CONCEITOS BÁSICOS

Ivan Camargo

Revisão - Abril de 2007

1) Introdução

A disciplina de Conversão de Energia faz parte da área de Sistemas Elétricos de Potência. Esta área compreende outras disciplinas como Circuitos Polifásicos, Máquinas Elétricas, Análise de Sistemas de Potência e Instalações Elétricas. O que se estuda, neste conjunto de disciplinas, é a transformação da energia e a sua transmissão até o usuário final.

Outras disciplinas relacionadas com esta com esta área de estudo são: Distribuição, Transmissão, Geração, Proteção, Subestações, Eletrônica de Potência, Eficiência Energética, etc.

A história dos Sistemas Elétricos de Potência tem início com Thomas Edison no final do século passado (1882) com seu circuito de iluminação pública da cidade de Nova York em corrente contínua.

A crescente importância da eletricidade fez com que sistemas maiores e com fontes mais distantes fossem desenvolvidos. A geração e a transmissão passaram a ser feitas em corrente alternada devido, principalmente, à necessidade de elevação e abaixamento das tensões.

Antes de se falar de máquinas elétricas, ou conversores eletromecânicos de energia, é importante recordar alguns conceitos básicos relacionados com sistemas elétricos de potência para padronizar a nomenclatura ao longo deste texto.

2) Potência

A potência instantânea é por definição o produto da corrente pela tensão.

$$p = vi \tag{1}$$

Exemplo 1

Dado o circuito da figura 2.1, considerando que a tensão e a corrente sejam puramente senoidais, determinar o valor a potência absorvida pelo circuito.

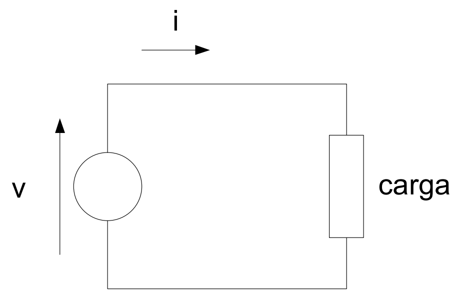

Figura 2.1: Potência em um circuito elétrico

Solução

$$v(t) = V_{máx} \cos \omega t \tag{2}$$

$$i(t) = I_{máx} \cos(\omega t - \phi) \tag{3}$$

Onde:

$V_{máx}$ é o valor máximo da tensão;
$I_{máx}$ é o valor máximo da corrente;
ω é a freqüência angular e
ϕ é o ângulo de defasagem entre a corrente e a tensão.

Observe que não há nenhuma perda de generalidade em considerar a tensão sem defasagem.

Lembrando que:

$$\cos a \cos b = \frac{1}{2}\{\cos(a+b) + \cos(a-b)\} \tag{4}$$

Então, da definição:

$$p = \frac{1}{2} V_{máx} I_{máx} \{\cos(2\omega t - \phi) + \cos \phi\} \tag{5}$$

A potência instantânea em um circuito monofásico tem uma componente constante e uma componente pulsante no dobro da freqüência da rede. A figura 2.2 mostra o valor instantâneo da potência para um ângulo de defasagem de 30º.

