# GRUNDWISSEN MATHE

Eine Zusammenfassung

Mathe 1BK2T1 - Bsr

# ZAHLENMENGEN

Eine **Zahlenmenge** ist eine Zusammenfassung von unterscheidbaren Zahlen.

(*Bezeichnung mit großen lateinischen Buchstaben*)

**$\mathbb{N}$ Natürliche Zahlen**

($\mathbb{N}^*$ Natürliche Zahlen <u>ohne</u> Null)

**$\mathbb{Z}$ Ganze Zahlen**

**$\mathbb{Q}$ Rationale Zahlen**

(„Menge aller Zahlen, die sich als Bruch darstellen lassen“)

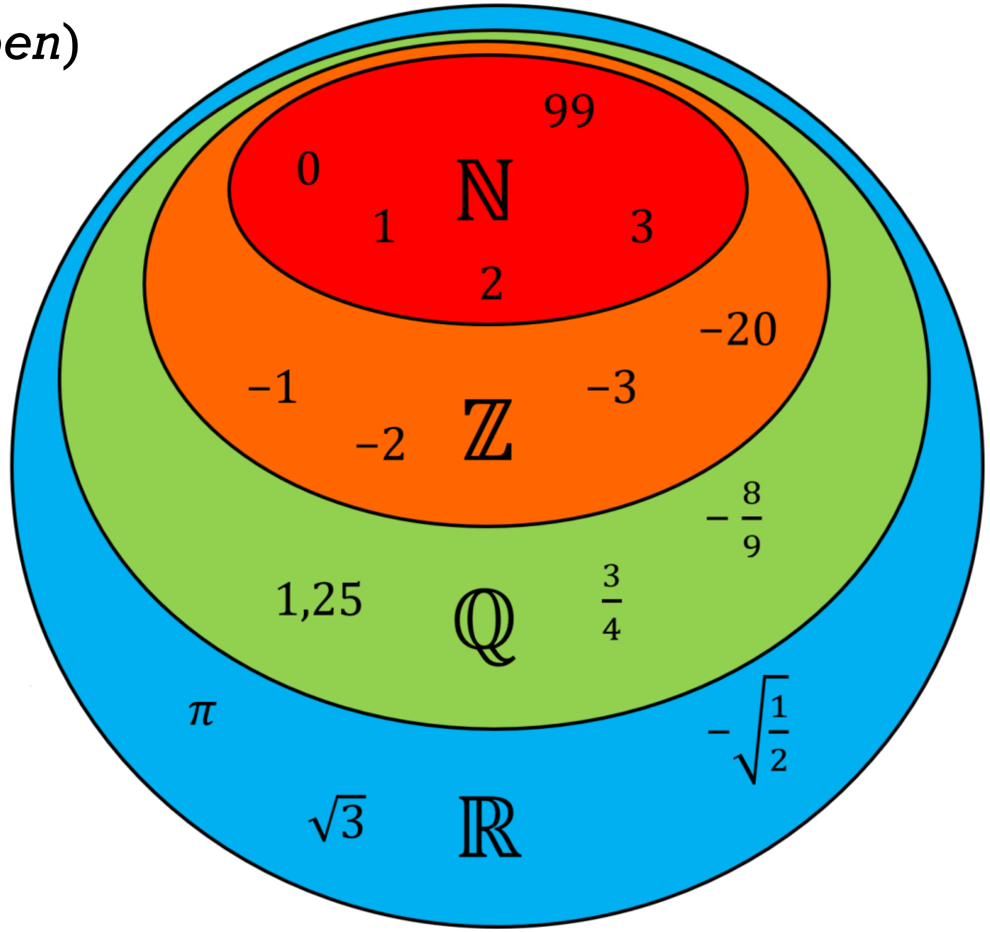
**$\mathbb{R}$ Reelle Zahlen**

(„Menge aller rationalen und irrationalen Zahlen“)

