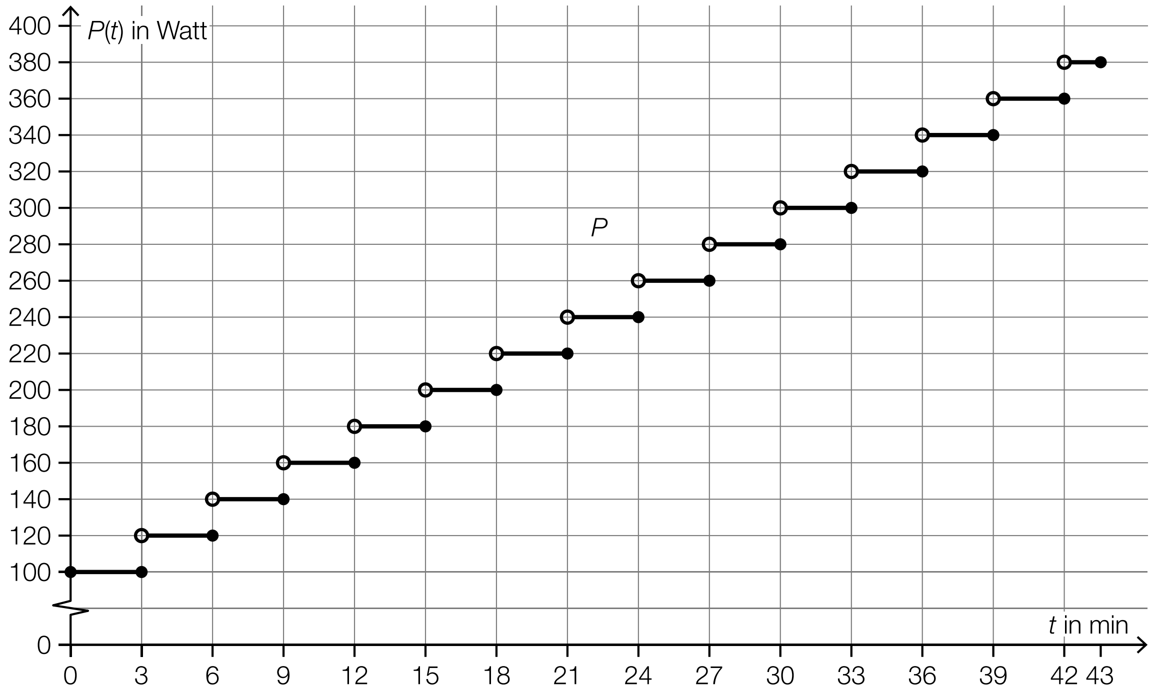
Belastungstests* (2_140)

Laktat ist ein Stoffwechselprodukt. Bei zunehmender körperlicher Belastung wird mehr Laktat im Körper produziert.
Bei Belastungstests werden unter anderem die Herzfrequenz und die Laktatkonzentration im Blut (in mmol/L) gemessen.

a) Katharina unterzieht sich einem Belastungstest. Die Belastung wird bei diesem Test schrittweise erhöht, bis Katharina den Test nach 43 min abbricht.

Die Funktion $P\colon [0; 43] \to \mathbb{R}^+, t \mapsto P(t)$ beschreibt modellhaft die von Katharina erbrachte Leistung in Abhängigkeit von der Zeit t ab Beginn des Belastungstests (t in min, $P(t)$ in Watt).
Der Graph von P ist in der nachstehenden Abbildung dargestellt.



Für die im Zeitintervall $[t_A; t_B]$ (in min) verrichtete Arbeit W (in Joule) gilt:

$W = 60 \cdot \int_{t_A}^{t_B} P(t)\,\mathrm{d}t$

1) Berechnen Sie die von Katharina im Zeitintervall [30; 43] verrichtete Arbeit in Joule.

[0/1 P.]

b) Katharina unterzieht sich einem anderen Belastungstest. Dabei wird die Laktatkonzentration in ihrem Blut zu Beginn, während und nach einer intensiven Belastung gemessen.

Die Funktion $c_2\colon [0; 30] \to \mathbb{R}^+$ mit $c_2(t) = 31{,}2 \cdot (e^{-0{,}066 \cdot t} - e^{-0{,}325 \cdot t}) + 1{,}13$ beschreibt modellhaft die Laktatkonzentration in Abhängigkeit von der Zeit t ab Beginn des Belastungstests (t in min, $c_2(t)$ in mmol/L).

Zum Zeitpunkt t_1 ist die Laktatkonzentration wieder auf die Hälfte des maximal erreichten Wertes abgesunken.

1) Ermitteln Sie t_1. *[0/1 P.]*

Bungee-Jumping* (2_138)

Bungee-Jumping ist eine Extremsportart, bei der man von einer Absprungplattform in großer Höhe an einem elastischen Seil befestigt in die Tiefe springt.

a) Sabine unternimmt einen Bungeesprung. Dabei schwingt sie am Seil mehrmals auf und ab.

Ihre Höhe über dem Boden in Abhängigkeit von der Zeit t wird modellhaft durch die Funktion $h\colon\ \mathbb{R}_0^+ \to \mathbb{R}^+$ beschrieben.

$$h(t) = a \cdot \left(e^{-0{,}03 \cdot t} \cdot \cos\left(\frac{\pi \cdot t}{6}\right) + 1\right)$$

t ... Zeit nach dem Absprung in s
$h(t)$ ... Höhe über dem Boden zum Zeitpunkt t in m
a ... positiver Parameter

Zum Zeitpunkt $t = 0$ springt Sabine von der Absprungplattform in 90 m Höhe über dem Boden in die Tiefe.

