

保密★启用前

2020-2021 学年第一学期期末考试

《工科数学分析基础 1》

A 卷

考生注意事项

1. 答题前，考生须在试题册指定位置上填写考生学号和考生姓名。
2. 在答题卡指定位置上填写考试科目、考生姓名和考生学号，并涂写考生学号信息。
特别提醒 由于答题卡上学号只设了九位空格，所以请 2020 级学生在答题卡上填涂学号时，去掉最前面的“20”。例如，如果学号为 20201234567，则填涂 201234567。其它年级的同学填涂完整的学号。
3. 第一题的答案必须涂写在答题卡相应题号的选项上，其它题的答案必须书写在答题卡指定位置的边框区域内。超出答题区域书写的答案无效：在草稿纸、试题册上答题无效。
4. 填（书）写部分必须使用黑色字迹签字笔书写，字迹工整、笔迹清楚；涂写部分必须使用 2B 铅笔填涂。
5. 考试结束，将答题卡和试题册按规定交回。

（以下信息考生必须认真填写）

考生学号											
考生姓名											

一、选择题 每小题 3 分, 共 45 分. 下列每题给出的四个选项中, 只有一个选项是符合题目要求的, 请将答案涂写在答题卡上.

1、点 $x = 0$ 是函数 $f(x) = \frac{1}{1+e^x}$ 的 ()

- (A) 可去间断点. (B) 跳跃间断点.
(C) 无穷间断点. (D) 振荡间断点.

2、设 $f(x)$ 为不恒等于零的奇函数, 且 $f'(0)$ 存在, 则函数 $g(x) = \frac{f(x)}{x}$ ()

- (A) 在点 $x = 0$ 处左极限不存在. (B) 有跳跃间断点 $x = 0$.
(C) 在点 $x = 0$ 处右极限不存在. (D) 有可去间断点 $x = 0$.

3、设 $f(x) = \lim_{t \rightarrow \infty} x \left(1 + \frac{1}{t}\right)^{2tx}$, 则 $f'(x) =$ ()

- (A) $(1+2x)e^{2x}$. (B) $(1+x)e^x$. (C) xe^{2x} . (D) 1.

4、函数 $f(x) = \cos \frac{1}{x}$ 在以下哪个区间不一致连续? ()

- (A) $(0, 1)$. (B) $(1, 2)$. (C) $[2, 3]$. (D) $(3, +\infty)$.

5、设函数 $y = y(x)$ 由方程 $2^{xy} = x + y$ 所确定, 则 $\frac{dy}{dx}|_{x=0} =$ ()

- (A) $\ln 2 - 1$. (B) $\ln 2 + 1$. (C) -1 . (D) 0.

6、设 $\begin{cases} x = f'(t) \\ y = tf'(t) - f(t) \end{cases}$, 其中 $f(t)$ 有二阶连续导数, 且 $f''(t) \neq 0$, 则 $\frac{d^2y}{dx^2} =$ ()

- (A) $f''(t) + tf'''(t)$. (B) 1. (C) $\frac{t}{f''(t)}$. (D) $\frac{1}{f''(t)}$.

7、设函数 $f(x) = xe^x$, 则 $f^{(2020)}(0) =$ ()

- (A) 2019. (B) 2020. (C) 2021. (D) 0.

8、设周期为 4 的函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内可导, 且 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(1) - f(1-x)}{2x} = -1$, 则曲

线 $y = f(x)$ 在点 $(5, f(5))$ 处的斜率为 ()

- (A) 1. (B) -1 . (C) 2. (D) -2 .

9、函数 $f(x) = \int_0^x \frac{2t-1}{t^2-t+1} dt$ 在 $[-1, 1]$ 上的最大值为 ()

- (A) $\ln \frac{3}{4}$. (B) $\ln \frac{3}{2}$. (C) 0. (D) $\ln 3$.

10、定积分 $\int_0^{\pi} 2e^x \sin x \, dx = (\quad)$

- (A) $-e^{\pi} + 1$. (B) $-e^{\pi} - 1$. (C) $e^{\pi} + 1$. (D) $e^{\pi} - 1$.

11、定积分 $\int_{\pi}^{2\pi} \sin^4 x \, dx = (\quad)$

- (A) $\frac{\pi}{2}$. (B) $\frac{3\pi}{8}$. (C) $\frac{\pi}{4}$. (D) $\frac{\pi}{8}$.

12、定积分 $\int_0^4 \frac{x}{\sqrt{2x+1}} \, dx = (\quad)$

- (A) $\frac{5}{3}$. (B) $\frac{10}{3}$. (C) 5. (D) $\frac{20}{3}$.

13、心形线 $r = 1 + \cos \theta$ (极坐标系下的方程) 所围平面图形的面积为 (\quad)

- (A) $\frac{3\pi}{8}$. (B) $\frac{3\pi}{4}$. (C) $\frac{3\pi}{2}$. (D) 3π .

14、函数 $f(x) = \ln x - \frac{x}{e} + 1$ 在 $(0, +\infty)$ 内的零点个数为 (\quad)

- (A) 0. (B) 1. (C) 2. (D) 3.

15、微分方程 $\frac{dy}{dx} = \cos x \cdot \csc y$ 的通解为 (\quad)

- (A) $\sin x + \cos y = c$. (B) $\sin x - \cos y = c$.
(C) $\cos x - \sin y = c$. (D) $\cos x + \sin y = c$.

二、(15 分) 求解微分方程初值问题 $\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \frac{2xy}{2x^2 + y^2} \\ y(0) = 1 \end{cases}$.

三、(15 分) 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x^2) - \ln(1+\sin^2 x)}{(e^x - 1)\sin^3 x}$.

$\frac{1}{3}$

四、(15 分) 设函数 $f(x)$ 在 $[-\pi, \pi]$ 上连续.

(1) 证明: $\int_0^{\pi} x f(\sin x) \, dx = \frac{\pi}{2} \int_0^{\pi} f(\sin x) \, dx$.

(2) 当 $f(x) = \frac{x}{1+\cos^2 x} + \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin x \, dx$ 时, 利用(1)的结论求 $f(x)$.

五、(10 分) 设函数 $f(x)$ 在 $[0, 1]$ 上二阶可导, 且 $|f''(x)| \leq 1$. 已知 $f(x)$ 在 $(0, 1)$ 内取到最大值 $\frac{1}{4}$. 证明: $|f(0)| + |f(1)| \leq 1$.