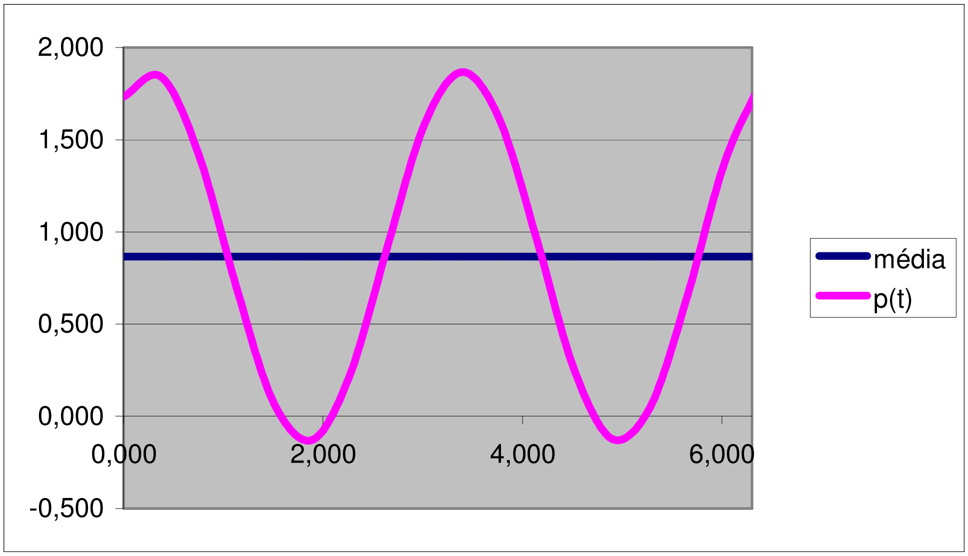

Figura 2.2: p(t) para $\phi = 30º$.

Exemplo 2

Calcule o valor médio da potência instantânea.

Solução

Usando a definição de valor médio:

$$V_{médio} = \frac{1}{T}\int_0^T f(t)dt \qquad (6)$$

vem:

$$P = \frac{1}{2}V_{máx}I_{máx}\cos\phi \qquad (7)$$

Onde P (maiúsculo) é o valor médio de p (minúsculo) a potência em função do tempo.

Exemplo 3

Determine o valor *rms* da tensão e da corrente.

Solução

Mais uma vez, usando a definição de valor *rms* (*root mean square*) ou valor eficaz, tem-se:

$$V = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T v^2(t)dt} \qquad (8)$$

ou seja, a raiz quadrada do valor médio da função ao quadrado. Como:

$$v^2(t) = \frac{V^2{}_{máx}}{2}\{1+\cos(2\omega t)\} \qquad (9)$$

Então:

$$V = \frac{V_{máx}}{\sqrt{2}} \qquad (10)$$

Da mesma forma:

$$I = \frac{I_{máx}}{\sqrt{2}} \qquad (11)$$

Os valores de V e I, sem índice, e em maiúsculo serão considerados os valores rms das grandezas senoidais. A partir da equação (7) é fácil observar que, em um circuito monofásico alimentado por corrente e tensão senoidais, a potência média consumida é dada por:

$$P = VI\cos\phi \qquad (12)$$

Onde $\cos\phi$ é chamado de "fator de potência".

3) Notação Fasorial

Sendo os sistemas de potência predominantemente em corrente alternada, é intuitivo perceber que as grandezas relacionadas serão senoidais. Não é fácil trabalhar com grandezas senoidais, por isto usa-se a notação fasorial para representar uma grandeza senoidal através de um número complexo. É pré-requisito para qualquer engenheiro elétrico um bom domínio de números complexos.

Dada a função senoidal f(t):

$$f(t) = F_{máx}\cos(\omega t + \phi) \qquad (13)$$

Define-se o fasor **F** como:

$$\overline{F} = \frac{F_{máx}}{\sqrt{2}} e^{j\phi} \tag{14}$$

O fasor **F** é um número complexo cujo módulo é igual ao valor rms da função senoidal e a fase corresponde à defasagem entre esta função e uma outra qualquer tomada como referência. Os fasores serão notados em negrito ou com uma barra sobre a letra maiúscula para caracterizar a diferença entre o fasor (complexo) e o valor rms (real). Outras formas alternativas de representação fasorial da função são:

$$\overline{\mathrm{F}} = \mathrm{F}e^{j\phi} \tag{15}$$

$$\overline{\mathrm{F}} = \mathrm{F}\angle\phi \tag{16}$$

Ou ainda, na sua forma retangular:

$$\overline{F} = F\cos\phi + jFsen\phi \tag{17}$$

Exemplo 4

Dado um fasor **F** qualquer, qual a função que determina a expressão no tempo?