1) Berechnen Sie den Parameter a. *[0/1 P.]*

Die gesamte Zeitdauer, in der sich Sabine während des Bungeesprungs in einer Höhe von mehr als 70 m über dem Boden befindet, wird mit d bezeichnet.

2) Ermitteln Sie d in Sekunden. *[0/1 P.]*

Nach Erreichen des tiefsten Punktes wird Sabine vom Seil wieder nach oben gezogen, bevor sie erneut fällt.

3) Berechnen Sie, wie viele Meter Sabine dabei nach oben gezogen wird. *[0/1 P.]*

Zum Zeitpunkt t_1 ist Sabines (vertikale) Fallgeschwindigkeit maximal.

4) Ergänzen Sie die Textlücken im nachstehenden Satz durch Ankreuzen des jeweils zutreffenden Satzteils so, dass eine richtige Aussage entsteht. *[0/½/1 P.]*

Für den Zeitpunkt t_1 gilt ______①______;
die Fallgeschwindigkeit kann mit ______②______ berechnet werden.

①	
$h''(t_1) > 0$	☐
$h''(t_1) < 0$	☐
$h''(t_1) = 0$	☐

②	
$h(t_1)$	☐
$\lvert h'(t_1)\rvert$	☐
$\int_0^{t_1} h(t)\,\mathrm{d}t$	☐

Flugreisen* (2_133)

a) In Österreich waren im Jahr 2018 die Parkgebühren in der Nähe der unten angeführten Flughäfen unterschiedlich hoch.

Flughafen	Parkgebühren pro Woche in Euro
Klagenfurt	K
Salzburg	54
Linz	L
Graz	G
Wien-Schwechat	W
Innsbruck	147

Quelle: https://www.derstandard.at/story/2000079383984/ranking-wo-das-parken-teurer-ist-als-der-flug [09.08.2022].

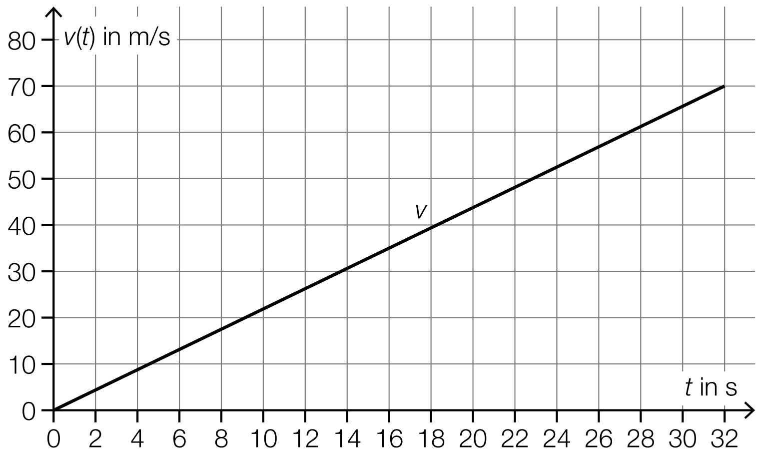
1) Berechnen Sie, um wie viel Prozent die Parkgebühren pro Woche am Flughafen Innsbruck höher als am Flughafen Salzburg waren. *[0/1 P.]*

Das arithmetische Mittel dieser 6 Parkgebühren beträgt D (in Euro).

2) Stellen Sie eine Formel zur Berechnung der Parkgebühren G am Flughafen Graz auf. Verwenden Sie dabei D und die Einträge der obigen Tabelle.

$G =$ ____ *[0/1 P.]*

b) Ein Flugzeug beschleunigt auf der Startbahn und hebt nach 32 s ab. Die Geschwindigkeit des Flugzeugs wird als lineare Funktion v in Abhängigkeit von der Zeit t modelliert. In der nachstehenden Abbildung ist der Graph der Funktion v dargestellt.



1) Berechnen Sie die Länge desjenigen Weges, den das Flugzeug bis zum Abheben zurücklegt, in Metern. *[0/1 P.]*

c) Für einen bestimmten Flug haben 124 Personen jeweils einen Platz gebucht.

Modellhaft wird angenommen: Die für einen Flug gebuchten Plätze werden unabhängig voneinander jeweils mit der Wahrscheinlichkeit p in Anspruch genommen.

Für die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses E gilt:

$$P(E) = 1 - \binom{124}{123} \cdot p^{123} \cdot (1 - p) - \binom{124}{124} \cdot p^{124}$$

1) Ergänzen Sie die Textlücken im nachstehenden Satz durch Ankreuzen des jeweils zutreffenden Satzteils so, dass jedenfalls eine richtige Aussage entsteht. *[0/1 P.]*

Das Ereignis E ist: „Es werden ___①___ ___②___ der gebuchten Plätze in Anspruch genommen.“

①	
höchstens	☐
genau	☐
mindestens	☐

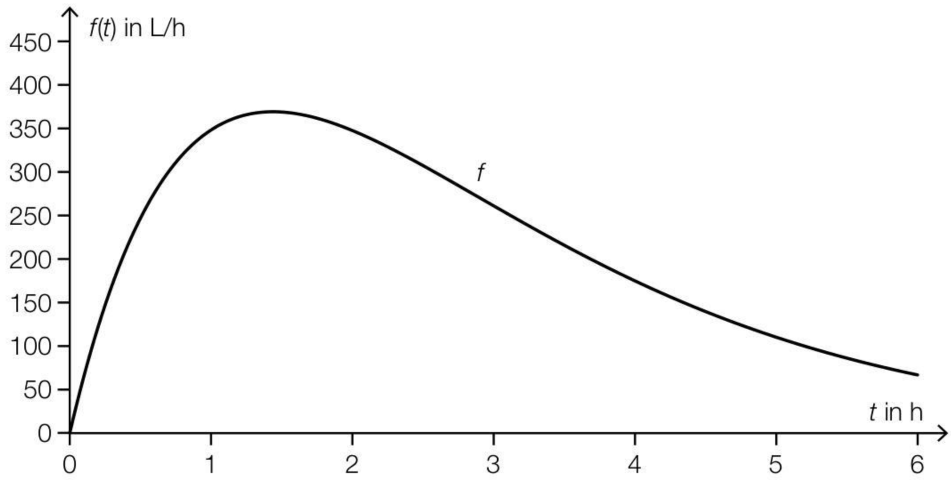
②	
122	☐
123	☐
124	☐

Hausdach * (2_144)

