

1) Introdução

A máquina síncrona elementar é composta por três enrolamentos no estator, defasados de 120 graus e um enrolamento no rotor alimentado em corrente contínua.

O rotor da máquina síncrona (MS) pode ser liso ou com pólos salientes. A máquina de rotor liso é usada para acionamentos em alta velocidade ($n = 1800 \text{ rpm}$ ou 3600 rpm) e a de pólos salientes para acionamentos em baixa velocidade.

A figura 1 mostra esquematicamente a MS elementar com a representação dos seus quatro enrolamentos: três fases no estator e o enrolamento de campo no rotor.

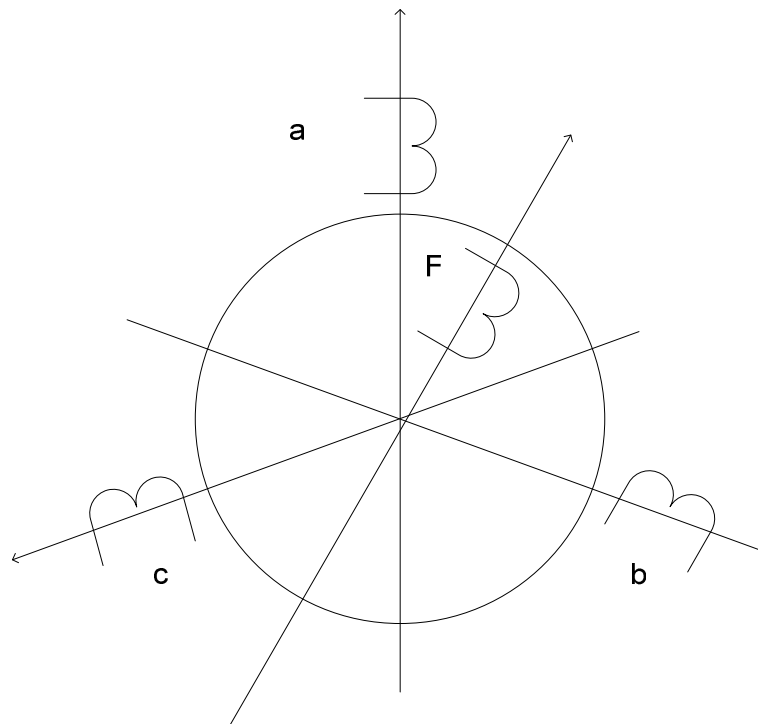


Figura 1: Máquina síncrona elementar.

A MS é usada, normalmente, como gerador. Praticamente toda a potência elétrica gerada no mundo é feita através de geradores síncronos.

Uma das facilidades desta máquina, como será visto adiante, é poder operar em regime permanente como um controle de potência ativa e reativa do sistema. Controlar a potência reativa é interessante para ajustar o fator de potência de uma carga.

Exemplo 1

Em uma indústria, um motor síncrono, trifásico, de 4.400 V, 500 kVA, é instalado em paralelo com vários motores de indução. Os dados dos motores em operação são os seguintes:

MIT: 600 kVA, $\text{fp} = 0,8$ (indutivo)

MS: 400 kVA, $\text{fp} = 1$

- a) Qual o fator de potência (fp) da indústria?
- b) Como melhorar o fp desta indústria?

Solução

$$P(\text{MIT}) = 600 \cdot 0,8 = 480 \text{ kW}$$

$$P(\text{MS}) = 400 \text{ kW}$$

$$P(\text{total}) = 880 \text{ kW}$$

$$Q(\text{MIT}) = 600 \cdot 0,6 = 360 \text{ kvar} = Q(\text{total})$$

$$S(\text{total}) = (880^2 + 360^2)^{1/2} = 950 \text{ kVA}$$

$$\text{fp} = 880/950 = 0,92 \text{ (indutivo)}$$

Para melhorar o fp pode-se usar o motor síncrono até o limite da sua potência aparente máxima (ou nominal).

$$S(\text{MS}) = 500 \text{ kVA}$$

$$P(\text{MS}) = 400 \text{ kW}$$

$$Q(\text{MS}) = 300 \text{ kvar}$$

Acrescentando 300 kvar de potência reativa na carga, tem-se:

$$Q(\text{total}) = 360 - 300 = 60 \text{ kvar}$$

A potência aparente da carga passa a ser:

$$S(\text{total}) = (880^2 + 60^2)^{1/2} = 882 \text{ kVA}$$

$$\text{fp} = 0,997$$

Melhorar o fator de potência da carga é sempre bom. Reduzindo a corrente total, reduz de forma significativa as perdas que variam com o quadrado desta corrente.

2) Gerador Síncrono

Aplicando-se uma corrente contínua no enrolamento de campo (i_F), e acionando-se mecanicamente o rotor a uma velocidade ω , o fluxo nas três bobinas do estator vai

variar senoidalmente com o tempo produzindo um sistema trifásico de tensões equilibradas.

O valor rms da tensão nas três fases é igual e, normalmente, a tensão do estator em vazio é chamada de “tensão interna” ou “tensão de excitação” (E).

O cálculo de E é simples e foi feito no caso do motor de indução trifásico. A expressão é dada por:

$$E = 4,44 f \phi_F N k_w \quad (1)$$

Onde

ϕ_F é o fluxo produzido pela corrente de campo;

N é o número de espiras do enrolamento do estator;

k_w é o coeficiente de distribuição dos enrolamentos do estator;

f a frequência da variação do fluxo que é proporcional à velocidade de rotação do rotor ω .

A frequência de variação do fluxo em uma bobina do rotor depende do número de pólos da máquina.

Considere a bobina da fase “a” desenhada esquematicamente no “eixo a” da figura 2. Quando o rotor dá uma volta completa em seu eixo, o fluxo na bobina completa dois ciclos.

