



清华大学  
Tsinghua University

# 有限元大作业第五组答辩

答辩人：毕恺峰，胡昌平，黄轩宇，易泽吉，张逸封



# 目录

- 01 stap++基本内容
- 02 stap++扩充内容
- 03 桥梁竞赛
- 04 总结及展望





## 01 stap++基本内容

- 
- 前处理
  - 各单元编写
  - 稀疏矩阵求解
  - 后处理
  - 运算结果



inp文件格式

```
*Part, name=Part-Cable50
*Node
    1,          50.,          0.,          0.
    2,          0.,          150.,          0.
*Element, type=T3D2
1, 1, 2
*Nset, nset=s_Set-42, instance=Part-Cable50-1
1,
*Tie, name=Constraint-33, adjust=yes, no rotation
s_Set-68_CNS_, m_Set-68_CNS_
*Static
1., 1., 1e-05, 1.
**
*Solid Section, elset=_PickedSet2, material=Steel
0.25,
```

```
*Instance, name=Part-SupportBeam-1, part=Part-SupportBeam
    0.,          -10.,          -30.
    0.,          -10.,          -30.,          1.,          -10.,          -30.,          90.
*End Instance
```

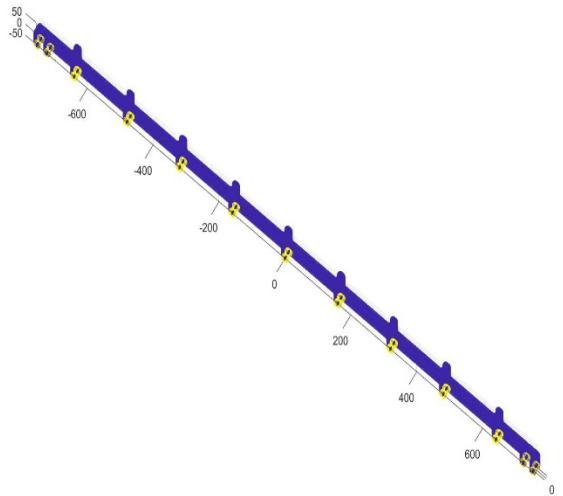
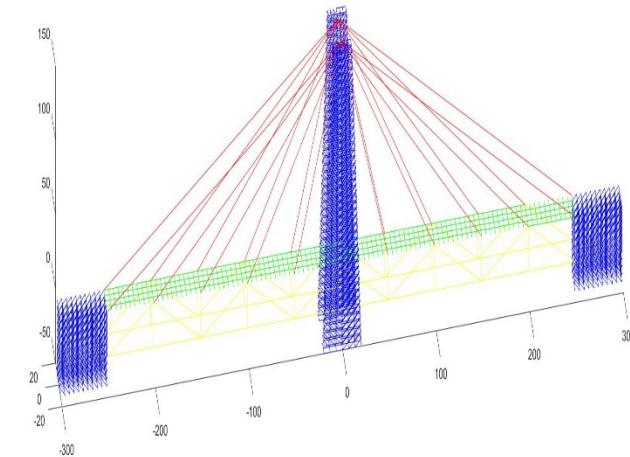
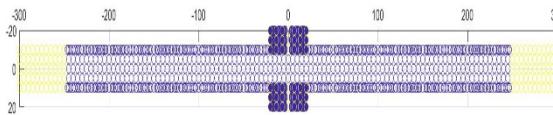
```
*Dload
, GRAV, 10., 0., 0., -1.
```

```
*Material, name=Concrete
*Density
2320.,
*Elastic
2.5e+10, 0.3
```

```
*Boundary
Set-102, 1, 1
Set-102, 2, 2
Set-102, 3, 3
```



主要工作有：1、对于inp文件中结点，单元，边界条件，载荷，材料信息的读取  
2、我们把不同单元间的连接工作放在前处理中，把对应结点合并以表示固接。  
3、再matlab中画图以验证前处理正确性（如果程序成功运行则也可以通过后处理验证。





形函数  $N_1^e = \frac{1}{2A^e}[(x_2^e y_3^e - x_3^e y_2^e) + y_{23}^e x + x_{32}^e y]$

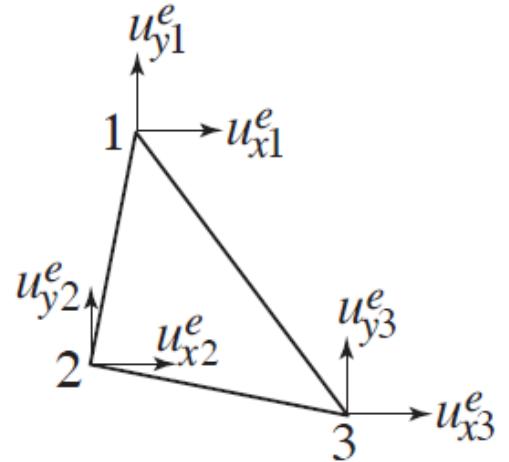
$$N_2^e = \frac{1}{2A^e}[(x_3^e y_1^e - x_1^e y_3^e) + y_{31}^e x + x_{13}^e y]$$

$$N_3^e = \frac{1}{2A^e}[(x_1^e y_2^e - x_2^e y_1^e) + y_{12}^e x + x_{21}^e y]$$

形函数线性，每个单元的  $B^e$  矩阵为常数，刚度阵不需要高斯积分

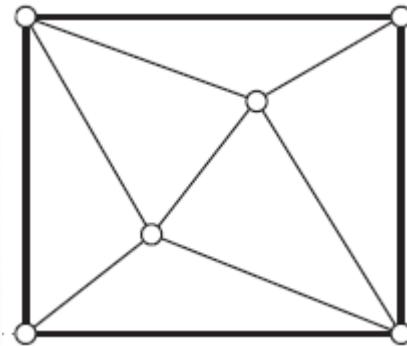
$$B^e = \frac{1}{2A^e} \begin{bmatrix} y_{23}^e & 0 & y_{31}^e & 0 & y_{12}^e & 0 \\ 0 & x_{32}^e & 0 & x_{13}^e & 0 & x_{21}^e \\ x_{32}^e & y_{23}^e & x_{13}^e & y_{31}^e & x_{21}^e & y_{12}^e \end{bmatrix}$$

$$K^e = \int_{\Omega^e} B^{e\top} D B^e d\Omega = t^e A^e B^{e\top} D B^e$$





## Patch Test



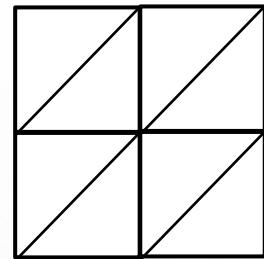
6节点6单元，单轴拉伸  
通过Patch Test

X-DISPLACEMENT	Y-DISPLACEMENT	Z-DISPLACEMENT
0. 00000e+000	-3. 00000e-007	0. 00000e+000
0. 00000e+000	0. 00000e+000	0. 00000e+000
1. 00000e-006	-1. 12166e-021	0. 00000e+000
1. 00000e-006	-3. 00000e-007	0. 00000e+000
7. 00000e-007	-2. 40000e-007	0. 00000e+000
3. 00000e-007	-6. 00000e-008	0. 00000e+000

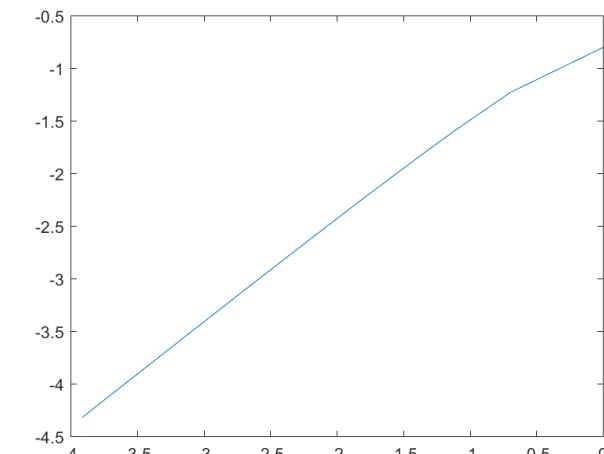
## 收敛率分析

$$\text{位移函数 } u(x) = x^2$$

网格形状



收敛率约1 (线性收敛)



