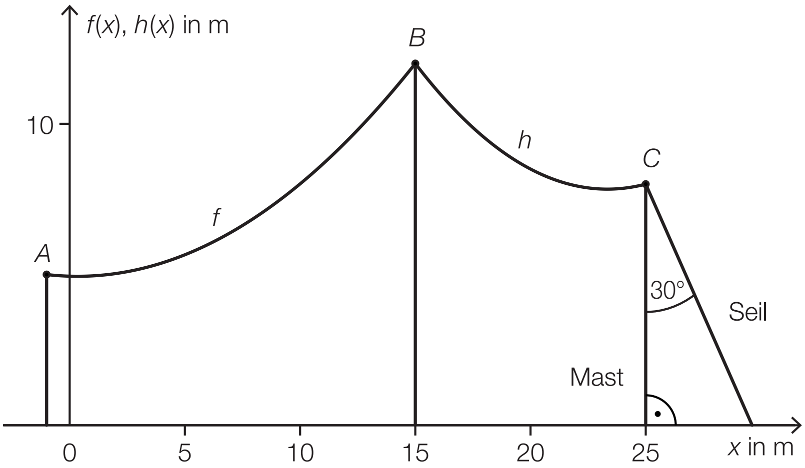
Stromversorgung einer Baustelle*

Aufgabennummer: B_308

Technologieeinsatz: möglich ☐ erforderlich ☒

Eine Stromleitung zur Versorgung einer Baustelle soll, wie in der nachstehenden Skizze dargestellt, durch die 3 Punkte *A*, *B* und *C* führen. Die zwischen den einzelnen Masten liegenden Teile der Stromleitung können näherungsweise durch Graphen von Polynomfunktionen 2. Grades durch die Punkte *A* und *B* bzw. *B* und *C* beschrieben werden. Alle Längen sind in Metern angegeben.



a) Der erste Teil der Leitung verläuft zwischen den Punkten $A = (-1|5)$ und $B = (15|12)$.

Eine Gleichung der Tangente im Punkt *A* an den Graphen der Polynomfunktion *f* lautet:

$y = 4{,}913 - 0{,}0875 \cdot x$

– Stellen Sie ein Gleichungssystem zur Berechnung der Koeffizienten dieser Polynomfunktion 2. Grades auf.
– Berechnen Sie diese Koeffizienten.

b) Zwischen den Punkten *B* und *C* kann die Stromleitung durch den Graphen der folgenden Funktion *h* beschrieben werden:

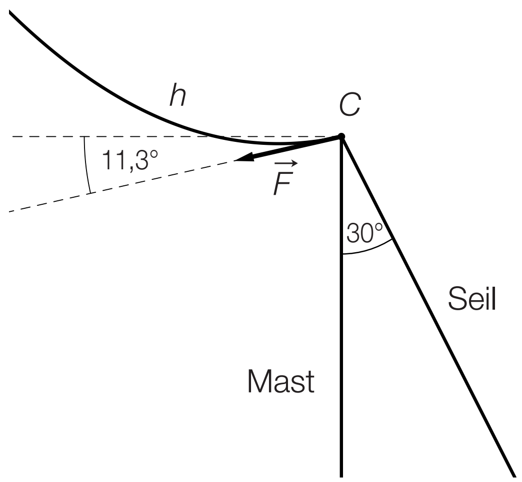
$h(x) = \frac{3}{50} \cdot x^2 - \frac{14}{5} \cdot x + \frac{81}{2}$ mit $15 \leq x \leq 25$

Die Stromleitung soll in diesem Bereich in einer Höhe von mindestens 7 m verlaufen.

– Überprüfen Sie nachweislich, ob diese Bedingung erfüllt ist.
– Berechnen Sie die Länge desjenigen Seils, das vom Punkt *C* zum Boden gespannt ist.

