Obligatorisk Innlevering 05

Eirik Isene

21. oktober 2013

Oppgave 13.4

Vis ved induksjon at følgende påstand er sann for alle naturlige tall n.

$$n^3 - n \text{ er delelig med } 3$$

Basissteget

Vi sier at $P(n)$ står for at $n^3 - n = 3a$ er sant, hvor $a \in \mathbb{N}$
Vi må vise at påstanden stemmer for $n = 0$:

$$0^3 - 0 = 0$$

$3a = 0 \Rightarrow a = 0$ og $0 \in \mathbb{N}$, P(0) er sann!
Vi antar så at det stemmer for P(n) altså at:

$$n^3 - n = 3a$$

Hvor $a \in \mathbb{N}$, dette er induksjonshypotesen vår

Induksjonssteget

Vi må så vise at påstanden stemmer for $(n + 1)$:

$$\begin{aligned}
P(n+1) \quad &= (n+1)^3 - (n+1) && \text{— Skal være delelig med 3}\\
&= (n^3 + 3n^2 + 3n + 1) - (n+1) && \text{— Regning}\\
&= n^3 + 3n^2 + 3n + 1 - n - 1 && \text{— Regning}\\
&= n^3 + 3n^2 + 3n - n && \text{— Regning}\\
&= n^3 - n + 3n^2 + 3n && \text{— Induksjonshypotesen}\\
&= 3a + 3n^2 + 3n && \text{— } a \in \mathbb{N}\\
&= 3(a + n^2 + n) && \text{— 3 er en faktor i alle ledd}
\end{aligned}$$

Siden $a \in \mathbb{N}$ og $n \in \mathbb{N}$ så har vi vist at påstanden stemmer for $P(n + 1)$!

Oppgave 14.6

Oppgave C

1. $f(f(b)) = b$
2. Induksjon
3. Induksjonshypotesen
4. $f(f(bx))$
5. bx
6. Punkt 2
7. $f(b)0$
8. Punkt 3
9. Strukturell induksjon på mengden av binære tall
10. $f(f(b)) = b$