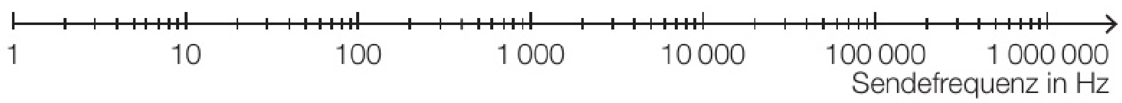
Bitterfelder Bogen * (B_477)

d) Ein Läufer verwendet den Fußweg zur Aussichtsplattform als Trainingsstrecke. Mithilfe eines Brustgurts misst er seine Herzfrequenz. Diese wird an seine Pulsuhr mit einer Sendefrequenz von 5 Kilohertz (kHz) übermittelt.

1) Tragen Sie in der nachstehenden logarithmischen Skala die Sendefrequenz des Brustgurts ein.



Der Läufer hat wiederholt seinen Maximalpuls (in Herzschlägen pro Minute) gemessen:

182	192	183	185	189	185	179	189	192

Der Maximalpuls des Läufers kann als annähernd normalverteilt angenommen werden.

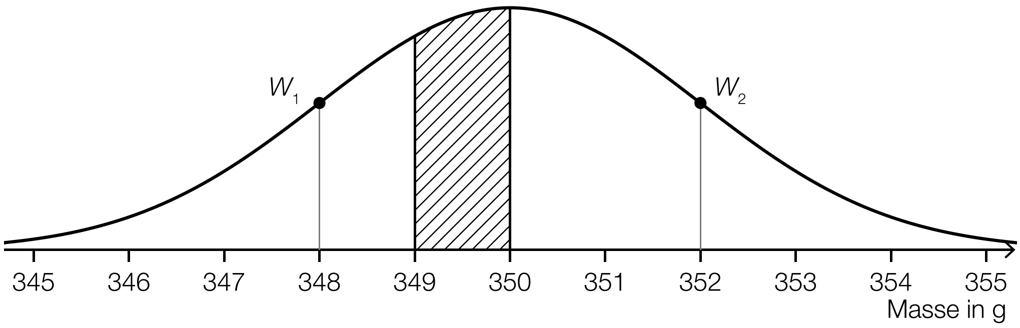
2) Ermitteln Sie den zweiseitigen 95-%-Vertrauensbereich für den Erwartungswert des Maximalpulses.

Fischzucht * (B_566)

a) Forellen sind als Speisefische sehr beliebt.

Die Masse einer Forelle, wie sie in einer bestimmten Fischhandlung verkauft wird, kann als annähernd normalverteilt angenommen werden.

Im Rahmen der regelmäßigen Qualitätskontrollen werden Stichproben vom Umfang $n = 9$ entnommen.
Die nachstehende Abbildung zeigt den Graphen der Dichtefunktion der Stichprobenmittelwerte.



W_1, W_2 ... Wendepunkte der Dichtefunktion

1) Ermitteln Sie die durch die schraffierte Fläche dargestellte Wahrscheinlichkeit. *[0/1 P.]*

Die Standardabweichung σ der Grundgesamtheit unterscheidet sich von der Standardabweichung der Stichprobenmittelwerte.

2) Ermitteln Sie die Standardabweichung σ der Grundgesamtheit. *[0/1 P.]*

Im Holzlabor* (B_625)

d) In einem Holzlabor werden Holzproben untersucht. Die Masse einer Holzprobe ist dabei annähernd normalverteilt. In den nachstehenden Abbildungen sind die zugehörige Verteilungsfunktion F und die zugehörige Dichtefunktion f dargestellt.

Abbildung 1:

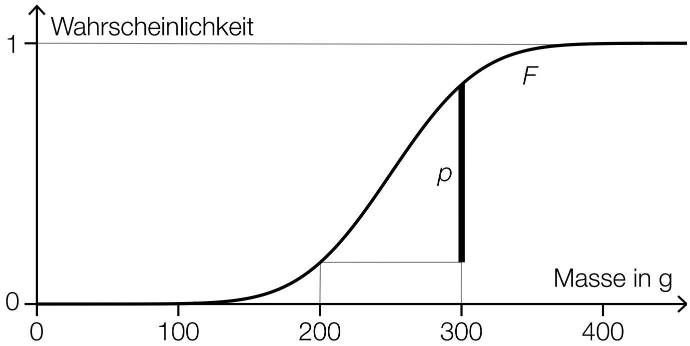
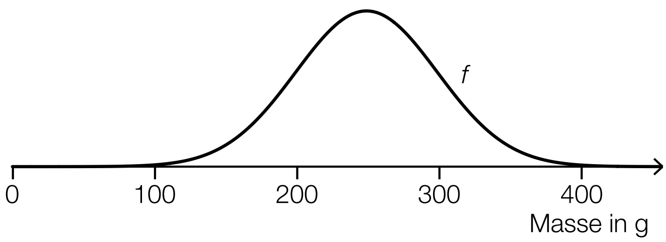


Abbildung 2:

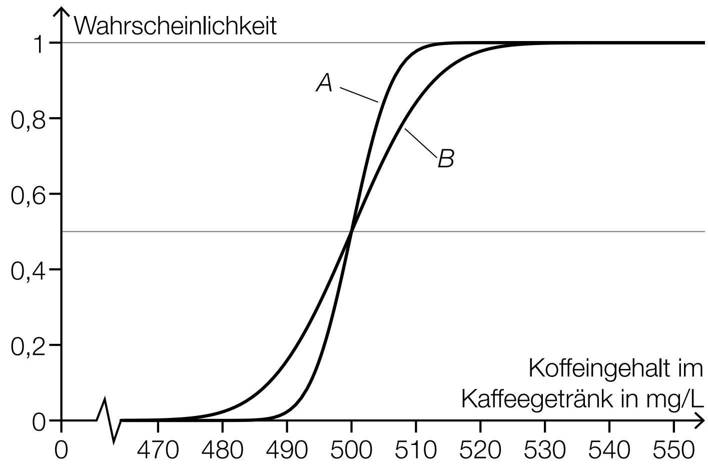


1) Veranschaulichen Sie in der obigen Abbildung 2 die Wahrscheinlichkeit p. *[0/1 P.]*

Kaffeegetränke * (B_577)

a) Ein bestimmtes Kaffeegetränk wird von den zwei Produktionsmaschinen *A* und *B* erzeugt.