a) Eine Regenwassertonne fängt das von einem Hausdach herabfließende Regenwasser auf. Ab Beginn eines mehrstündigen Regens kann die momentane Änderungsrate der Wassermenge in der Regenwassertonne modellhaft durch die Funktion $f\colon [0; 6] \to \mathbb{R}_0^+,\ t \mapsto f(t)$ beschrieben werden (t seit Beginn des Regens in h, $f(t)$ in L/h). Zu Beginn des Regens sind bereits 400 L Wasser in der Regenwassertonne.

1) Interpretieren Sie $400 + \int_0^6 f(t)\,dt$ im gegebenen Sachzusammenhang unter Angabe der zugehörigen Einheit.

Der Graph der Funktion f ist in der nachstehenden Abbildung dargestellt. Die Funktion f hat bei $t_1 = 1{,}4$ eine lokale Maximumstelle und bei $t_2 = 2{,}9$ eine Wendestelle.

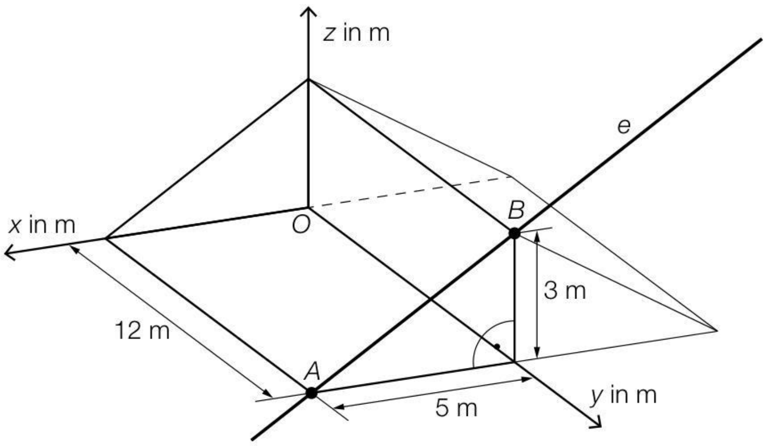


Die Funktion $F\colon [0; 6] \to \mathbb{R}_0^+,\ t \mapsto F(t)$ mit $F(0) = 400$ ist eine Stammfunktion von f (t in h, $F(t)$ in L).

2) Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an. *[2 aus 5]*

F ist streng monoton steigend.	☐
F hat bei $t_1 = 1{,}4$ den Funktionswert 370.	☐
Der Graph von F ändert bei $t_1 = 1{,}4$ das Krümmungsverhalten.	☐
Der Graph von F hat bei $t_1 = 1{,}4$ eine horizontale Tangente.	☐
F hat bei $t_2 = 2{,}9$ eine lokale Maximumstelle.	☐

b) In der nachstehenden Abbildung ist ein Hausdach modellhaft in einem kartesischen Koordinatensystem dargestellt. Das Dach wird durch Dachkanten begrenzt.



Die Dachkante AB liegt auf der Geraden e.
Der Punkt A liegt in der xy-Ebene, der Punkt B liegt in der yz-Ebene.

1) Geben Sie eine Parameterdarstellung von e an.

Zwei andere Dachkanten liegen auf den Geraden g und h. Es gilt:

$$g\colon X = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -5 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad h\colon X = \begin{pmatrix} -5 \\ 12 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{mit } s, t \in \mathbb{R}$$

2) Ergänzen Sie die Textlücken im nachstehenden Satz durch Ankreuzen des jeweils zutreffenden Satzteils so, dass eine richtige Aussage entsteht.

Die beiden Geraden sind ___①___ und ___②___.

①	
zueinander parallel	☐
schneidend	☐
zueinander windschief	☐

②	
g verläuft parallel zur x-Achse	☐
h verläuft parallel zur y-Achse	☐
h verläuft durch den Punkt $(0\|0\|3)$	☐

Slackline * (2_142)

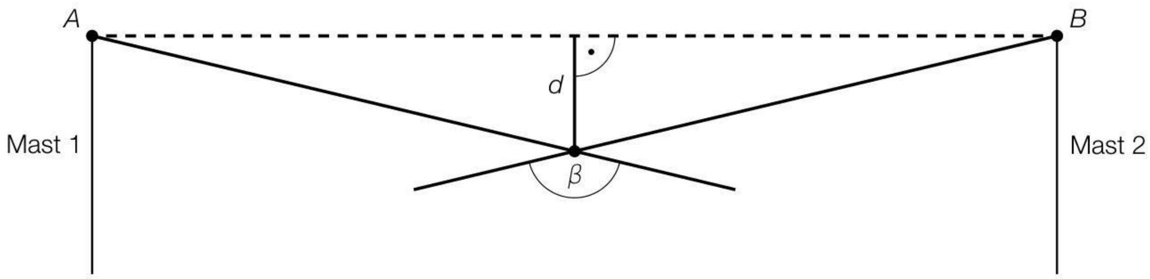
Slacklinen ist eine Sportart, bei der man auf einem Band balanciert.

