

Lego*

Aufgabennummer: B_409

Technologieeinsatz:

möglich ☐

erforderlich ☒

Legosteine sind Bausteine aus Kunststoff, die von einem dänischen Unternehmen produziert werden.

- a) Könnte man 40 Milliarden Legosteine gleicher Höhe aufeinanderstecken, so würde der dabei entstehende „Turm“ bis zum Mond reichen. Die Entfernung des Mondes von der Erde beträgt etwa 384 400 km.

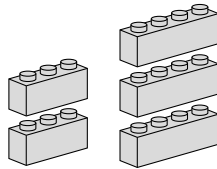
– Berechnen Sie die Höhe eines Legosteins, der dieser Überlegung zugrunde liegt, in Zentimetern.

- b) Am 80. Jahrestag der Gründung des Unternehmens gab es auf der Welt etwa 564,6 Milliarden Legosteine.

– Kreuzen Sie diejenige Zahl an, die nicht diesem Wert entspricht. [1 aus 5]

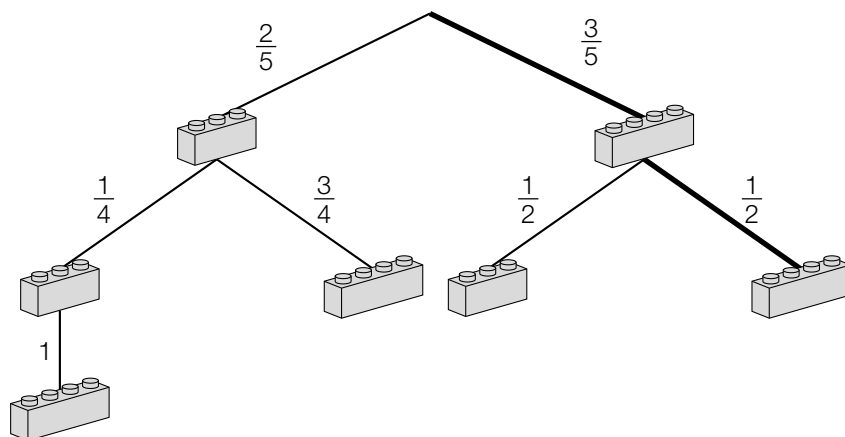
$0,5646 \cdot 10^{12}$	<input type="checkbox"/>
$56460 \cdot 10^7$	<input type="checkbox"/>
$56,46 \cdot 10^{10}$	<input type="checkbox"/>
$564,6 \cdot 10^9$	<input type="checkbox"/>
$564600 \cdot 10^5$	<input type="checkbox"/>

- c) Tobias spielt mit 5 Legosteinen: 2 Steine mit 3 Noppen in einer Reihe und 3 Steine mit 4 Noppen in einer Reihe (siehe nachstehende Abbildung).



Er zieht zufällig (also ohne die Anzahl der Noppen zu sehen oder zu ertasten) einen Lego-stein nach dem anderen und legt sie aneinander. Er zieht so lange, bis die entstehende Mauer mindestens 7 Noppen lang ist.

Das nachstehende Baumdiagramm zeigt seine möglichen Züge und die zugehörigen Wahrscheinlichkeiten.



- Beschreiben Sie, welches Ereignis E durch den fett gezeichneten Pfad beschrieben wird.

Die Zufallsvariable X beschreibt die gesamte Anzahl der Noppen in der Mauer.

- Bestimmen Sie die zugehörigen Wahrscheinlichkeiten mithilfe des Baumdiagramms und tragen Sie diese in der nachstehenden Tabelle ein.

x_i	7	8	10
$P(X = x_i)$			

Die Zufallsvariable Y beschreibt die Anzahl der Züge, die Tobias benötigt, um eine Mauer mit mindestens 7 Noppen zu erhalten.

- Berechnen Sie den Erwartungswert dieser Zufallsvariablen Y .

d) Legosteine unterscheiden sich in der Farbe und in der Anzahl der Noppen.

Es gelten folgende Bezeichnungen:

N ... Menge aller Legosteine mit genau 6 Noppen

R ... Menge aller Legosteine, die rot sind

- Beschreiben Sie die Bedeutung der Menge $N \cap R$ im gegebenen Sachzusammenhang.
- Beschreiben Sie die Bedeutung der Menge $R \setminus N$ im gegebenen Sachzusammenhang.

Hinweis zur Aufgabe:

Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben.

Möglicher Lösungsweg

a) $\frac{3,844 \cdot 10^{10}}{4 \cdot 10^{10}} = 0,961$

Man geht bei dieser Überlegung von einer Höhe von rund 0,96 cm aus.

b)

$564\,600 \cdot 10^5$	<input checked="" type="checkbox"/>

c) E ist das Ereignis, dass 2 Steine mit 4 Noppen gezogen werden.

x_i	7	8	10
$P(X = x_i)$	$\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4} + \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{2} = \frac{6}{10}$	$\frac{3}{5} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{10}$	$\frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4} \cdot 1 = \frac{1}{10}$

y_i	2	3
$P(Y = y_i)$	0,9	0,1

$$E(Y) = 2 \cdot 0,9 + 3 \cdot 0,1 = 2,1$$

d) $N \cap R$ ist die Menge aller Legosteine, die rot sind und genau 6 Noppen haben.

$R \setminus N$ ist die Menge aller Legosteine, die rot sind und nicht genau 6 Noppen haben.

Lösungsschlüssel

- a) 1 × B: für die richtige Berechnung der Höhe der Legosteine in cm
- b) 1 × C: für das richtige Ankreuzen
- c) 1 × C: für die richtige Beschreibung des Ereignisses im gegebenen Sachzusammenhang
1 × B1: für das richtige Bestimmen der Wahrscheinlichkeiten
1 × A: für die richtige Modellbildung
1 × B2: für die richtige Berechnung des Erwartungswerts
- d) 1 × C1: für die richtige Beschreibung von $N \cap R$ im gegebenen Sachzusammenhang
1 × C2: für die richtige Beschreibung von $R \setminus N$ im gegebenen Sachzusammenhang