Der Koffeingehalt dieses Kaffeegetränks kann bei beiden Produktionsmaschinen als normalverteilt angenommen werden. Die Graphen der Verteilungsfunktionen der beiden Produktionsmaschinen *A* und *B* sind in der nachstehenden Abbildung dargestellt.



Die Produktionsmaschine *A* produziert mit Erwartungswert μ_A und Standardabweichung σ_A.
Die Produktionsmaschine *B* produziert mit Erwartungswert μ_B und Standardabweichung σ_B.

1) Ergänzen Sie die Textlücken im nachstehenden Satz durch Ankreuzen so, dass eine richtige Aussage entsteht. *[0/1 P.]*

Für die beiden Produktionsmaschinen gilt: ___①___ und ___②___.

①	
$\mu_A < \mu_B$	☐
$\mu_A = \mu_B$	☐
$\mu_A > \mu_B$	☐

②	
$\sigma_A < \sigma_B$	☐
$\sigma_A = \sigma_B$	☐
$\sigma_A > \sigma_B$	☐

Der Koffeingehalt eines anderen Kaffeegetränks ist ebenfalls annähernd normalverteilt. Der um den Erwartungswert μ symmetrische 70-%-Zufallsstreubereich beträgt in diesem Fall [430 mg/L; 590 mg/L].

2) Berechnen Sie die Standardabweichung σ für diese Normalverteilung. *[0/1 P.]*

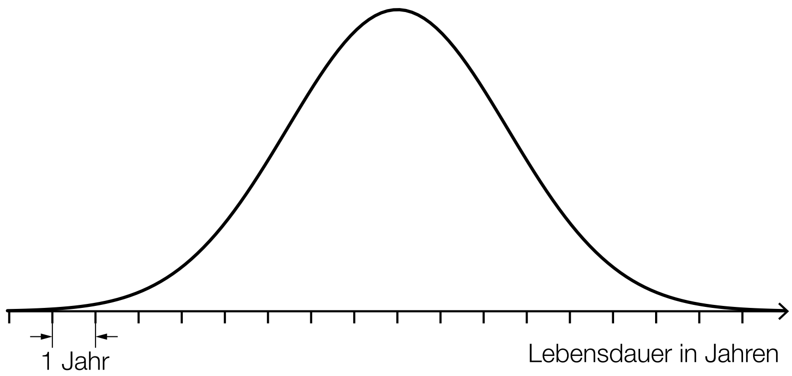
Körpermaße (1) * (B_533)

a) Die Oberarmlänge von Burschen einer bestimmten Altersgruppe kann als annähernd normalverteilt angenommen werden. Der Erwartungswert μ beträgt 34,7 cm, die Standardabweichung σ beträgt 0,4 cm.

1) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass die Oberarmlänge eines zufällig ausgewählten Burschen dieser Altersgruppe mindestens 34,4 cm beträgt. *[0/1 P.]*

Küchengerät * (B_557)

b) Die Lebensdauer des Küchengeräts wird als normalverteilt mit einem Erwartungswert von 10 Jahren angenommen. Die nachstehende Abbildung zeigt den Graphen der Dichtefunktion dieser Normalverteilung. Der Abstand zwischen zwei Markierungen auf der Achse entspricht 1 Jahr.



Die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig ausgewähltes Küchengerät dieses Typs eine Lebensdauer von maximal 7 Jahren hat, beträgt 12 %.

1) Veranschaulichen Sie in der obigen Abbildung diese Wahrscheinlichkeit. *[0/1 P.]*

2) Berechnen Sie die zugehörige Standardabweichung. *[0/1 P.]*

Nussbaum und Nüsse* (B_611)

b) Nüsse werden in Packungen abgefüllt. Die Masse einer Packung in g wird durch die normalverteilte Zufallsvariable X mit dem Erwartungswert μ und der Standardabweichung σ modelliert.

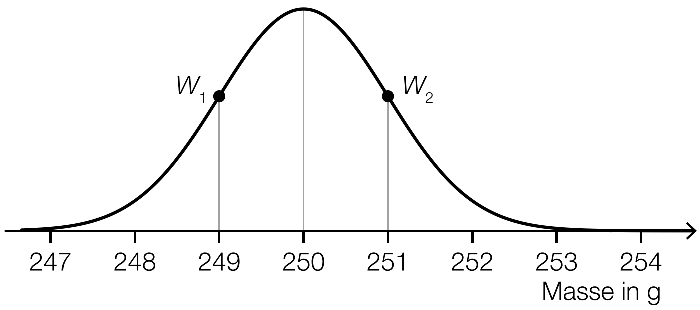
1) Ordnen Sie den beiden Wahrscheinlichkeiten jeweils die gleich große Wahrscheinlichkeit aus A bis D zu. *[0/1 P.]*

$P(X \geq \mu - \sigma)$	
$P(\mu - \sigma \leq X \leq \mu + \sigma)$	

A	$1 - P(X \leq \mu + \sigma)$
B	$1 - 2 \cdot P(X \geq \mu + \sigma)$
C	$P(X \leq \mu + \sigma)$
D	$2 \cdot P(X \geq \mu + \sigma)$

Die Standardabweichung von X beträgt $\sigma = 5$ g.

Im Rahmen der Qualitätskontrolle werden Stichproben vom Umfang n entnommen.
Die Stichprobenmittelwerte der Massen der Packungen werden ermittelt. In der nachstehenden Abbildung ist der Graph der Dichtefunktion für die Verteilung der Stichprobenmittelwerte mit den Wendepunkten W_1 und W_2 dargestellt.



2) Geben Sie den Stichprobenumfang n an.

