Les suites

Suites Arithmétique : متتالية حسابية

$$U_{n+1} = U_n + r$$

on calcule U_{n+1}, si on obtient $U_n +$ un réel donc elle est arithmétique

Le terme générale s'écrit :

$$U_n = U_0 + nr \quad \text{ou} \quad U_n = U_p + (n-p)r \quad \text{pour } p > 0.$$

Suites géométrique : متتالية هندسية

$$U_{n+1} = U_n \times q.$$

on calcule U_{n+1}, si on obtient $U_n \times$ un réel donc elle est géométrique

Le terme générale s'écrit :

$$U_n = U_0 \times (q)^n \quad \text{ou} \quad U_n = U_p \times (q)^{n-p} \quad \text{pour } p > 0$$

La monotonie de U_n :

on calcule $U_{n+1} - U_n$:

si $U_{n+1} - U_n > 0 \Rightarrow U_n$ est croissante.

si $U_{n+1} - U_n < 0 \Rightarrow U_n$ est décroissante

si $U_{n+1} - U_n = 0 \Rightarrow U_n$ est constante.

La suite majorée et minorée : محدودة من الأعلى ومن الأسفل

si U_n est majorée $\Rightarrow \exists M \in \mathbb{R} \,/\, \forall n \geqslant n_0 : U_n \leqslant M$.

si U_n est minorée $\Rightarrow \exists m \in \mathbb{R} \,/\, \forall n \geqslant n_0 : U_n \geqslant m$.

La suite convergente ou divergente :

U_n converge si :

$$\lim_{n \to +\infty} U_n = \ell \quad (\ell \in \mathbb{R})$$

ou : si U_n est croissante et majorée donc elle est convergente
et si U_n est décroissante et minorée " " " "

U_n diverge si :

$\lim_{n \to +\infty} U_n = \pm\infty$ ou la limite n'existe pas.

on peut connaître la limite de U_n selon les valeurs de (q)

si $q > 1$ $\lim_{n \to +\infty} U_n = +\infty$ si $U_0 > 0$ et $-\infty$ si $U_0 < 0$

si $-1 < q < 1$ $\lim_{n \to +\infty} U_n = 0$

si $q = 1$ $\lim_{n \to +\infty} U_n = U_0$

si $q \leqslant -1$ $\lim_{n \to +\infty} U_n$ n'existe pas

Relations binaires

1- Relation d'équivalence :

$\mathcal{R}$ est une relation d'équivalence si :

* $\mathcal{R}$ est réflexive :

$\forall x \in E : x \mathcal{R} x.$

* $\mathcal{R}$ est symétrique :

$\forall x, y \in E : x \mathcal{R} y \Rightarrow y \mathcal{R} x$

* $\mathcal{R}$ est Transitive :

$$\forall x, y \text{ et } z \in E : \begin{matrix} x \mathcal{R} y \\ \wedge \\ y \mathcal{R} z \end{matrix} \Rightarrow x \mathcal{R} z$$

La classe d'équivalence d'un réel "a" :

$$cl(a) = \{ x \in E / x \mathcal{R} a \}$$

2- Relation d'ordre :

$\mathcal{R}$ est une relation d'ordre si :

* $\mathcal{R}$ est réflexive
* $\mathcal{R}$ est antisymétrique :

$$\forall x, y \in E : \begin{matrix} x \mathcal{R} y \\ \wedge \\ y \mathcal{R} x \end{matrix} \Rightarrow x = y.$$

* $\mathcal{R}$ est Transitive :

Les Applications

L'image directe :

$$f(A) = \{ f(x) \in E \ / \ x \in A \}.$$

L'image réciproque :

$$f^{-1}(B) = \{ x \in E \ / \ f(x) \in B \}$$

L'application injective :

$$\forall \, x_1, x_2 \in E : \ f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2 .$$

L'application surjective :

$$\forall y \in F , \exists x \in E \ / \ f(x) = y .$$

L'application bijective :

si f est injective et surjective donc elle est bijective.

Théorème de bijection :

si f est continue sur I, et elle est strictement croisante ou décroissante sur I, donc elle est bijective de I vers f(I).

Relation d'ordre total ou partiel :

$\mathcal{R}$ est d'ordre total si :

$\forall x, y \in E$: $x \mathcal{R} y$ ou $y \mathcal{R} x$.

$\mathcal{R}$ est d'ordre partiel si :

$\exists x, y \in E$: $x \not\mathcal{R} y$ et $y \not\mathcal{R} x$.