

Attersee*

Aufgabennummer: B_524

Technologieeinsatz:

möglich ☐

erforderlich ☒

- a) Der zeitliche Verlauf der Temperatur des Attersees kann modellhaft durch die Funktion f beschrieben werden (siehe nachstehende Abbildung).

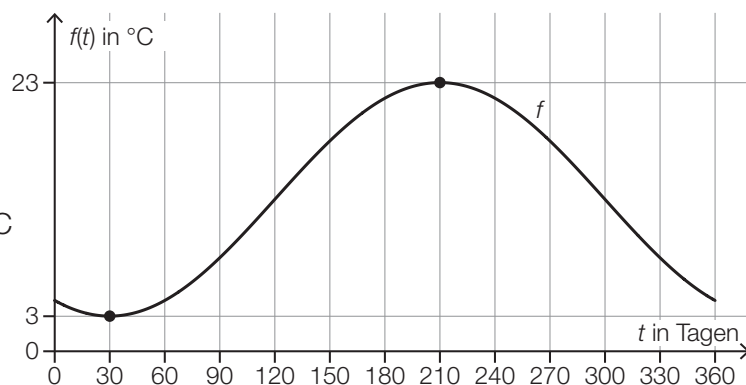
$$f(t) = a \cdot \sin\left(b \cdot t - \frac{2 \cdot \pi}{3}\right) + c$$

mit $0 \leq t \leq 360$

t ... Zeit in Tagen

$f(t)$... Temperatur zur Zeit t in °C

a, b, c ... Parameter



- 1) Ermitteln Sie mithilfe der obigen Abbildung den Parameter b .
- 2) Ordnen Sie den beiden Größen jeweils den zutreffenden Zahlenwert aus A bis D zu.

Amplitude von f	
linearer Mittelwert (Integralmittelwert) von f im Intervall $[30; 210]$	

A	10
B	12
C	13
D	23

Zur Zeit $t = 120$ betrug die tatsächlich gemessene Temperatur 12 °C.

- 3) Geben Sie den Betrag des absoluten Fehlers an, der entsteht, wenn man statt der tatsächlich gemessenen Temperatur den Funktionswert an der Stelle $t = 120$ verwendet.

Zur Überprüfung der Qualität der Modellfunktion f werden 1 000 Messwerte y_i der Temperatur zu verschiedenen Zeiten t_i erhoben.

Für jeden dieser Messpunkte $(t_i | y_i)$ wird die Differenz des Messwerts y_i zum Funktionswert $f(t_i)$ ermittelt. Diese Differenzen werden jeweils quadriert und danach aufsummiert. Die so erhaltene Summe wird mit s bezeichnet.

4) Vervollständigen Sie die nachstehende Formel zur Berechnung von s .

$$s = \sum_{i=1}^{1000} \boxed{}$$

b) Der pH-Wert von Wasser wird mithilfe der Konzentration c der Wasserstoffionen berechnet.

Auf der nachstehenden logarithmischen Skala ist die Konzentration c_1 einer Wasserprobe aus dem Attersee eingetragen.



1) Lesen Sie den Wert von c_1 ab.

$c_1 = \underline{\hspace{2cm}}$ mol/L

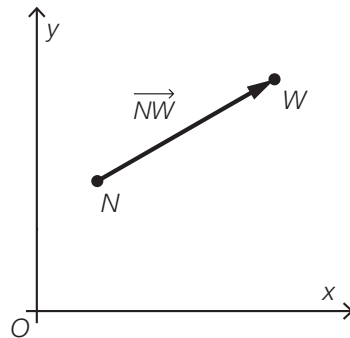
Für den Zusammenhang zwischen der Konzentration c und dem pH-Wert gilt: $\text{pH} = -\lg(c)$.

Eine andere Wasserprobe wird untersucht. Das Messgerät zeigt dabei einen pH-Wert von 8,0 an. Aufgrund der Messungenauigkeit muss der tatsächliche pH-Wert der Wasserprobe zwischen 7,9 und 8,1 liegen. Die Konzentration, die einem pH-Wert von 8,0 entspricht, wird mit c_2 bezeichnet.

2) Berechnen Sie, um wie viel Prozent die Konzentration der Wasserprobe höchstens unter bzw. über der Konzentration c_2 liegt.

- c) Die beiden Orte Nußdorf und Weyregg liegen auf einander gegenüberliegenden Ufern des Attersees.

Die Schiffsanlegestellen Nußdorf (N) und Weyregg (W) sind im nachstehenden Koordinatensystem dargestellt.



Die Entfernung zwischen den Punkten N und W beträgt 3,5 km.
Die Gerade durch die Punkte N und W hat den Richtungsvektor $\vec{v} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$.

- 1) Ermitteln Sie den Vektor \vec{NW} .

Möglicher Lösungsweg

a1) $\frac{T}{2} = 180 \Rightarrow b = \frac{2 \cdot \pi}{360} = \frac{\pi}{180}$

a2)

Amplitude von f	A
linearer Mittelwert (Integralmittelwert) von f im Intervall $[30; 210]$	C

A	10
B	12
C	13
D	23

a3) $|f(120) - 12| = 13 - 12 = 1$

Der Betrag des absoluten Fehlers beträgt 1 °C.

a4) $s = \sum_{i=1}^{1000} (y_i - f(t_i))^2 \quad \text{oder} \quad \sum_{i=1}^{1000} (f(t_i) - y_i)^2$

b1) $c_1 = 2 \cdot 10^{-8} \text{ mol/L}$

b2) $\frac{10^{-8,1} - 10^{-8}}{10^{-8}} = -0,205\dots$

$\frac{10^{-7,9} - 10^{-8}}{10^{-8}} = 0,258\dots$

Die Konzentration c_2 wird höchstens um rund 21 % unter- bzw. um rund 26 % überschritten.

c1) $\overrightarrow{NW} = \frac{1}{5} \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix} \cdot 3,5 = \begin{pmatrix} 2,8 \\ 2,1 \end{pmatrix} \quad (\text{Längen in km})$

Lösungsschlüssel

- a1) Ein Punkt für das richtige Ermitteln des Parameters b .
- a2) Ein Punkt für das richtige Zuordnen.
- a3) Ein Punkt für das Angeben des richtigen Wertes.
- a4) Ein Punkt für das richtige Vervollständigen der Formel.
- b1) Ein Punkt für das Ablesen des richtigen Wertes von c_1 .
- b2) Ein Punkt für das richtige Berechnen der beiden Prozentsätze.
- c1) Ein Punkt für das richtige Ermitteln des Vektors \overrightarrow{NW} .