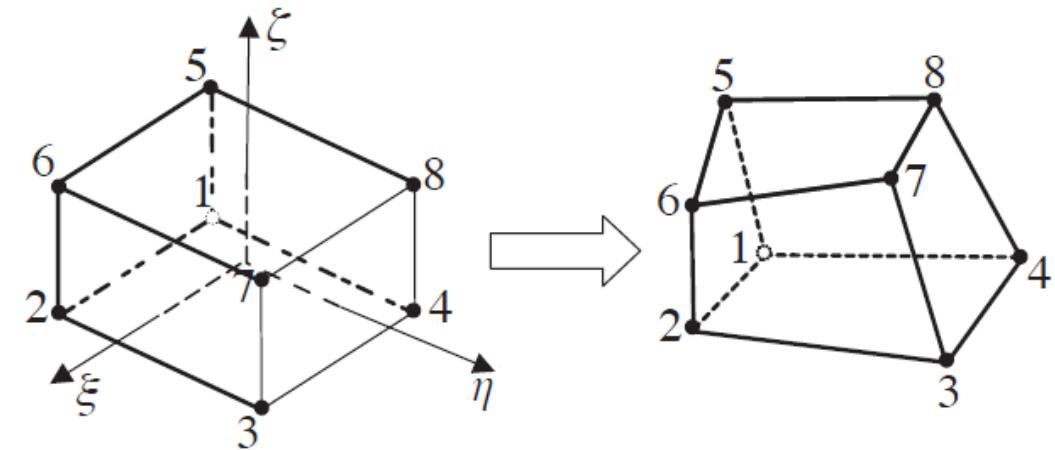


## 母单元形函数

$$N_L^{8H}(\xi, \eta, \zeta) = N_I^{2L}(\xi)N_J^{2L}(\eta)N_K^{2L}(\zeta)$$
$$= \frac{1}{8}(1 + \xi_L \xi)(1 + \eta_L \eta)(1 + \zeta_L \zeta)$$

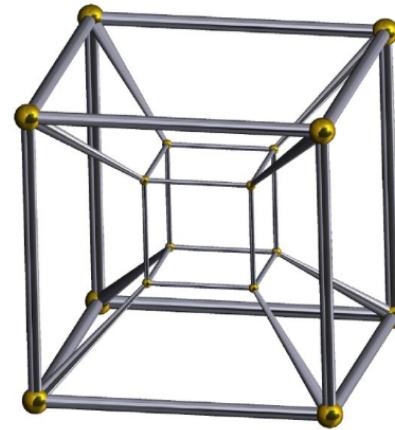
变换到母单元求解

母单元形函数梯度+坐标变换





## Patch Test



16节点7单元，单轴拉伸

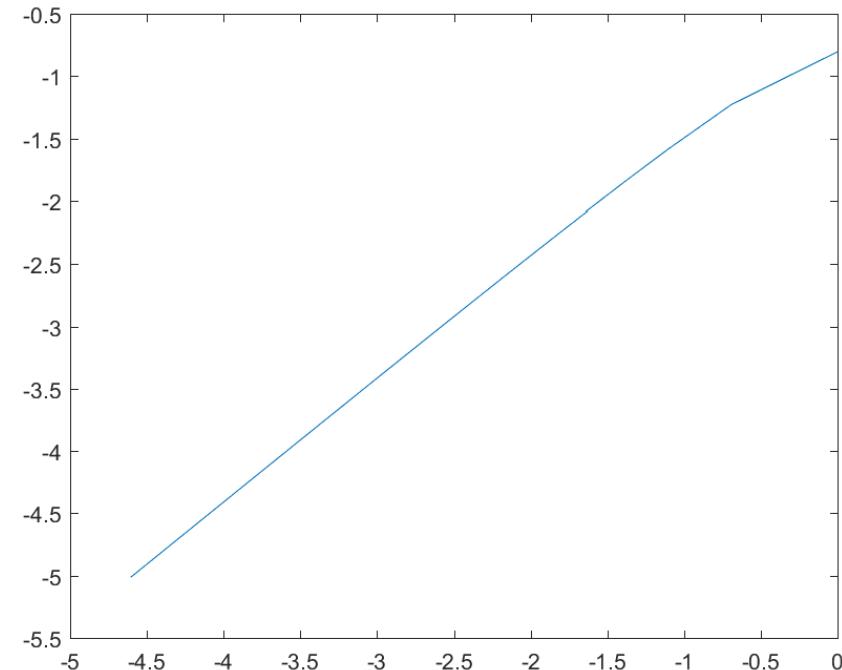
基本通过Patch Test

单元形状不规则带来Jacobi矩阵求拟误差

## 收敛率分析

$$\text{位移函数 } u(x) = x^2$$

收敛率约1 (线性收敛)





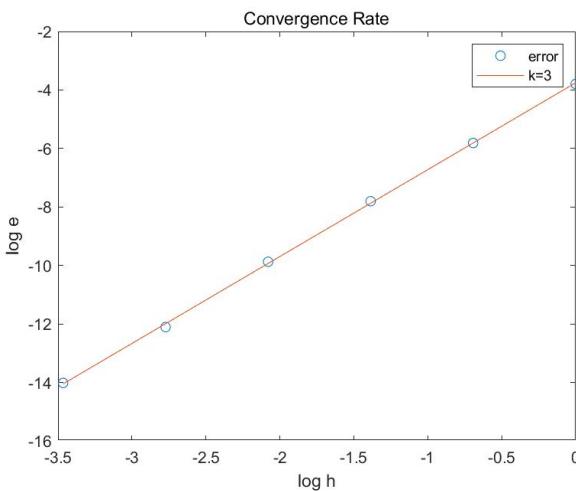
## Euler-Bernoulli Beam单元

$$K^e = \begin{pmatrix} \frac{EA}{l} & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{EA}{l} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI_z}{l^3} & 0 & 0 & \frac{6EI_z}{l^2} & 0 & -\frac{12EI_z}{l^3} & 0 & 0 & \frac{6EI_z}{l^2} \\ 0 & 0 & \frac{12EI_y}{l^3} & 0 & -\frac{6EI_z}{l^2} & 0 & 0 & -\frac{12EI_y}{l^3} & 0 & -\frac{6EI_z}{l^2} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{GJ_z}{I} & 0 & 0 & 0 & -\frac{GJ_z}{I} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{4EI_y}{l} & 0 & 0 & \frac{6EI_y}{l} & 0 & \frac{2EI_y}{l} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{4EI_z}{l} & 0 & 0 & 0 & \frac{2EI_z}{l} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{EA}{l} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{12EI_z}{l^3} & 0 & -\frac{6EI_z}{l^2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{12EI_y}{l^3} & \frac{6EI_z}{l^2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{GJ_z}{I} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{4EI_y}{l} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{4EI_z}{l} \end{pmatrix}$$

Symmetry

共有四个解耦的刚体模态

需要坐标变换，左右乘分块坐标变换阵

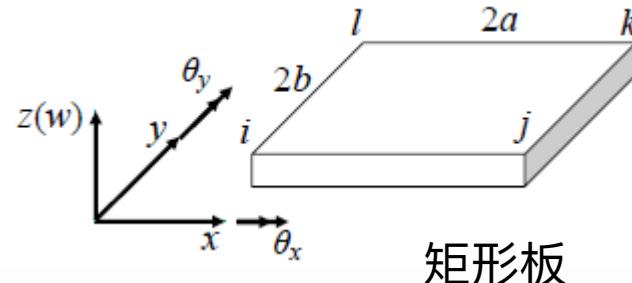


3阶收敛精度，通过Patch Test

Table 1 DISPLACEMENT-WZ						
NODE	X-D	Y-D	Z-D	$\theta_X$ -D	$\theta_Y$ -D	$\theta_Z$ -D
1	0.000e+00	0.000e+00	0.000e+00	0.000e+00	0.000e+00	-1.000e+01
2	0.000e+00	-1.600e+01	0.000e+00	0.000e+00	0.000e+00	-6.000e+00
3	0.000e+00	-2.100e+01	0.000e+00	0.000e+00	0.000e+00	-1.000e+01
4	0.000e+00	-2.500e+01	0.000e+00	0.000e+00	0.000e+00	1.237e-15
5	0.000e+00	0.000e+00	0.000e+00	0.000e+00	0.000e+00	1.000e+01



刚度矩阵构建：(3次完备多项式)



$$K^e = \int_{\Omega^e} B^T D B dx dy = M^{-T} \left( \int_{\Omega^e} Q^T D Q dx dy \right) M^{-1}$$

(对于矩形板有解析形式)

