Alle Lösungen

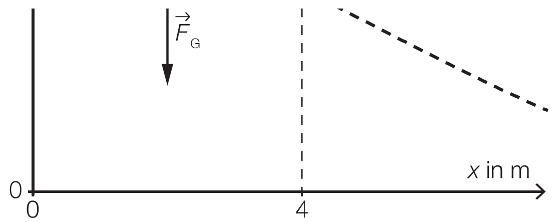
Lösung: Ausbreitung von Licht * (B_428)

a) Der Nenner muss größer gleich dem Zähler sein, also: $0{,}5 \cdot \lambda \leq d$.

$$\frac{(n + 0{,}5) \cdot 632 \cdot 10^{-9}}{0{,}01 \cdot 10^{-3}} \leq 1 \quad \Rightarrow \quad n \leq 15{,}3...$$

Daher gibt es für $n = 0, 1, 2, \dots, 15$ jeweils eine Lösung für α.

Lösung: BMX-Bahn * (B_497)



1) Berechnen Sie den Winkel α.

Lösung: Blutdruck * (B_448)

0

Die Funktion f wird beschrieben durch:

$$f(t) = a \cdot \sin\left(\frac{\pi}{12} \cdot t\right) + 135$$

t ... Zeit in h
$f(t)$ ... systolischer Blutdruck zur Zeit t in Millimeter Quecksilbersäule (mmHg)
a ... Parameter

1) Tragen Sie in der obigen Abbildung die fehlende Zeitangabe in das dafür vorgesehene Kästchen ein.

2) Bestimmen Sie den Parameter a.

Der Graph der Funktion f_1 in der obigen Abbildung entsteht durch vertikale Verschiebung des Graphen von f.

3) Erstellen Sie ausgehend von f eine Funktionsgleichung für f_1.

Lösung: Ebbe und Flut * (B_414)

a) $A = 6$, $B = 6$
(keine Ablesetoleranz)

Die Periodendauer T ist 12, daher ergibt sich:

$$\omega = \frac{2 \cdot \pi}{T} = \frac{2 \cdot \pi}{12} = \frac{\pi}{6}$$

$t_0 = 3$ h und $\varphi = -t_0 \cdot \omega$, daher ergibt sich:

$$\varphi = -\frac{\pi}{2}$$

(Jeder Wert $\varphi = -\frac{\pi}{2} + 2 \cdot k \cdot \pi$ *mit* $k \in \mathbb{Z}$ *ist als richtig zu werten.)*

b) Im Durchschnitt beträgt die Wassertiefe im Hafenbecken 6 m.

8:20 Uhr entspricht $t = \frac{25}{3}$
$H\left(\frac{25}{3}\right) = 5{,}15...$

Die Wassertiefe um 8:20 Uhr beträgt rund 5,2 m.
Man berechnet diejenigen Zeitpunkte (in h nach Mitternacht), zu denen der Wasserstand maximal bzw. minimal ist.

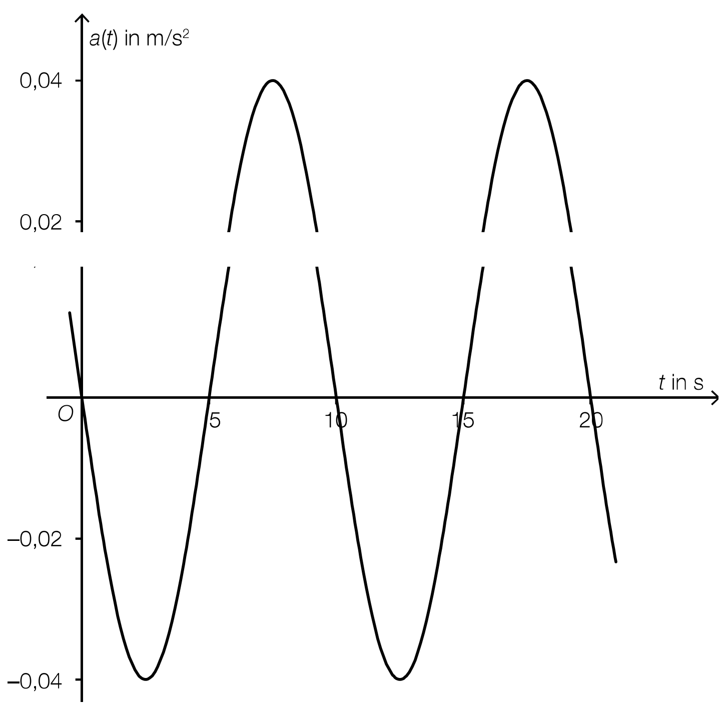
Lösung: Federpendel * (B_431)

