaeufe und Pegelstaende * (A_266) Lösung

a) Berechnung des Hochpunkts H von p im gegebenen Intervall mittels Technologieeinsatz:
$p'(t) = 0 \quad \Rightarrow \quad H = (110{,}52...|9{,}41...)$
Abweichung: $9{,}41... - 2{,}5 = 6{,}91...$
Die Abweichung betrug rund 6,9 m.

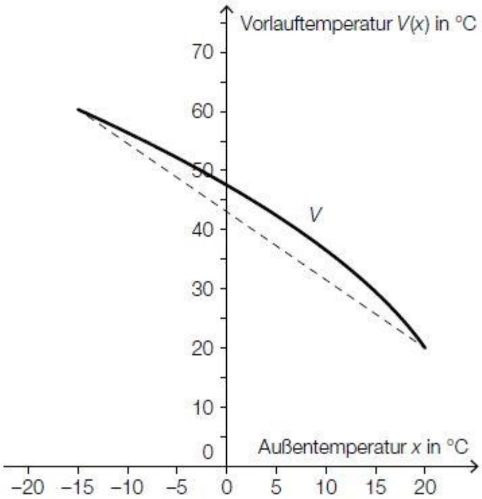
Zur Zeit t_1 ist der Pegelstand am stärksten gestiegen.

Pelletsheizung * (A_068) Lösung

b1)

$V'(x) < 0$ und $V''(x) < 0$	☒

b2)



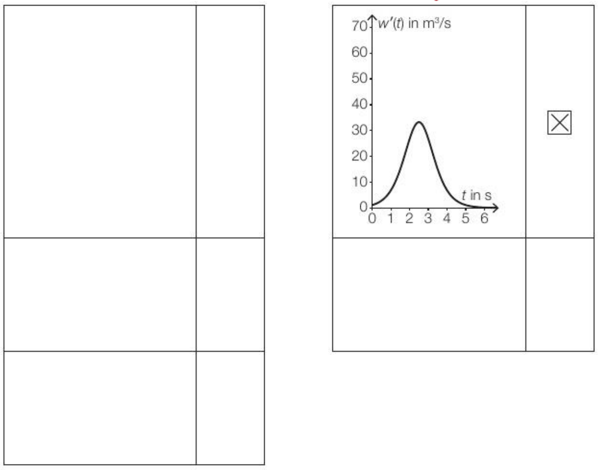
b3) Die Vorlauftemperatur bei einer Außentemperatur von 0 °C ist um rund 5 °C geringer.
Toleranzbereich: [3,5 °C; 6,5 °C]

Fressverhalten von Furchenwalen * (A_288) Lösung

b1) Berechnung des Hochpunkts H von m im gegebenen Intervall mittels Technologieeinsatz:
$m'(t) = 0 \quad \Rightarrow \quad H = (3|8{,}1)$

Die maximale Größe der Maulöffnung beträgt 8,1 m².

c1)



Boule * (B_444) Lösung

a1) Die Abwurfhöhe beträgt 1,1 m.

a2) $f(x) = 0$ *oder* $-0{,}0959 \cdot x^2 + 0{,}767 \cdot x + 1{,}1 = 0$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$(x_1 = -1{,}241...)$
$x_2 = 9{,}239...$

Die Wurfweite w beträgt rund 9,24 m.

a3) $\alpha = |\arctan(f'(9{,}239...))| = 45{,}1...°$

Der Aufprallwinkel α liegt also nicht im gegebenen Intervall.

Pflanzenwachstum * (A_292) Lösung

a1) mittlere Änderungsrate der Höhe in Zentimetern pro Tag: $\frac{6}{20} = 0{,}3$

a2)

Im Zeitintervall [0; 20] ist die 1. Ableitung streng monoton steigend.	D
Im Zeitintervall [0; 20] ist die 2. Ableitung immer negativ.	A

A	f
B	g
C	h
D	p

Kuehe auf der Weide * (A_141) Lösung

c1) $h(t) = 115$

oder:

$0{,}0024 \cdot t^3 - 0{,}19 \cdot t^2 + 5{,}73 \cdot t + 73 = 115$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$t = 10{,}50...$

Im Alter von rund 10,5 Monaten wird gemäß diesem Modell eine Widerristhöhe von 115 cm erreicht.