应力计算&Mises应力输出：

$$M = \begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = D \kappa = D L w$$

$$M_x = \int_{-t/2}^{t/2} z \sigma_x dz$$

$$M_y = \int_{-t/2}^{t/2} z \sigma_y dz$$

$$M_{xy} = \int_{-t/2}^{t/2} z \tau_{xy} dz$$

$$w^e = P M^{-1} d^e \\ = N d^e$$

$$N = P M^{-1}$$

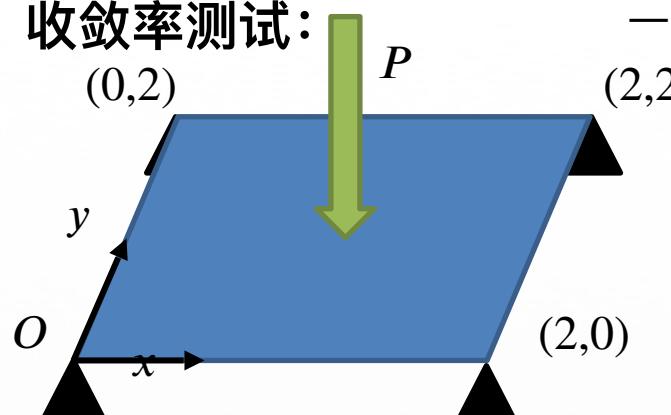
$$M^e = D L N d^e = D B d^e$$

$$\text{表面: } \sigma_{(\pm)}^e = \frac{6}{t^2} M^e$$

$$\text{高斯点: } \sigma_{(\pm)}^e = \frac{6}{\sqrt{3} t^2} M^e$$

$K[78]$

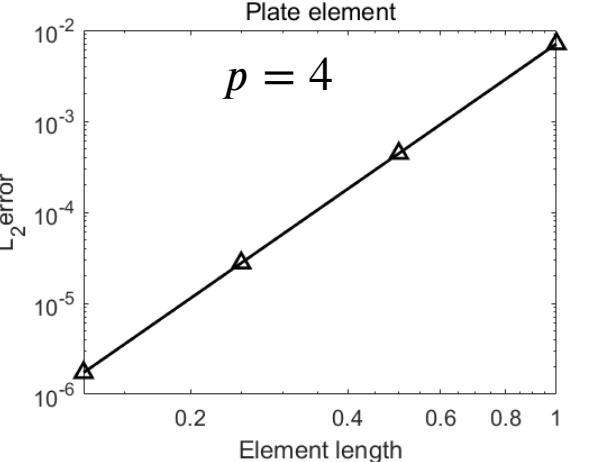
收敛率测试：



与理论结果比较：

$$w(x, y) = \frac{16P}{D_0 \pi^4} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)(m+n)}{(2m+1)^2 + (2n+1)^2} \sin\left(\frac{m\pi x}{2}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{2}\right)$$

单元数n	误差范数
4	7.087405e-03
16	4.429628e-04
64	2.768517e-05
256	1.730323e-06





两种建立方式：

1. 一般壳体单元：适用于一般的曲面壳单元
2. 4Q+Plate叠加的平板壳单元：仅限于矩形平面壳

一般壳体单元有限元格式建立过程：

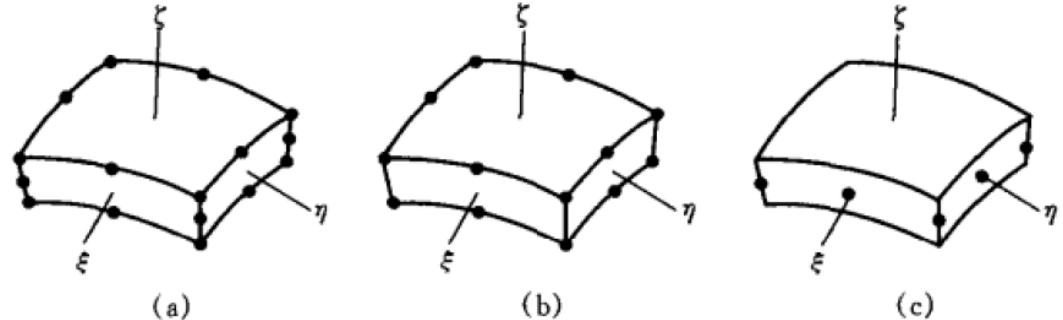
1. 建立插值函数：首先根据四个节点坐标确定法向量的方向。

$$x = \sum_i^4 N_i x_i \quad y = \sum_i^4 N_i y_i \quad z = \sum_i^4 N_i z_i$$

$$\vec{n} = \left( \frac{\partial x}{\partial \xi} \quad \frac{\partial y}{\partial \xi} \quad \frac{\partial z}{\partial \xi} \right) \times \left( \frac{\partial x}{\partial \eta} \quad \frac{\partial y}{\partial \eta} \quad \frac{\partial z}{\partial \eta} \right) \Big|_{\xi=\xi_i, \eta=\eta_i}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \sum N_i \left\{ \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{bmatrix} + \zeta \frac{t}{2} \begin{bmatrix} l_{3i} \\ m_{3i} \\ n_{3i} \end{bmatrix} \right\}$$

局部坐标系的建立可以令局部坐标系中x轴为z轴与全局坐标系的叉乘，之后再用z轴与x轴叉乘得到y轴。



(a) 20 节点实体单元；  
 (b) 消去 4 个中边节点后形成的 16 节点单元；  
 (c) 进一步约束得到的 8 节点单元

2. 计算雅可比矩阵

$$x_{,\xi} = \sum N_{i,\xi} \left( x_i + \frac{1}{2} \zeta t l_{3i} \right)$$

$$x_{,\eta} = \sum N_{i,\eta} \left( x_i + \frac{1}{2} \zeta t l_{3i} \right)$$

$$x_{,\zeta} = \sum N_i \left( \frac{1}{2} t l_{3i} \right)$$



### 3. 建立应变-位移关系 单元任一点处位移：

$$\begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} = \sum N_i \left( \begin{bmatrix} u_i \\ v_i \\ w_i \end{bmatrix} + \zeta \frac{t}{2} \begin{bmatrix} -l_{2i} & l_{1i} \\ -m_{2i} & m_{1i} \\ -n_{2i} & n_{1i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_i \\ \beta_i \end{bmatrix} \right)$$

从而可以得到

$$\begin{bmatrix} u_{,\xi} \\ u_{,\eta} \\ u_{,\zeta} \\ v_{,\xi} \\ \dots \\ w_{,\zeta} \end{bmatrix} = \sum \begin{bmatrix} N_{i,\xi} & 0 & 0 & -\frac{1}{2}\zeta t N_{i,\xi} l_{2i} & \frac{1}{2}\zeta t N_{i,\xi} l_{1i} \\ N_{i,\eta} & 0 & 0 & -\frac{1}{2}\zeta t N_{i,\eta} l_{2i} & \frac{1}{2}\zeta t N_{i,\eta} l_{1i} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{2}t N_i l_{2i} & \frac{1}{2}t N_i l_{1i} \\ 0 & N_{i,\xi} & 0 & -\frac{1}{2}\zeta t N_{i,\xi} m_{2i} & \frac{1}{2}\zeta t N_{i,\xi} m_{1i} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{2}t N_i n_{2i} & \frac{1}{2}t N_i n_{1i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_i \\ v_i \\ w_i \\ \alpha_i \\ \beta_i \end{bmatrix}$$

## 01 stap++基本内容 Shell单元

$$\begin{bmatrix} u_{,x} \\ u_{,y} \\ u_{,z} \\ v_{,x} \\ \dots \\ w_{,z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & J^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & J^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{,\xi} \\ u_{,\eta} \\ u_{,\zeta} \\ v_{,\xi} \\ \dots \\ w_{,\zeta} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{,x} \\ u_{,y} \\ u_{,z} \\ v_{,x} \\ \dots \\ w_{,z} \end{bmatrix}$$

可以得到表示应变-位移关系的B矩阵 (6\*5N)



## 4. 坐标变换

之前的应变-位移关系中，位移中的转角是局部坐标系的，因此需要使用之前得到的余弦矩阵转换坐标。

## 5. 应力-应变关系

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E' & vE' & 0 & 0 & 0 & 0 \\ vE' & E' & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & G^* & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & G^* \end{bmatrix}$$

$$E' = E/(1 - v^2), \quad G = 0.5E/(1 + v), \quad G^* = 5G/6$$

因子5/6考虑了横向剪切变形在厚度方向的变化情况

## 6. 刚度矩阵

$$K_{6N \times 6N} = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 B_{6N \times 6}^T E_{6 \times 6} B_{6 \times 6N} \det[J] d\xi d\eta d\zeta$$

