STÆ106G - Línuleg algebra A

Vikublað 2

27. ágúst 2015

Ég minni á eftirfarandi atriði:

- Þið eigið að mynda þriggja manna hópa, sem hver um sig vinnur saman að skilaverkefnunum og skilar síðan einni sameiginlegri skriflegri lausn á hverju verkefni.
- Á vefsíðu námskeiðins er hægt að nálgast meginatriðin úr fyrirlestrum og vikublöð.
- Lesið hi-póstinn ykkar reglulega (minnst einu sinni á dag).

Skilaverkefni 1. Skilið skriflegum lausnum á dæmum 1, 2, 3 og 4 hér að neðan eigi síðar en klukkan 14:00 fimmtudaginn 3. september.

Dæmi fyrir dæmatíma 31.08 - 04.09.

- Dæmi 5 hér að neðan.
- **1.1** : 41, 47
- **1.2** : 5, 7, 13, 14, 18, 25, 32, 37, 47
- **1.3** : 1, 2, 3, 8, 9

Dæmi 1. Gefið er línulegt jöfnuhneppi

$$\begin{array}{rcrcrcrcrcrcl} x_1 & - & x_2 & + & x_3 & + & 3x_4 & & & + & 3x_6 & = & 6 \\ 2x_1 & - & 2x_2 & + & 2x_3 & + & 6x_4 & & & + & x_6 & = & 7 \\ -x_1 & + & x_2 & + & x_3 & - & x_4 & - & 2x_5 & & & = & 1 \\ 4x_1 & - & 4x_2 & + & x_3 & + & 9x_4 & + & 3x_5 & & & = & 6 \end{array}$$

(a) Setjið upp tilheyrandi aukið fylki.

(b) Leysið jöfnuhneppið með Gauss-eyðingu og aftur-á-bak innsetningu.

(c) Er vigurinn $(1, 1, 3, -1, 0, 2)$ lausn á hneppinu?

Dæmi 2. Gefið er línulegt jöfnuhneppi $\mathbf{Cx} = \mathbf{b}$ og látum $\mathbf{A}$ vera tilheyrandi aukið fylki, þ.e.a.s. $\mathbf{A} = [\mathbf{C} \,|\, \mathbf{b}]$. Sannið eftirfarandi fullyrðingar eða hrekið þær með mótdæmum.

(a) Ef hneppið hefur fleiri en eina lausn, þá hafur fylkið $\mathbf{A}$ a.m.k. eina línu sem er núll.

(b) Ef fylkið $\mathbf{A}$ hefur línu sem er núll, þá hefur hneppið fleiri en eina lausn.

(c) Ef hneppið hefur enga lausn, þá hefur rudd efri stallagerð fylkisins $\mathbf{C}$ a.m.k. eina línu sem er núll

(d) Ef rudd efri stallagerð fylkisins $\mathbf{C}$ hefur línu sem er núll, þá hefur hneppið enga lausn.

(e) Til er vigur $\mathbf{c}$ sem hefur þann eiginleika að hneppið $\mathbf{Cx} = \mathbf{c}$ hefur enga lausn.

(f) Ef hneppið hefur lausn, þá hefur hneppið $\mathbf{Cx} = \mathbf{c}$ lausn fyrir hvaða vigrur $\mathbf{c}$ sem er.

Dæmi 3. Gerið grein fyrir að sérhverjar tvær af jöfnum línulega jöfnuhneppisins hér að neðan hafi sameiginlega lausn, en hneppið sjálft hafi enga.

$$\begin{array}{rcrcr} x & + & 2y & = & 3 \\ x & - & 6y & = & 11 \\ 5x & + & y & = & 6 \end{array}$$

Túlkið lausnamengi hverrar jöfnu fyrir sig sem línu í hnitasléttunni og sýnið með lauslegri skýringarmynd hvað hér er á seyði.

Dæmi 4. Finnið öll möguleg gildi á rauntölunum a og b þannig að jöfnuhneppið

$$\begin{array}{rcrcl} ax & + & y & = & 1 \\ x & - & 4y & = & b \end{array}$$

hafi

(a) enga lausn

(b) nákvæmlega eina lausn

(c) óendanlega margar lausnir

Dæmi 5. Lítum á fylkið

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 0 & 3 \\ 1 & 4 & 5 \end{bmatrix}.$$

Veitið því athygli að þriðji dálkurinn er summa fyrstu tveggja dálkanna.

(a) Sýnið að þrátt fyrir að línuaðgerðum sé beitt á fylkið breytist þessi eiginleiki ekki.

(b) Setjið fram almenna reglu og sannið hana.

Jón Ingólfur Magnússon