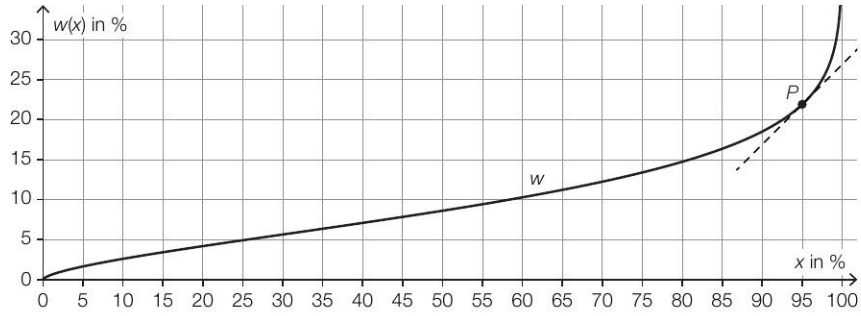
c2) $h''(t) = 0{,}0144 \cdot t - 0{,}38$

h'' ist eine steigende lineare Funktion mit der Nullstelle $t_0 = 26{,}38...$
Für alle $t < t_0$ ist $h''(t)$ negativ. Der Graph von h ist daher für alle $t < t_0$ (und somit insbesondere für alle $t \in [1; 24]$) negativ gekrümmt.

c3) Die Widerristhöhe nimmt im Alter von 12 Monaten um rund 2,2 cm/Monat zu.

Holzfeuchte und Holztrocknung * (A_307) Lösung

c1)



Toleranzbereich für x_0: [92; 97]

c2) $f(x) = k \cdot x + d$

x ... relative Luftfeuchtigkeit in %

$f(x)$ ... Wassergehalt von Holz dieser Holzsorte bei der relativen Luftfeuchtigkeit x in %

$$k = \frac{9{,}4 - 7{,}8}{55 - 45} = 0{,}16$$

$$d = 7{,}8 - 0{,}16 \cdot 45 = 0{,}6$$

$$f(x) = 0{,}16 \cdot x + 0{,}6$$

Ressourcen * (B_512) Lösung

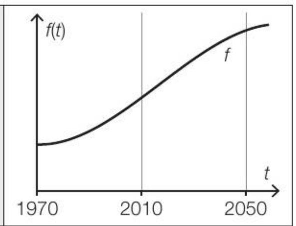
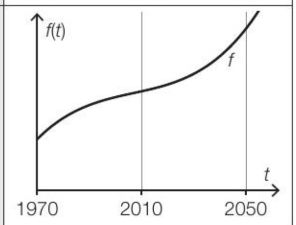
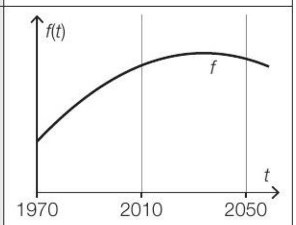
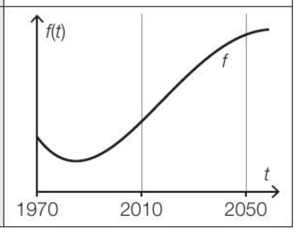
b1)

①	
genau 1 Stelle	☒

②	
$g'(t) = h'(t)$	☒

c1)

Für alle t mit $2010 < t < 2050$ gilt: $f''(t) > 0$	B
Für genau ein t mit $1970 < t < 2050$ gilt: $f'(t) = 0$ und $f''(t) < 0$	C