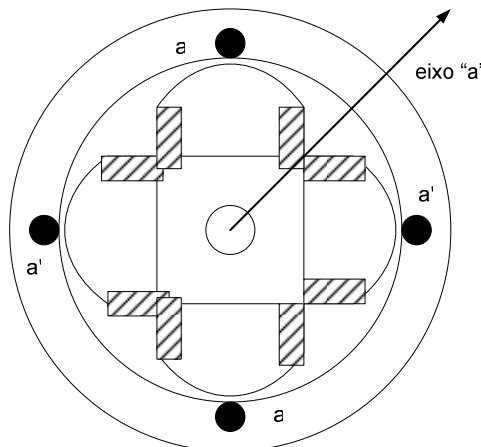


Figura 2: Máquina síncrona de 4 pólos

A frequência angular da tensão induzida (ω_e) será duas vezes a velocidade de rotação mecânica do rotor (ω_m). Então, para uma máquina de “p” pólos:

$$\omega_e = \frac{p}{2} \omega_m \quad (2)$$

Como,

$$\omega_e = 2\pi f \quad (3)$$

e

$$\omega_m = \frac{2\pi n}{60} \quad (4)$$

Então:

$$n = \frac{120f}{p} \quad (5)$$

Para permitir a conexão de geradores em paralelo, a tensão gerada por uma máquina síncrona é essencialmente a frequência constante. A operação deve ser feita, portanto, a velocidade constante.

A velocidade de rotação dos geradores é determinada pelo acionamento mecânico. Para motores de alta velocidade, usa-se geradores de pólos lisos com 2 ou 4 pólos. Para turbinas que têm o seu máximo rendimento em baixas velocidades, usa-se geradores de pólos salientes com algumas dezenas de pólos.

Como a tensão interna (E) é função da frequência e do fluxo e a frequência é constante. O controle de tensão de uma máquina síncrona é feito através do controle do fluxo produzido pela corrente do campo.

Para se obter o valor da tensão rms do estator em função da corrente de campo, basta efetuar o ensaio em vazio do gerador. Aciona-se mecanicamente o gerador à velocidade síncrona e varia-se a corrente de campo de zero ao seu valor máximo. Esta característica é chamada “Característica de Circuito Aberto (CCA)” do gerador. A figura 3 mostra a CCA de uma máquina.

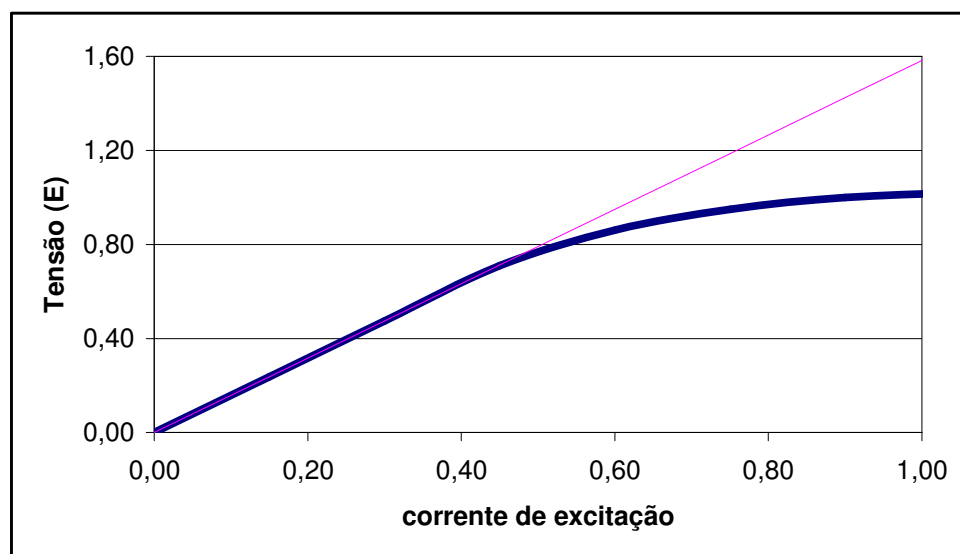


Figura 3: Característica de Circuito Aberto (CCA).

Quando i_F é igual a zero, a tensão induzida será dada pelo valor residual do fluxo. Com o aumento da corrente de excitação, o fluxo aumenta linearmente. A partir do momento que o circuito magnético da máquina satura, o aumento em i_F não provoca aumento no fluxo e por consequência o valor da tensão induzida também satura. A parte linear da CCA é chamada de “linha de entreferro”.

Existe uma defasagem de 90° entre o fluxo e a tensão gerada. De fato, como a Lei de Faraday diz que a tensão é igual à variação do fluxo concatenado com o tempo, quando o fluxo é máximo, sua variação é mínima. Se representarmos o fluxo por uma função cosenoidal do tempo, a tensão será dada por uma função senoidal.

Representando esquematicamente a tensão gerada (E) e o fluxo (ϕ), ou a força magnetomotriz (F), obtém-se o diagrama fasorial da figura 4.

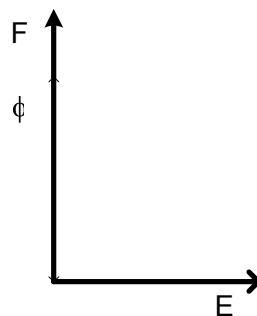


Figura 4: Diagrama fasorial da máquina em vazio.

Se a máquina for ligada a uma carga trifásica, as tensões vão provocar a circulação de correntes trifásicas nas bobinas do estator. O efeito da circulação de correntes no estator é chamado de Reação da Armadura (RA).

A reação da armadura produz uma força magnetomotriz que gira no entreferro da máquina na velocidade da tensão induzida. A fase da corrente depende da carga. Suponha que a corrente da fase “a” esteja defasada da tensão interna (E) de um ângulo de α radianos. A reação da armadura pode ser acrescentada ao diagrama fasorial anterior dando origem à figura 5.

