LINEARE FUNKTIONEN

Eine Zusammenfassung

Mathe 1BK2T1 - Bsr

LINEARE FUNKTION

Polynomfunktion
ersten Grades

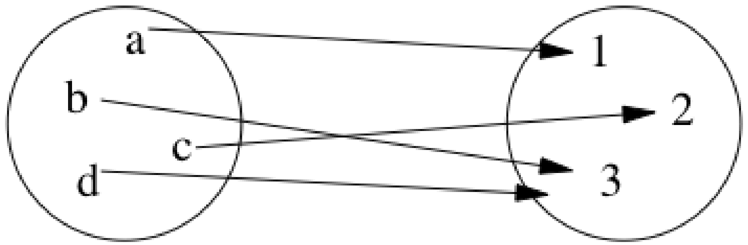
→der Graph ist eine **Gerade**

→Steigung bleibt gleich

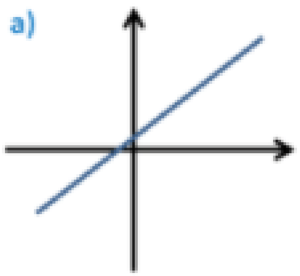
eindeutige Zuordnung

→zu jedem x-Wert gibt es <u>genau einen</u> y-Wert

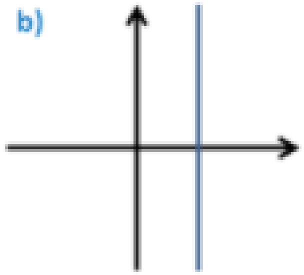
$x \mapsto y$



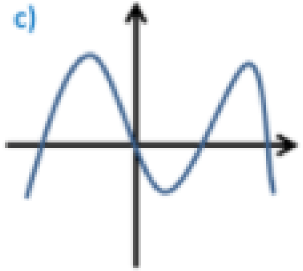
Tipp: Geodreieck entlang der x-Achse führen



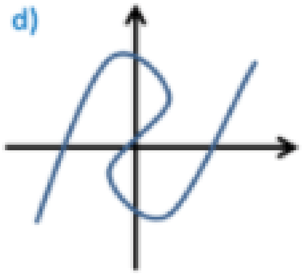
lineare Funktion!



Keine Funktion!

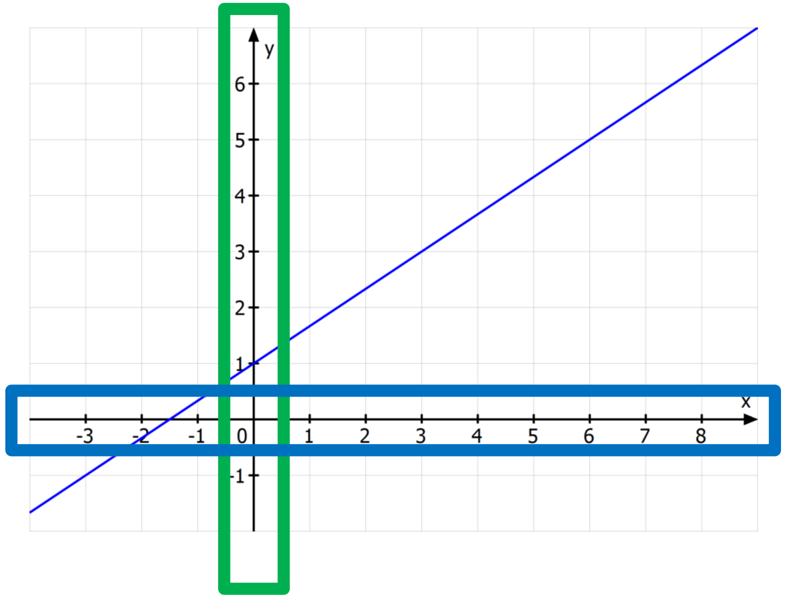


Funktion!



Keine Funktion!

WICHTIGE BEGRIFFE



- **Definitionsmenge D**

= Ausgangsmenge

→alle Werte/Zahlen, die x annehmen darf (hier D = $\mathbb{R}$)

- **Wertebereich W**

= Menge aller möglichen Funktionswerte

→alle Werte, die y bzw. f(x) annehmen kann (hier W = $\mathbb{R}$)

WICHTIGE BEGRIFFE

- **Funktionsterm**: $f(x) = 2x + 3$
- **Funktionsgleichung**: $y = 2x + 3$
- **Funktionswert (von x)**: $f(x)$ (Funktionswert an der Stelle x)

  Wert für f, wenn ich ein bestimmtes x einsetze

  Beispiel: $x = 4$ einsetzen, sodass $y = 2 \cdot 4 + 3 = 11$

  →Der Funktionswert für $x = 4$ beträgt 11.