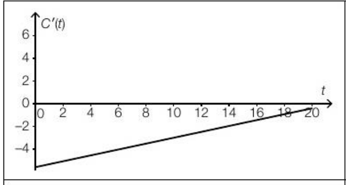
A	
B	
C	
D	

Papier * (A_316) Lösung

d1) $|C(10) - C(0)| \approx 43$ Millionen Tonnen pro Jahr

Toleranzbereich: [40; 46]

d2)

	☒

Lösungserwartung: Koffein* (c) - 2_101, WS3.2, Halboffenes Antwortformat

a1) 36 min

a2)

①	
eine Extremstelle	☒

②	
Steigung	☒

Holzzug * (B_560) Lösung

b1)

Polynomfunktion 4. Grades	☒

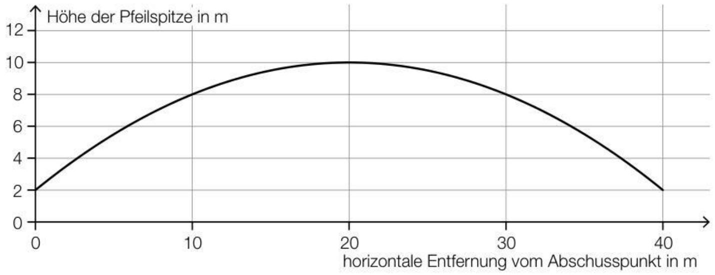
b2) Anzahl der Stellen: 2

Mit Pfeil und Bogen * (A_323) Lösung

a1) $f'(x) = 2 \cdot a \cdot x + b$
$f'(0) = \tan(45°)$
$b = 1$

a2) $H = 2$ m

a3)



Im Hinblick auf die Punktevergabe ist es erforderlich, dass der Graph der quadratischen Funktion durch die Punkte $(0|2)$, $(20|10)$ *und* $(40|2)$ *verläuft.*

Lösung: Schwimmbecken* (2_125)

c1) $f''(x) = 0$
$x_1 = 2{,}5$

Lösung: Ruderboot * (A_343)

b1) $f''(x) = 0$ *oder* $9{,}6 \cdot x - 4{,}8 = 0$
$x = 0{,}5$
$s = 2 \cdot 0{,}5 \text{ m} = 1 \text{ m}$

All Star Level

Leistung einer Solaranlage * (A_212) Lösung

a) $P'(6) = 0$

$$0 = \frac{7}{162} \cdot 6^3 - \frac{7}{9} \cdot 6^2 + 2 \cdot a \cdot 6$$

$$a = \frac{14}{9}$$

Ortsumfahrung (A_013) Lösung

a) Anstieg der Geraden g durch S und W: $k = \frac{\Delta y}{\Delta x}$, $k = -1$

Gleichung der Geraden: $g(x) = -x + 4$

Die Steigungen (der Tangenten) von f in den Punkten W ($x = 0$) und S ($x = 4$) erhält man über die 1. Ableitung:

$f'(x) = -0{,}25 \cdot x^3 + 1{,}5 \cdot x^2 - 2 \cdot x - 1$
$f'(0) = -1$ und $f'(4) = -1$

Der Anstieg ist in beiden Punkten gleich, nämlich $k = -1$.
Die Punkte $(0|4)$ und $(4|0)$ liegen auf den Graphen von f und g, daher gilt:

Die Tangente in beiden Punkten hat die Gleichung $y = -x + 4$ und dies entspricht der Geraden $g(x)$, die die alte Straßenführung beschreibt.

Durchhaengende Kette (A_214) Lösung

b) Der Steigungswinkel am Punkt B ist $\arctan(f'(1))$.
$f'(x) = e^x - e^{-x}$
$f'(1) = 2{,}350\ldots$, Steigungswinkel $= \arctan(2{,}350\ldots) = 66{,}952\ldots°$
$\alpha = 180° - 90° - 66{,}952\ldots° = 23{,}047\ldots° \approx 23{,}05°$

Schwangerschaft * (B_322) Lösung

b) $m(25) = 638{,}3\ldots \approx 638$
Die Masse des Fötus zum Zeitpunkt $t = 25$ beträgt rund 638 g.