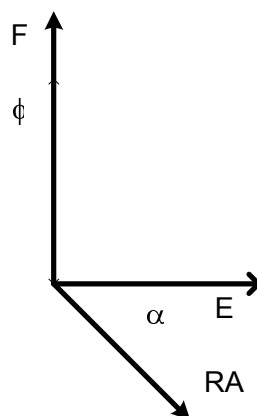


Figura 5: Reação da Armadura (RA)

Antes de desenvolver o circuito equivalente da máquina síncrona é interessante observar que ela é uma máquina que opera em regime permanente com tensão terminal e velocidade constantes.

De fato, as diversas máquinas de um sistema são conectadas em paralelo. Todas elas são ligadas, através de transformadores trifásicos, ao sistema de transmissão. O sistema de transmissão faz a conexão às cargas. Normalmente, considera-se que a máquina esteja ligada a um sistema muito grande onde tensão e frequência permanecem constantes independentemente do que ocorre na máquina. Este sistema é chamado de “barramento infinito”. A figura 6 mostra, esquematicamente, as máquinas ligadas a um barramento infinito.

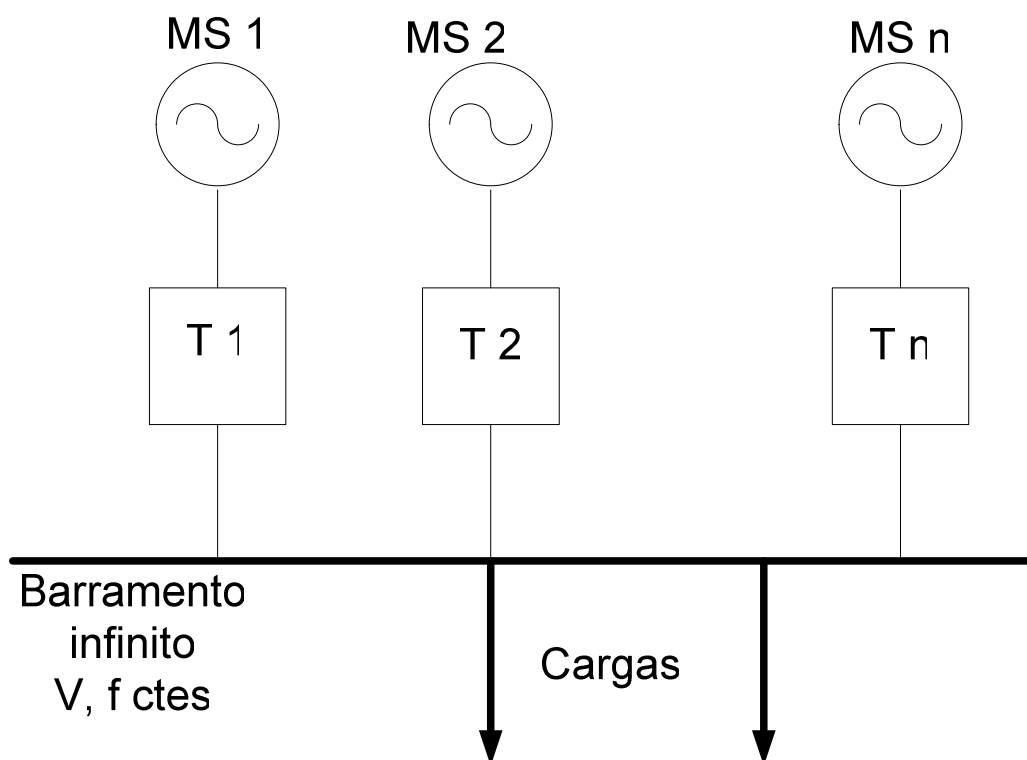


Figura 6: Máquinas ligadas a um barramento infinito

Para se conectar um novo gerador à rede (ou a um barramento infinito) é preciso, inicialmente, sincronizar o novo gerador.

Para sincronizar o gerador, são necessários alguns ajustes:

- a) tensão terminal
- b) frequência
- c) sequência de fase
- d) fase

Usa-se um aparelho, chamado “sincroscópio”, para ajustar a tensão terminal à tensão da rede. É possível também fazer o ajuste através de um conjunto de três lâmpadas.

A figura 7 mostra o modelo esquemático da conexão das lâmpadas em paralelo com um disjuntor (D). Quando as lâmpadas estiverem apagadas o disjuntor pode ser ligado e a máquina conectada à rede.

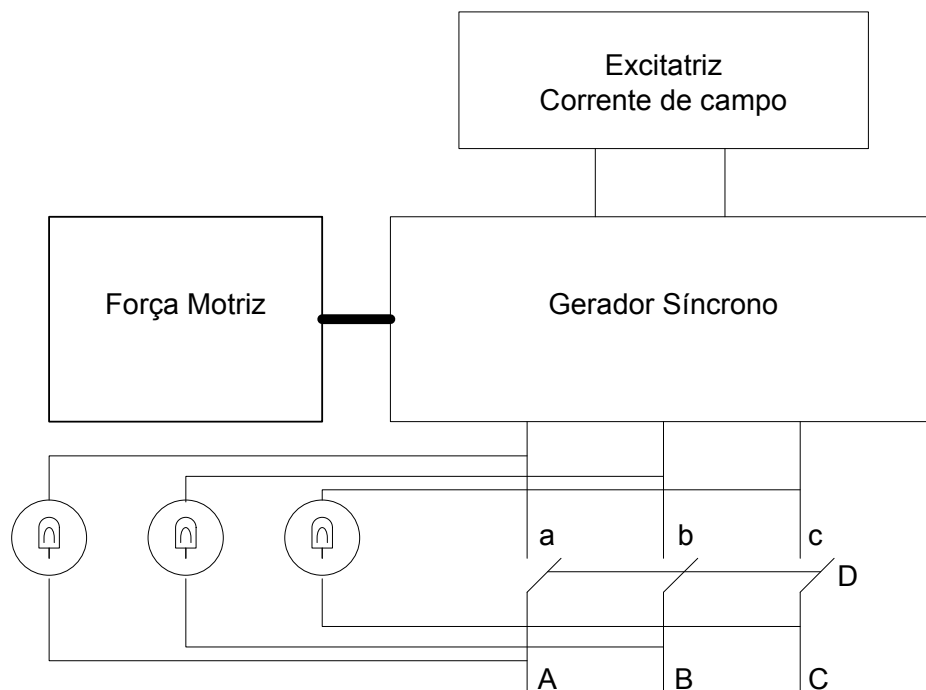


Figura 7: Conexão de um gerador síncrono à rede

Se a tensão terminal for diferente da tensão da rede, as lâmpadas estarão acessas e deve ser feito um ajuste na corrente de campo.