Aufgabennummer: B_431

Technologieeinsatz: möglich ☐ erforderlich ☒

Ein an einer Feder befestigter Körper bewegt sich unter dem Einfluss der Federkraft.

a) Das nachstehende Beschleunigung-Zeit-Diagramm zeigt den sinusförmigen Verlauf der Beschleunigung eines Körpers durch die Federkraft. Es gilt: $a(t) = A \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi)$ mit $A > 0$.



Lösung: Flugbahnen * (B_389)

b) Koeffizientenvergleich:
$0{,}03492 = \tan(\alpha) \;\Rightarrow\; \alpha = 1{,}99\ldots°$

$7{,}192 \cdot 10^5 = 2 \cdot v^2 \cdot \cos^2(1{,}99\ldots°) \;\Rightarrow\; v = 600{,}0\ldots \approx 600$

Die Abschussgeschwindigkeit beträgt rund 600 m/s.

c1) $\cos(45°) = \dfrac{13 - h_P}{10{,}62}$
$h_P = 5{,}49\ldots$ m
Der Punkt P befindet sich rund 5,5 m über dem Boden.

c2) $a = 10{,}62$
$c = 13$

c3) $\omega = \dfrac{\pi}{5}$
$\varphi = -\dfrac{\pi}{4}$ *oder* $\varphi = -\dfrac{\pi}{4} + 2 \cdot k \cdot \pi$ mit $k \in \mathbb{Z}$

Lösung: Im Möbelhaus * (B_427)

b) $g(x) = \sin(x) + 1{,}96$ oder $g(x) = f(x) + 1{,}46$

$2{,}46 = a \cdot \sin(0) + b \;\Rightarrow\; b = 2{,}46$
$3{,}96 - 2{,}46 = 1{,}5 \;\Rightarrow\; a = 1{,}5$

Lösung: Meerwasser und mehr Wasser * (B_509)

Meerwasser und mehr Wasser*

Aufgabennummer: B_509

Technologieeinsatz: möglich ☐ erforderlich ☒

a) Die Funktion V beschreibt näherungsweise den zeitlichen Verlauf des Wasservolumens eines bestimmten Sees. Dabei wird das Wasservolumen in Kubikmetern und die Zeit t in Tagen angegeben.

V erfüllt die folgende Differenzialgleichung:

$$\frac{dV}{dt} = 0{,}001 \cdot (350 - V) \quad \text{mit} \quad V > 0$$

1) Argumentieren Sie anhand der Differenzialgleichung, für welche Werte von V das

Lösung: Nähmaschine * (B_591)

$\frac{dT}{dt} = k \cdot (100 - T)$	☒

---

c1) $a = 9{,}5$
$d = 10$

c2) $b = \frac{2 \cdot \pi}{30} = \frac{\pi}{15}$

$c = 0$ oder $c = 2 \cdot k \cdot \pi$ mit $k \in \mathbb{Z}^*$

c3) $f(x) = 9{,}5 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{15} \cdot x\right) + 10$
$\int_0^{60} \sqrt{1 + f'(x)^2}\,dx = 100{,}33...$
Die Länge des zurückgelegten Weges beträgt rund 100,3 m.

