Test la INFORMATICĂ

Se acordă 10 puncte din oficiu. Timpul de lucru este de 3 ore.

SUBIECTUL I (30 de puncte)

Pentru itemul 1, scrieți pe foaia de examen litera corespunzătoare răspunsului corect.

1. Care dintre expresiile C/C++ de mai jos exprimă corect relația $a \in (4,9) \setminus [3,7]$?

A. !(a < 7 || a > 9)

B. (a >= 3 && a < 4) || (a > 7 && a < 9)

C. !(a < 3 | | a > 4)

D. $!(a \ge 9) \&\& (a > 7)$

Scrieți pe foaia de examen răspunsul pentru fiecare dintre cerințele următoare.

- 2. Se consideră subprogramul F de mai jos, descris în pseudocod. Subprogramul primește un număr natural nenul în parametrul n și returnează un număr natural când se oprește. Operatorul "/" denotă împărțirea întreagă, iar "%" denotă modulo (restul împărțirii întregi).
 - a. Care este valoarea returnată de subprogramul F pentru parametrul n=2395? (5p.)
 - b. Care este cel mai mic număr natural n mai mare decât 1000 astfel încât F(n) să returneze 1?(5p.)
 - c. Scrieţi în pseudocod un subprogram recursiv FRec(n) echivalent cu F(n), care nu folosește instrucțiuni repetitive și nici alte subprograme auxiliare. (5p.)
 - d. Scrieți o funcție C/C++ care implementează subprogramul F alăturat. (10p.)

subprogram F(n)

(n - număr natural nenul)

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

Pentru fiecare dintre itemii 1 și 2, scrieți pe foaia de examen litera corespunzătoare răspunsului corect.

1. Considerăm un graf neorientat cu $p \times q$ vârfuri (cu $p, q \in \mathbb{N}^*$), ce are următoarea reprezentare într-un sistem de coordonate carteziene: vârfurile corespund punctelor de coordonate (i, j), unde $0 \le i < p$, $0 \le j < q$, iar între două vârfuri există muchie dacă și numai dacă distanța dintre punctele corespunzătoare este 1. Care este numărul de muchii al grafului pentru p = 20 și q = 8? (5p.)

A. 160

B. 266

C. 292

D. 320

2. Complementul \overline{G} al unui graf neorientat G are aceleași vârfuri ca G și, pentru orice pereche de vârfuri v și u, \overline{G} conține muchia vu dacă și numai dacă aceasta nu este conținută de G. Dacă G are același număr de muchii ca și \overline{G} , atunci numărul de vârfuri din G poate fi: (5p.)

A. 21

B. 30

C: 47

D. 54

Scrieți pe foaia de examen răspunsul pentru fiecare dintre cerințele următoare.

- 3. Într-o competiție sportivă sunt n echipe, identificate prin numerele $\{0, 1, \ldots, n-1\}$. Echipele joacă fiecare cu fiecare un singur meci. La sfârșitul meciului este declarat un învingător (nu poate fi remiză). La sfârșitul competiției, echipele trebuie să fie ordonate într-o secvență $i_0, i_1, \ldots, i_{n-1}$ astfel încât echipa i_j a învins echipa i_{j+1} (pentru orice $0 \le j < n-1$).
 - a) Considerăm 4 echipe și $0 \to 1$, $0 \to 3$, $1 \to 2$, $2 \to 0$, $3 \to 1$, $3 \to 2$, unde $x \to y$ înseamnă că echipa x a învins echipa y. Scrieți o secvență care reprezintă ordonarea dorită. (2p.)
 - b) Justificați că o astfel de ordonare există întotdeauna. (3p.)
 - c) Scrieți o funcție C/C++ cu numele ordonare care returnează ordonarea cerută. Funcția are ca parametri de intrare numărul de echipe, n, și o matrice a de dimensiune $n \times n$, cu proprietatea că a[i][j] = 1 dacă echipa i a învins echipa j, altfel a[i][j] = 0 (pentru orice $0 \le i, j < n$). Funcția nu poate folosi backtracking. (5p.)