Se a frequência for diferente, a luminosidade das lâmpadas varia com o tempo. É preciso ajustar a velocidade da fonte mecânica de energia.

Se houver uma troca de fase, as lâmpadas permanecem acesa e é preciso alterar a conexão das fases.

Finalmente, a defasagem das tensões trifásicas pode ser corrigida através da variação da velocidade da fonte mecânica.

3) Motor Síncrono

O motor síncrono, por exigir uma fonte de corrente contínua, é mais caro que o motor de indução trifásico (MIT).

Alguns acionamentos que exigem velocidade constante podem ser feitos através deste tipo de motor.

O motor síncrono não tem torque de partida. Quando o estator é conectado a uma fonte trifásica de tensão alternada, as correntes do estator produzem um campo magnético girante (idêntico ao do MIT) que roda a uma velocidade muito elevada. O rotor tenta

acompanhar o campo mas não consegue devido a inércia mecânica. O que se observa é a vibração do rotor.

Para partir um motor síncrono pode-se usar uma fonte de frequência variável o que é caro e pouco usual. O procedimento mais normal é acionar o motor síncrono como se ele fosse um motor de indução.

Para isto, o enrolamento de campo é deixado em aberto e são colocados barramentos extras no pólo do rotor para que funcionem como uma “gaiola de esquilo”. Esses enrolamentos são chamados de “enrolamentos amortecedores”.

Os enrolamentos amortecedores funcionam com os enrolamentos do rotor de um MIT. Desta forma, o motor síncrono parte e, quando a velocidade se aproximar da velocidade síncrona o enrolamento de campo é acionado. Neste momento a máquina passa a funcionar como motor síncrono.

Os enrolamentos amortecedores não têm nenhum efeito na máquina quando ela opera na velocidade síncrona. A tensão induzida e as correntes são nulas. No entanto, quando há uma alteração na velocidade de rotação da máquina, correntes são induzidas nestes enrolamentos no sentido de produzir um torque que se oponha à variação da velocidade. Por este motivo são chamados “enrolamentos amortecedores”.

4) Circuito Equivalente em Regime Permanente

A tensão induzida nos enrolamentos do estator (E_r) de um gerador síncrono será proporcional ao fluxo resultante no entreferro. Como foi visto, no caso das máquinas síncronas de pólos lisos, força magnetomotriz (fmm) e fluxo estão relacionados pela relutância, constante, do entreferro. Assim, o fluxo (ou a fmm) resultante será composto pelo fluxo produzido pelo campo (F) e pelo fluxo de reação da armadura (RA).

$$E_r = E_{RA} + E_F \quad (6)$$

A tensão de reação da armadura (E_{RA}) pode ser representada por uma reatância de magnetização (X_{mag}). Observando o diagrama fasorial da máquina, considerando que a tensão está atrasada de 90° em relação ao fluxo e que a corrente na fase está atrasada 90° em relação à tensão, tem-se:

$$-\bar{E}_{RA} = jX_{mag} \bar{I}_a \quad (7)$$

Então:

$$\bar{E}_F = jX_{mag} \bar{I}_a + \bar{E}_r \quad (8)$$

A tensão induzida no estator (E_r) é diferente da tensão terminal (V). Da mesma forma que no transformador e no MIT, tem-se a resistência do enrolamento e a parte do fluxo de dispersão. Considerando a máquina operando como gerador, ou seja, com corrente positiva saindo da geração e indo para carga tem-se:

$$\bar{V} = \bar{E}_r - R\bar{I}_a - jX\bar{I}_a \quad (9)$$

Portanto, é possível determinar a tensão interna da máquina (E_F) conhecendo-se as condições de carga da máquina, ou seja, a tensão terminal e a corrente (ambas em módulo e ângulo).

$$\bar{E}_F = jX_{mag}\bar{I}_a + jX\bar{I}_a + R\bar{I}_a + \bar{V} \quad (10)$$

A reatância síncrona da máquina (X_s), por definição, é a soma da reatância de magnetização e a de dispersão.

$$X_s = X_{mag} + X \quad (11)$$

Então:

$$\bar{E}_F = \bar{V} + jX_s\bar{I}_a + R\bar{I}_a \quad (12)$$

E o circuito equivalente é dado pela figura 8.

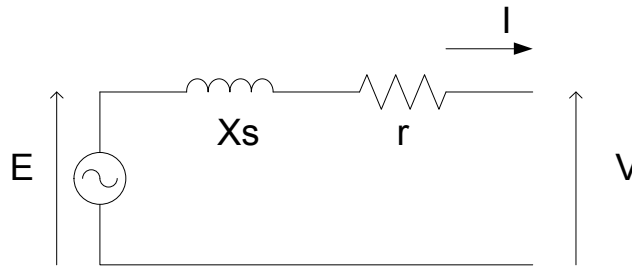


Figura 8: Circuito Equivalente da Máquina Síncrona de Pólos Lisos

Para se obter os parâmetros do circuito equivalente, mede-se a resistência, por fase, e se faz os dois ensaios: em circuito aberto (CA) e em curto-circuito (CC).

O primeiro ensaio já foi descrito na definição da curva de magnetização da máquina, ou seja, na característica de circuito aberto (CCA).