* ehemalige Klausuraufgabe

c) Wie in der nachstehenden nicht maßstabgetreuen Skizze dargestellt, ist im Punkt *C* ein Seil unter einem Winkel von 30° zum Mast gespannt.
Auf der anderen Seite wirkt durch die Stromleitung auf den Befestigungspunkt *C* eine Kraft $\vec{F}$ von 1 000 Newton unter einem Winkel von 11,3° zur Waagrechten. Diese Kraft kann in zwei Kräfte aufgeteilt werden, eine in Seilrichtung und eine in Mastrichtung.



– Berechnen Sie den Betrag derjenigen Kraft, die in Seilrichtung wirkt.

Hinweis zur Aufgabe:
Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

Möglicher Lösungsweg

a) $f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$
$f'(x) = 2 \cdot a \cdot x + b$

Gleichungssystem zur Berechnung der Koeffizienten:
Punkt A: $5 = a \cdot (-1)^2 + b \cdot (-1) + c$
Punkt B: $12 = a \cdot 15^2 + b \cdot 15 + c$
Tangentensteigung im Punkt A: $-0{,}0875 = 2 \cdot a \cdot (-1) + b$

Lösen des Gleichungssystems mittels Technologieeinsatz:

$a = \frac{21}{640} \approx 0{,}0328$

$b = -\frac{7}{320} \approx -0{,}0219$

$c = \frac{633}{128} \approx 4{,}95$

b) Berechnen des lokalen Minimums von h:

$h'(x) = \frac{3}{25} \cdot x - \frac{14}{5}$

$0 = \frac{3}{25} \cdot x - \frac{14}{5} \Rightarrow x_{min} = \frac{70}{3}$ (nach oben offene Parabel)

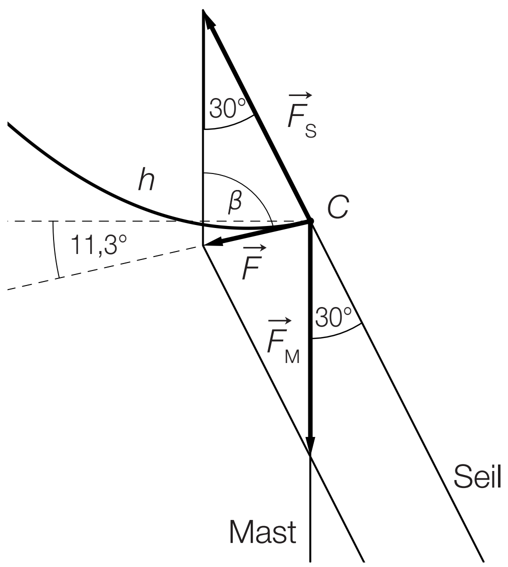
$h(x_{min}) = \frac{47}{6} \approx 7{,}83\ldots$

Die minimale Höhe ist größer als 7 m, damit ist die Bedingung erfüllt.

s ... Länge des Seils in m
$h(25) = 8$

$\cos(30°) = \frac{8}{s}$
$s = 9{,}237\ldots\text{ m} \approx 9{,}24\text{ m}$

c) $\beta = 90° - 11{,}3° = 78{,}7°$



$$|\vec{F}_S| = \frac{1\,000 \cdot \sin(78{,}7°)}{\sin(30°)} = 1\,961{,}2\ldots$$

$$|\vec{F}_S| \approx 1\,961 \text{ N}$$

Lösungsschlüssel

a) 1 × A1: für das richtige Aufstellen der Gleichungen mithilfe der Koordinaten der Punkte A und B
1 × A2: für das richtige Aufstellen der Gleichung unter Berücksichtigung der Tangentensteigung
1 × B: für die richtige Berechnung der Koeffizienten

b) 1 × D: für die richtige Überprüfung
1 × B: für die richtige Berechnung der Länge des Seils

c) 1 × A: für einen richtigen Ansatz zur Zerlegung der Kraft in die beiden Richtungen Mast und Seil (Kraftdreieck oder Kräfteparallelogramm)
1 × B: für die richtige Berechnung des Betrags der Kraft, die in Seilrichtung wirkt