Zwei für diese Sportart geeignete vertikale Masten stehen 12 m voneinander entfernt. Das Band wird an zwei Aufhängungspunkten dieser Masten, A und B, befestigt, die sich auf gleicher Höhe befinden (siehe unten stehende Abbildungen).

a) Beim Slacklinen wird ein elastisches Band horizontal über dem Boden befestigt.

Theo steht exakt in der Mitte des Bandes, wodurch ein bestimmter Durchhang d entsteht.

Die Situation ist in der nachstehenden Abbildung dargestellt.



Für die Größe der auftretenden Kraft F (in N) in einem Aufhängungspunkt gilt:

$F = \frac{10 \cdot e \cdot m}{4 \cdot d}$

e ... horizontale Entfernung der Aufhängungspunkte A und B (in m)
m ... Körpermasse (in kg)
d ... Durchhang (in m)

Die Funktion $d\colon \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}^+,\, m \mapsto d(m)$ bei konstantem F und e sowie die Funktion $F\colon \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}^+,\, d \mapsto F(d)$ bei konstantem m und konstantem e beschreiben jeweils einen bestimmten Zusammenhang.

1) Ergänzen Sie die Textlücken im nachstehenden Satz durch Ankreuzen des jeweils zutreffenden Satzteils so, dass eine richtige Aussage entsteht.

Die Funktion d beschreibt einen ______①______ Zusammenhang, die Funktion F beschreibt einen ______②______ Zusammenhang.

①	
direkt proportionalen	☐
indirekt proportionalen	☐
nicht proportionalen	☐

②	
direkt proportionalen	☐
indirekt proportionalen	☐
nicht proportionalen	☐

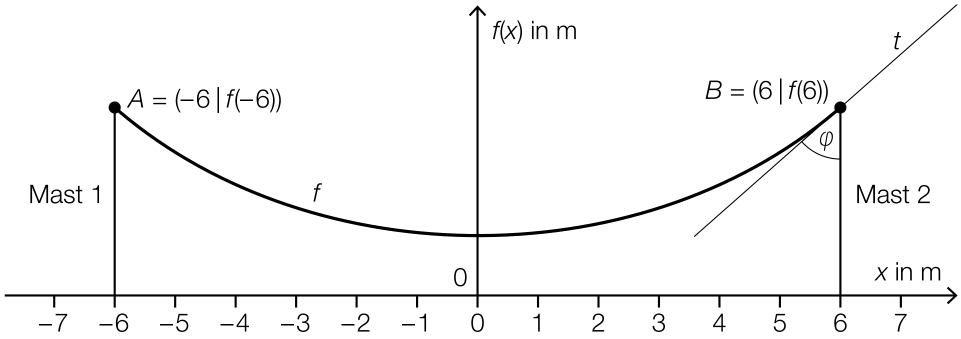
Theo hat eine Körpermasse m von $m = 80$ kg.

2) Ermitteln Sie für $\beta = 160°$ die Größe der auftretenden Kraft F (in N) in einem Aufhängungspunkt.

Theo versucht mehrfach, das Band zu überqueren. Er schafft die Überquerung jeweils mit der Wahrscheinlichkeit p.
Es wird modellhaft angenommen, dass die Versuche voneinander unabhängig sind und die Erfolgswahrscheinlichkeit bei jedem Versuch gleich hoch ist.

b) Eine Variante des Slacklinens ist das *Rodeolinen*, bei dem das Band nicht gespannt ist.
Die Funktion $f\colon [-6; 6] \to \mathbb{R}^+,\ x \mapsto f(x)$ gibt modellhaft die Höhe des Bandes über dem Boden an der Stelle x an (x in m, $f(x)$ in m).

Der Graph von f ist in der nachstehenden Abbildung dargestellt.



Der Mast 2 schließt mit der Tangente t an den Graphen von f im Aufhängungspunkt B den Winkel φ ein.

1) Stellen Sie eine Gleichung auf, die den Zusammenhang zwischen $f'(6)$ und φ beschreibt.

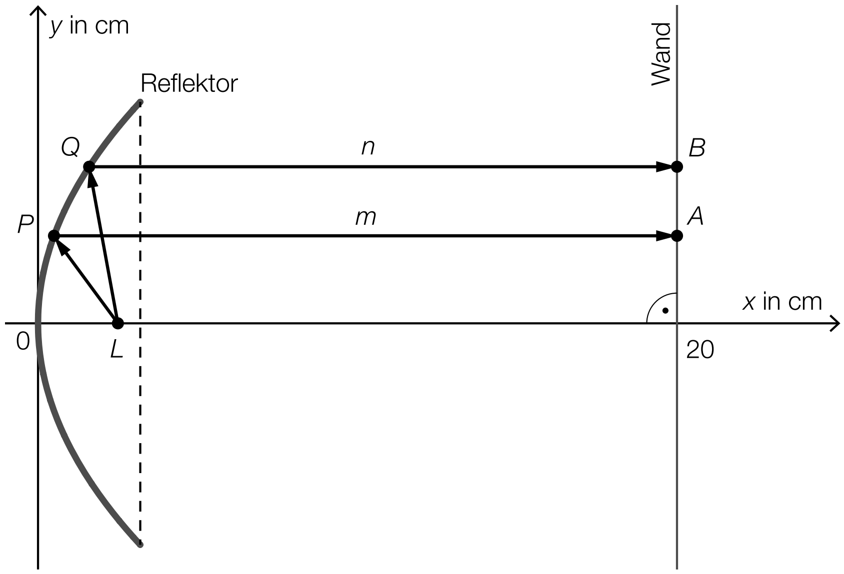
[0/1 P.]