  → $f(4) = 11$

HAUPTFORM DER GERADENGLEICHUNG

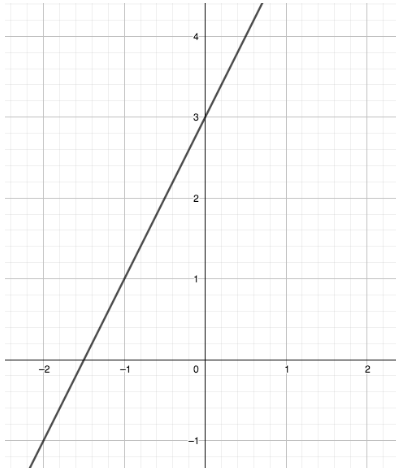
$$f : y = m\,x + b$$

Steigung

y- Achsenabschnitt

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

Beispiel: $f\!: y = 2\,x + 3$



Für $m>0$ ist eine Gerade steigend.
Für $m<0$ ist eine Gerade fallend.
Für $m=0$ ist die Gerade auf der x-Achse (falls $b=0$)
oder parallel zu der x-Achse.

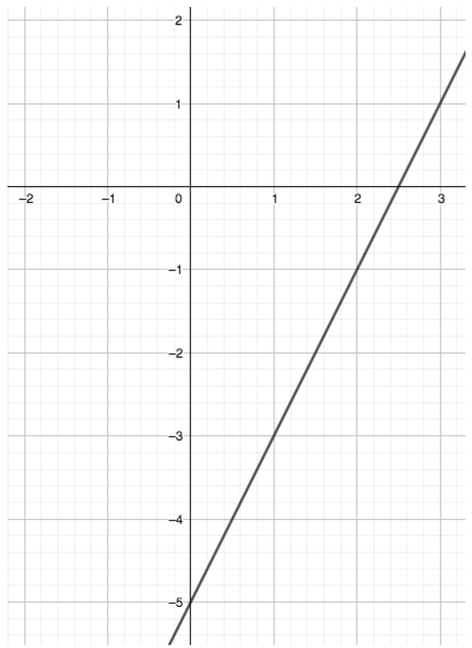
PUNKT-STEIGUNGSFORM DER GERADENGLEICHUNG

$f : y = m\,(x - x_p) + y_p$

Steigung

Koordinaten von P

Beispiel:



P (4 / 3)

$f: y = 2\,(x - 4) + 3$

SONDERFÄLLE

- Gleichung einer Ursprungsgeraden: $y = m\,x$

- Gleichung der Winkelhalbierenden:
  1. Winkelhalbierende $y = x$
  2. Winkelhalbierende $y = -x$

- Parallele zur y-Achse: Gleichung $x = a;\ a \in \mathbb{R}$
- Parallele zur x-Achse: Gleichung $y = b;\ b \in \mathbb{R}$

- Parallele Geraden g und k: Bedingung für die Steigungen: $m_g = m_h$
- Zueinander senkrechte Geraden g und k: Bedingung für die Steigungen: $m_g = -\frac{1}{m_k}$

LIEGT DER PUNKT AUF DEM SCHAUBILD DER FUNKTION?

Punktprobe:

1) x-Koordinaten und y-Koordinaten in die Geradengleichung **einsetzen**

2) prüfen, ob die Gleichung eine **wahre Aussage** ergibt

Beispiel:

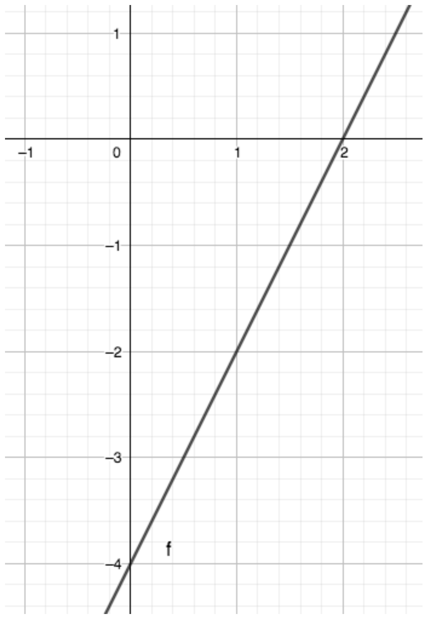
Liegt der Punkt P (3 / 2) auf der Geraden zur Funktion f (x) = 2 x – 4?