($\mathbb{R}^*$ Reelle Zahlen <u>ohne</u> Null)

($\mathbb{R}+$ <u>positive</u> reelle Zahlen; Null ist enthalten)

($\mathbb{R}-$ <u>negative</u> reelle Zahlen; Null ist enthalten)




$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$

($\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$ **bedeutet:** $\mathbb{N}$ *ist Teilmenge von* $\mathbb{Z}$; *d.h. jede natürliche Zahl ist auch eine ganze Zahl.*)

# ALGEBRAISCHE FACHBEGRIFFE I

**Terme** sind Zahlen, Variablen oder eine Kombination aus Zahlen, Variablen und Rechenzeichen.

**Addition:**

Summanden

$$\underbrace{3 + 4}_{\text{Summe}} = 7$$

**Subtraktion:**

$$\underbrace{\overset{\text{Minuend}}{4} - \overset{\text{Subtrahend}}{3}}_{\text{Differenz}} = 1$$

**Multiplikation:**

Faktoren

$$\underbrace{3 \cdot 4}_{\text{Produkt}} = 12$$

**Division:**

$$\underbrace{\overset{\text{Dividend}}{12} : \overset{\text{Divisor}}{3}}_{\text{Quotient}} = 4$$

# RECHNEN MIT TERMEN

**(1) Gleichartige Glieder lassen sich zusammenfassen.**

- *Beispiel:* $2x + 5y - 4x - 15y - 23x + 2{,}5y = 2x - 4x - 23x + 5y - 15y + 2{,}5y = -25x - 7{,}5y$

**(2) Rechenzeichen und Vorzeichen vor der Klammer beachten.**

- Eine Klammer, vor der das Rechenzeichen „+“ steht (oder keines), löst man auf, indem man sie weglässt.
  *Beispiel:* $4a + (3 - a) = 4a + 3 - a = 3a + 3$
  $(5x - 2) + x = 5x - 2 + x = 6x - 2$
- Eine Klammer, vor der das Rechenzeichen „–„ steht, löst man auf, indem man alle Vorzeichen in der Klammer umdreht.
  *Beispiel:* $-(4a - 2b) - (b - a) + 5a = -4a + 2b - b + a + 5a = 2a + b$

**(3) Jedes Glied der Summe wird mit dem Faktor multipliziert. Gliedweise ausmultiplizieren.**

- *Beispiel:* $6(x - 2y) - 8(3 - 4x - 2y) + 1 = 6x - 12y - 24 + 32x + 16y + 1 = 38x + 4y - 23$

**(4) Kommutativgesetz: Faktoren dürfen vertauscht werden.**

- *Beispiel:* $\frac{2}{3}xy \cdot (-3x) = \frac{2}{3} \cdot (-3) \cdot x \cdot x \cdot y = -2x^2y$

**(5) Geschachtelte Klammern werden von innen nach außen aufgelöst.**

- *Beispiel:* $-[4a - (3 - a)] = -[4a - 3 + a] = -[5a - 3] = -5a + 3$

**(6) Multiplikation von Summen.**

- Zwei Klammern multipliziert man, indem man jeden Summanden der ersten mit jedem Summanden der zweiten Summe multipliziert und die Ergebnisse addiert.
- *Beispiel:* $(a - 3)(a + 8) = a^2 - 3a + 8a - 3 \cdot 8 = a^2 + 5a - 24$

**KlaPoPS-Regel beachten: KLAMMER vor POTENZ vor PUNKT vor STRICH!**

# BINOMISCHE FORMELN

- **1. Binomische Formel:** $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- **2. Binomische Formel:** $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- **3. Binomische Formel:** $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$

# ALGEBRAISCHE FACHBEGRIFFE II



$$\text{Bruch: } \frac{\text{Zähler}}{\text{Nenner}}$$

Beim **Kehrbruch** sind Zähler und Nenner vertauscht.