Die stärkste Massezunahme erfolgt an der Wendestelle $m''(t) = 0$.
Lösung dieser Gleichung mittels Technologieeinsatz: $t = 35{,}26\ldots \approx 35{,}3$
Nach etwa 35,3 Wochen ist die Massezunahme am größten.

Bastelarbeit im Kindergarten * (B_336) Lösung

c1) Der Tiefpunkt $(0|1)$ von g kann der Abbildung entnommen werden: $g(0) = 1$.

Berechnung der Maximumstellen von f:
$f'(x) = -2 \cdot x^3 + 3{,}6 \cdot x$

Lösung der Gleichung $f'(x) = 0$:
$x_1 = 0$ (Minimumstelle)
$x_{2,3} = \pm\sqrt{1{,}8}$ (Maximumstellen)

Mindestabmessung in cm: $f(\sqrt{1{,}8}) - g(0) = \frac{281}{50} = 5{,}62$
Die andere Seite der Grundfläche muss mindestens 5,62 cm lang sein.

Skatepark (1) * (A_194) Lösung

b) Ansatz zur Berechnung der Stelle, an der die Rampe einen Steigungswinkel von 30° hat:
$\tan(30°) = f'(x)$

$\frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{1}{160} \cdot x \Rightarrow x = 160 \cdot \frac{\sqrt{3}}{3}$

$f\left(160 \cdot \frac{\sqrt{3}}{3}\right) = \frac{80}{3} \approx 26{,}7$

Die Rampe hat in einer Höhe von rund 26,7 cm einen Steigungswinkel von 30°.

Vitamin C * (A_281) Lösung

c1) $c'(t) = 0$ *oder* $24 \cdot (-0{,}0195 \cdot e^{-0{,}0195 \cdot t} + 1{,}3 \cdot e^{-1{,}3 \cdot t}) = 0$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$t = 3{,}279...$
$c(3{,}279...) = 25{,}175...$

Die maximale Vitamin-C-Konzentration im Blut dieser Person beträgt also rund 25,18 µg/ml.

Eine Überprüfung, ob an der berechneten Stelle tatsächlich ein Maximum vorliegt, z. B. mithilfe der 2. Ableitung, sowie eine Überprüfung von Randstellen sind für die Punktevergabe nicht erforderlich.

c2)

25,18 mg/L	☒

Nemo (B_364) Lösung

a) $y_o'(x) = \frac{33}{256} \cdot x^2 - \frac{33}{32} \cdot x + 1$ und $y_u'(x) = \frac{5}{2} \cdot \left(1 - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)$

$k_1 = y_o'(4) = -\frac{17}{16} = 1{,}0625$ und $k_2 = y_u'(4) = \frac{5}{4} = 1{,}25$

$\alpha_1 = \arctan(k_1) = -46{,}735...°$ und $\alpha_2 = \arctan(k_2) = 51{,}340...°$

