



1. Lista Introdução à Álgebra Linear

Exercício 1.1 Quais dos seguintes vetores são combinação linear de $v_1 = (4, 2, -3)$, $v_2 = (2, 1, -2)$ e $v_3 = (-2, -1, 0)$?

- a) $(1, 1, 1)$
- b) $(4, 2, -6)$
- c) $(-2, -1, 1)$
- d) $(-1, 2, 3)$

■

Exercício 1.2 Quais dos seguintes conjuntos de vetores são linearmente dependentes?

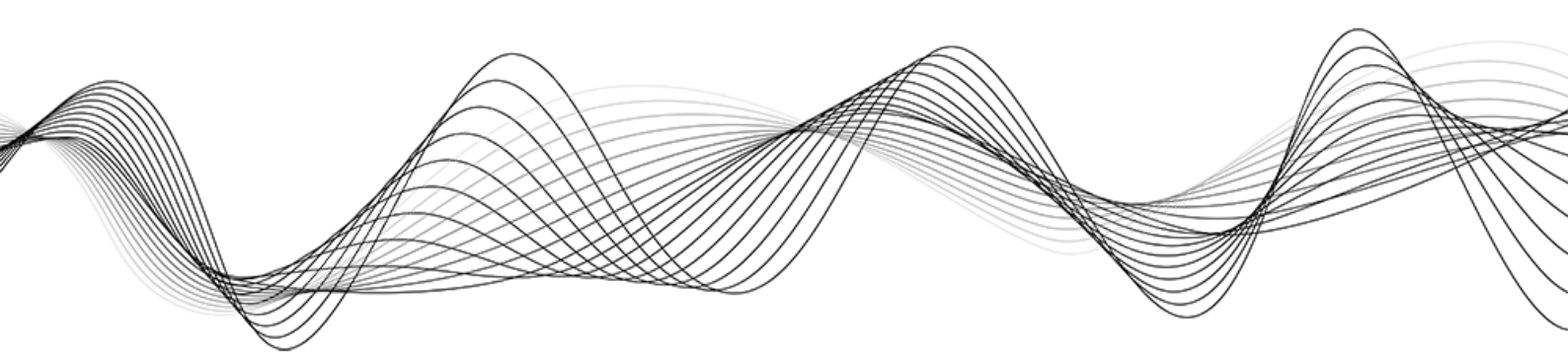
- a) $\{(1, 1, 2), (1, 0, 0), (4, 6, 12)\}$
- b) $\{(1, -2, 3), (-2, 4, -6)\}$
- c) $\{(1, 1, 1), (2, 3, 1), (3, 1, 2)\}$
- d) $\{(4, 2, -1), (6, 5, -5), (2, -1, 3)\}$
- e) $\{(1, 0), (0, 1), (1, 1)\}$

■

Exercício 1.3 Para quais valores de λ o conjunto de vetores $\{(3, 1, 0), (\lambda 2 + 2, 2, 0)\}$ é L.D.? ■

Exercício 1.4 Seja S o subespaço de \mathbb{R}^3 gerado por $\{(1, 1, 0), (0, 0, 1)\}$. Determine a distância do vetor $v = (10, -1, 2)$ ao plano S . ■

Exercício 1.5 Seja S o subespaço de \mathbb{R}^3 gerado por $\{(1, 0, 0)\}$. Determine a distância do vetor $v = (10, -1, 2)$ à reta S . ■



2. Lista Séries de Fourier 1

Exercício 2.1 Seja V o espaço vetorial formado por todas as funções $g : [-\pi, \pi] \rightarrow \mathbb{R}$ tais que $\int_{-\pi}^{\pi} |g(t)|^2 dt < \infty$, munido do produto interno $\langle f, g \rangle = \int_{-\pi}^{\pi} f(t)g(t)dt$. Considere $f \in V$, tal que $f(t) = 0$, se $0 \leq t \leq \pi$, e $f(t) = 1$ se $-\pi \leq t < 0$. Determine a projeção ortogonal de f no subespaço gerado por $B = \{1, \cos(\pi t), \sin(\pi t), \dots, \cos(n\pi t), \sin(n\pi t)\}$. ■

Exercício 2.2 Mostre que:

- a $\int_{-\pi}^{\pi} |\sin(nx)|^2 dx = \pi$, para $n = 1, 2, \dots, N$;
 - b $\int_{-\pi}^{\pi} |\cos(nx)|^2 dx = \pi$, para $n = 1, 2, \dots, N$;
 - c $\int_{-\pi}^{\pi} \sin(nx)\sin(mx)dx = 0$, para $m \neq n$;
 - d $\int_{-\pi}^{\pi} \cos(nx)\cos(mx)dx = 0$, para $m \neq n$.
-

Exercício 2.3 Seja $f : [-T/2, T/2] \rightarrow \mathbb{R}$. Mostre que:

- a $e^{i2\pi nt/T}$, $n = 1, 2, \dots, N$ forma uma base de um subespaço vetorial;
 - b $\int_{-T/2}^{T/2} f(t)g(t)dt$ é um produto interno;
 - c $f_N(t) = \sum_{n=-N}^N c_n e^{i2\pi nt/T}$, onde $c_n = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) e^{-i2\pi nt/T} dt$
 - d $\sum_{n=-\infty}^{\infty} |c_n|^2 = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} |f(t)|^2 dt$ (Teorema de Parseval)
-