

Определение

Представим бесконечную последовательность чисел $\{a_i\}_{i=0}^{\infty}$. Можно записать ее в качестве коэффициентов бесконечного полинома $f(t)$:

$$f(t) = \sum_{k=0}^{\infty} a_k t^k = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + \dots$$

$f(t)$ является производящей функцией.

NB: $f(t)$ является формальным степенным рядом, поэтому не обязательно, что представленный ряд будет сходящимся. Нас интересуют коэффициенты, нежели чем переменные.

Самый простой пример производящей функции – геометрическая прогрессия:

$$a_0 = 1, a_n = q a_{n-1}$$

$$1 + qt + q^2 t^2 + q^3 t^3 + \dots = \frac{1}{1 - qt}.$$

Это верно, потому что:

$$(1 - qt)(1 + qt + q^2 t^2 + \dots) = 1 + qt - qt + q^2 t^2 - q^2 t^2 + \dots = 1.$$