$\alpha = \alpha_2 - \alpha_1 = 98{,}075...° \approx 98{,}08°$

b) $t(x) = k \cdot x + d$

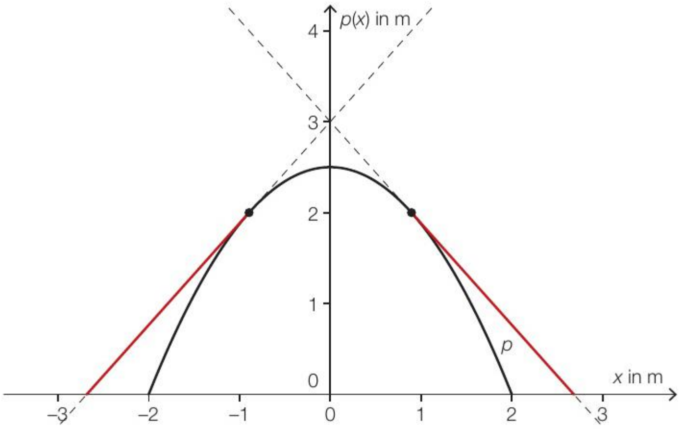
$k = y_o'(1{,}5) = -\frac{263}{1024}$

$t(1{,}5) = y_o(1{,}5) \Rightarrow -\frac{263}{1024} \cdot 1{,}5 + d = \frac{4065}{2048} \Rightarrow d = \frac{2427}{1024}$

$t(x) = -\frac{263}{1024} \cdot x + \frac{2427}{1024} \approx -0{,}26 \cdot x + 2{,}37$

Tunnelzelte (A_131) Lösung

d)



Es wurde die Kettenregel angewendet („äußere Ableitung × innere Ableitung“).
Der Faktor (–1) ist die Ableitung der inneren Funktion: $(-x)' = -1$

Gruenbruecken * (B_495) Lösung

a1) $a = 10$

a2) $f(20) = 6$ *oder* $6 = 10 \cdot e^{-400 \cdot b}$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$b = 0{,}001277...$

a3) $f''(x) = 0$ *oder* $-2 \cdot a \cdot b \cdot e^{-b \cdot x^2} \cdot (1 - 2 \cdot b \cdot x^2) = 0$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$x_1 = -19{,}78...$; $x_2 = 19{,}78...$

Die Steigung von f ist an der Stelle $x \approx -19{,}8$ m am größten.

Der Punkt ist auch dann zu vergeben, wenn statt der Lösung $x_1 \approx -19{,}8$ die Lösung $x_2 \approx 19{,}8$ angegeben ist.

Carport * (B_522) Lösung

a1) $h(x) = a \cdot \sqrt{x + 1} - 0{,}5$

a2) $-1{,}62 = b \cdot \sqrt{0{,}4}$
$b = -2{,}561...$

a3)

$f'(0{,}1) = h'(-0{,}9)$	☒

Lösungserwartung: Auslastung von Flügen* (b) - 2_111, AN4.3 FA1.7, Offenes Antwortformat

b1) $V'(d) = 0$
$d = 3507{,}5\ldots$ km
$(V''(3507{,}5\ldots) > 0)$

b2) $V(3507{,}5\ldots) = 3{,}67\ldots$
$3{,}67\ldots \cdot 271 \cdot 35{,}0\ldots = 34934{,}1\ldots$

Die benötigte Menge an Treibstoff beträgt rund 34 934 L.

Lösungserwartung: Weltbevölkerung* (b) - 2_115, AG2.4 AG2.5, Offenes Antwortformat

c1) Maximum der Weltbevölkerung: rund 10,1 Milliarden

Kalenderjahr: 2070

Lösungserwartung: Spezielle Polynomfunktionen vierten Grades* - 2_123, FA1.5, Offenes Antwortformat

a1) $f'(x) = 4 \cdot a \cdot x^3 + 2 \cdot b \cdot x$
$f''(x) = 12 \cdot a \cdot x^2 + 2 \cdot b$
$12 \cdot a \cdot x^2 + 2 \cdot b = 0$

b1) $f'(x) = 4 \cdot a \cdot x^3 + 2 \cdot b \cdot x$
$f'(0) = 0$
$f''(x) = 12 \cdot a \cdot x^2 + 2 \cdot b$
$f''(0) = 2 \cdot b \neq 0$
$P = (0|y_P)$ ist ein Extrempunkt von f.

b2)

①	
b	☒

②	
kleiner als 0	☒

c1) $e = -2$ bzw. $e = 2$

Lösungserwartung: Firmenlogos* (c) - 2_117, AG4.1, Offenes Antwortformat

a1) $f'(x) = \frac{x}{4}$
$f'(4) = 1$
$g'(x) = a \cdot (3 \cdot x^2 - 16)$
$g'(4) = 32 \cdot a$
$32 \cdot a = 1$
$a = \frac{1}{32}$

a2) Die Funktion g ist eine Polynomfunktion 3. Grades.

oder:

Die Funktion g'' ist linear und hat nur 1 Nullstelle.
(Die Funktion g kann also nur 1 Wendepunkt haben.)