O ensaio em CC é feito medindo-se a corrente (média entre as três fases) nos terminais do gerador em curto circuito, fazendo variar a corrente de excitação.

Quando os terminais da máquina estão em CC a corrente de fase estará praticamente 90° atrasada em relação à tensão interna (E_F). A fmm resultante será pequena e a máquina não satura. Desta forma, a característica de curto circuito (CCC) de um gerador síncrono é linear. O diagrama fasorial da máquina durante o ensaio em curto é mostrado na figura 9 e as curvas CCA e CCC são mostradas simultaneamente na figura 10.

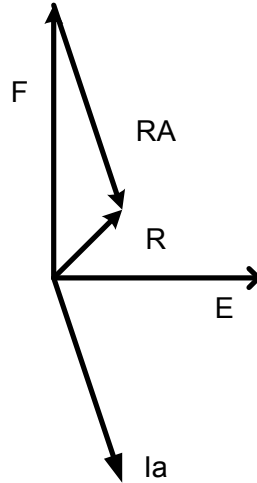


Figura 9: Diagrama fasorial da máquina síncrona em curto circuito.

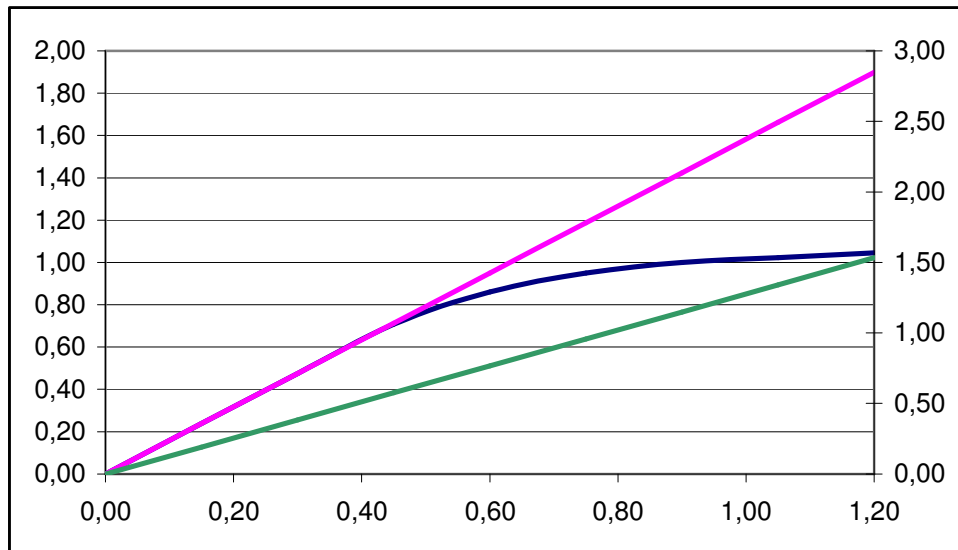


Figura 10: CCC e CCA da máquina síncrona.

a) Reatância síncrona não-saturada

A partir dos dados dos ensaios, é fácil obter o valor da impedância interna da máquina. De fato, a impedância será a relação entre a tensão e a corrente obtidas para um mesmo valor de corrente de excitação (i_F).

No caso da impedância síncrona não-saturada (Z_{NS}) esta relação é obtida na parte linear da curva de magnetização. Portanto:

$$Z_{NS} = \frac{V_{NS}}{I_a} \quad (13)$$

Conhecendo-se o valor da resistência por fase:

$$X_{NS} = \sqrt{Z_{NS}^2 - R^2} \quad (14)$$

b) Reatância síncrona saturada (X_s)

Normalmente os geradores síncronos operam com algum grau de saturação e conectados a um barramento de tensão constante. O nível de saturação da máquina não se altera significativamente com a variação da corrente de campo uma vez que:

$$E_r \cong V = cte \quad (15)$$

Desta forma, é interessante calcular a reatância saturada da máquina que é dada pela relação entre a tensão nominal (V_n) obtida no ensaio em circuito aberto e a corrente obtida na CCC para a mesma corrente de excitação.

$$Z_s = \frac{V_n}{I_a} \quad (16)$$

$$X_s = \sqrt{Z_s^2 - R^2} \quad (17)$$

Conhecido o circuito equivalente da máquina síncrona e os parâmetros que o compõe, é possível traçar o diagrama fasorial para operação da máquina como gerador ou como motor.

Considerando a tensão terminal (V) como referência, um gerador alimentando uma carga definida por uma corrente I_a apresenta o diagrama fasorial mostrado na figura 11.

$$\bar{E}_F = \bar{V} + jX_s \bar{I}_a + R \bar{I}_a \quad (18)$$

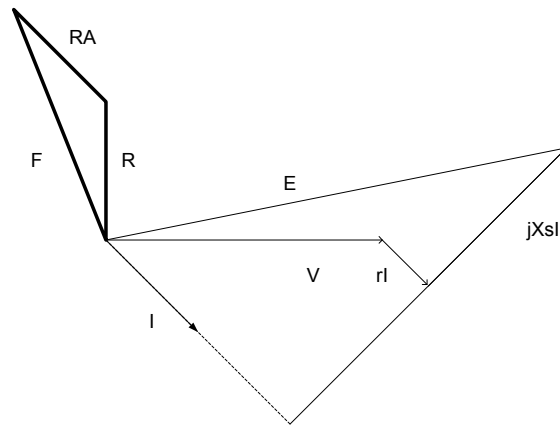


Figura 11: Diagrama fasorial do gerador alimentando uma carga indutiva.

Ainda considerando a tensão terminal como referência, a operação como motor pode ser caracterizada pela inversão do sentido positivo da corrente de armadura (figura 12).

