Gastwirtschaft * (B_443)

a) Automatische Abfüllanlagen für Getränke sollen möglichst gleichmäßige Füllmengen gewährleisten.
Die Füllmenge bei einer bestimmten Abfüllanlage ist annähernd normalverteilt mit dem Erwartungswert $\mu = 500$ ml und der Standardabweichung $\sigma = 4{,}5$ ml.

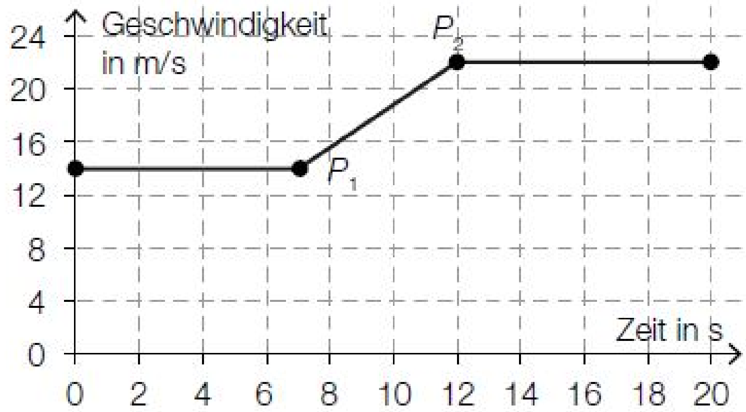
Die Füllmenge wird mithilfe einer Stichprobe des Umfangs n überprüft.

1) Berechnen Sie für $n = 10$ den zum Erwartungswert symmetrischen Zufallsstreubereich, in dem erwartungsgemäß 99 % aller Stichprobenmittelwerte liegen.

2) Begründen Sie, warum das Maximum der Dichtefunktion der Stichprobenmittelwerte $\overline{X}$ für $n = 5$ kleiner als jenes für $n = 10$ ist.

Linienbus (B_070)

Die nachstehende Abbildung zeigt das Geschwindigkeit-Zeit-Diagramm der Bewegung eines Busses.



d) In den Bussen einer bestimmten Linie soll die Auslastung überprüft werden.
Die Anzahl der Passagiere pro Bus ist näherungsweise normalverteilt mit dem Erwartungswert $\mu = 44$ Personen und der Standardabweichung $\sigma = 12$ Personen.
In 25 Bussen wird eine Überprüfung der Passagieranzahl durchgeführt.

– Ermitteln Sie den zum Erwartungswert symmetrischen Zufallsstreubereich, in dem der Stichprobenmittelwert mit einer Wahrscheinlichkeit von 95 % liegt.

– Argumentieren Sie, wie sich der Stichprobenumfang ändern muss, wenn sich die Breite des 95-%-Zufallsstreubereichs halbieren soll.

Alle Lösungen

Lösung: Gastwirtschaft * (B_443)

a1) $\mu = 500$ ml und $\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{4{,}5}{\sqrt{10}}$ ml

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

[496,33...; 503,66...]

a2) Die Standardabweichung einer Stichprobe ist umso größer, je kleiner der Stichprobenumfang n ist. Daher ist der Graph der Dichtefunktion für $n = 5$ breiter als für $n = 10$. Da der gesamte Flächeninhalt unter dem Graphen der Dichtefunktion immer 1 beträgt, muss das Maximum für $n = 5$ kleiner als für $n = 10$ sein.

d) zweiseitigen 95-%-Zufallsstreubereich mithilfe der Normalverteilung bestimmen:

$44 \pm z_{0,975} \cdot \frac{12}{\sqrt{25}}$

$z_{0,975} = 1{,}959\ldots$

Daraus ergibt sich folgender Zufallsstreubereich:

[39; 49] (Intervallgrenzen gerundet auf Ganze)

Die Breite des Zufallsstreubereichs ist $b = 2 \cdot z_{0,975} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$.

Um b zu halbieren, müsste der Stichprobenumfang n vervierfacht werden, weil

$\frac{b}{2} = 2 \cdot z_{0,975} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{4 \cdot n}}$.