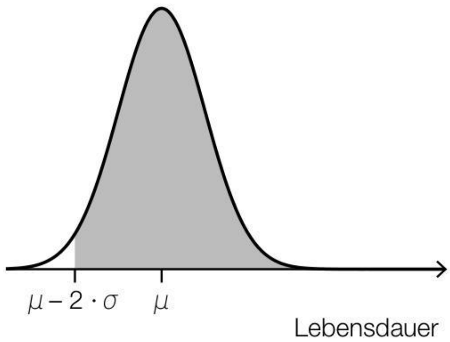
$n =$ __________________ Packungen *[0/1 P.]*

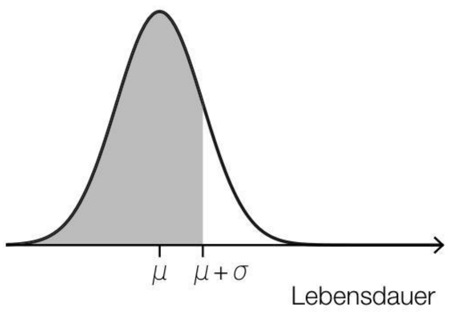
Nähmaschine * (B_591)

d) Die Lebensdauer eines bestimmten Nähnadeltyps ist annähernd normalverteilt mit dem Erwartungswert μ und der Standardabweichung σ.

In den unten stehenden Abbildungen ist der Graph der zugehörigen Dichtefunktion dargestellt.

1) Ordnen Sie den grau markierten Flächen jeweils die entsprechende Wahrscheinlichkeit aus A bis D zu.

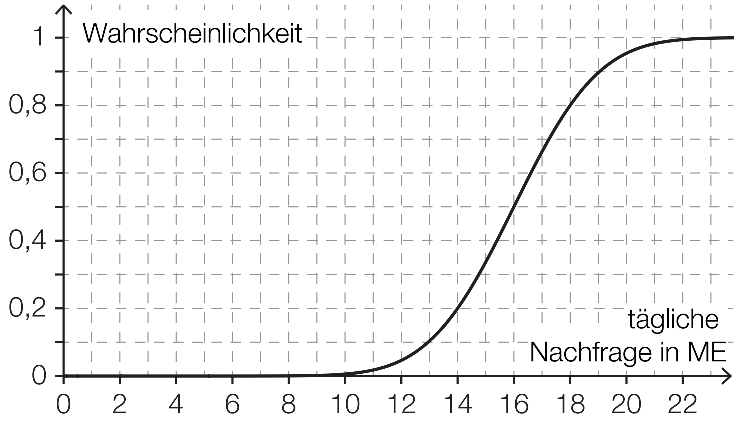




A	0,68...
B	0,84...
C	0,95...
D	0,97...

Obsthändler * (B_489)

c) Die tägliche Nachfrage X nach einer bestimmten Obstsorte ist bei diesem Obsthändler annähernd normalverteilt. Der Graph der zugehörigen Verteilungsfunktion ist in der nachstehenden Abbildung dargestellt.



1) Lesen Sie aus der Abbildung den Erwartungswert μ und die Wahrscheinlichkeit $P(X \leq 14)$ ab.

μ = ______________________ ME

$P(X \leq 14)$ = ______________________

2) Ermitteln Sie mithilfe der abgelesenen Werte die Standardabweichung von X.

Der Obsthändler möchte herausfinden, welche Menge dieser Obstsorte er lagern sollte (Bestandsmenge). Zur Ermittlung der optimalen Bestandsmenge kann das sogenannte *Zeitungsjungen-Modell* verwendet werden.
Laut diesem Modell ist die Bestandsmenge q dann optimal, wenn Folgendes gilt:
Die Wahrscheinlichkeit, dass die tägliche Nachfrage höchstens q ist, beträgt $\frac{p-c}{p}$, also:

$$P(X \leq q) = \frac{p-c}{p}$$

q ... optimale Bestandsmenge in ME
c ... Einkaufspreis in GE/ME
p ... Verkaufspreis in GE/ME

3) Ermitteln Sie mithilfe der obigen Abbildung für $c = 2$ GE/ME und $p = 5$ GE/ME die zugehörige optimale Bestandsmenge.

Schilf* (B_630)

b) An einem bestimmten Standort ist der Durchmesser der Schilfhalme annähernd normalverteilt mit einem Erwartungswert von 4,3 cm. Ein Viertel dieser Schilfhalme hat einen Durchmesser von mehr als 5 cm.

1) Argumentieren Sie, dass ein Viertel dieser Schilfhalme einen Durchmesser von weniger als 3,6 cm hat. *[0/1 P.]*

2) Berechnen Sie die zugehörige Standardabweichung. *[0/1 P.]*

Schlafdauer * (B_492)

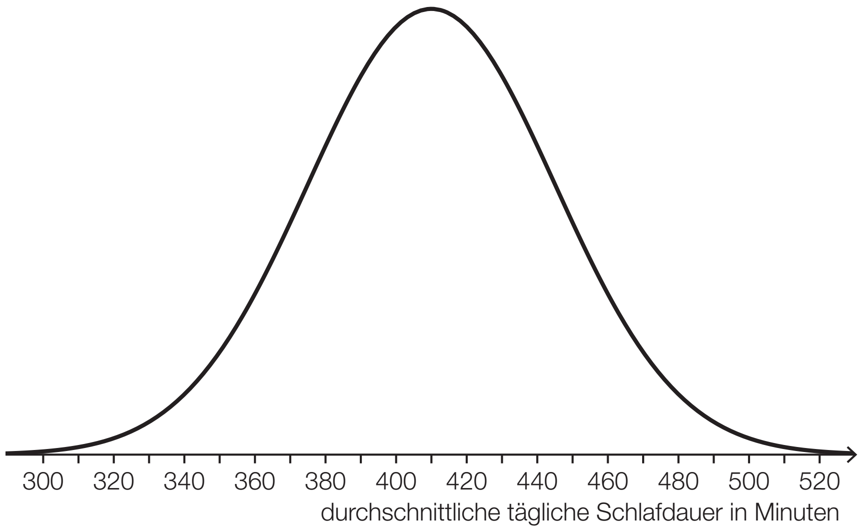
b) Die durchschnittliche tägliche Schlafdauer X von älteren Personen ist annähernd normalverteilt mit dem Erwartungswert $\mu = 364$ min und der Standardabweichung $\sigma = 50$ min.

1) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass eine zufällig ausgewählte ältere Person eine durchschnittliche tägliche Schlafdauer zwischen 300 min und 480 min hat.

2) Tragen Sie in der nachstehenden Gleichung die fehlende Zahl in das dafür vorgesehene Kästchen ein.

$P(X \geq 400) = P\left(X \leq \boxed{}\right)$

c) Für die Altersgruppe von 19 bis 39 Jahren ist die durchschnittliche tägliche Schlafdauer annähernd normalverteilt. Die zugehörige Dichtefunktion ist in der nachstehenden Abbildung dargestellt.



1) Lesen Sie aus der obigen Abbildung den Erwartungswert μ ab.

μ = ______________________ min

Für eine andere Altersgruppe beträgt der Erwartungswert 399 min. Die Standardabweichung ist die gleiche wie in der Altersgruppe von 19 bis 39 Jahren.

2) Beschreiben Sie, wie sich der Graph der Dichtefunktion für diese Altersgruppe vom oben abgebildeten Graphen unterscheidet.

Schwimmbad (2) * (B_602)

2) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass dieser Stichprobenmittelwert im Zeitintervall [5; 6] liegt. *[0/1 P.]*

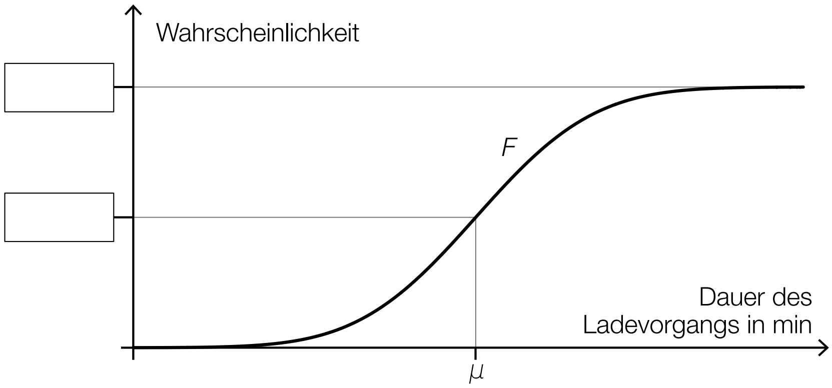
Smartphone-Akkus * (B_563)

b) Die Dauer eines Ladevorgangs bei einem bestimmten Akkutyp kann als annähernd normalverteilt mit dem Erwartungswert μ und der Standardabweichung σ angenommen werden.

1) Geben Sie mithilfe von μ und σ dasjenige Intervall an, in dem die Dichtefunktion negativ gekrümmt ist.

] ______ ; ______ [*[0/1 P.]*

In der nachstehenden Abbildung ist der Graph der Verteilungsfunktion F dargestellt.



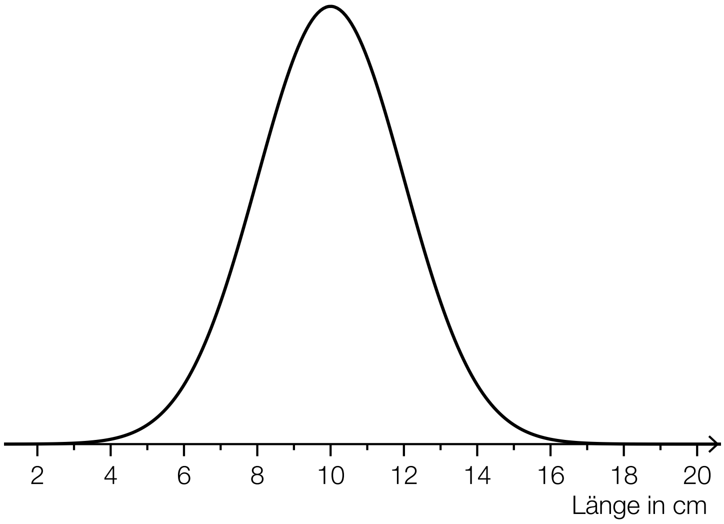
2) Tragen Sie in der obigen Abbildung die fehlenden Zahlen in die dafür vorgesehenen Kästchen ein. *[0/1 P.]*

Es gilt: $\mu = 92$ min und $F(86) = 0{,}12$

3) Berechnen Sie die Standardabweichung σ. *[0/1 P.]*

Spielshow * (B_574)

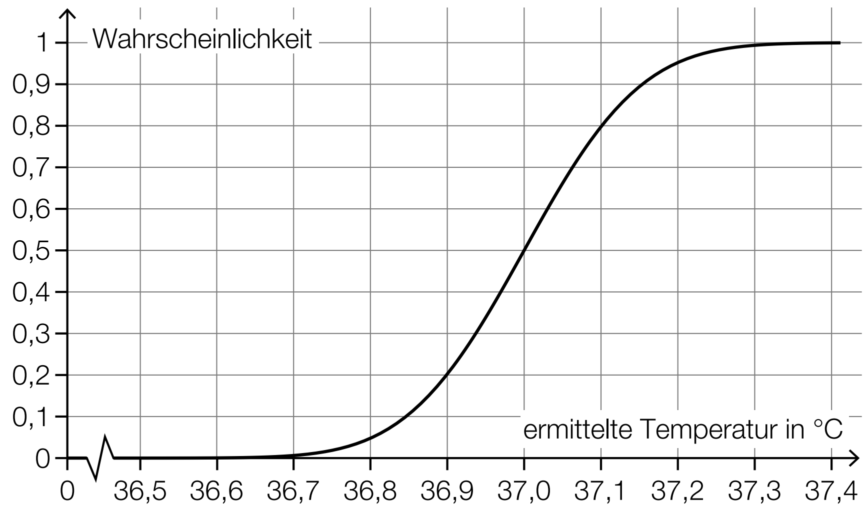
b) Im Rahmen einer Spielshow sollen die teilnehmenden Personen von einer Holzlatte ein 10 cm langes Stück Holz absägen. Dabei darf kein Messgerät verwendet werden.
Die Länge der abgesägten Holzstücke ist annähernd normalverteilt mit dem Erwartungswert μ = 10 cm. In der nachstehenden Abbildung ist der Graph der zugehörigen Dichtefunktion dargestellt.