Solução

Partindo de uma função senoidal:

$$f(t) = F_{máx}\cos(\omega t + \phi) \tag{18}$$

$$f(t) = \mathrm{Re}[F_{máx}\cos(\omega t + \phi) + jF_{máx}sen(\omega t + \phi)] \tag{19}$$

$$f(t) = \mathrm{Re}[\sqrt{2}\frac{F_{máx}}{\sqrt{2}} e^{j\phi}.e^{j\omega t}] \tag{20}$$

Da definição de fasor, tem-se:

$$f(t) = \sqrt{2}\,\mathrm{Re}[\overline{F}e^{j\omega t}] \tag{21}$$

Portanto, dado um fasor, é direta a determinação da grandeza real no tempo. A equação (21) mostra claramente que a definição do fasor elimina a freqüência angular da grandeza no tempo. De fato, como em um sistema de corrente alternada, em regime permanente, a freqüência é constante, eliminar esta informação simplifica, sem nenhum prejuízo, os cálculos de correntes e tensões em sistemas AC.

Exemplo 5

Determine qual a relação entre um fasor de tensão e um fasor de corrente quando a tensão senoidal estiver aplicada em uma indutância pura.

Solução

$$i(t) = \sqrt{2} I \cos(\omega t - \phi) \tag{22}$$

ou, usando a notação fasorial:

$$i(t) = \sqrt{2}\,\mathrm{Re}[\bar{I} e^{j\omega t}] \tag{23}$$

Lembrando que a relação entre tensão e corrente em um indutor é dada por:

$$\begin{aligned} v(t) &= \frac{d\lambda}{dt} \\ v(t) &= L\frac{di(t)}{dt} \end{aligned} \tag{24}$$

tem-se:

$$\begin{aligned} v(t) &= L\sqrt{2}\,\mathrm{Re}[\frac{d}{dt}\bar{I} e^{j\omega t}] \\ v(t) &= \sqrt{2}\,\mathrm{Re}[j\omega L\bar{I} e^{j\omega t}] \end{aligned} \tag{25}$$

Voltando à definição de fasor, tem-se:

$$\bar{V} = j\omega L\bar{I} \tag{26}$$

Portanto, neste caso, a relação entre os dois fasores é um número puramente imaginário.

$$\frac{\bar{V}}{\bar{I}} = j\omega L \tag{27}$$

A relação entre o fasor de tensão e o fasor de corrente é, por definição, a impedância do circuito. Pode-se fazer um procedimento análogo para o resistor ou para o capacitor (inicialmente descarregado) e obtém-se respectivamente:

$$\frac{\bar{V}}{\bar{I}} = R \tag{28}$$

$$\frac{\bar{V}}{\bar{I}} = \frac{1}{j\omega C} \tag{29}$$

O produto da indutância pela frequência angular é chamado reatância indutiva. O inverso do produto da capacitância pela freqüência angular é chamado reatância capacitiva. Ambos (no MKS) são dados em ohms.

$$X_L = \omega L \tag{30}$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} \tag{31}$$

Portanto, com estas definições, pode-se reescrever as

$$\frac{\bar{V}}{\bar{I}} = jX_L \tag{32}$$

$$\frac{\bar{V}}{\bar{I}} = -jX_C \tag{33}$$

Exemplo 6

Considere um circuito composto por uma resistência de 1Ω em série com uma reatância indutiva de 1Ω. Se for aplicada uma tensão cujo valor rms é igual a 1 V, qual será o valor da corrente circulando por este circuito?

Solução

As impedâncias em série se somam, portanto:

$$\bar{V} = (R + jX_L)\bar{I} \tag{34}$$

O fasor de corrente será dado em relação a uma referência escolhida arbitrariamente. É usual escolher a tensão como referência, portanto:

$$\bar{V} = 1\angle 0 \tag{35}$$

$$\bar{I} = \frac{1\angle 0}{1 + j1} = \frac{1\angle 0°}{1{,}41\angle 45°} = 0{,}707\angle -45° = 0{,}5 - j0{,}5A \tag{36}$$

Como foi dito, é fundamental o domínio de números complexos e as transformações de polar para retangular necessárias para operações com este números.

