

Bahasa Formal (Formal Language)

(Teori Bahasa dan Automata)

Bahasa formal adalah himpunan yang mempunyai anggota-anggota berasal dari Σ^* .
Jika Σ adalah alfabet, dan $L \subseteq \Sigma^*$ maka L adalah bahasa.

Untai-untai yang membentuk suatu bahasa berasal dari suatu alfabet Σ .

Contoh :

Bahasa pemrograman C++, atau Java, atau lainnya termasuk bahasa formal

- ▶ yang berasal dari alfabet
- ▶ $\Sigma = \{a, b, c, \dots, z, A, B, C, \dots, Z, 0, 1, 2, 9, <, >, =, +, -, *, /, (,), ., \&, !, \%$
- ▶ $, ^, \{, \}, |, ', :, ;\}$

Berikut adalah beberapa contoh lain bahasa formal.

- Himpunan seluruh untai yang terdiri dari n buah 0 dan diikuti oleh n buah 1, untuk $n \geq 0$ adalah $L = \{ \lambda, 01, 0011, 000111, \dots \}$
- Himpunan seluruh untai terdiri dari jumlah simbol 0 dan 1 yang sama adalah : $L = \{ \lambda, 01, 0011, 0101, 1010, 1100, 0110, \dots \}$
- Himpunan bilangan biner yang nilainya sama dengan bilangan prima adalah : $L = \{ 10, 11, 101, 111, 1011, 1101, \dots \}$
- Σ^* adalah bahasa atas seluruh alfabet Σ
- \emptyset adalah bahasa kosong merupakan bahasa atas sembarang alfabet
- $\{ \lambda \}$ adalah bahasa yang hanya terdiri dari untai kosong, juga merupakan bahasa atas sembarang alfabet.

Perhatikan bahwa:

- $\emptyset \neq \{ \lambda \}$
- \emptyset tidak memiliki untai
- $\{ \lambda \}$ memiliki satu untai

Bahasa dapat didefinisikan dengan menggunakan notasi pembentuk himpunan (set-builder notation).

$$L = \{w \mid \textit{sifat-sifat } w\}$$

Dibaca:

L adalah himpunan untai w sedemikian rupa, sehingga memenuhi sifat-sifat w.

Contoh :

- $L = \{w \mid w \text{ terdiri dari simbol-simbol 0 dan 1 yang jumlahnya sama}\}$
- $L = \{w \mid w \text{ adalah bilangan bulat biner yang nilainya prima}\}$
- $L = \{w \mid w \text{ adalah program C++ yang benar sintaksnya}\}$

Operasi-Operasi pada Bahasa

a. Perangkaian (Concatenation)

Misal L_1 dan L_2 merupakan bahasa-bahasa berdasarkan alfabet Σ

Perangkaian L_1 dan L_2 ditulis : $L_1 \cdot L_2 = \{w_1.w_2 \mid w_1 \in L_1 \text{ dan } w_2 \in L_2\}$

Contoh, jika diketahui :

$L_1 = \{\text{ayam, kucing}\}$ dan $L_2 = \{\text{gajah}\}$, Maka $L_1 \cdot L_2 = \{\text{ayamgajah, kucinggajah}\}$.

Operasi-Operasi pada Bahasa

b. Eksponensiasi (Exponentiation)

Misalkan L merupakan suatu bahasa berdasarkan alfabet Σ

Contoh :

Jika $L = \{ab\}$ berdasarkan alfabet Σ , maka:

$$L^0 = \{\lambda\}$$

$$L^1 = L = \{ab\}$$

$$L^2 = L.L^1 = \{abab\}$$

$$L^3 = L.L^2 = \{ababab\}$$

Operasi-Operasi pada Bahasa

c. Gabungan (Union)

Misalkan L_1 dan L_2 adalah bahasa-bahasa berdasarkan suatu abjad Σ .

Gabungan dari L_1 dan L_2 , ditulis $L_1 \cup L_2$, terdiri dari semua untai yang muncul sekurang-kurangnya sekali dalam L_1 dan L_2 .

$$L_1 \cup L_2 = \{x \mid x \in L_1 \text{ atau } x \in L_2\}$$

Contoh :

$$\text{Misal } \Sigma = \{0, 1\}$$

$$L_1 = \{\epsilon, 0, 1, 10, 11\}$$

$$L_2 = \{\epsilon, 1, 0110, 11010\}$$

$$L_1 \cup L_2 = \{\epsilon, 0, 1, 10, 11, 0110, 11010\}$$

Operasi-Operasi pada Bahasa

d. Irisan (Intersection)

Misalkan L_1 dan L_2 adalah bahasa-bahasa berdasarkan suatu abjad Σ .

Irisan dari L_1 dan L_2 , ditulis $L_1 \cap L_2$, terdiri dari semua untai yang muncul baik di L_1 maupun di L_2 .

$$L_1 \cap L_2 = \{x \mid x \in L_1 \text{ dan } x \in L_2\}$$

Contoh :

Misal $\Sigma = \{0, 1\}$

$L_1 = \{\epsilon, 0, 1, 10, 11\}$

$L_2 = \{\epsilon, 1, 0110, 11010\}$

$L_1 \cap L_2 = \{\epsilon, 1\}$

Operasi-Operasi pada Bahasa

e. Sub Bahasa

Misalkan L_1 dan L_2 adalah bahasa-bahasa berdasarkan suatu abjad Σ dan jika semua untai di L_1 juga merupakan untai di L_2 , maka L_1 disebut sebuah sub bahasa dari L_2 . Notasi $L_1 \subseteq L_2$

Contoh :

Jika $L_1 = \{a, aa, aaa\}$ dan $L_2 = \{a, aa, aaa, aaaa, aaaaa\}$

maka $L_1 \subseteq L_2$

Operasi-Operasi pada Bahasa

f. Equal (Sama)

Dua buah bahasa L_1 dan L_2 dikatakan sama jika kedua bahasa tersebut secara persis mempunyai untai-untai yang sama, artinya jika sebagai himpunan-himpunan keduanya persis sama.

Notasi : $L_1 = L_2$

Operasi-Operasi pada Bahasa

g. Star Closure dan Plus Closure

Jika L adalah sebuah bahasa berdasarkan suatu abjad Σ ,

didefinisikan:

1. Star Closure dari L^*

$$L^* = \bigcup_{n=0}^{\infty} L^n = L^0 + L^1 + L^2 + L^3 + \dots$$

2. Plus Closure dari L^+

$$L^+ = \bigcup_{n=1}^{\infty} L^n = L^1 + L^2 + L^3 + \dots$$

Contoh :

Jika $L = \{a, b\}$

Maka:

$$L^0 = \{\lambda\}$$

$$L^1 = L = \{a, b\}$$

$$L^2 = L \cdot L^1 = \{aa, ab, ba, bb\}$$

$$L^3 = L^2 \cdot L = \{aaa, aab, aba, abb, baa, bab, aab, bbb\}$$

$$L^* = L^0 + L^1 + L^2 + L^3 + \dots$$

$$L^* = \{\lambda, a, b, aa, ab, ba, bb, aaa, aab, aba, abb, baa, bab, aab, bbb, \dots\}$$

$$L^+ = L^1 + L^2 + L^3 + \dots$$

$$L^+ = \{a, b, aa, ab, ba, bb, aaa, aab, aba, abb, baa, bab, aab, bbb, \dots\}$$