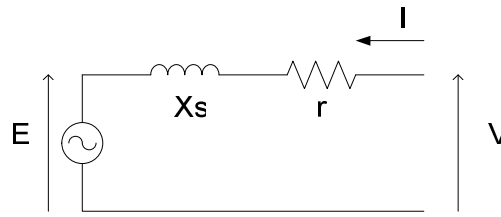


Figura 12: Circuito Equivalente do Motor Síncrono

Então:

$$\bar{E}_F = \bar{V} - jX_s \bar{I}_a - R \bar{I}_a \quad (19)$$

E o diagrama fasorial é apresentado na figura 12.

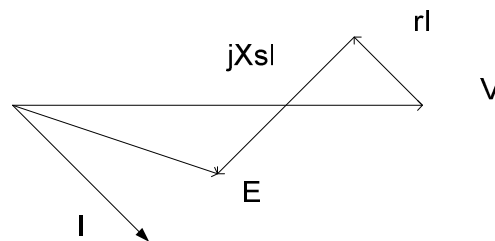


Figura 12: Diagrama fasorial do motor absorvendo uma corrente atrasada em relação à tensão.

Observe que o funcionamento como gerador é caracterizado por uma defasagem entre tensão interna (E_F) e tensão terminal (V) positiva. Quando a máquina opera como motor esta defasagem é negativa. Este ângulo é chamado ângulo de carga e é normalmente notado pela letra grega “ δ ”.

Exemplo 2

Dado a CCC e a CCA de um gerador síncrono trifásico de 200 MVA, 15,8 kV, 60 Hz. Calcular a reatância não-saturada e saturada da máquina em ohms e em pu.

iF (A)	0	150	300	450	600	750	900	1050	1200
CCA (kV)	0	3,75	7,5	11,2	13,6	15	15,8	16,15	16,5
CCC (kA)	0	1,4	2,8	4,2	5,6	7	8,4	9,8	11,2

Solução

É interessante transformar os valores em “pu”.

$$S_B = 200 \text{ MVA (trifásico)}$$

$$V_B = 15,8 \text{ kV (linha)}$$

$$I_B = \frac{S_B}{\sqrt{3}V_B} = 7,308 \text{ kA}$$

$$V_{BF} = \frac{V_B}{\sqrt{3}} = 9,122 \text{ kV (fase)}$$

$$Z_B = \frac{V_{BF}}{I_B} = 1,247 \text{ } \Omega$$

Como não foi dado o valor da resistência por fase, assume-se que $Z \cong X$. Então:

Para a corrente de campo vai-se assumir que a corrente que produz a tensão nominal em vazio é a corrente nominal, neste caso, 900 A. Então a tabela pode ser reescrita como:

iF (pu)	0,00	0,17	0,33	0,50	0,67	0,83	1,00	1,17	1,33
CCA (pu)	0,00	0,24	0,47	0,71	0,86	0,95	1,00	1,02	1,04
CCC (pu)	0,00	0,19	0,38	0,57	0,77	0,96	1,15	1,34	1,53

Como a CCC é linear, basta um único ponto para definir a reta que passa pela origem. O gráfico (em pu) está mostrado na figura 10.

Assim:

$$X(NS) = 1,546 \text{ ohms}$$

$$X(NS) = 1,239 \text{ pu}$$

$$X_S = 1,086 \text{ ohms}$$

$$X_S = 0,870 \text{ pu}$$

Exemplo 3

Qual a corrente de campo necessária para este gerador fornecer a sua potência nominal com fator de potência igual a 0,9 indutivo?

Solução

$$\bar{V} = 1 \angle 0 \text{ pu}$$

$$\bar{I} = 1 \angle -25,84 \text{ pu}$$

$$\bar{E} = V + jX_S \bar{I} = 1 + j0,87 \cdot 1 \angle -25,84 = 1,586 \angle 29,58 \text{ pu}$$

$$i_F = 900 \cdot 1,586 = 1427 \text{ A}$$

5) Característica de Potência (ou Torque)

Considerando que a máquina funcione, em regime permanente, com tensão e frequência constantes, a potência complexa (S) trifásica fornecida pela máquina será dada por:

$$S = 3 \cdot \bar{V} \cdot \bar{I}^* \quad (20)$$

Tomando o fasor de tensão terminal como referência, tem-se:

$$\bar{V} = V + j0 = V \angle 0 \quad (21)$$

A tensão de excitação pode ser colocada em forma polar ou retangular usando a definição do ângulo de carga “ δ ”.

$$\bar{E} = E \angle \delta = E(\cos \delta + j \sin \delta) \quad (22)$$

Desta forma o cálculo da corrente, usando a convenção “gerador”, é direto:

$$\bar{I} = \frac{\bar{E} - \bar{V}}{Z} = \frac{E \cos \delta - V + j E \sin \delta}{Z} \quad (23)$$

$$\bar{I}^* = \frac{E \cos \delta - V - j E \sin \delta}{Z^*} \quad (24)$$

Substituindo o valor da impedância conjugada (Z^*) e separando a parte real da parte imaginária, tem-se:

$$\bar{I}^* = \frac{R(E \cos \delta - V) + X_s(E \sin \delta)}{Z^2} + j \frac{X_s(E \cos \delta - V) - R(E \sin \delta)}{Z^2} \quad (25)$$

Voltando à equação (20), e lembrando que a parte real da potência complexa é chamada de potência ativa (P) e que a parte imaginária é chamada de potência reativa (Q), tem-se:

$$\begin{aligned} P &= 3 \frac{R(VE \cos \delta - V^2) + X_s(VE \sin \delta)}{Z^2} \\ Q &= 3 \frac{X_s(VE \cos \delta - V^2) - R(VE \sin \delta)}{Z^2} \end{aligned} \quad (26)$$

Fazendo a consideração usual de que a reatância é significativamente maior que a resistência obtém-se:

$$\begin{aligned} P &= 3 \frac{VE \sin \delta}{X_s} \\ Q &= 3 \frac{VE \cos \delta - V^2}{X_s} \end{aligned} \quad (27)$$

Estas duas expressões são muito importantes na análise da máquina síncrona em regime permanente.