注：当壳单元是曲面时，薄膜和弯曲作用会发生耦合。因此，可能会遇到薄膜锁定以及剪切锁定。解决办法有减缩积分。但是减缩积分可能会带来寄生模式，因此需要使用带稳定方法的减缩积分。

4Q+Plate的平面壳单元建立：

涉及平面的两个自由度的看作是4Q单元，涉及厚度方向自由度以及转角自由度的看作是Plate单元。  
将上述两个单元的刚度元素按照新的位置输入到单元刚度阵中去。



## vtk格式

```
1 # vtk DataFile Version 3.0
2 #q test
3 ASCII
4 DATASET UNSTRUCTURED_GRID
5
6 POINTS        4    double
7 0            1            0
8 0            0            0
9 1            0            0
10 1           1            0
11
12 CELLS         1    5
13 4          0          1          2          3
14
15 CELL_TYPES      1
16 7
17
18 POINT_DATA      4
19 SCALARS load1_x    double  1
20 LOOKUP_TABLE load1_x
21 0
22 0
23 1e-006
24 1e-006
25
26 CELL_DATA      1
27 SCALARS load1_Mises   double  1
28 LOOKUP_TABLE load1_Mises
29 0
```

控制行（版本、标题、字符集、数据形式）

节点信息（节点数、数据格式、坐标）

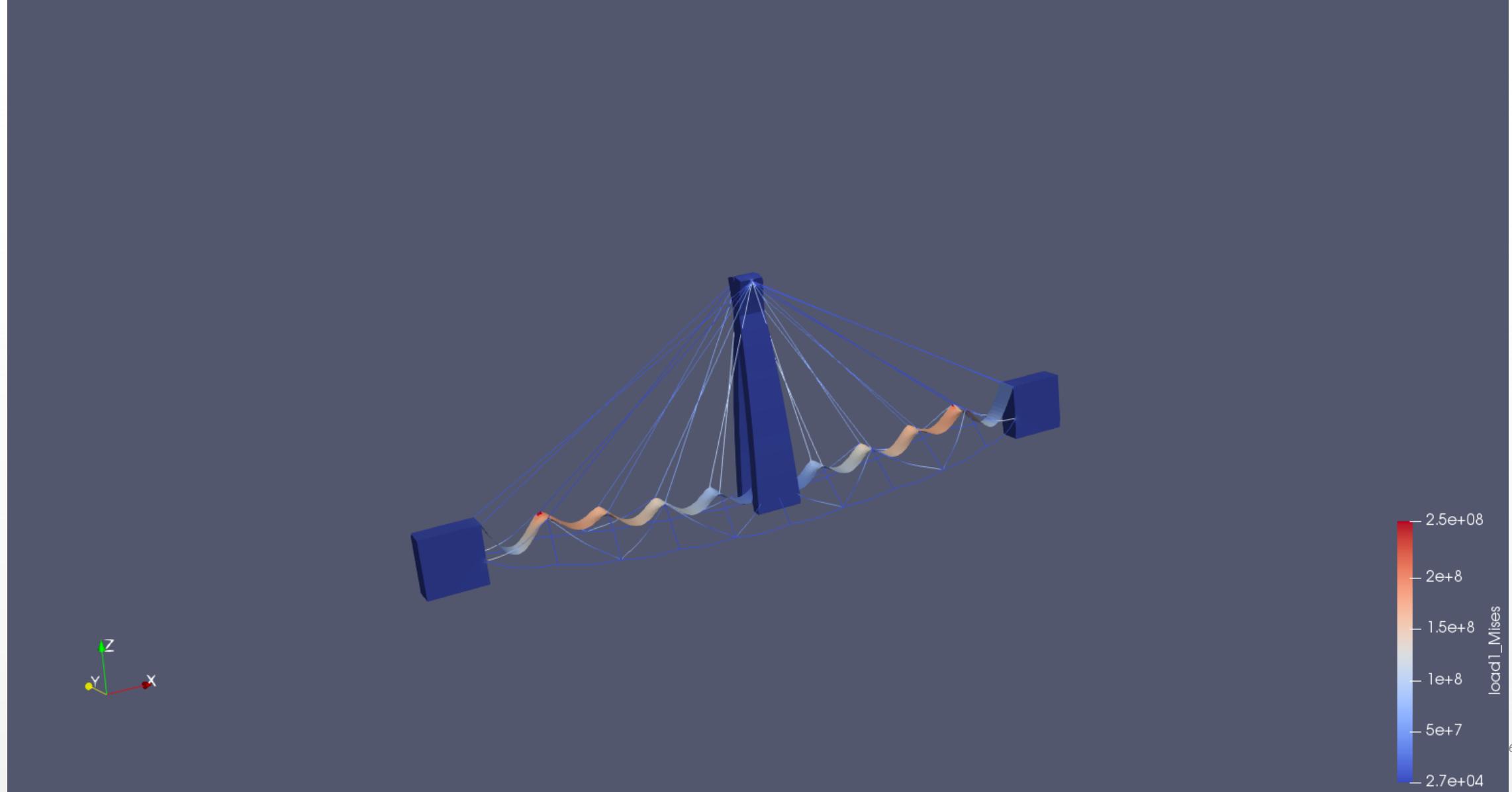
单元信息（单元数、数据量、单元类型、节点）

节点量（数据量，数据类型，数据）

单元量（数据量，数据类型，数据）



清华大学  
Tsinghua University



# 01 stap++基本内容 运算结果



# 02 stap++扩充内容

- Timoshenko Beam单元
- 稀疏矩阵求解
- 亚参元
- 无限单元
- 连接单元

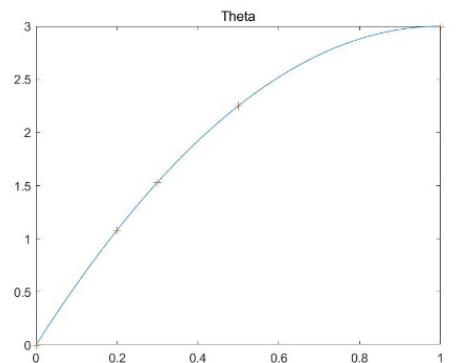
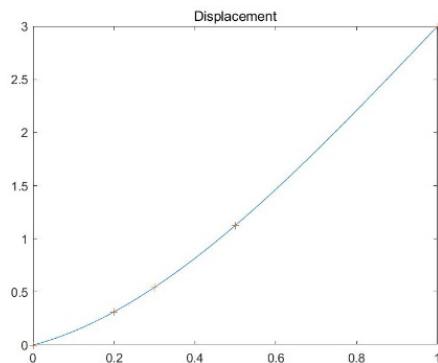


$$\left( \begin{array}{cccccccccc} \frac{EA}{l} & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{EA}{l} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{12EI_z}{(1+b_z)l^3} & 0 & 0 & 0 & \frac{(1+b_z)6EI_z}{l^2} & 0 & -\frac{12EI_z}{l^3} & 0 & 0 & \frac{6EI_z}{(2-b_z)l^2} \\ \frac{12EI_y}{(1+b_y)l^3} & 0 & -\frac{6EI_z}{(1+b_y)l^2} & 0 & 0 & 0 & -\frac{12EI_y}{(1+b_y)l^3} & 0 & -\frac{6EI_z}{(1+b_y)l^2} & 0 \\ \frac{GJ_z}{I} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{GJ_z}{I} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{(4+b_y)EI_y}{(1+b_y)l} & 0 & 0 & 0 & \frac{6EI_y}{(1+b_y)l} & 0 & \frac{(2-b_y)EI_y}{(1+b_y)l} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{(4+b_z)EI_z}{(1+b_z)l} & 0 & -\frac{6EI_z}{(1+b_z)l} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{(2-b_z)EI_z}{(1+b_z)l} & 0 & 0 \\ \frac{EA}{l} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{12EI_z}{(1+b_z)l^3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{6EI_z}{(1+b_z)l^2} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{12EI_y}{(1+b_y)l^3} & 0 & \frac{6EI_y}{(1+b_y)l^2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{GJ_z}{I} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{(4-b_y)EI_y}{(1+b_y)l} & 0 & 0 & 0 & \frac{(4-b_y)EI_z}{(1+b_z)l} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right)$$

