1. Lista Introdução à Álgebra Linear

Exercício 1.1 Quais dos seguintes vetores são combinação linear de $v_1 = (4,2,-3)$, $v_2 = (2,1,-2)$ e $v_3 = (-2,-1,0)$?
a) $(1,1,1)$
b) $(4,2,-6)$
c) $(-2,-1,1)$
d) $(-1,2,3)$
■

Exercício 1.2 Quais dos seguintes conjuntos de vetores são linearmente dependentes?
a) $\{(1,1,2),(1,0,0),(4,6,12)\}$
b) $\{(1,-2,3),(-2,4,-6)\}$
c) $\{(1,1,1),(2,3,1),(3,1,2)\}$
d) $\{(4,2,-1),(6,5,-5),(2,-1,3)\}$
e) $\{(1,0),(0,1),(1,1)\}$
■

Exercício 1.3 Para quais valores de λ o conjunto de vetores $\{(3,1,0),(\lambda 2+2,2,0)\}$ é L.D.? ■

Exercício 1.4 Seja S o subespaço de $\mathbb{R}^3$ gerado por $\{(1,1,0),(0,0,1)\}$. Determine a distância do vetor $v = (10,-1,2)$ ao plano S. ■

Exercício 1.5 Seja S o subespaço de $\mathbb{R}^3$ gerado por $\{(1,0,0)\}$. Determine a distância do vetor $v = (10,-1,2)$ à reta S. ■

2. Lista Séries de Fourier 1

Exercício 2.1 Seja V o espaço vetorial formado por todas as funções $g : [-\pi, \pi] \to \mathbb{R}$ tais que $\int_{-\pi}^{\pi} |g(t)|^2 dt < \infty$, munido do produto interno $\langle f, g \rangle = \int_{-\pi}^{\pi} f(t)g(t)dt$. Considere $f \in V$, tal que $f(t) = 0$, se $0 \leq t \leq \pi$, e $f(t) = 1$ se $-\pi \leq t < 0$. Determine a projeção ortogonal de f no subespaço gerado por $B = \{1, cos(\pi t), sen(\pi t), \cdots, cos(n\pi t), sen(n\pi t)\}$. ■

Exercício 2.2 Mostre que:

a $\int_{-\pi}^{\pi} |sen(nx)|^2 dx = \pi$, para $n = 1, 2, \cdots, N$;

b $\int_{-\pi}^{\pi} |cos(nx)|^2 dx = \pi$, para $n = 1, 2, \cdots, N$;

c $\int_{-\pi}^{\pi} sen(nx)sen(mx)dx = 0$, para $m \neq n$;

d $\int_{-\pi}^{\pi} cos(nx)cos(mx)dx = 0$, para $m \neq n$.

■

Exercício 2.3 Seja $f : [-T/2, T/2] \to \mathbb{R}$. Mostre que:

a $e^{i2\pi nt/T}$, $n = 1, 2, \cdots, N$ forma uma base de um subespaço vetorial;

b $\int_{-T/2}^{T/2} f(t)g(t)dt$ é um produto interno;

c $f_N(t) = \sum_{n=-N}^{N} c_n e^{i2\pi nt/T}$, onde $c_n = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t)e^{-i2\pi nt/T} dt$

d $\sum_{n=-\infty}^{\infty} |c_n|^2 = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} |f(t)|^2 dt$ (Teorema de Parseval)

■