*<u>Lösung</u>***:**

$2 = 2 \cdot 3 - 4$

$2 = 2$ *wahr* ➔ $P\,(3\,/\,2) \in f$

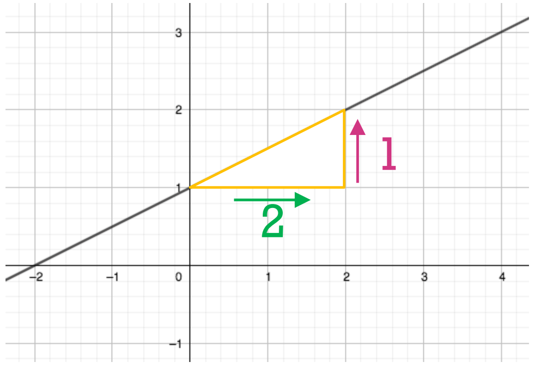
➔ ***Antwort:*** *P liegt auf dem Schaubild der Funktion f.*



ZEICHNEN LINEARER FUNKTIONEN

Allgemeine Funktionsgleichung: f: y = mx + b

Beispiel: $f{:}\ y = 0{,}5\,x + 1$



1) Verschieben ab (0/0) um b in y-Richtung

2) Im Punkt (0/b) das Steigungsdreieck ansetzen

a) Stelle m als Bruch dar.

Beispiel: $m = 0{,}5 = \frac{5}{10} = \frac{1}{2} = \frac{\Delta y}{\Delta x}$

a) Der Nenner gibt an, wie viele LE man in x-Richtung geht. ➔ *2 nach rechts*

(positiver Nenner →nach rechts; negativer Nenner →nach links)

a) Der Zähler gibt an, wie viele LE man in y-Richtung geht. ➔ *1 nach oben*

(positiver Zähler →nach oben; negativer Zähler →nach unten)

$-\frac{1}{2} = \frac{-1}{2} = \frac{1}{-2}$

‼ aber: $-\frac{1}{2} \neq \frac{-1}{-2}$

NULLSTELLEN FINDEN

Nullstelle bedeutet Schnittpunkt S_x mit der x-Achse

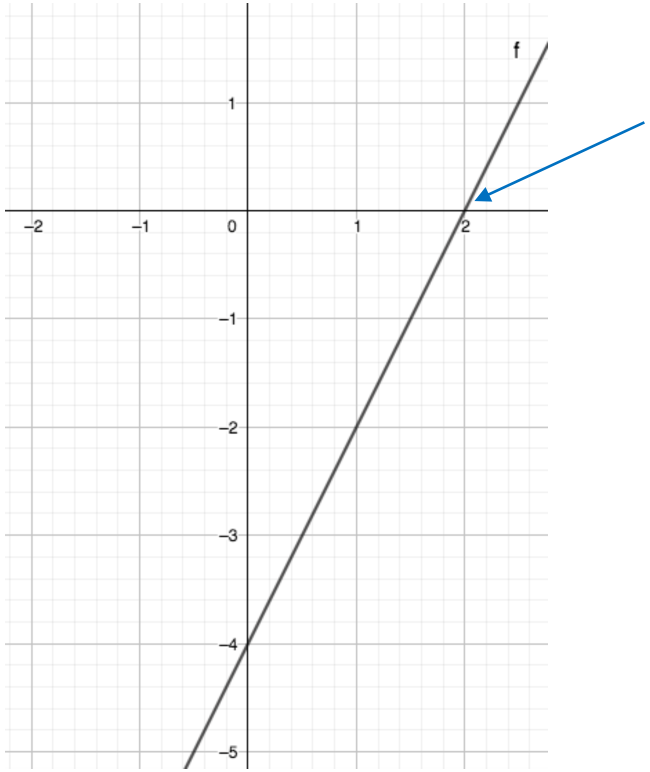
1) Die Geradengleichung $y = 0$ setzen
2) Gleichung entsprechend nach x auflösen

Beispiel: $f: y = 2x - 4$

$\rightarrow$*Setze* $y = 0$

$$
\begin{aligned}
& 0 = 2x - 4 && |+4 \\
\Leftrightarrow\ & 4 = 2x && |:2 \\
\Leftrightarrow\ & 2 = x &&
\end{aligned}
$$

$\rightarrow$***Antwort***: *Die Nullstelle der Funktion f ist N(2|0) oder S_x (2|0).*