Taschenlampen* (2_139)

Ein Betrieb produziert und verkauft Taschenlampen.

a) Der vordere Teil einer bestimmten Taschenlampe besteht aus der punktförmigen Lichtquelle L und einem Reflektor, der die Lichtquelle umgibt.

Der Querschnitt des vorderen Teiles dieser Taschenlampe ist in der nachstehenden nicht maßstabgetreuen Abbildung in einem Koordinatensystem modellhaft dargestellt.



Zwei geradlinige Lichtstrahlen gehen von der Lichtquelle L aus und werden in den Punkten P und Q vom Reflektor parallel zur x-Achse auf eine Wand umgelenkt. Dort treffen sie in den Punkten A und B auf.

$L = (2{,}5\,|\,0)$
$\overline{LP} = 3$ cm und $\overline{LQ} = 4{,}1$ cm
$A = (20\,|\,y_A)$ und $B = (20\,|\,y_B)$
$m = 19{,}5$ cm

Es gilt: $\overline{LP} + m = \overline{LQ} + n$

1) Berechnen Sie y_B. *[0/1 P.]*

b) Bei der Kontrolle einer Lieferung werden Taschenlampen auf die Fehler F_1, F_2 und F_3 hin überprüft. Diese 3 Fehler treten unabhängig voneinander auf.

In der nachstehenden Tabelle sind diese Fehler und die zugehörigen Wahrscheinlichkeiten angegeben.

Fehler	Beschreibung	Wahrscheinlichkeit
F_1	Die Taschenlampe ist defekt.	p_1
F_2	Die Taschenlampe hat die falsche Farbe.	0,02
F_3	Die Taschenlampe hat keine Aufbewahrungstasche.	0,01

Eine Taschenlampe wird nach dem Zufallsprinzip ausgewählt und überprüft.

1) Ordnen Sie den vier Ereignissen jeweils die auf jeden Fall zutreffende Wahrscheinlichkeit aus A bis F zu. *[0/½/1 P.]*

Die Taschenlampe ist defekt und hat die falsche Farbe.	☐
Die Taschenlampe hat die richtige Farbe.	☐
Die Taschenlampe ist nicht defekt, sie hat die richtige Farbe und sie hat keine Aufbewahrungstasche.	☐
Die Taschenlampe weist mindestens 1 dieser 3 Fehler auf.	☐

A	0,98
B	$1 - (1 - p_1) \cdot 0{,}98 \cdot 0{,}99$
C	$p_1 \cdot 0{,}02$
D	$1 - p_1 \cdot 0{,}02 \cdot 0{,}01$
E	$p_1 \cdot 0{,}02 \cdot 0{,}01$
F	$(1 - p_1) \cdot 0{,}98 \cdot 0{,}01$

c) Die Gesamtkosten für die Herstellung der Taschenlampen in Abhängigkeit von der Produktionsmenge x können durch die differenzierbare Kostenfunktion K modelliert werden.

x ... Produktionsmenge in Mengeneinheiten (ME)
$K(x)$ ... Gesamtkosten bei der Produktionsmenge x in Geldeinheiten (GE)

Die zugehörige Grenzkostenfunktion K' hat die Funktionsgleichung
$K'(x) = 0{,}33 \cdot x^2 - 1{,}8 \cdot x + 3$.

Es gilt: $K(1) = 44{,}21$

1) Stellen Sie eine Funktionsgleichung von K auf.

$K(x) =$ ____ *[0/1 P.]*

Im Folgenden wird angenommen, dass jede produzierte Taschenlampe auch verkauft wird.

Der Erlös aus dem Verkauf dieser Taschenlampen in Abhängigkeit von der Produktionsmenge x kann durch die Funktion E modelliert werden.

$E(x) = a \cdot x$

x ... Produktionsmenge in ME
$E(x)$ ... Erlös bei der Produktionsmenge x in GE
a ... Preis in GE/ME

Der Gewinn wird durch die Gewinnfunktion G modelliert (x in ME, $G(x)$ in GE).

Das Betriebsziel ist, bei einer Produktion und einem Verkauf von 5 ME Taschenlampen einen Gewinn von mindestens 100 GE zu erzielen.

2) Berechnen Sie den kleinstmöglichen Preis, mit dem dieses Betriebsziel erreicht wird.
[0/1 P.]

Tauchen im Grundlsee * (2_143)

Mia und Laurin machen Urlaub am Grundlsee, um im See zu tauchen.

a) Der auf eine Taucherin bzw. einen Taucher einwirkende Gesamtdruck ist die Summe des Luftdrucks an der Wasseroberfläche und des Wasserdrucks.

Mia macht einen Tauchgang. Der dabei auf Mia einwirkende Gesamtdruck in Abhängigkeit von der Tauchtiefe d wird modellhaft durch die lineare Funktion p beschrieben.

d ... Tauchtiefe in m
$p(d)$ ... Gesamtdruck bei der Tauchtiefe d in Millibar (mbar)

Es gilt:

- Der auf Mia einwirkende Gesamtdruck nimmt pro Meter Tauchtiefe um 98 mbar zu.
- Der Luftdruck an der Wasseroberfläche des Grundlsees beträgt 930 mbar.

1) Stellen Sie eine Funktionsgleichung von p auf.