Exemplo 7

Considere uma carga monofásica composta de um resistor de 1Ω em paralelo com uma reatância capacitiva de 1Ω. Se esta carga for alimentada pela mesma fonte de tensão do exemplo anterior, calcular a corrente.

Solução

A corrente no resitor é dada por:

$$\bar{I}_R = \frac{1\angle 0°}{1} = 1\angle 0° A \tag{37}$$

A corrente no capacitor é dada por:

$$\bar{I}_C = \frac{1\angle 0°}{-j1} = 1\angle 90° A \tag{38}$$

Portanto, a corrente total será:

$$\bar{I} = 1 + j1 = 1{,}41\angle 45° \tag{39}$$

Os fasores, por serem números complexos, podem ser representados graficamente no plano complexo, ou seja, no plano definido pelos eixos real e imaginário. Este diagrama é chamado de diagrama fasorial.

Exemplo 8

Trace o diagrama fasorial das correntes e tensões dos exemplos anteriores.

Solução

O diagrama fasorial do exemplo 6 está mostrado na figura 3.1.

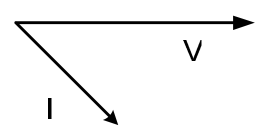

Figura 3.1: Diagrama fasorial do exemplo 6.

Observe que a corrente, neste caso, está atrasada em relação à tensão.

O diagrama fasorial do exemplo 7 está mostrado na figura 3.2.

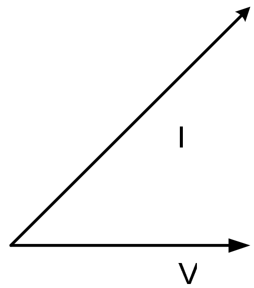

Figura 3.2: Diagrama fasorial do exemplo 7.

Para uma carga capacitiva, a corrente está adiantada em relação à tensão.

4) Circuitos Trifásicos

Este item serve exclusivamente para que o estudante conheça a terminologia usada em circuitos trifásicos. Todos os conceitos são dados em um curso específico.

Dado três circuitos (a, b, c) independentes que são alimentados por três fontes de tensão senoidal defasadas de 120°.

$$\begin{aligned} e_a &= \sqrt{2}E\cos\omega t \\ e_b &= \sqrt{2}E\cos(\omega t - 120°) \\ e_c &= \sqrt{2}E\cos(\omega t + 120°) \end{aligned} \tag{40}$$

A freqüência angular destas fontes é ω e o seu valor rms é E.

Representando estes valores pelo seus respectivos fasores tem-se:

$$\begin{aligned} \overline{E}_a &= E\angle 0° \\ \overline{E}_b &= E\angle -120° \\ \overline{E}_c &= E\angle 120° \end{aligned} \tag{41}$$

Considerando que a carga instalada em cada um destes circuitos seja a mesma e representada pela impedância de módulo Z e fase ϕ, a corrente em cada fase será dada por:

$$\begin{aligned}
\bar{I}_a &= \frac{\bar{E}_a}{Z\angle\phi} = \frac{E\angle 0^\circ}{Z\angle\phi} = I\angle -\phi \\
\bar{I}_b &= \frac{\bar{E}_b}{Z\angle\phi} = \frac{E\angle -120^\circ}{Z\angle\phi} = I\angle -120-\phi \\
\bar{I}_c &= \frac{\bar{E}_c}{Z\angle\phi} = \frac{E\angle 120^\circ}{Z\angle\phi} = I\angle 120-\phi
\end{aligned} \tag{42}$$

É fácil observar que o somatório das correntes nas fases é nulo. No caso das cargas (ou impedâncias) serem diferentes, haverá a circulação de uma corrente (normalmente menor que cada uma delas) por um circuito chamado de neutro.