Lösung: Piratenschiff * (B_572)

b1) $\alpha = \arccos\left(\frac{r}{b_1}\right) + \arccos\left(\frac{r}{b_2}\right)$

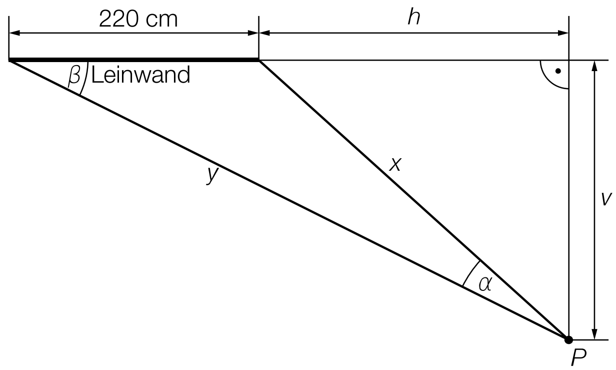
b2) $d = \sqrt{4{,}5^2 + 3^2 - 2 \cdot 4{,}5 \cdot 3 \cdot \cos(131°)}$
$d = 6{,}85...$ m

Lösung: Schulklassen* (B_624)

a1) $y = \sqrt{v^2 + (h + 220)^2}$

a2) $\alpha = \arccos\left(\frac{x^2 + y^2 - 220^2}{2 \cdot x \cdot y}\right)$

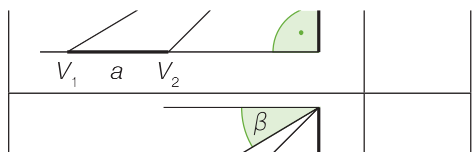
a3)



Ein Einzeichnen eines anderen Winkels mit dem gleichen Winkelmaß ist ebenfalls als richtig zu werten.

a4) $\beta = \arctan\left(\frac{250}{275 + 220}\right) = 26{,}79...°$

Lösung: Sightseeing in London (B_361)



Möglicher Lösungsweg

a) Der Radius des Rades entspricht der Amplitude *a* der Sinusfunktion: $a = \frac{121}{2} = 60{,}5$
b ist die Kreisfrequenz: $b = \frac{2\pi}{40} = \frac{\pi}{20}$

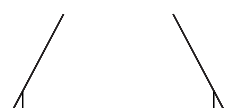
c ist der Nullphasenwinkel. Die Funktion *h* soll bei $t = 0$ ein Minimum haben. Als Werte für *c* kommen daher alle Minimumstellen der Funktion *f* mit $f(x) = \sin(x)$ infrage: $c = -\frac{\pi}{2}$ oder $c = \frac{3\pi}{2}$ oder ...

d bewirkt eine vertikale Verschiebung des Graphen. Mit $d = 0$ wäre $h(0) = -60{,}5$, da jedoch $h(0) = 14$ sein muss, ist $d = 14 + 60{,}5 = 74{,}5$.

$a = 60{,}5;\ b = \frac{\pi}{20};\ c = -\frac{\pi}{2};\ d = 74{,}5$

Die Amplitude *a* (Radius des Kreises), die Kreisfrequenz *b* (Drehgeschwindigkeit) und der Abstand *d* bleiben gleich.
Befindet sich der Aufhängepunkt zum Zeitpunkt $t = 0$ im höchsten Punkt, ändert sich nur der Nullphasenwinkel, wodurch eine Verschiebung des Graphen in horizontaler Richtung bewirkt wird.

b) $\sin(90° - \alpha) = \frac{2}{h_1}$



$h_1 = \frac{2}{\sin(90° - \alpha)}$

Lösung: Sinusfunktionen * (B_437)

Aufgabennummer: B_437

Technologieeinsatz:	möglich ☒	erforderlich ☐

a) Eine Glimmlampe beginnt zu leuchten, sobald die angelegte Spannung eine Zündspannung U_Z übersteigt. Sie erlischt wieder, sobald die angelegte Spannung die Löschspannung U_L unterschreitet. Für eine bestimmte Glimmlampe gilt:

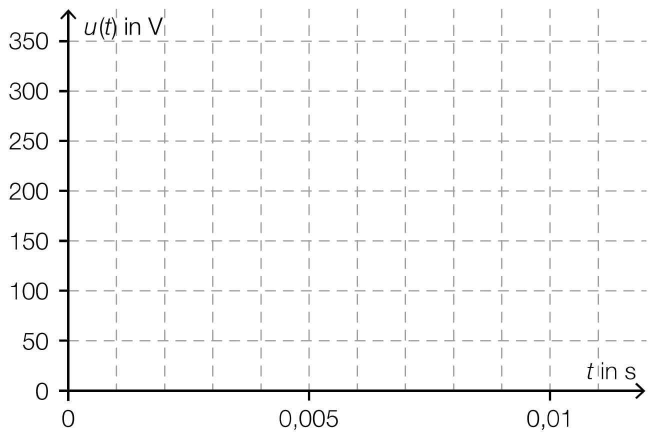
$U_Z = 150$ V
$U_L = 100$ V

Die angelegte Spannung kann näherungsweise durch die Funktion *u* beschrieben werden:

$u(t) = 325 \cdot \sin(2\pi \cdot 50 \cdot t)$

t ... Zeit in s
$u(t)$ ... Spannung zur Zeit *t* in Volt (V)

1) Veranschaulichen Sie im nachstehenden Koordinatensystem den Funktionsgraphen von u und kennzeichnen Sie dasjenige Zeitintervall $[t_1; t_2]$, in dem die Glimmlampe leuchtet.



2) Berechnen Sie, wie viel Prozent der Zeit die Glimmlampe im Zeitintervall [0; 0,01] leuchtet.

Lösung: Skispringen (2) * (B_380)

b) $\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{\overline{}\,2}{r} = \frac{21{,}7}{105{,}6}$

$\alpha = 23{,}716\ldots°$

Kreisbogen b von A nach B:

$b = \frac{\alpha \cdot r \cdot \pi}{180°}$

$b = \frac{23{,}716\ldots° \cdot 105{,}6 \cdot \pi}{180°} = 43{,}711\ldots$

prozentueller Unterschied zwischen der Länge der Strecke AB und dem Kreisbogen b:

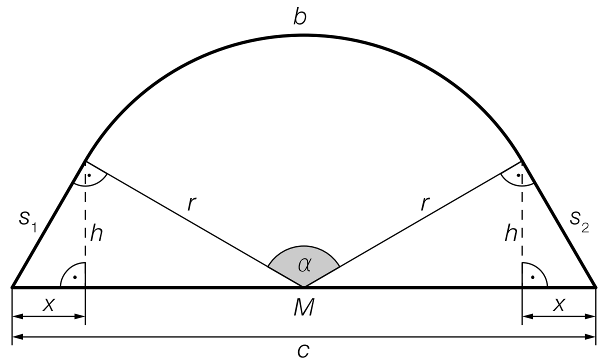
$\frac{43{,}711\ldots - 43{,}4}{43{,}711\ldots} = 0{,}00712\ldots \approx 0{,}71\ \%$

Die Streckenlänge $\overline{AB}$ ist um rund 0,71 % kürzer als der Kreisbogen b.

Lösung: Tischplatte * (B_554)

a1) $h = r \cdot \sin\left(\frac{180° - \alpha}{2}\right)$ *oder* $h = r \cdot \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)$

a2)



Lösung: Tunnelvortrieb * (B_521)

b1) $V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h$

$\tan(32°) = \frac{h}{r} \quad \Rightarrow \quad h = r \cdot \tan(32°)$

$200 = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot r \cdot \tan(32°)$

$r = 6{,}73...$ m

Lösung: Wasserski-Wettbewerb (2) * (B_471)

c1)

[...]	
[...]	
[...]	
[...]	