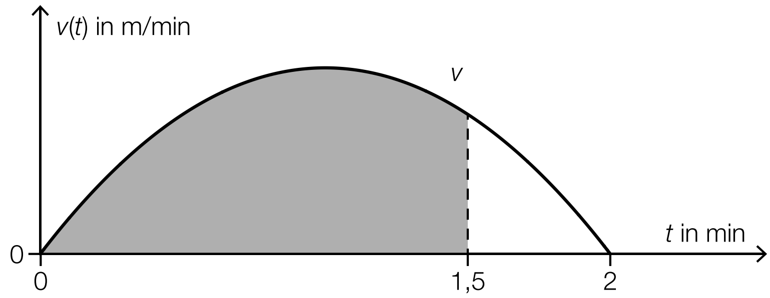
$p(d) =$ ____________________________________ *[0/1 P.]*

b) Laurin macht einen Tauchgang und taucht dabei schräg nach unten. Seine Geschwindigkeit in vertikaler Richtung beim Abtauchen wird dabei modellhaft durch die quadratische Funktion $v: [0; 2] \to \mathbb{R}$ beschrieben.

Dabei gilt: $v(t) = c \cdot t \cdot (t - 2)$ mit $c \in \mathbb{R}\setminus\{0\}$

t ... Zeit ab Beginn des Abtauchens in min
$v(t)$ ... Geschwindigkeit in vertikaler Richtung zum Zeitpunkt t in m/min

Der Graph von v ist in der nachstehenden Abbildung dargestellt.



1) Interpretieren Sie den Flächeninhalt des in der obigen Abbildung grau markierten Bereichs im gegebenen Sachzusammenhang. *[0/1 P.]*

Laurin erreicht 2 min nach Beginn des Abtauchens eine Tauchtiefe von 16 m.

2) Ermitteln Sie c. *[0/1 P.]*

3) Ermitteln Sie dasjenige Zeitintervall, in dem Laurins Geschwindigkeit in vertikaler Richtung mindestens 9 m/min beträgt. *[0/1 P.]*

Teich* (2_132)

In einem künstlich angelegten Teich befinden sich 129 m^3 Wasser.

a) Der Teich kann über zwei Abflüsse vollständig entleert werden.

Wird nur der eine Abfluss geöffnet, so dauert die vollständige Entleerung 10 h.
Wird nur der andere Abfluss geöffnet, so dauert die vollständige Entleerung 6 h.
Die jeweilige Abflussgeschwindigkeit ist dabei im gesamten Zeitraum konstant.
Die Zeitdauer, die zur vollständigen Entleerung benötigt wird, wenn beide Abflüsse gleichzeitig geöffnet sind, wird mit T bezeichnet.

1) Berechnen Sie T. *[0/1 P.]*

b) Der vollständig entleerte Teich wird wieder mit 129 m^3 Wasser befüllt.

Die Funktion $d\colon \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}^+$ gibt die Fülldauer $d(z)$ in Abhängigkeit von der konstanten Zuflussgeschwindigkeit z an (z in m^3/h, $d(z)$ in h).

1) Stellen Sie eine Funktionsgleichung von d auf.

$d(z) =$ ____ *[0/1 P.]*

Die Funktion h beschreibt in Abhängigkeit von der Zeit t die Höhe der Wasseroberfläche über dem tiefsten Punkt des Teiches bei der konstanten Zuflussgeschwindigkeit $z = 6$ m^3/h (t in h, $h(t)$ in m).

Für die momentane Änderungsrate der Höhe der Wasseroberfläche gilt:

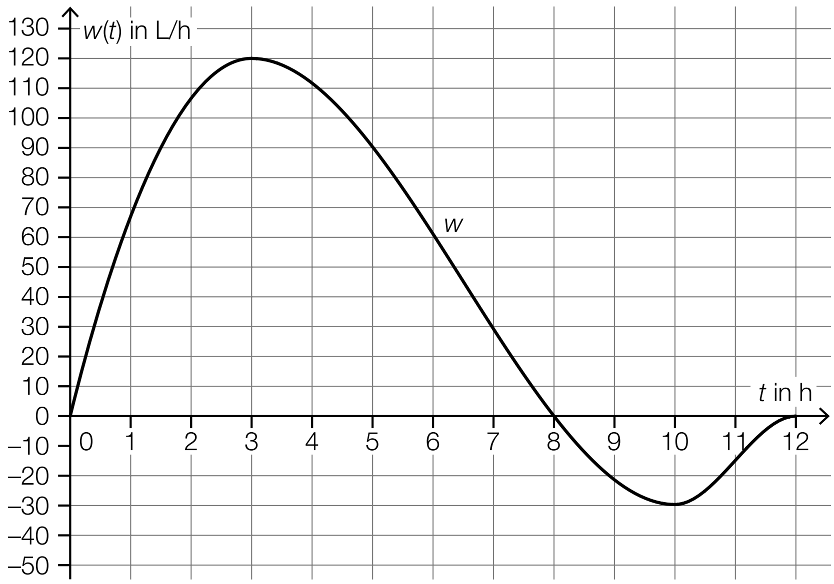
$h'(t) = \dfrac{15}{\sqrt{2738 \cdot \pi \cdot t}}$ mit $t > 0$

2) Ermitteln Sie, um wie viele Meter die Höhe der Wasseroberfläche in den letzten 10 h der Befüllung ansteigt. *[0/1 P.]*

c) Durch Regen und Verdunstung ändert sich die Wassermenge im Teich.

Die Funktion w: $[0;12] \to \mathbb{R}$ beschreibt näherungsweise die momentane Änderungsrate der Wassermenge im Teich in Abhängigkeit von der Zeit t (t in h, $w(t)$ in L/h).

In der nachstehenden Abbildung ist der Graph von w dargestellt.



1) Ordnen Sie den vier Aussagen jeweils das passende größtmögliche Zeitintervall aus A bis F zu. *[0/½/1 P.]*

Die Wassermenge im Teich nimmt ab.	
Die Wassermenge im Teich nimmt immer schneller zu.	
Die momentane Änderungsrate der Wassermenge im Teich nimmt ab.	
Die Wassermenge im Teich nimmt zu.	