- 4. Într-o rețea de calculatoare cu n noduri (numerotate începând cu 0) există un nod de tip server, celelalte fiind de tip client. Aceste noduri sunt legate între ele cu cabluri de rețea, astfel încât serverul este legat de toți clienții și fiecare nod client este legat de exact alte două noduri client.
 - a) Dați un exemplu de o astfel de rețea cu 7 noduri. (4p.)
 - b) Scrieți o funcție C/C++ cu numele retea care primește ca parametru de intrare numărul de noduri, n, și returnează matricea de adiacență a grafului corespunzător acestei rețele. (6p.)

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

Scrieți pe foaia de examen răspunsul pentru itemul 1.

1. Se consideră funcția recursivă rac din dreapta. Ce valoare va returna apelul rac(2, 0)? (5p.)

Pentru itemul 2, scrieți pe foaia de examen litera corespunzătoare răspunsului corect.

2. Care este cel mai mare întreg E pentru care apelul rac(E,10) întoarce un număr strict pozitiv ? (5p.)

A. 1 B. 2 C. 3 D.

D. 4

```
int rac(int E, int x)
{
  if (E == 0) {
    return x;
  }
  x = rac(E - 1, x + 1);
  return rac(E - 1, x - 2);
}
```

Scrieți pe foaia de examen răspunsul pentru fiecare dintre cerințele următoare.

3. O piscină dreptunghiulară de N metri lungime pe M metri lățime (cu $N, M \in \mathbb{N}^*$) este împărțită în $N \times M$ zone de $1m^2$. O astfel de zonă are aceeași adâncime pe toată suprafața ei de $1m^2$, dar două zone diferite pot avea adâncimi diferite. Adâncimile zonelor, exprimate în metri (m), sunt numere naturale nenule și sunt salvate într-o matrice A cu N linii și M coloane.

Din cauza restricțiilor constructive ale piscinei, matricea A trebuie să fie bine definită, în sensul în care pentru toate submatricele de dimensiune 2×2 ale matricei A, numerele aflate pe oricare dintre cele două diagonale nu sunt amândouă mai mici decât fiecare dintre celelalte două elemente. În conformitate cu legile fizicii, dacă o zonă din piscină conține apă, apa tinde să se distribuie în zonele adiacente pe verticală și orizontală care au adâncimea sub nivelul apei.

Proprietarul vrea să economiească apă. Ținând cont de cererea din partea publicului, nu are nevoie să umple neapărat toată piscina, ci cel puțin o suprafață dreptunghiulară cu K zone în lungime și K zone în lățime, unde $K \leq N$ și $K \leq M$. Suprafața umplută cu apă poate fi situată oriunde în piscină. Adâncimea apei pe suprafața umplută trebuie să fie de cel puțin 1m în fiecare punct. Proprietarul vrea să să afle X, cantitatea minimă de apă necesară în acest scop.

De exemplu, pentru piscina reprezentată în matricea A din dreapta și K=2, sunt necesari $X=6m^3$ de apă, iar suprafața acoperită este dată de cele 5 zone a căror adâncime este scrisă îngroșat. Scrieți în C/C++:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & \mathbf{2} & \mathbf{3} & 1 \\ 1 & \mathbf{2} & \mathbf{2} & 1 \\ 1 & \mathbf{2} & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

- a) o funcție verifica, cu parametrii A, N, M, care determină dacă A este bine definită în sensul de mai sus (funcția întoarce 0 sau 1; presupuneți că A conține doar numere naturale nenule); (5p.)
- b) o funcție complet, cu parametrii A, N, M, care întoarce cantitatea de apă necesară pentru a umple toată piscina cu apă de adâncime cel puțin 1m (nu validați datele de intrare); (5p.)
- c) o funcție optim, cu parametrii A, N, M și K, care întoarce X, cantitatea minimă de apă necesară (nu validați datele de intrare). (10p.)