1) Veranschaulichen Sie in der obigen Abbildung die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig ausgewähltes abgesägtes Holzstück um mindestens 3 cm zu lang ist. *[0/1 P.]*

Thermometer * (B_540)

c) Ein Unternehmen produziert Thermometer. Im Rahmen einer Qualitätskontrolle werden die produzierten Thermometer unter jeweils gleichen Bedingungen getestet.
Die ermittelten Temperaturen können als annähernd normalverteilt angenommen werden.
In der nachstehenden Abbildung ist der Graph der zugehörigen Verteilungsfunktion dargestellt.



1) Lesen Sie aus der obigen Abbildung den Erwartungswert μ ab.

μ = ____________________ °C *[0/1 P.]*

2) Lesen Sie aus der obigen Abbildung die Wahrscheinlichkeit ab, dass die ermittelte Temperatur höchstens 36,9 °C beträgt. *[0/1 P.]*

3) Ermitteln Sie die Standardabweichung σ. *[0/1 P.]*

Trinkflaschen * (B_580)

c) Das Unternehmen entwickelt neue Thermosflaschen. In verschiedenen Versuchen wurde untersucht, wie schnell Tee in diesen Thermosflaschen abkühlt.
Diese Versuche ergaben, dass die Temperatur des Tees zu einem bestimmten Messzeitpunkt annähernd normalverteilt ist. Der Erwartungswert beträgt $\mu = 64$ °C.
Bei 4 % aller Versuche betrug die Temperatur des Tees zu diesem Messzeitpunkt weniger als 60 °C.

1) Berechnen Sie die zugehörige Standardabweichung σ. *[0/1 P.]*

Bei einem dieser Versuche wurde die nachstehende Funktion T ermittelt.

$T(t) = 20 + 77 \cdot 0{,}93^t$

t … Zeit seit dem Einfüllen des Tees in h
$T(t)$ … Temperatur des Tees zur Zeit t in °C

2) Geben Sie diejenige Temperatur an, die der Tee beim Einfüllen zur Zeit $t = 0$ hatte.

___________________ °C *[0/1 P.]*

Tunnelvortrieb * (B_521)

c) Beim Ausbau des Tunnels werden vorgefertigte Betonelemente eingesetzt. Die Breite dieser Betonelemente ist annähernd normalverteilt mit dem Erwartungswert $\mu = 5$ m und der Standardabweichung $\sigma = 0{,}005$ m.

Zur Qualitätssicherung werden Zufallsstichproben mit dem Stichprobenumfang $n = 10$ entnommen und die Stichprobenmittelwerte der Breiten ermittelt.

1) Geben Sie den Erwartungswert $\mu_{\bar{x}}$ und die Standardabweichung $\sigma_{\bar{x}}$ für die Verteilung dieser Stichprobenmittelwerte an.

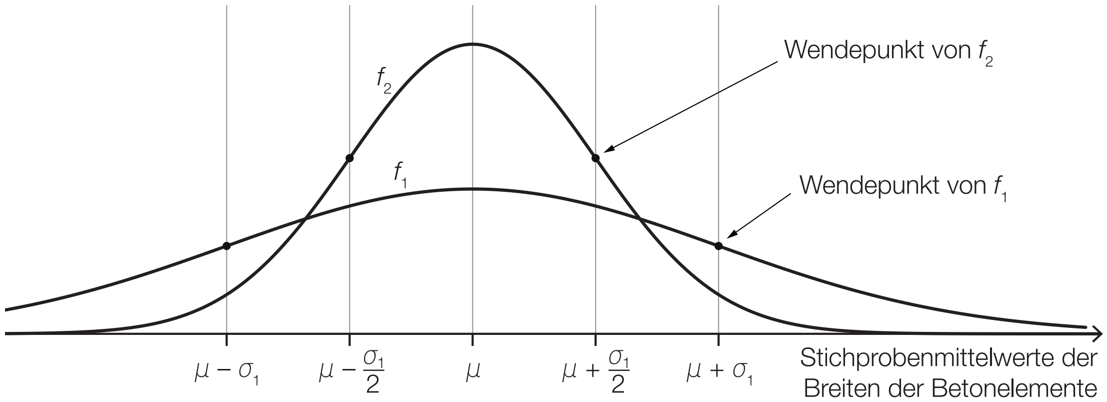
$\mu_{\bar{x}} =$ ______________________ m

$\sigma_{\bar{x}} =$ ______________________ m

2) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass diese Stichprobenmittelwerte zwischen 4,996 m und 5,004 m liegen.

f_1 ist die Dichtefunktion für die Verteilung der Stichprobenmittelwerte mit dem Stichprobenumfang $n_1 = 6$.
f_2 ist die Dichtefunktion für die Verteilung der Stichprobenmittelwerte mit dem Stichprobenumfang n_2.

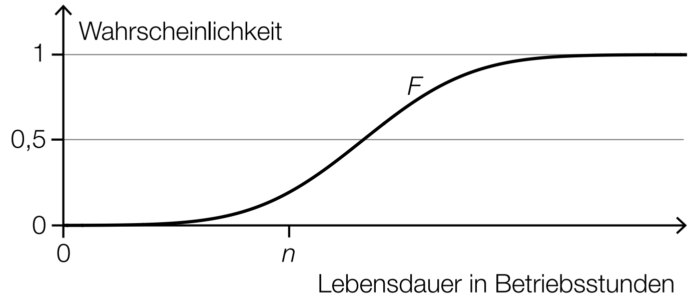
3) Ermitteln Sie mithilfe der nachstehenden Abbildung den Stichprobenumfang n_2.