A	(0; 3)
B	(3; 10)
C	(8; 12)
D	(3; 12)
E	(8; 10)
F	(0; 8)

Wachstum von Tierpopulationen* (2_136)

a) Die Populationsgröße (Anzahl der Individuen) einer bestimmten Tierart kann modellhaft durch die Funktion N: $\mathbb{R}_0^+ \to \mathbb{R}^+$ in Abhängigkeit von der Zeit t beschrieben werden.

Dabei gilt:

$$N(t) = \frac{500}{1 + 4 \cdot e^{-0{,}2 \cdot t}}$$

t ... Zeit in Wochen
$N(t)$ ... Populationsgröße zum Zeitpunkt t

Zum Zeitpunkt t_v ist die Population auf das Doppelte ihrer Größe zum Zeitpunkt $t = 0$ angewachsen.

1) Berechnen Sie t_v. *[0/1 P.]*

b) Die Wachstumsgeschwindigkeit einer anderen Tierpopulation lässt sich durch die Polynomfunktion f mit $f(t) = a \cdot t^2 + b \cdot t + c$ mit $a, b, c \in \mathbb{R}$ und $a \neq 0$ modellieren. Dabei gibt $f(t)$ die momentane Änderungsrate der Anzahl der Individuen in Abhängigkeit von der Zeit t an (t in Wochen, $f(t)$ in Individuen pro Woche).

Die Wachstumsgeschwindigkeit zum Zeitpunkt $t = 0$ beträgt 15 Individuen pro Woche und erreicht nach 7 Wochen ihr Maximum. Nach 35 Wochen beträgt die Wachstumsgeschwindigkeit 0 Individuen pro Woche.

1) Stellen Sie eine Funktionsgleichung von f auf.

$f(t) =$ ____________________ *[0/1 P.]*

Es wird angenommen, dass die Tierpopulation zu Beginn der Beobachtungen aus 50 Individuen besteht.

2) Interpretieren Sie $50 + \int_0^7 f(t)\,\mathrm{d}t$ im gegebenen Sachzusammenhang. *[0/1 P.]*

Einer der nachstehenden Ausdrücke beschreibt die mittlere Änderungsrate der Größe der Tierpopulation im Zeitintervall $[t_1; t_2]$ mit $t_1 < t_2$.

3) Kreuzen Sie den jedenfalls zutreffenden Ausdruck an. *[1 aus 6]* *[0/1 P.]*

$\frac{f(t_2) - f(t_1)}{t_2 - t_1}$	☐
$\frac{\int_{t_1}^{t_2} f(t)\,\mathrm{d}t}{t_2 - t_1}$	☐
$\int_0^{t_1} f(t)\,\mathrm{d}t - \int_0^{t_2} f(t)\,\mathrm{d}t$	☐
$\frac{f(t_2) - f(t_1)}{t_2}$	☐
$f(t_2) - f(t_1)$	☐
$\frac{f(t_2) - f(t_1)}{f(t_1)}$	☐

Alle Lösungen

Lösung: Belastungstests* (2_140)

a1) $60 \cdot [3 \cdot (300 + 320 + 340 + 360) + 380] = 260\,400$

Die von Katharina im Zeitintervall [30; 43] verrichtete Arbeit beträgt 260 400 J.

a2) $c_1(t) = 1{,}95$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$t = 28{,}9...$
$P(28{,}9...) = 280$

Die Leistung bei einer Laktatkonzentration von 1,95 mmol/L beträgt 280 Watt.

a3) Bedeutung der Zahl 2: Die Herzfrequenz nimmt pro Minute um 2 Schläge/min zu.
Bedeutung der Zahl 85: Die Herzfrequenz zu Beginn des Belastungstests beträgt 85 Schläge/min.

Das Angeben der Zahlen 2 und 85 ist für die Punktevergabe nicht erforderlich.

b1) t_{max} ... Zeitpunkt des maximal erreichten Wertes der Laktatkonzentration

$c_2'(t_{\text{max}}) = 0$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$t_{\text{max}} = 6{,}155...$
$c_2(6{,}155...) = 17{,}69...$
$\frac{17{,}69...}{2} = c_2(t_1)$
$t_1 = 21{,}1...$ min

Lösung: Bungee-Jumping* (2_138)

a1) $h(0) = a \cdot \left(e^{-0{,}03 \cdot 0} \cdot \cos\left(\frac{\pi \cdot 0}{6}\right) + 1\right) = 90$

$2 \cdot a = 90$
$a = 45$

a2) $h(t) = 70$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$t_1 = 1{,}803...$ $\quad t_2 = 10{,}663...$ $\quad t_3 = 13{,}149...$
$d = t_1 + (t_3 - t_2) = 4{,}289...$

a3) $h'(t) = 0$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

lokales Minimum: $T_1 = (5{,}890...|7{,}351...)$
lokales Maximum: $H_1 = (11{,}890...|76{,}446...)$
$76{,}446... - 7{,}351... = 69{,}095...$

Sabine wird rund 69,1 m nach oben gezogen, bevor sie erneut fällt.

a4)

①	
$h''(t_1) = 0$	☒

②	
$\lvert h'(t_1)\rvert$	☒

Lösung: Flugreisen* (2_133)

a1) $\frac{147 - 54}{54} = 1{,}7\dot{2}$

Die Parkgebühren am Flughafen Innsbruck waren um rund 172 % höher als die Parkgebühren am Flughafen Salzburg.

a2) $G = 6 \cdot D - K - 54 - L - W - 147$

b1) $32 \cdot \frac{70}{2} = 1\,120$

Die Länge des bis zum Abheben zurückgelegten Weges beträgt 1 120 m.