Exemplo 9

Um conjunto de tensões trifásicas equilibradas (1 V) alimenta 3 carga cujo o valor da impedância é o mesmo (1 ohm) mas o fator de potência é diferente. Na fase “a” o fp é unitário. Na fase “b” é igual a 0,92 indutivo e na fase “c” é 0,92 capacitivo. Qual o valor da corrente de neutro.

Solução

O módulo da corrente nas três fases é igual a 1 A. O arco cujo coseno é igual a 0,92 é 23^o , portanto:

$$\begin{aligned}
\bar{I}_a &= 1\angle 0^\circ \\
\bar{I}_b &= \frac{\bar{V}_b}{Z_b} = \frac{1\angle -120^\circ}{1\angle 23^\circ} = 1\angle -143^\circ \\
\bar{I}_c &= \frac{\bar{V}_c}{Z_c} = \frac{1\angle +120^\circ}{1\angle -23^\circ} = 1\angle 143^\circ
\end{aligned} \tag{43}$$

A corrente de neutro será:

$$\begin{aligned}
\bar{I}_n &= \bar{I}_a + \bar{I}_b + \bar{I}_c = 1 + (-0{,}798 - j0{,}602) + (-0{,}798 + j0{,}602) \\
\bar{I}_n &= -0{,}59\angle 0^\circ
\end{aligned} \tag{44}$$

Mesmo com as cargas razoavelmente bem equilibradas, a corrente de neutro pode assumir valores significativos. No entanto, na maioria dos estudos de sistemas elétricos de potência, admite-se que a carga seja perfeitamente equilibrada e é possível, neste caso, analisar o que se passa em apenas uma das fases. O que ocorre nas outras seria idêntico com 120^o de defasagem.

A tensão entre a fase e o neutro é chamada de tensão de fase. A tensão entre duas fases é chamada de tensão de linha.

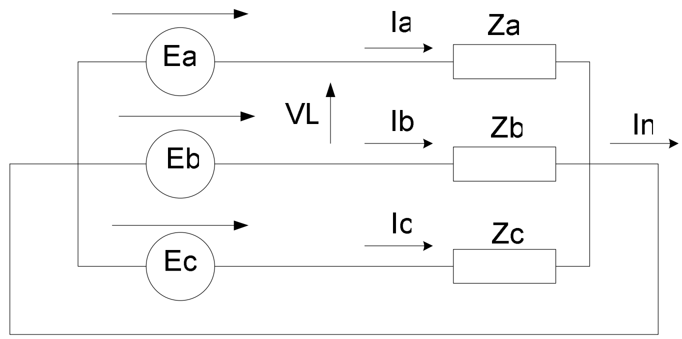

Figura 4.1: Circuito Trifásico conectado em estrela.

Exemplo 10

Determinar o valor da tensão de linha em relação ao valor da tensão de fase.

Solução

Diretamente da Figura 4.1, tem-se:

$$\begin{aligned} \overline{V}_L &= \overline{E}_a - \overline{E}_b = E\angle 0° - E\angle -120° = E(1+0{,}5+j0{,}866) \\ \overline{V}_L &= \sqrt{3}E\angle +30° \end{aligned} \tag{45}$$

Observe que os valores de tensão de linha e de fase são completamente diferentes! Confundir estes valores corresponde a errar inteiramente o problema. É importante saber que quando se trata de sistemas elétricos de potência, a tensão dada na placa dos equipamentos, ou a tensão nominal dos equipamentos é sempre a tensão de linha. Quando for estudado os valores "por unidade" (pu) o problema da raiz de três desaparece.

5) Potência Trifásica

A potência trifásica é por definição a soma da potência em cada uma das fases.

$$P_{3\phi} = v_a i_a + v_b i_b + v_c i_c \tag{46}$$

Exemplo 11

Calcular a potência trifásica absorvida pela carga da figura 2 supondo que ela seja equilibrada.