Symmetry

采取位移转角一致插值：  
在欧拉伯努利梁的基础上直接修正

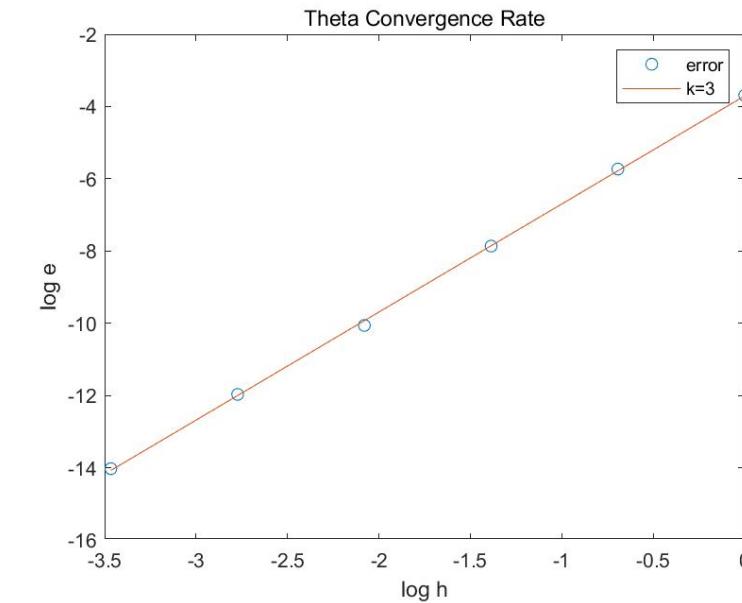
b为剪切附加项，矩形截面梁k=1.2



对于一端剪力的悬臂梁通过Patch Test



### Timoshenko Beam单元



均布剪应力载荷的转角做收敛率分析



稀疏矩阵求解器

MKL-PARDISO: MKL\_NUM\_THREADS=8

将矩阵的存储格式替换为CSR (Compressed Row) 格式:

需要计算Rowindex

<vector>存储column, 重排速度快, 占用内存少

链接MKL库较为方便, 尝试链接PARDISO自己的文件, 但未成功

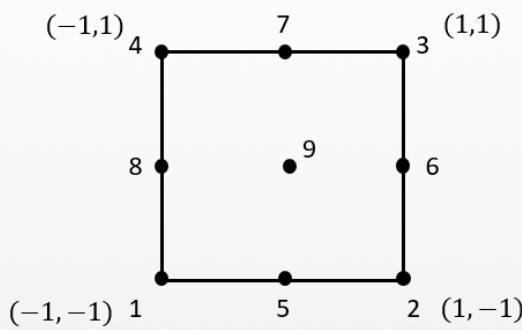
稀疏矩阵求解器在数量级层面上加快了运算的速度, 同时矩阵的存储格式压缩了所占空间



## 刚度矩阵构建：

(只需给定1, 2, 3, 4节点的坐标)

母单元：



坐标插值:  $x = \sum_{i=1}^4 N_i^{(4)} x_i$

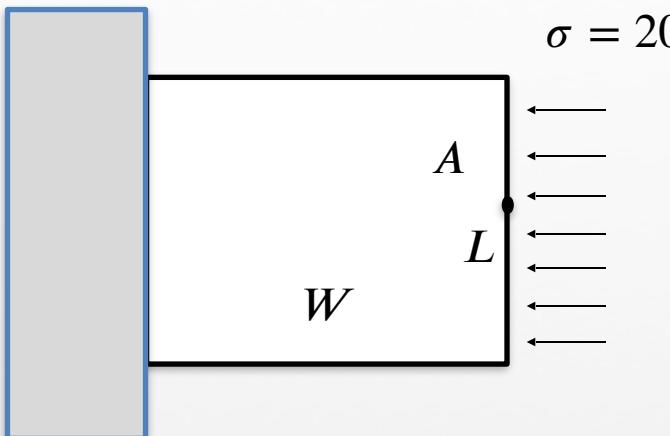
位移插值:  $u = \sum_{i=1}^4 N_i^{(9)} u_i$

$$[J] = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{bmatrix}$$

$$[B] = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_i}{\partial y} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} & \frac{\partial N_i}{\partial x} \end{bmatrix}$$

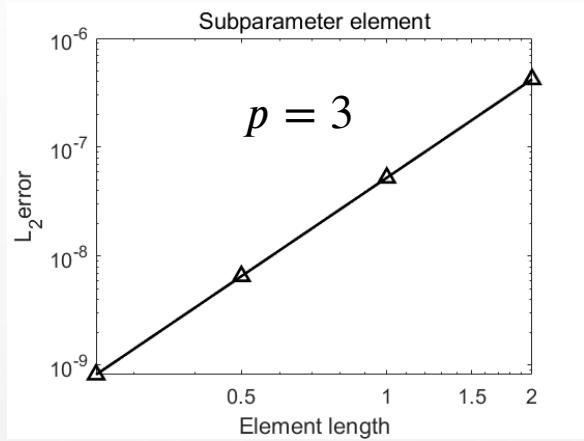
$$[K] = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 [B]^T [D] [B] \det|J| d\xi d\eta \quad 9\text{点高斯积分}$$

## 收敛率测试：



与理论结果比较：问题：不需要坐标的节点仍然需要写入到输入文件中

单元数n	A点位移	理论值
1	-1.0594787e-06	-1.333333e-06
4	-1.3287469e-06	
16	-1.3332561e-06	
64	-1.3333317e-06	





刚度阵构建：坐标插值关系与4Q有所不同

$$x = N_1(\eta) \bar{N}_C(\xi)x_C + N_1(\eta) \bar{N}_Q(\xi)x_Q + N_0(\eta) \bar{N}_C(\xi)x_{C_1} + N_0(\eta) \bar{N}_Q(\xi)x_{Q_1}$$

$$\bar{N}_C = -\frac{\xi}{1-\xi}$$

$$\bar{N}_Q = 1 + \frac{\xi}{1+\xi} \quad \Rightarrow$$

$$N_1(\eta) = \frac{1}{2}(1 + \eta)$$

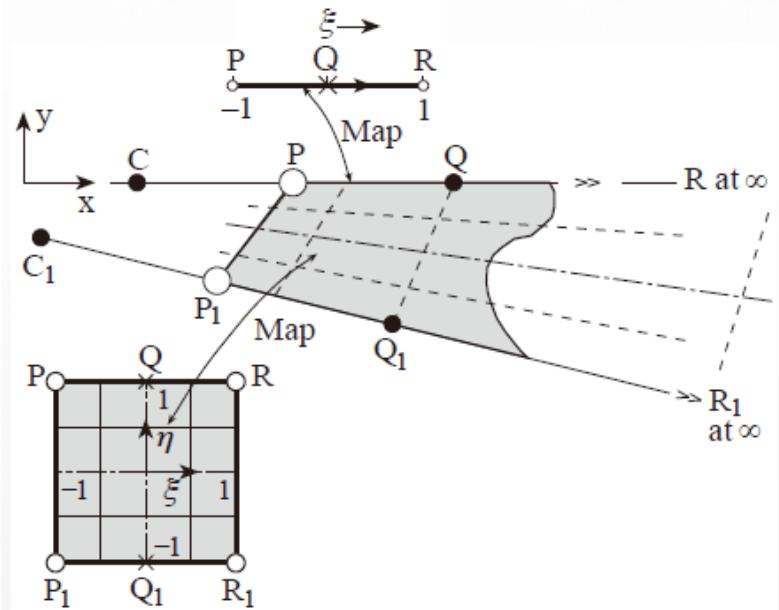
$$N_0(\eta) = \frac{1}{2}(1 - \eta)$$

$$[B] = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i^*}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_i^*}{\partial y} \\ \frac{\partial N_i^*}{\partial y} & \frac{\partial N_i^*}{\partial x} \end{bmatrix} = [J]^{-1}[GN^*]$$



$$[J] = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_1^*}{\partial \xi} &= -\frac{1}{2} \frac{(1+\eta)}{(1-\xi)^2} & \frac{\partial N_1^*}{\partial \eta} &= -\frac{1}{2} \frac{\xi}{1-\xi} \\ \frac{\partial N_2^*}{\partial \xi} &= \frac{1}{2} \frac{(1+\eta)}{(1-\xi)^2} & \frac{\partial N_2^*}{\partial \eta} &= \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\xi}{1+\xi}\right) \\ \frac{\partial N_3^*}{\partial \xi} &= -\frac{1}{2} \frac{(1-\eta)}{(1-\xi)^2} & \frac{\partial N_3^*}{\partial \eta} &= \frac{1}{2} \frac{\xi}{1-\xi} \\ \frac{\partial N_4^*}{\partial \xi} &= \frac{1}{2} \frac{(1-\eta)}{(1-\xi)^2} & \frac{\partial N_4^*}{\partial \eta} &= -\frac{1}{2} \left(1 + \frac{\xi}{1+\xi}\right) \end{aligned}$$