Werkzeuge * (B_531)

d) In einem Labor werden Bohrmaschinen eines bestimmten Modells einem Langzeittest unterzogen. Die Lebensdauer dieser Bohrmaschinen ist annähernd normalverteilt.

In der nachstehenden Abbildung ist der Graph der zugehörigen Verteilungsfunktion F dargestellt.



Die zugehörige Dichtefunktion wird mit f bezeichnet.

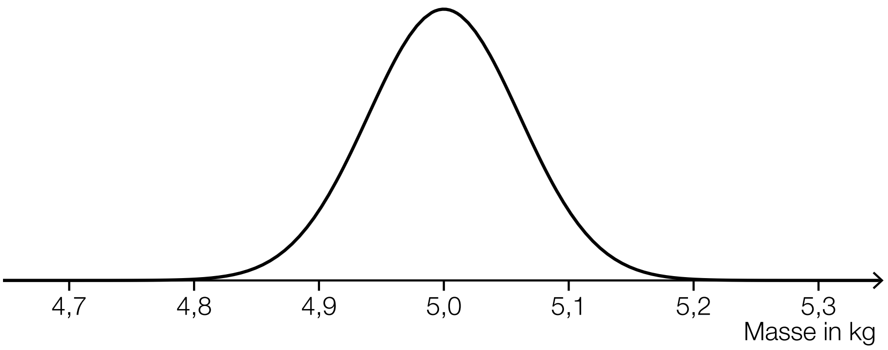
1) Veranschaulichen Sie in der obigen Abbildung die Wahrscheinlichkeit $\int_{-\infty}^{n} f(x)\,\mathrm{d}x$. *[0/1 P.]*

2) Beschreiben Sie ein Ereignis E im gegebenen Sachzusammenhang, für dessen Wahrscheinlichkeit gilt:

$P(E) = 1 - F(n)$ *[0/1 P.]*

Werkzeugproduktion * (B_569)

b) Für die Produktion eines bestimmten Werkzeugs wird ein Rohstoff in Packungen angeliefert. Die Masse dieser Packungen ist annähernd normalverteilt mit einem Erwartungswert von 5 kg. In der nachstehenden Abbildung ist der Graph der zugehörigen Dichtefunktion dargestellt.



Die Wahrscheinlichkeit, dass die Masse einer zufällig ausgewählten Packung um höchstens 0,1 kg vom Erwartungswert abweicht, beträgt 90 %.

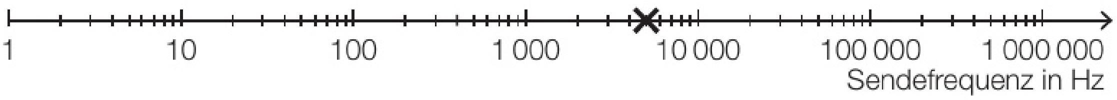
1) Veranschaulichen Sie diese Wahrscheinlichkeit in der obigen Abbildung. *[0/1 P.]*

2) Berechnen Sie die zugehörige Standardabweichung. *[0/1 P.]*

Alle Lösungen

Lösung: Bitterfelder Bogen * (B_477)

d1)



d2) Berechnung mittels Technologieeinsatz:

Stichprobenmittelwert: $\bar{x} = 186{,}22...$
Stichprobenstandardabweichung: $s_{n-1} = 4{,}54...$

Berechnung des Vertrauensbereichs mithilfe der t-Verteilung:

$$\mu_u = 186{,}22... - t_{8;0{,}975} \cdot \frac{4{,}54...}{\sqrt{9}} = 182{,}72...$$

$$\mu_o = 186{,}22... + t_{8;0{,}975} \cdot \frac{4{,}54...}{\sqrt{9}} = 189{,}71...$$

Vertrauensbereich: [182,7; 189,7] (in Herzschlägen pro Minute)

Lösung: Fischzucht * (B_566)

a1) Ablesen von $\sigma_{\bar{x}}$ und $\mu_{\bar{x}}$ aus der Abbildung:

$\sigma_{\bar{x}} = 2$
$\mu_{\bar{x}} = 350$

$P(349 \leq X \leq 350) = 0{,}1914...$

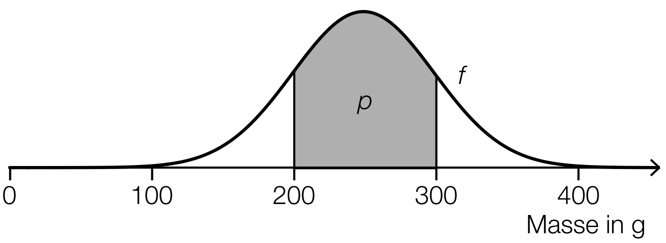
Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 19,1 %.

a2) $2 = \frac{\sigma}{\sqrt{9}}$

$\sigma = 6$

Lösung: Im Holzlabor* (B_625)

d1) Abbildung 2:



Lösung: Kaffeegetränke * (B_577)

a1)

①	
$\mu_A = \mu_B$	☒

②	
$\sigma_A < \sigma_B$	☒

a2) $\mu = \dfrac{430 + 590}{2} = 510$

$P(430 \leq X \leq 590) = 0{,}70$

Berechnung der Standardabweichung σ mittels Technologieeinsatz:

$\sigma = 77{,}18\ldots$ mg/L

Lösung: Körpermaße (1) * (B_533)

a1) X ... Oberarmlänge in cm

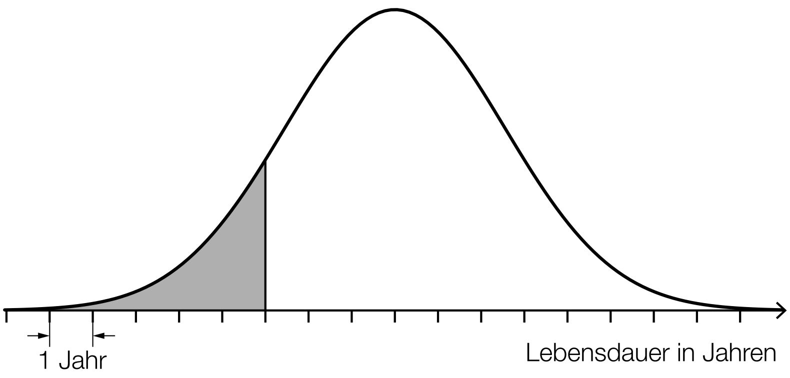
Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$P(X \geq 34{,}4) = 0{,}773\ldots$

Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 77 %.