Lösung: Pferdesport * (B_578)

b1) $f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$

$f(4) = 0{,}5$
$f(15{,}5) = 5$
$f(27) = 0{,}5$

oder:

$a \cdot 4^2 + b \cdot 4 + c = 0{,}5$
$a \cdot 15{,}5^2 + b \cdot 15{,}5 + c = 5$
$a \cdot 27^2 + b \cdot 27 + c = 0{,}5$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$a = -\frac{18}{529} = -0{,}0340...$
$b = \frac{558}{529} = 1{,}0548...$
$c = -\frac{3\,359}{1\,058} = -3{,}1748...$
$f(x) = -0{,}034 \cdot x^2 + 1{,}055 \cdot x - 3{,}175$ *(Koeffizenten gerundet)*

b2) $\alpha = \arctan(f'(4)) = \arctan\left(\frac{18}{23}\right) = 38{,}047...°$

b3)

$g(x) = f(x - 26)$	☒

Lösung: Teich* (2_132)

c1)

Die Wassermenge im Teich nimmt ab.	C
Die Wassermenge im Teich nimmt immer schneller zu.	A
Die momentane Änderungsrate der Wassermenge im Teich nimmt ab.	B
Die Wassermenge im Teich nimmt zu.	F

A	(0; 3)
B	(3; 10)
C	(8; 12)
D	(3; 12)
E	(8; 10)
F	(0; 8)

Kompensationsprüfungsaufgaben

BHS Jänner 2022 Kompensationsprüfung 1 Aufgabe 2

b1) $h'(t) = 6 \cdot 0{,}81^t \cdot \ln(0{,}81) = -1$

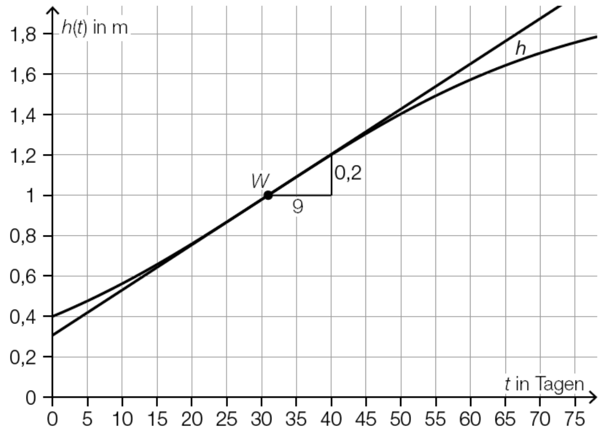
Lösen der Gleichung mittels Technologieeinsatz:

$t = 1{,}11...$

Etwa 1,1 min nach Versuchsbeginn beträgt die Geschwindigkeit der Abnahme 1 cm/min.

BHS Oktober 2021 Kompensationsprüfung 1 Aufgabe 3

a1)



Steigung: $\frac{0{,}2}{9} = 0{,}022... \approx 0{,}02$

Toleranzintervall: [0,019; 0,025]

a2) Die Steigung entspricht der maximalen momentanen Änderungsrate der Höhe.

oder:

Die Steigung entspricht der momentanen Änderungsrate der Höhe nach 31 Tagen.

BHS Oktober 2021 Kompensationsprüfung 3 Aufgabe 3

a1) $c'(t) = 24 \cdot e^{-0{,}4 \cdot t} \cdot (-0{,}4)$
$c'(0) = -9{,}6$

Die momentane Änderungsrate beträgt $-9{,}6\ \frac{\text{mg}}{\text{L} \cdot \text{h}}$.