SCHNITTPUNKT S_Y MIT Y-ACHSE FINDEN

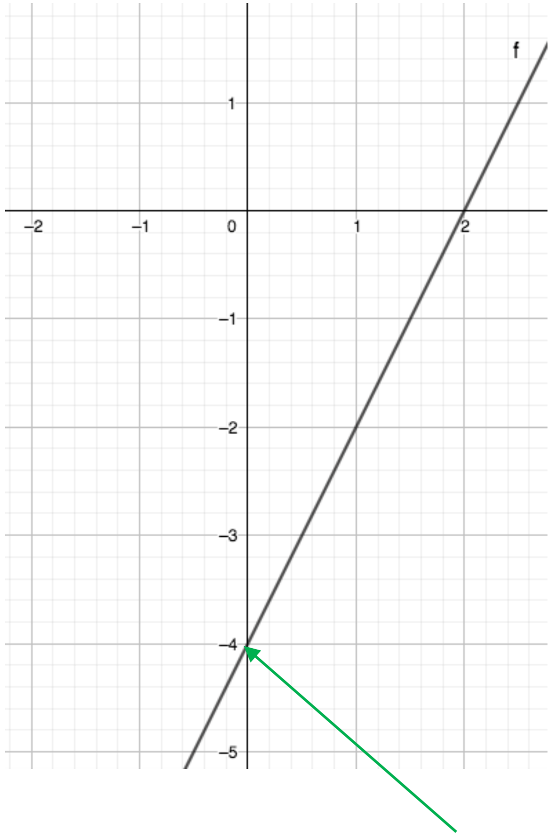
1) In der Geradengleichung $x = 0$ setzen
2) Gleichung entsprechend nach y auflösen

Beispiel: $f: y = 2x - 4$

→*Setze* $x = 0$

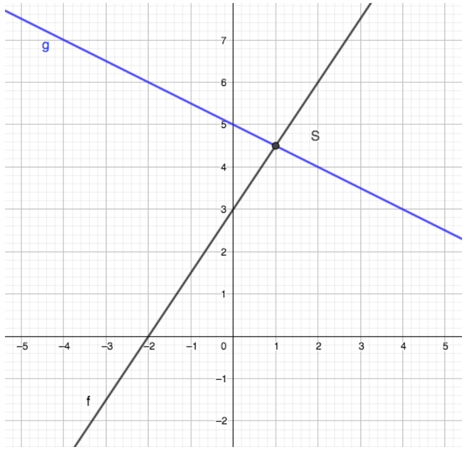
$$y = 2 \cdot 0 - 4$$
$$\Leftrightarrow \quad y = 0 - 4$$
$$\Leftrightarrow \quad y = -4$$

→***Antwort**: Der Schnittpunkt mit der y-Achse ist* $S_y\,(0\,|\,-4)$.



SCHNITTPUNKT ZWEIER GERADEN FINDEN

1) Funktionsterme gleichsetzen: f(x) = g(x)



Beispiel: $f(x) = \frac{3}{2}x + 3$ und $g(x) = -\frac{1}{2}x + 5$

→*Setze f(x) = g(x):* $\frac{3}{2}x + 3 = -\frac{1}{2}x + 5 \mid +\frac{1}{2}x$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{3}{2}x + \frac{1}{2}x + 3 = 5 \qquad \mid -3$$

$$\Leftrightarrow \quad 2x = 2 \qquad \mid :2$$

$$\Leftrightarrow \quad x = 1$$

2) x-Wert in einen der beiden Funktionsterme einsetzen

$f(1) = \frac{3}{2} \cdot 1 + 3 = \frac{3}{2} + \frac{6}{2} = \frac{9}{2} = 4{,}5$ →$y = 4{,}5$

→***Antwort****:* *Der Schnittpunkt der beiden Geraden ist S (1 | 4,5).*

GERADENGLEICHUNG BESTIMMEN I

gegeben: y-Achsenabschnitt b und ein Punkt P auf der Geraden

Beispiel: $b = 2$ und $P\,(-2\,|\,1)$

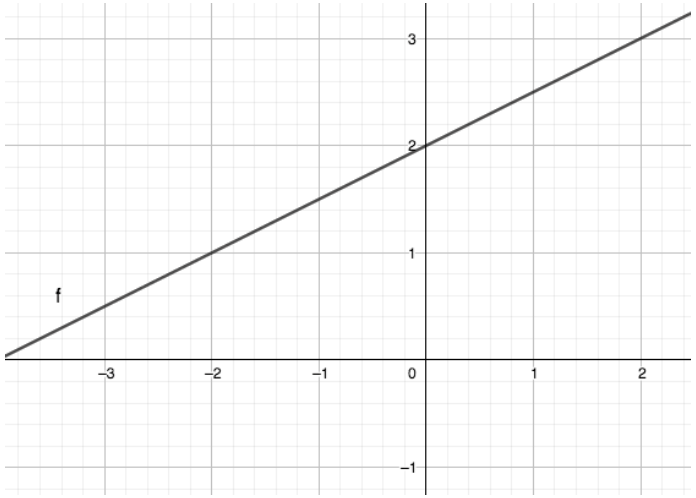
Allgemeine Geradengleichung: $y = mx + b$