Lösung: Küchengerät * (B_557)

b1)



b2) X ... Lebensdauer in Jahren

$P(X \leq 7) = 0{,}12$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$\sigma = 2{,}55\ldots$ Jahre

Lösung: Nussbaum und Nüsse* (B_611)

b1)

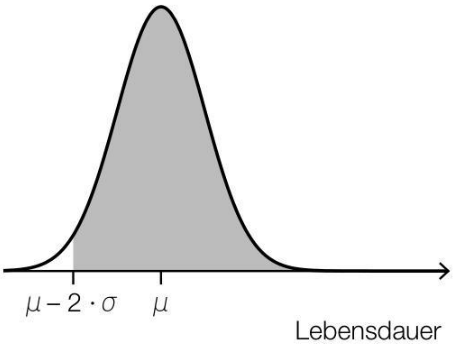
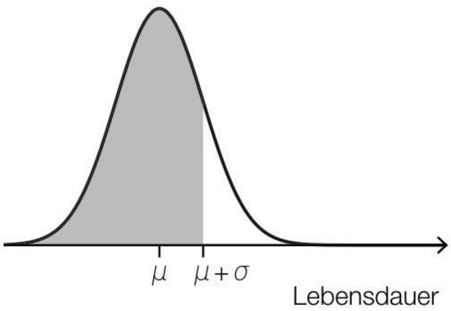
$P(X \geq \mu - \sigma)$	C
$P(\mu - \sigma \leq X \leq \mu + \sigma)$	B

A	$1 - P(X \leq \mu + \sigma)$
B	$1 - 2 \cdot P(X \geq \mu + \sigma)$
C	$P(X \leq \mu + \sigma)$
D	$2 \cdot P(X \geq \mu + \sigma)$

b2) $n = 25$ Packungen

Lösung: Nähmaschine * (B_591)

d1)

	D
	B

A	0,68...
B	0,84...
C	0,95...
D	0,97...

Lösung: Obsthändler * (B_489)

c1) $\mu = 16$ ME
$P(X \leq 14) = 0{,}2$

c2) Berechnung mittels Technologieeinsatz: $\sigma = 2{,}376...$
Die Standardabweichung beträgt rund 2,38 ME.

c3) $\frac{5-2}{5} = 0{,}6$

Ablesen derjenigen Menge q, für die gilt: $P(X \leq q) = 0{,}6$
$q \approx 16{,}6$ ME
Toleranzbereich: [16,4; 16,8]

c4)

Wenn sowohl p als auch c verdoppelt werden, bleibt der Wert des Ausdrucks $\frac{p-c}{p}$ unverändert.	☒

Lösung: Schilf* (B_630)

b1) X ... Durchmesser in cm

Die Dichtefunktion der Normalverteilung ist symmetrisch um den Erwartungswert $\mu = 4{,}3$.
Daher gilt $P(X > \mu + 0{,}7) = P(X < \mu - 0{,}7)$, also $P(X > 5) = P(X < 3{,}6) = 0{,}25$.

b2) $P(X > 5) = 0{,}25$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$\sigma = 1{,}03...$ cm

Lösung: Schlafdauer * (B_492)

b1) Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$P(300 < X < 480) = 0{,}889...$
Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 89 %.

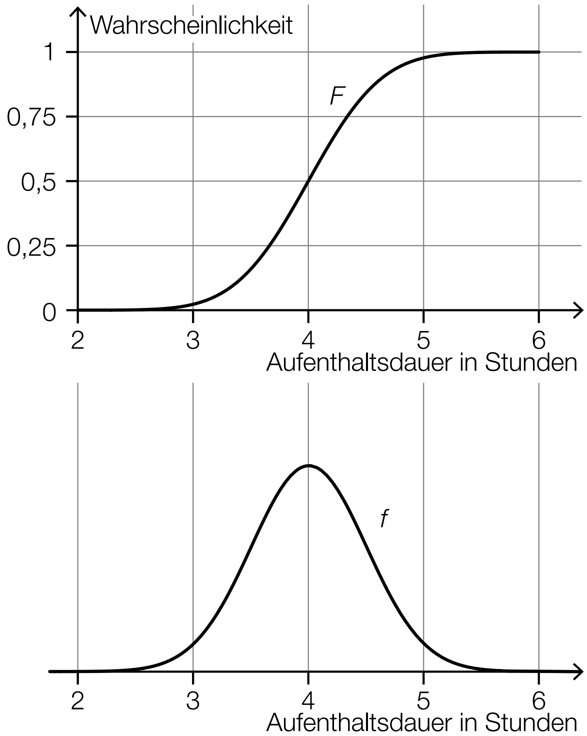
b2) $P(X \geq 400) = P\left(X \leq \boxed{328}\right)$

c1) μ = 410 min
Toleranzbereich: [405; 415]

c2) Der Graph der zugehörigen Dichtefunktion ist im Vergleich zum abgebildeten Graphen nach links verschoben.

Lösung: Schwimmbad (2) * (B_602)

c1)



Im Hinblick auf die Punktevergabe ist es erforderlich, dass das Maximum an der Stelle 4 liegt und die Kurve die Form einer Gauß'schen Glockenkurve hat.