Die Angabe der Einheit ist für die Punktvergabe nicht relevant.

a2) $24 \cdot e^{-0{,}4 \cdot t}$ ist für alle t positiv, und damit sind die Funktionswerte $24 \cdot e^{-0{,}4 \cdot t} + 4$ immer größer als 4.

BHS Oktober 2021 Kompensationsprüfung 4 Aufgabe 2

b2) Berechnung der Stelle des maximalen Gefälles: $g''(x_W) = 0$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$x_W = \frac{16}{3}$

$\alpha = \arctan\left(g'\left(\frac{16}{3}\right)\right) = -12{,}78...°$

Das maximale Gefälle beträgt rund 12,8° und somit ist das Gefälle im gesamten Intervall kleiner als 15°.

BHS Juni 2021 Kompensationsprüfung 2 Aufgabe 2

a1) $m'(t) = 0 \quad \Rightarrow \quad t = 64{,}3...$
$m(64{,}3...) = 207{,}8...$
Die maximale Wirkstoffmenge im Blut beträgt rund 208 mg.

b1) Tangente:
$g(t) = k_T \cdot t + d$
$k_T = m'(t) = -0{,}49$

Lösung mittels Technologieeinsatz:

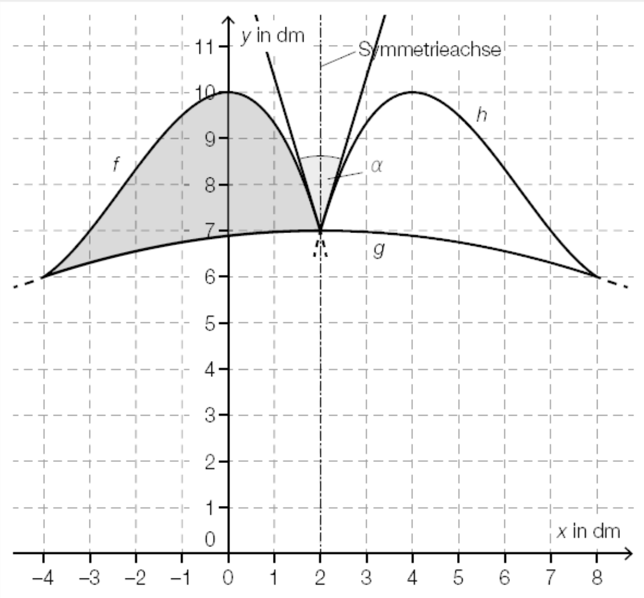
$t = 142{,}61...$

Aufstellen der Tangente an m an der Stelle 142,61... mittels Technologieeinsatz:

$g(t) = -0{,}49 \cdot t + 248{,}4$ *(Koeffizienten gerundet)*

BHS Mai 2020 Kompensationsprüfung 3 Aufgabe 2

(R):



AHS Jänner 2023 Kompensationsprüfung 1 Aufgabe 3

b1) $g'(t) \boxed{<} g'(t+1)$

$g''(t) \boxed{>} 0$

BHS Mai 2023 Kompensationsprüfung 1 Aufgabe 2

c1) Der maximale Erlös wird bei x_0 (in ME) Spielgeräten erzielt.

BHS Mai 2023 Kompensationsprüfung 2 Aufgabe 2

b1) $K''(t) = 6 \cdot a \cdot t + 2 \cdot b$
Zur Berechnung von Wendestellen werden die Nullstellen von K'' berechnet.
Da K'' eine lineare Funktion ist, gibt es genau 1 Nullstelle (mit Vorzeichenwechsel) von K'' und somit hat K genau 1 Wendestelle.

BHS Jänner 2024 Kompensationsprüfung 1 Aufgabe 3

c1)