输入节点：

以连接边界 (, ) 为中心的两侧节点



对于前处理增加了难度  
(如何将网格划分和节点坐标对应起来)

应力：4个高斯点的应力（4Q一致）

收敛率：1（4节点等参元，和4Q一致）



针对两个点的约束，如果两个点位置在浮点数误差内一致，则直接在前处理中把两个点合并为一个点。如果两个点的位置略有不同，则可以使用连接单元。当k取一个数量级高于其余刚度阵的数量级的数时（可看作硬梁），则可以把两个单元固接起来。

$$k \begin{bmatrix} I_6 & -I_6 \\ -I_6 & I_6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_{e1} \\ d_{e2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_{e1} \\ f_{e2} \end{bmatrix} \quad f_{e1} + f_{e2} = 0$$

$$K = k \begin{bmatrix} I_6 & -I_6 \\ -I_6 & I_6 \end{bmatrix}$$



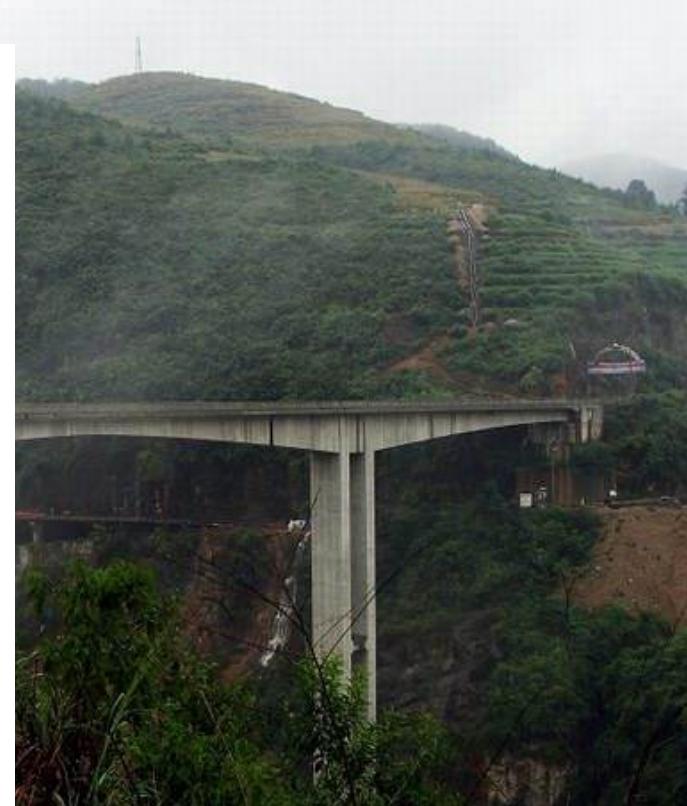
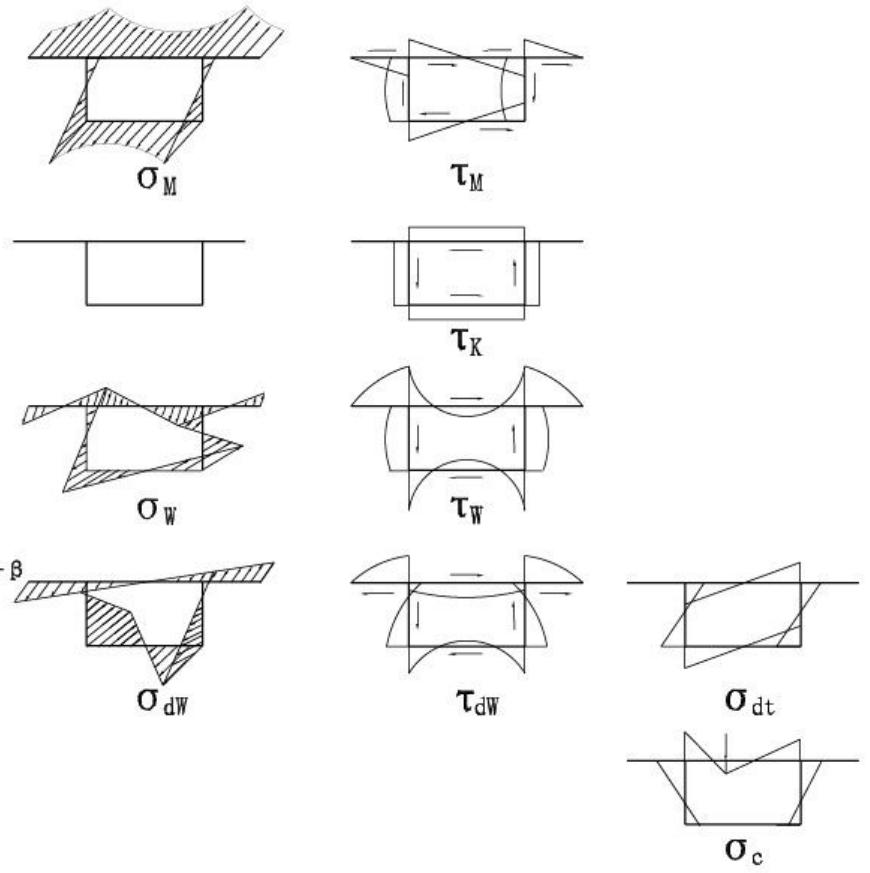
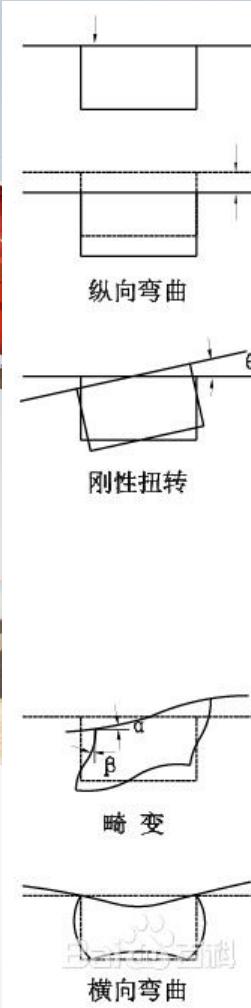
## 03 桥梁竞赛