Solução

No caso de carga trifásica equilibrada as tensões e correntes nas fases estão defasadas de 120º . Tomando os seus valores no tempo tem-se:

$$\begin{aligned} P_{3\phi} &= \sqrt{2}E\cos\omega t.\sqrt{2}I\cos(\omega t-\phi)+ \\ &\sqrt{2}E\cos(\omega t-120°).\sqrt{2}I\cos(\omega t-\phi-120°)+ \\ &\sqrt{2}E\cos(\omega t+120°).\sqrt{2}I\cos(\omega t-\phi+120°) \end{aligned} \qquad (47)$$

Efetuando o produto, usando a identidade trigonométrica definida em (4) e lembrando que três senóides defasadas de 120º somam zero, tem-se:

$$P_{3\phi} = 3EI\cos\phi \qquad (48)$$

Como foi dito, é mais comum a utilização do valor da tensão de linha. Portanto, usando (45) obtém-se:

$$P_{3\phi} = \sqrt{3}V_L I\cos\phi \qquad (49)$$

A comparação de (48) (ou (49)) com (5) é interessante. Observe que a potência trifásica é constante, depende do valor rms das correntes e tensões e do fator de potência.

6) Potência Complexa Trifásica

A potência complexa é por definição o produto do fasor de tensão pelo conjugado do fasor de corrente. Considerando um circuito trifásico como o da figura 2, tem-se:

$$S = 3\overline{E}\overline{I}* \qquad (50)$$

Note que a potência completa, assim como a impedância, é um número complexo mas não é um fasor porque não representa uma grandeza variando senoidalmente no tempo.

Se a fase do fasor de tensão for α e a do fasor de corrente for β, esta definição da potência complexa (usando o conjugado do fasor de corrente) faz com que o ângulo da potência seja exatamente a defasagem entre tensão e corrente.

$$\begin{aligned} \overline{E} &= E\angle\alpha \\ \bar{I} &= I\angle\beta \\ \bar{I}* &= I\angle-\beta \\ S &= 3EI\angle\alpha-\beta \end{aligned} \qquad (51)$$

O módulo da potência complexa é chamado de potência aparente. A sua unidade é o volt ampère [VA].

Colocando a potência complexa na forma retangular e fazendo $\phi = \alpha\text{-}\beta$, tem-se:

$$S = 3EI\cos\phi + j3EIsen\phi \quad (52)$$

A parte real da potência complexa trifásica é a potência ativa. A parte imaginária é chamada potência reativa.

$$Q = 3EIsen\phi \quad (53)$$

Portanto, na forma retangular tem-se:

$$S = P + jQ \quad (54)$$

A potência ativa é dada em watt [W] e a potência reativa em volt ampère reativo [var].

O ângulo ϕ, ou o ângulo do fator de potência da carga, define qual a proporção da potência aparente que é transformada em potência ativa (o que é a própria definição de fator de potência) e se a carga está absorvendo ou gerando potência reativa. Quando a corrente está atrasada em relação à tensão (ϕ>0), seno de ϕ também é positivo e diz-se que a carga está absorvendo potência reativa ou que é uma carga indutiva.

Por outro lado, quando a corrente está adiantada em relação à tensão, (ϕ<0), Q<0, ou seja a carga está absorvendo potência reativa negativa, ou, como é comumente usado, a carga está gerando potência reativa. Diz-se, então, que uma carga capacitiva gera potência reativa.

Exemplo 12

Qual a corrente absorvida por uma carga trifásica de 10 MVA, 13,8 kV, com fator de potência 0,8 indutivo quando ela opera em condições nominais?