c1)

①	
höchstens	☒

②	
122	☒

Lösung: Hausdach * (2_144)

a1) Mit dem Ausdruck kann man die gesamte Wassermenge in L berechnen, die sich 6 Stunden nach Beginn des Regens in der Regenwassertonne befindet.

a2)

F ist streng monoton steigend.	☒
Der Graph von F ändert bei $t_1 = 1{,}4$ das Krümmungsverhalten.	☒

b1) $e: X = \begin{pmatrix} 12 \\ 3 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -3 \end{pmatrix}$ mit $r \in \mathbb{R}$

Die Angabe von „$r \in \mathbb{R}$" ist für die Punktevergabe nicht erforderlich.

b2)

①	
zueinander windschief	☒

②	
h verläuft parallel zur y-Achse	☒

Lösung: Slackline * (2_142)

a1)

①	
direkt proportionalen	☒

②	
indirekt proportionalen	☒

a2) $d = \frac{6}{\tan(80°)} = 1{,}057...$

$F = \frac{10 \cdot 12 \cdot 80}{4 \cdot 1{,}057...}$

$F = 2\,268{,}5...$ N

a3) $1 - (1 - p)^{10} - 10 \cdot p \cdot (1 - p)^9 = 0{,}99$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$p = 0{,}504...$

b1) $\tan(90° - \varphi) = f'(6)$

oder:

$\tan(\varphi) = \frac{1}{f'(6)}$

Lösung: Taschenlampen* (2_139)

a1) $3 + 19{,}5 = 4{,}1 + n$

$n = 18{,}4$

$y_B = \sqrt{4{,}1^2 - (18{,}4 - 17{,}5)^2} = 4$

b1)

Die Taschenlampe ist defekt und hat die falsche Farbe.	C
Die Taschenlampe hat die richtige Farbe.	A
Die Taschenlampe ist nicht defekt, sie hat die richtige Farbe und sie hat keine Aufbewahrungstasche.	F
Die Taschenlampe weist mindestens 1 dieser 3 Fehler auf.	B

A	$0{,}98$
B	$1 - (1 - p_1) \cdot 0{,}98 \cdot 0{,}99$
C	$p_1 \cdot 0{,}02$
D	$1 - p_1 \cdot 0{,}02 \cdot 0{,}01$
E	$p_1 \cdot 0{,}02 \cdot 0{,}01$
F	$(1 - p_1) \cdot 0{,}98 \cdot 0{,}01$

c1) $K(x) = 0{,}11 \cdot x^3 - 0{,}9 \cdot x^2 + 3 \cdot x + 42$

c2) $G(x) = a \cdot x - (0{,}11 \cdot x^3 - 0{,}9 \cdot x^2 + 3 \cdot x + 42)$
$G(5) \geq 100$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$a \geq 29{,}65$

Der kleinstmögliche Preis beträgt 29,65 GE/ME.

Lösung: Tauchen im Grundlsee * (2_143)

a1) $p(d) = 98 \cdot d + 930$

b1) Der Flächeninhalt des grau markierten Bereichs entspricht der Tauchtiefe, die 1,5 Minuten ab Beginn des Abtauchens erreicht wurde.

oder:

Der Flächeninhalt des grau markierten Bereichs entspricht dem 1,5 Minuten ab Beginn des Abtauchens in vertikaler Richtung zurückgelegten Weg.

Eine Interpretation als „Länge des zurückgelegten Weges" ist nicht als richtig zu werten.

b2) $16 = \int_0^2 v(t)\,\mathrm{d}t = \int_0^2 c \cdot t \cdot (t-2)\,\mathrm{d}t = c \cdot \int_0^2 t \cdot (t-2)\,\mathrm{d}t = c \cdot \left(-\frac{4}{3}\right)$
$c = -12$

b3) $v(t) = 9$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$t_1 = 0{,}5$
$t_2 = 1{,}5$

Im Zeitintervall [0,5; 1,5] beträgt Laurins Geschwindigkeit in vertikaler Richtung mindestens 9 m/min.

Lösung: Teich* (2_132)

a1) $\left(\frac{129}{10} + \frac{129}{6}\right) \cdot T = 129$
$T = 3{,}75$ h

b1) $d(z) = \frac{129}{z}$

b2) $d(6) = 21{,}5$

$\int_{11{,}5}^{21{,}5} h'(t)\,\mathrm{d}t = 0{,}40...$

Die Höhe der Wasseroberfläche steigt in den letzten 10 h der Befüllung um rund 0,4 m an.

c1)

Die Wassermenge im Teich nimmt ab.	C
Die Wassermenge im Teich nimmt immer schneller zu.	A
Die momentane Änderungsrate der Wassermenge im Teich nimmt ab.	B
Die Wassermenge im Teich nimmt zu.	F

A	(0; 3)
B	(3; 10)
C	(8; 12)
D	(3; 12)
E	(8; 10)
F	(0; 8)

Lösung: Wachstum von Tierpopulationen* (2_136)

a1) $N(0) = 100$

$N(t_v) = 2 \cdot N(0)$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$t_v = 4{,}9...$

b1) $f(t) = a \cdot t^2 + b \cdot t + c$

$f(0) = 15,\ f(35) = 0,\ f'(7) = 0$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$f(t) = -\frac{1}{49} \cdot t^2 + \frac{2}{7} \cdot t + 15$

b2) Der Ausdruck gibt die Größe der Tierpopulation (Anzahl der Individuen) nach 7 Wochen an.

b3)

$\frac{\int_{t_1}^{t_2} f(t)\,\mathrm{d}t}{t_2 - t_1}$	☒