- 
- 方案选择
  - 桥梁设计
  - Abaqus-Python脚本读取
  - 优化算法

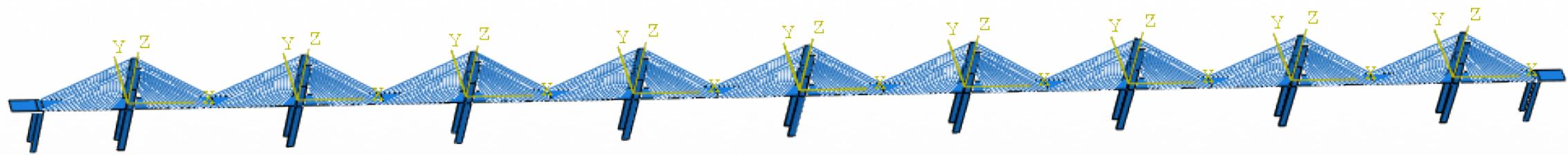


1. 斜拉索桥
2. 桁架梁
3. 箱梁





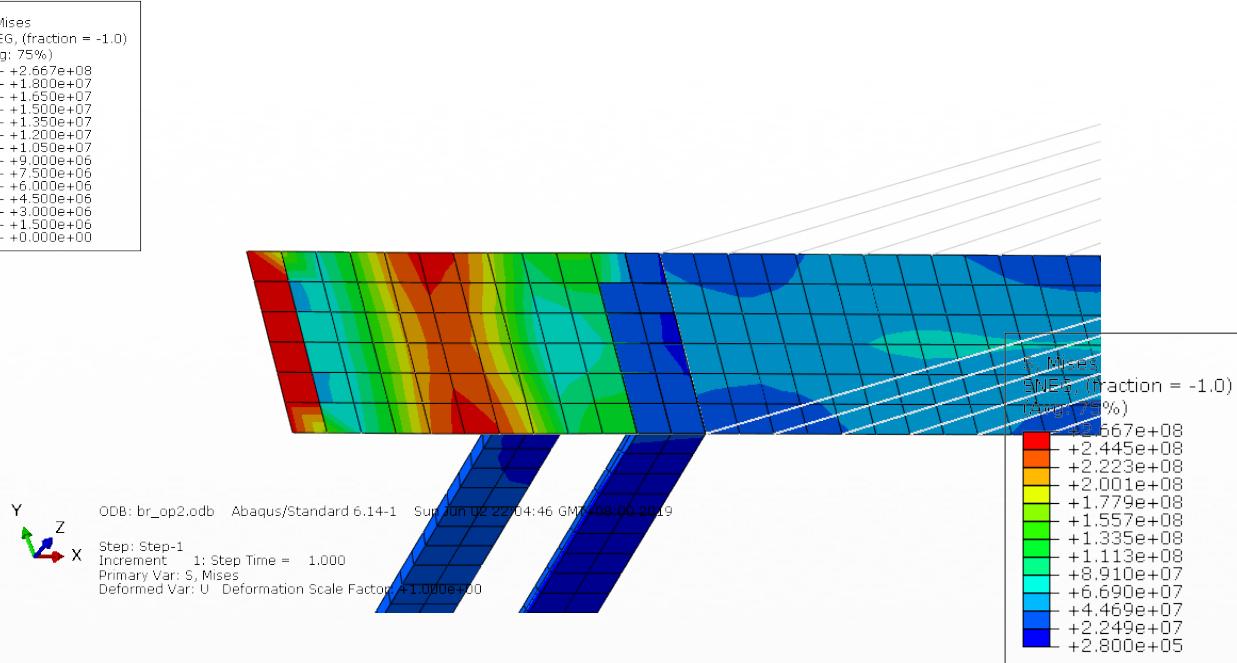
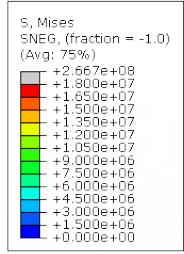
双薄壁桥墩，支点梁1/16-  
1/18跨度，梁中1/50跨度



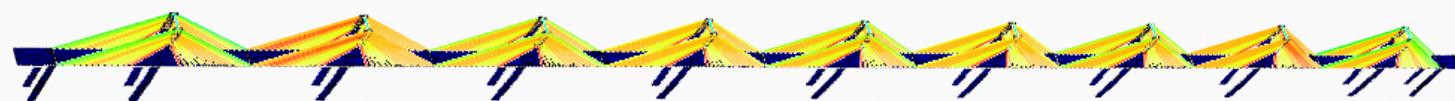
悬索斜拉桥是实际工程中对跨度较大的桥的一种设计方案。考虑到题目要求，桥孔最小宽度为150米，为了尽量减小桥面位移，因此将跨度设计为160米，即每160米安装一个桥墩并牵拉斜拉索，一共设置9个桥墩以及斜拉索结构。实际测试中发现，如果斜拉索足够密，则无需桁架结构即可将桥面竖直位移控制在一个较小的值，从而大大降低成本。因此设计时大体控制5米设计一个斜拉索，每个桥墩牵拉 $4 \times 13$ 根斜拉索。经估算，每个桥墩所需载重为30MN量级。混凝土许用应力的80%为18MPa，即每个桥墩的截面积应当大于2平方米的量级。实际设计时，每个桥墩的截面积为12.8平方米。同理，拉索的截面积估算应当大于0.001平方米的量级。实际取为0.0025平方米。

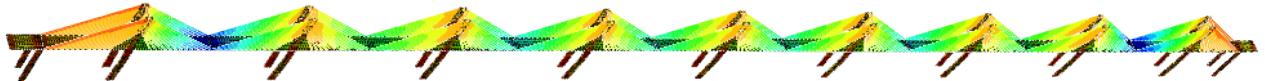
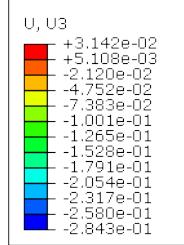


1. 零件图绘制，组装得到单元体
2. 设置要连接的部分，存储到set中
3. 新建一个模型，在instance中插入建好的单元体
4. 在instance中加上边界零件，添加需要连接的set
5. constraint中连接设置好的set
6. 设置边界条件和加载（预先设置set）
7. 求解
8. 优化（手动，程序）



应力均符合小于许用应力80%的要求





桥面最大位移为0.2843米。价格估算：桥面用混凝土4770立方，桥墩用混凝土13534立方，拉索用钢601.3吨。总价格1216万。

Y  
Z  
X  
ODB: br\_op2.odb Abaqus/Standard 6.14-1 Sun Jun 02 22:04:46 GMT+08:00 2019  
Step: Step-1  
Increment 1: Step Time = 1.000  
Primary Var: U, U3  
Deformed Var: U Deformation Scale Factor: +1.000e+00

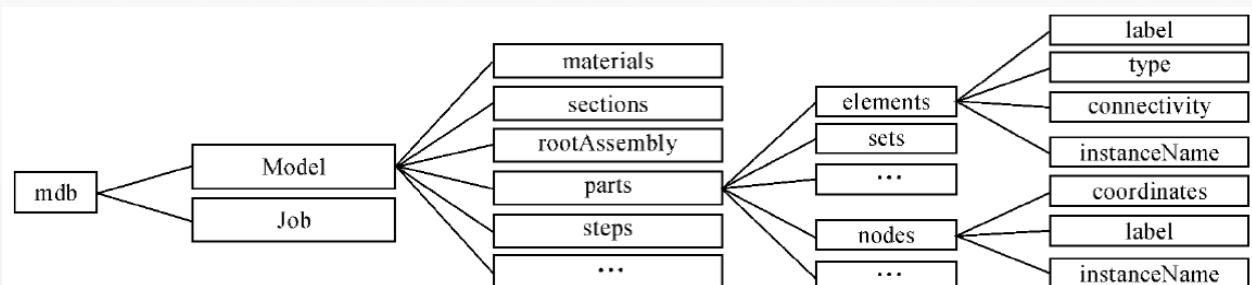
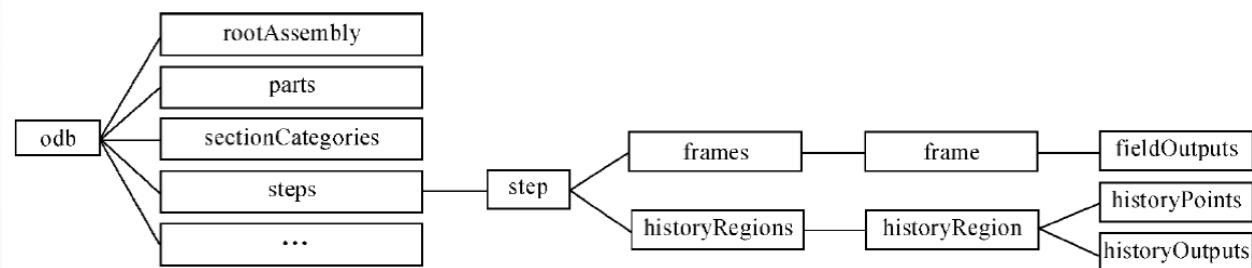
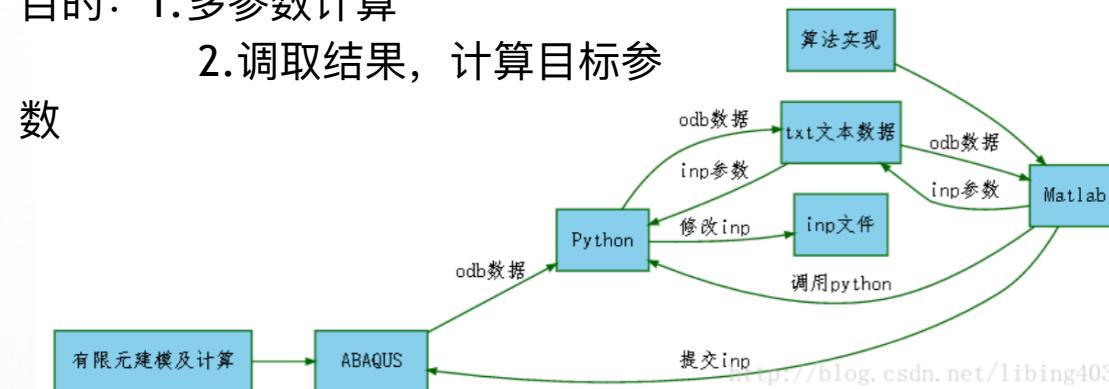