Solução

A potência aparente nominal de uma carga trifásica é sempre a potência trifásica assim como a tensão é a de linha. Então:

$$S = \sqrt{3}.V_L I \quad (55)$$

O módulo da corrente é dado por:

$$\left|\bar{I}\right| = \frac{S}{\sqrt{3}V_L} = \frac{10MVA}{\sqrt{3}.13{,}8kV} = 418{,}4A \quad (56)$$

É dado do problema que a corrente está atrasada em relação à tensão. A sua fase é dada pelo arco cujo coseno é 0,8, ou seja $36{,}8^o$ .Tomando a tensão como referência, tem-se:

$$\bar{E} = \frac{13{,}8}{\sqrt{3}} \angle 0° \qquad (57)$$
$$\bar{I} = 418{,}4 \angle -36{,}8°$$

Exemplo 13

Qual seria o tamanho do banco de capacitores que teria que ser instalado nesta carga para que o fator de potência passasse para 0,92 indutivo?

Solução

No exemplo anterior pode-se calcular a potência ativa e a reativa:

$$\mathrm{P} = \mathrm{S}\cos\phi = 8\mathrm{MW} \qquad (58)$$
$$\mathrm{Q(velho)} = \mathrm{S}\,\mathrm{sen}\,\phi = 6\mathrm{M\ var}$$

O que se deseja é calcular um banco de capacitores trifásicos de forma a mudar o fator de potência para 0,92. Então não há nenhuma alteração na potência ativa e a nova potência reativa tem que ser igual a:

$$\mathrm{S(novo)} = \frac{\mathrm{P}}{\mathrm{fp}} = \frac{8}{0{,}92} = 8{,}69\mathrm{MVA}$$
$$\mathrm{Q(novo)} = \sqrt{\mathrm{S}^2(\mathrm{novo}) - \mathrm{P}^2} = 3{,}4\mathrm{M\ var}$$

A potência do banco de capacitor é dada por:

$$\mathrm{Q(cap)} = \mathrm{Q(velho)} - \mathrm{Q(novo)} = 2{,}6\mathrm{M\ var}$$

Observe que o módulo da corrente da carga passa de 418 A para 363 A. O que implica em uma redução significativa das perdas uma vez que estas são função do quadrado da corrente.

Exemplo 14

Calcular a corrente necessária para alimentar uma sala de aula.

Solução

A carga de uma sala de aula é monofásica e é composta por 20 luminárias de 32 W e dois ar condicionados de 700 W cada. Para determinar a corrente é preciso conhecer também o fator de potência da carga. No caso das luminárias vai-se supor um fator de potência igual a 0,9 indutivo. O ar condicionado, segundo o fabricante, tem fator de potência da ordem de 0,92, também indutivo.

A carga, desta forma, está completamente definida.

P(ar) = 2 . 700 = 1.400 W

S(ar) = 1.400/0,92 = 1.521,7 VA

Q(ar) = 596,4 var

P(luz) = 20 . 32 = 640 W

S(luz) = 640/0,9 = 711,1 VA

Q(luz) = 310,0 var

P(total) = 2.040 W

Q(total) = 906,4 var

S(total) = 2.232,3 VA

Como V = 220 (considerada a referência fasorial), então:

$$\bar{I} = \left(\frac{S}{\overline{\overline{V}}}\right)^* = \frac{2.040 - j906,4}{220\angle 0} = 10,15\angle -23,96\ A$$

Exemplo 15

Considerando que a carga de uma escola seja equivalente a 50 salas de aula como descritas no exemplo anterior. Qual a corrente no lado de alta tensão do transformador (13,8 kV/380 V) que alimenta a escola?

Solução

Trata-se de uma carga trifásica. Os dados de tensão, portanto, são tensões de linha. A potência complexa total trifásica será:

P = 50 . 2.040 = 102 kW

Q = 50. 906,4 = 45,3 kvar

S = 111,6 kVA

$$\bar{I} = \left(\frac{S}{\sqrt{3}V}\right)\angle \arccos(0,914) = \frac{111,6}{\sqrt{3}\,13,8}\angle -23,96 = 4,67\angle -23,96\ A$$