A relação entre a potência ativa trifásica e o torque é a velocidade síncrona. Se a velocidade síncrona for tomada como velocidade de base em um sistema “pu”, o valor numérico da potência ativa trifásica e do torque em pu será o mesmo. Desta forma, considerando a máquina operando em regime permanente, a característica de torque ou de potência é a mesma.

É interessante notar (equação 27) que a potência varia senoidalmente com o ângulo de carga. A figura 13 mostra a característica $P \times \delta$ da máquina síncrona.

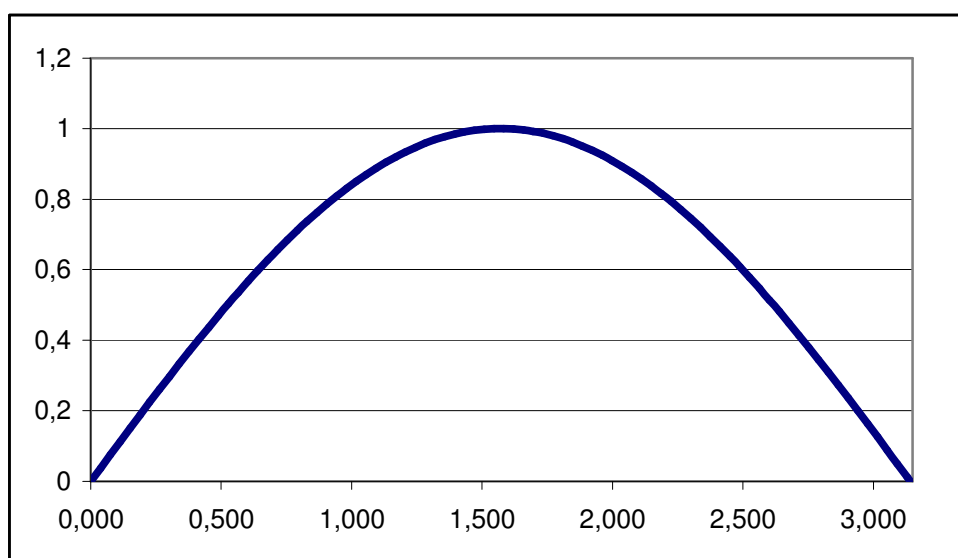


Figura 13: Característica P (pu) $\times \delta$ (rad) da máquina síncrona.

O valor da potência máxima varia com a tensão de excitação (E), portanto com a corrente de campo (i_F).

Mantendo a corrente de campo constante, se a potência mecânica de acionamento de um gerador for aumentada o novo ponto de operação do gerador será dado por um ângulo de carga maior, portanto com um maior fornecimento de potência ativa para a rede. O equilíbrio entre a potência mecânica de entrada e a potência elétrica de saída (de um gerador) deve ser mantido constantemente para que a velocidade permaneça constante.

Se a potência mecânica continuar aumentando lentamente (de forma a permitir uma análise em regime permanente) a potência elétrica continua aumentando até o ângulo de carga atingir o seu valor de máxima potência elétrica de saída ($\delta = \pi/2$). A partir deste ponto, o aumento da potência mecânica produz a redução da potência elétrica e a máquina perde a estabilidade. Este ponto é chamado de “limite de estabilidade estática da máquina”.

Exemplo 4

Um gerador síncrono trifásico de 5 kVA, 208 V, 4 pólos, 60 Hz, tem reatância síncrona igual a 8Ω . Qual a tensão de excitação se ele fornece a sua potência nominal com fator de potência igual a 0,8 indutivo?

Solução

Tomando como grandezas de base os valores nominais da máquina:

$$S_B = 5.000 \text{ VA}$$

$$V_B = 208 \text{ V}$$

$$I_B = 13,88 \text{ A}$$

$$Z_B = 8,65 \Omega$$

Portanto

$$\bar{V} = 1 \angle 0 \text{ pu}$$

$$\bar{I} = \left(\frac{S}{V}\right)^* = 1 \angle -36,87 \text{ pu}$$

$$X_s = \frac{8,0}{8,65} = 0,92 \text{ pu}$$

$$\bar{E} = \bar{V} + jX_s \bar{I} = 1 + j0,92 \cdot 1 \angle -36,87 = 1,7217 \angle 25,44 \text{ pu}$$

O módulo da tensão interna (de linha) será 358 volts.

Exemplo 5

Se a corrente de campo for aumentada em 20% sem nenhuma alteração na potência mecânica, qual será o fator de potência do novo ponto de funcionamento do gerador?

Solução

$P = 0,8 \text{ pu}$ (do exemplo anterior, que permanece constante).

$$E' = 1,2 E = 2,066 \text{ pu}$$

O ângulo de carga δ' vai se ajustar a nova condição.

Como em pu:

$$P = \frac{VE_{sen}\delta}{X_s}$$

$$\delta' = \arcsin \frac{PX_s}{E'V} = 20,87$$

Então:

$$\bar{I}' = \frac{E' \angle \delta' - \bar{V}}{jX_s} = 1,2895 \angle -51,6 \text{ pu}$$

O fator de potência do gerador, nesta nova condição de carga, será:

$$\text{fp} = \cos(-51,6) = 0,62 \text{ (indutivo)}$$

Exemplo 6

Se a potência mecânica for aumentando lentamente até o seu valor máximo (limite de estabilidade estática) sem alterar a corrente de campo, qual será a corrente do estator nesta nova condição operativa?

Solução

$$P_{\max} = \frac{VE_{sen}(\pi/2)}{X_s} = 1,8714 \text{ pu}$$

$$\bar{I}' = \frac{1,7217 \angle 90 - 1 \angle 0}{j0,92} = 2,164 \angle +30,15 \text{ pu}$$

$$I' = 30 \text{ A}$$

Exemplo 7

A máquina dos exemplos anteriores funciona agora como motor absorvendo 3 kW da rede com um ajuste da corrente de excitação de forma a manter o fator de potência unitário. Qual a excitação e a corrente do motor nesta situação?