*Beispiele:* $\frac{3}{8}$ → Kehrbruch: $\frac{8}{3}$

$\frac{1}{5}$ → Kehrbruch: $\frac{5}{1} = 5$

$4 = \frac{4}{1}$ → Kehrbruch: $\frac{1}{4}$

Brüche lassen sich auf verschiedene Arten schreiben.

Beim **unechten** Bruch ist der Zähler größer als der Nenner:

*Beispiel:* $\frac{9}{4} = 2\frac{1}{4} = 2{,}25$

***unechter** Bruch* — *gemischter Bruch* — *Dezimalbruch*

Beim **echten** Bruch ist der Zähler kleiner als der Nenner:

*Beispiel:* $\frac{1}{3} = 0{,}333\ldots = 0{,}\overline{3}$

***echter** Bruch* — *periodischer Dezimalbruch*

**Bitte beachten:** $\frac{0}{1} = 0$ **, aber** $\frac{1}{0}$ **ist nicht definiert!**

# RECHNEN MIT BRÜCHEN

**(1) Kürzen: Man dividiert Zähler und Nenner durch dieselbe Zahl.**

*Beispiel:* $\frac{4}{6} = \frac{4:2}{6:2} = \frac{2}{3}$

**(2) Erweitern: Man multipliziert Zähler und Nenner mit derselben Zahl.**

*Beispiel:* $\frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 2}{3 \cdot 2} = \frac{4}{6}$

**(3) Gleichnamig machen: Man erweitert so, dass die Brüche den gleichen Nenner (Hauptnenner) haben.**

*Beispiel:* $\frac{2}{3}$ und $\frac{3}{4}$ ➔ $\frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 4}$ und $\frac{3 \cdot 3}{4 \cdot 3}$ ➔ $\frac{8}{12}$ und $\frac{9}{12}$

**(4) Addieren und Subtrahieren:**

**Bei gleichnamigen Brüchen:** Zähler addieren/subtrahieren und Nenner beibehalten.

*Beispiel:* $\frac{3}{5} - \frac{4}{5} + 1 = \frac{3-4+5}{5} = \frac{4}{5}$

**Bei ungleichnamigen Brüchen:** Brücher zuerst gleichnamig machen und dann Zähler addieren/subtrahieren.

*Beispiel:* $\frac{1}{2} - \frac{6}{5} = \frac{5}{10} - \frac{12}{10} = -\frac{7}{10}$

**(5) Multiplizieren: Man multipliziert Zähler mit Zähler und Nenner mit Nenner.**

*Beispiel:* $\frac{5}{8} \cdot \frac{1}{7} = \frac{5 \cdot 1}{8 \cdot 7} = \frac{5}{56}$

**(6) Dividieren: Man dividiert durch einen Bruch, indem man mit dessen Kehrbruch multipliziert.**

*Beispiel:* $\frac{7}{8} : \frac{7}{4} = \frac{7}{8} \cdot \frac{4}{7} = \frac{1}{2}$

# RECHNEN MIT POTENZEN

**Potenz:**

$$a^n$$

Exponent: $n$; Basis: $a$

z.B. $2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2$

## POTENZGESETZE

- Potenzen mit **gleicher Basis**: $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$

  $a^n : a^m = a^{n-m}$

- Potenzen mit **gleichem Exponent**: $a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$

  $a^n : b^n = \left(\frac{a}{b}\right)^n$

- **Potenzieren:** $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$

## BESONDERHEITEN

- $a^0 = 1$
- $1^a = 1$
- $a^{-1} = \frac{1}{a}$ $\quad a^{-2} = \frac{1}{a^2}$ $\quad (a \neq 0)$
- $\sqrt{a} = a^{\frac{1}{2}}$ $(a \geq 0)$ $\quad \sqrt[3]{a} = a^{\frac{1}{3}}$ $\quad \sqrt[4]{a} = a^{\frac{1}{4}}$ $(a \geq 0)$