1) *b einsetzen:* $y = mx + 2$
2) *P (-2 | 1) einsetzen:* $1 = m \cdot (-2) + 2 \quad |-2$

$$\Leftrightarrow \quad -1 = m \cdot (-2) \quad |:(-2)$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{-1}{-2} = m$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{1}{2} = m$$



➔***Antwort:*** *Die Funktionsgleichung lautet f:* $y = \frac{1}{2}x + 2$.

GERADENGLEICHUNG BESTIMMEN II

gegeben: Steigung m und ein Punkt P auf der Geraden

Beispiel: $m = 2$ *und* $P\,(-2\,|\,1)$

Allgemeine Geradengleichung: $y = mx + b$

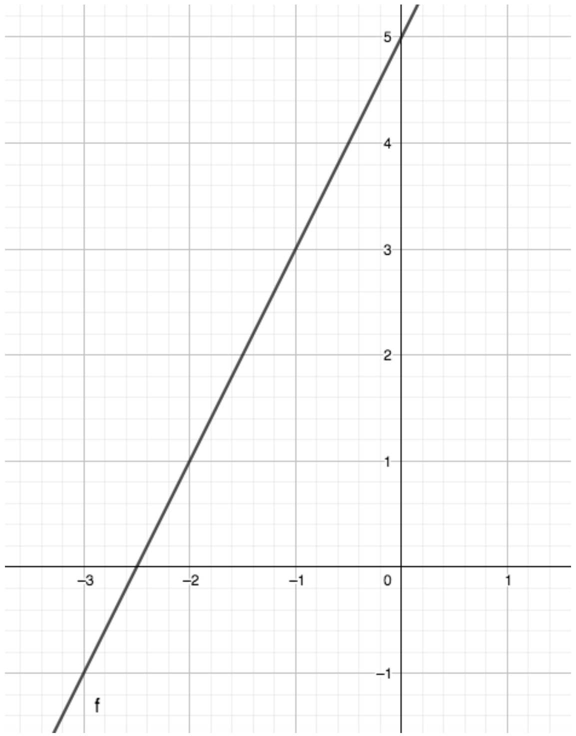
1) *m einsetzen:* $y = 2x + b$

2) *P (-2 | 1) einsetzen:* $1 = 2 \cdot (-2) + b$

$\Leftrightarrow \quad 1 = -4 + b \quad |+4$

$\Leftrightarrow \quad 5 = b$

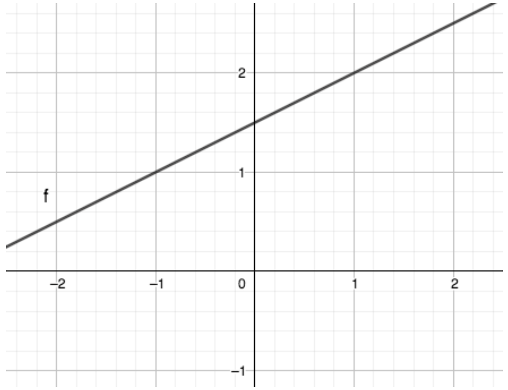
➔***Antwort:*** *Die Funktionsgleichung lautet f:* $y = 2x + 5$.



GERADENGLEICHUNG BESTIMMEN III

gegeben: zwei Punkte $P(x_1|y_1)$ und $Q(x_2|y_2)$ auf der Geraden

Beispiel: P (1|2) und Q (5|4)



1) Steigung m bestimmen: $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{4-2}{5-1} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

2) m in allg. Gleichung einsetzen: $y = \frac{1}{2} x + b$

3) $P(x_1|y_1)$ einsetzen: $2 = \frac{1}{2} \cdot 1 + b$

$$\Leftrightarrow \quad 2 = \frac{1}{2} + b \qquad \left| -\frac{1}{2}\right.$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{2}{1} - \frac{1}{2} = b$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{4}{2} - \frac{1}{2} = b$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{3}{2} = b$$

➔***Antwort:*** *Die Funktionsgleichung lautet f: $y = \frac{1}{2} x + \frac{3}{2}$.*

ALTERNATIVE:
Lösung mithilfe eines linearen Gleichungssystems