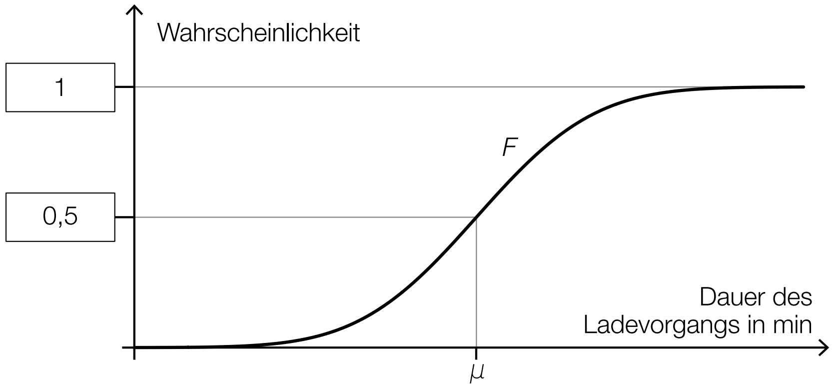
c2) $\overline{X}$ ... Aufenthaltsdauer in Stunden
Normalverteilung mit $\mu = 5{,}8$ und $\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{1{,}2}{\sqrt{9}} = 0{,}4$
$P(5 \leq \overline{X} \leq 6) = 0{,}6687...$

Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 66,9 %.

Lösung: Smartphone-Akkus * (B_563)

b1) $]\mu - \sigma; \mu + \sigma[$

b2)



b3) X ... Dauer des Ladevorgangs in min

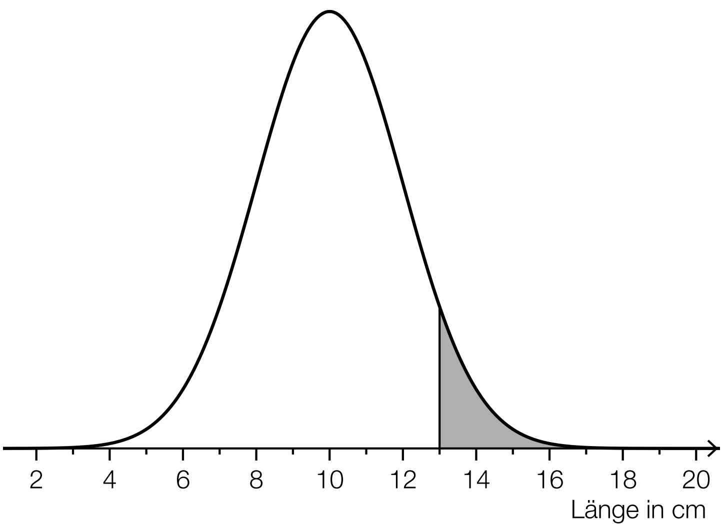
$F(86) = P(X \leq 86) = 0{,}12$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$\sigma = 5{,}106...$ min

Lösung: Spielshow * (B_574)

b1)



Lösung: Thermometer * (B_540)

c1) $\mu = 37{,}0\ °\text{C}$

c2) Die Wahrscheinlichkeit beträgt 20 %.

c3) $\mu = 37$ und $P(X \leq 36{,}9) = 0{,}2$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$\sigma = 0{,}118\ldots$

Auch ein näherungsweises Ermitteln der Standardabweichung mithilfe der Abbildung ist als richtig zu werten. (Toleranzbereich: [0,11; 0,13])

Lösung: Trinkflaschen * (B_580)

c1) X ... Temperatur des Tees in °C

$P(X < 60) = 0{,}04$
Berechnung von σ mittels Technologieeinsatz:
$\sigma = 2{,}28\ldots$
Die Standardabweichung beträgt rund 2,3 °C.

c2) 97 °C

Lösung: Tunnelvortrieb * (B_521)

c1) $\mu_{\bar{x}} = 5\ \text{m}$
$\sigma_{\bar{x}} = \frac{0{,}005}{\sqrt{10}}\ \text{m} = 0{,}00158\ldots\ \text{m}$

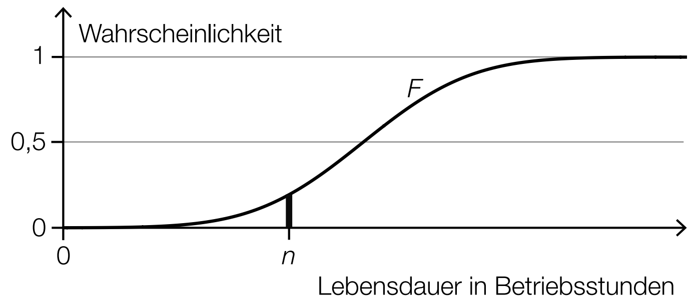
c2) $\overline{X}$ ... Stichprobenmittelwerte der Breite für $n = 10$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$P(4{,}996 \leq \overline{X} \leq 5{,}004) = 0{,}9885\ldots$
Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 98,9 %.

c3) $\sigma_2 = \frac{\sigma_1}{2} \quad \Rightarrow \quad n_2 = 4 \cdot 6 = 24$

Lösung: Werkzeuge * (B_531)

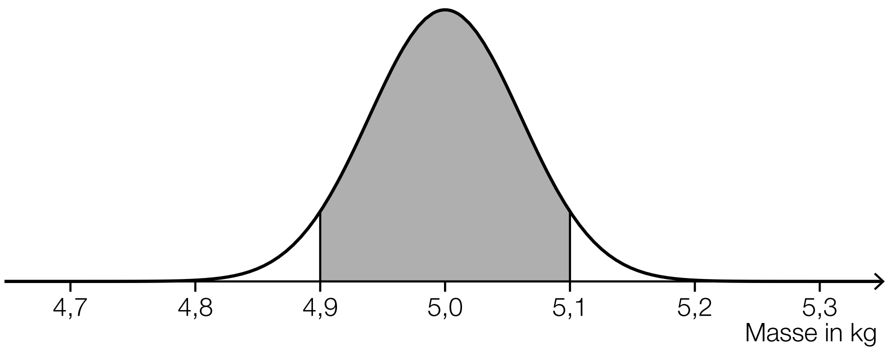
d1)



d2) Die Lebensdauer einer Bohrmaschine beträgt mindestens *n* Betriebsstunden.

Lösung: Werkzeugproduktion * (B_569)

b1)



b2) X ... Masse in kg

$P(X \leq 4{,}9) = 0{,}05$
Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$\sigma = 0{,}060...$ kg