## Abaqus-Python脚本读取

脚本控制-优化参数思路：

- 目的：1. 多参数计算  
2. 调取结果，计算目标参数



优化桥梁参数

$$\Pi_i = \sqrt{0.4\left(\frac{d_i}{a_{1,i}}\right)^2 + 0.4\left(\frac{p_i}{a_{2,i}}\right)^2 + 0.2\left(\frac{v}{a_{3,i}}\right)^2}$$

位移场'U'  
应力场'S'

得到最大位移  $d$

得到所有高斯点的应力，  
单元类型，单元号

得到单元对应的节点号  
节点坐标（单元体积）  
单元材料和属性

总造价  $v$

$$p = \frac{\sum_{i=1}^t V_i}{\sum_{i=1}^n V_i}$$



优化算法的选取：

考虑到Cost中所含各项可能没有显式表达式，最后选取了离散的优化方法，在未来条件具备的情况下可以尝试一些算子分裂方法，将函数各项拆开，进行优化

### GA遗传算法

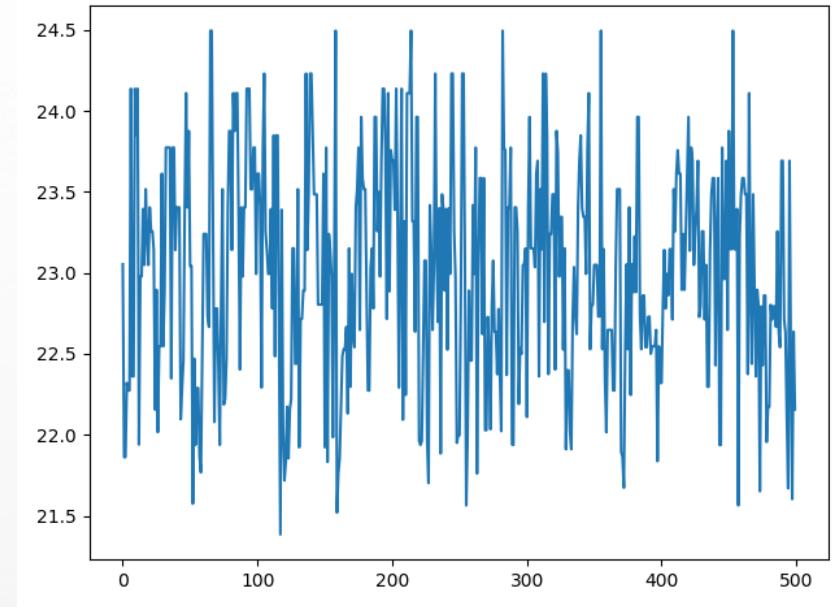
具有良好的全局搜索能力

不会陷入局部最优解的快速下降陷阱

具有内在并行性

进化后期搜索效率较低

对各个自变量的影响因素的阶数进行分析，给出指导性意见，如增加悬索的根数，增加索塔数目





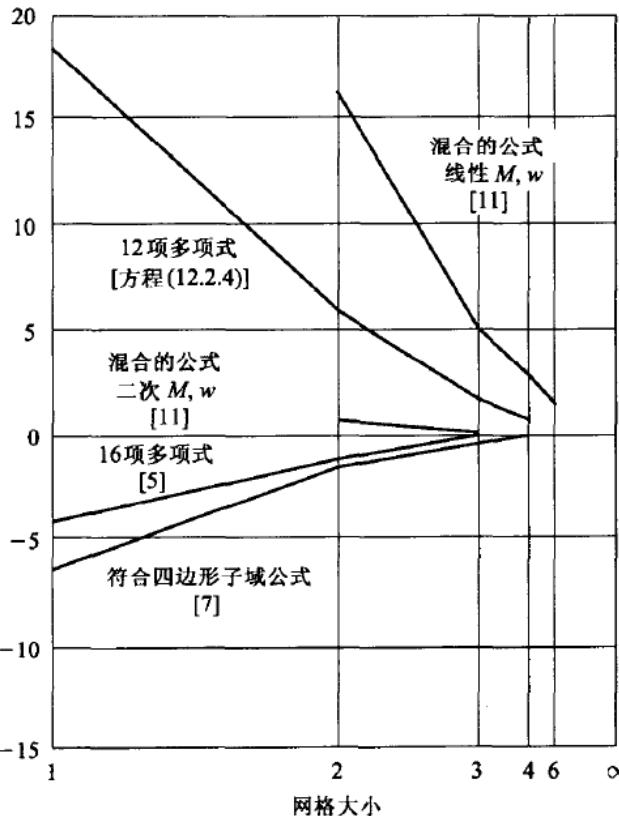
# 04 总结及展望

- 
- 缺点及不足
  - 收获及体会
  - 未来展望



1. 收敛率不高，可以采用收敛更快的单元插值函数。所使用的Shell单元的收敛率也偏慢，直到第三组算例才接近收敛。

%中心位移误差 以Plate为例：



2. 在程序的编写过程中单元出现了一部分问题，对GitHub的版本管理中犯过一些错误。
3. 内存的使用量比较大，程序整体的优化不足，导致第四个算例没有跑出来。
4. 桥梁设计部分对于python脚本的使用不足，对于任务的复杂程度估计不足。桥梁设计中使用的是米塞斯应力，因而没有考虑混凝土的拉压区别。应当使用米塞斯应力校核钢的强度，使用主应力校核混凝土的强度。



## 04 总结及展望 收获及体会

- 1.进一步熟悉了c++编程的基本原理。
- 2.将有限元的理论知识与编程结合，处理了一些工程实际问题。
- 3.自主查阅文档，学习了诸如前后处理以及Abaqus的诸多功能。



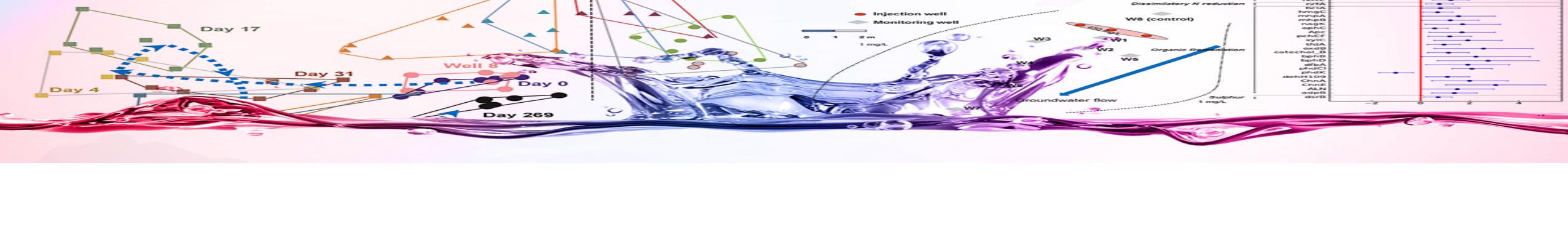
1. 求解器部分可以切换IO/OOC,解决内存不足的问题，跑出算例4同时在求解前进行reordering。
2. 程序可以在前处理时识别相同的单元，减小单元刚度阵计算量。
3. 增加过渡单元的编写。
4. 增加模态分析。



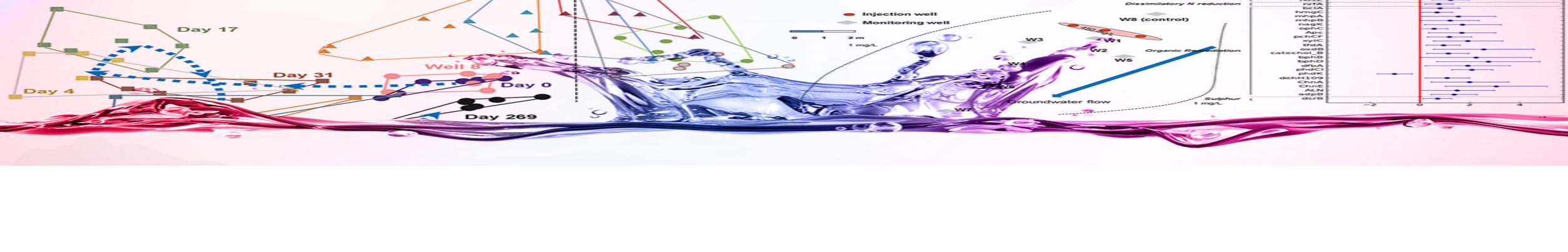
感谢张老师本学期春风化雨以及循循善诱的教导！

感谢宋言学长以及倪锐晨学长的耐心辅导！

感谢全班同学营造的竞争环境，最后感谢本组成员的努力付出！



谢谢聆听！



# 提问时间