Solução

$$P = 0,6 \text{ pu (motor)}$$

$$Q = 0 \text{ (fp = 1)}$$

$$\bar{I}' = \left(\frac{S}{V}\right) = 0,6 \angle 0 \text{ pu}$$

$$\bar{E} = \bar{V} - jX_s \bar{I}' = 1 + j0,92 \cdot 0,6 = 1,1422 \angle -28,89 \text{ pu}$$

O diagrama fasorial pode ser visto na figura do exemplo 7 onde se observa o ângulo de carga negativo.

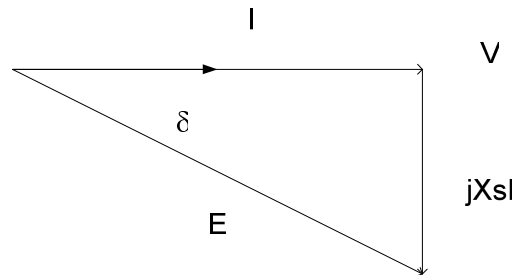


Figura do exemplo 7: diagrama fasorial

Exemplo 8

Qual o máximo torque do motor do exemplo anterior supondo que a corrente de excitação permaneça constante?

Solução

$$P_{\max} = \frac{VE \sin(\pi/2)}{X_s} = 1,2416 \text{ pu}$$

$$P_{\max} = 1,2416 \times 5 = 6,208 \text{ kW}$$

$$\omega_s = \frac{4\pi f}{p} = 188,5 \text{ rad/s}$$

$$T_{\max} = (P_{\max}/\omega_s) = 32,9 \text{ Nm}$$

É interessante observar que o diagrama fasorial da máquina fornece também o lugar geométrico da potência ativa e da potência reativa fornecida (ou absorvida) pela máquina. Como foi visto (equação 27):

$$P = \frac{VE \sin \delta}{X_s}$$

Supondo V e X_s constantes:

$$P \propto E \sin \delta \quad (28)$$

Da mesma forma:

$$Q = \frac{VE \cos \delta - V^2}{X_s} \propto E \cos \delta - V \quad (29)$$

Tomando a extremidade do fasor V como o zero de um par de ordenadas cartesianas, observa-se que a projeção vertical do fasor de excitação (E) é proporcional à potência ativa (P) da máquina. Já a projeção horizontal é proporcional à potência reativa (Q). A figura 14 mostra esta equivalência.

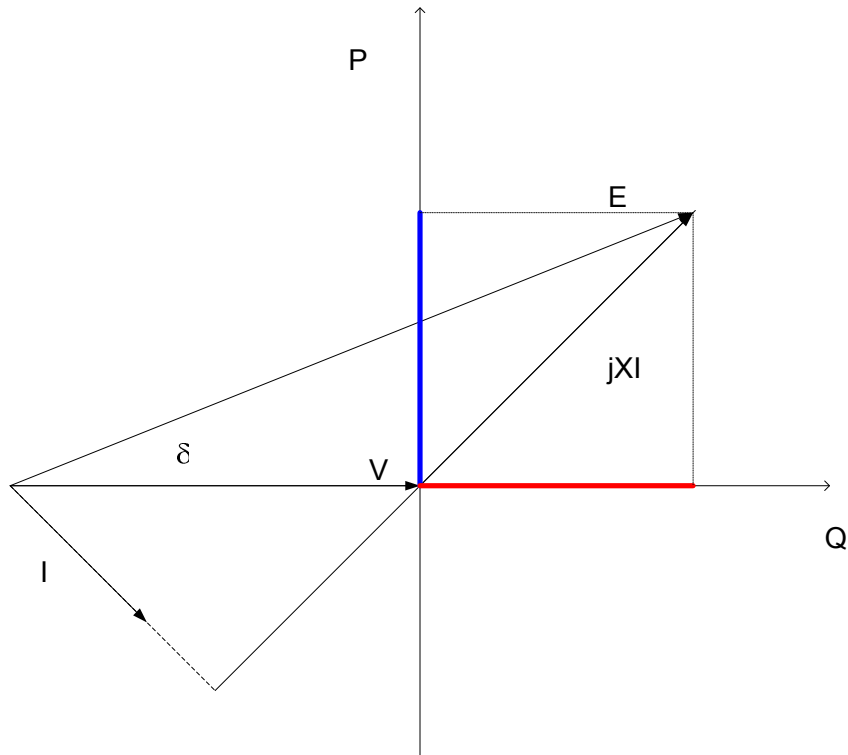


Figura 14: Potência ativa e reativa obtida do diagrama fasorial da máquina síncrona.

A operação da máquina com torque mecânico constante, ou seja, com potência ativa constante é obtida variando a corrente de excitação e, por consequência, o fator de potência da máquina.

Exemplo 9

Suponha que um gerador síncrono, trifásico, de pólos lisos, 4 pólos, 60 Hz, de 200 MVA, 13,8 kV, com reatância síncrona de 1 pu opere com a tensão terminal constante (igual ao seu valor nominal) fornecendo a sua potência aparente nominal com um fator de potência igual a 0,8 indutivo. Calcular a tensão de excitação nesta situação, com fator de potência unitário e com fator de potência igual a 0,8 capacitivo. O acionamento mecânico é mantido constante.

Solução

a) $\bar{V} = 1 \angle 0^\circ$ pu

$$\bar{I}(a) = \left(\frac{S}{V}\right)^* = 1 \angle -36,87^\circ \text{ pu}$$

$$X_s = 1,0 \text{ pu}$$

$$\bar{E}(a) = \bar{V} + jX_s \bar{I} = 1 + j1.1\angle -36,87 = 1,79\angle 26,56 \text{ pu}$$

Para avaliar se a tensão de excitação está correta, pode-se usar:

$$P = \frac{VE \sin \delta}{X_s} = 0,8 \text{ pu}$$

b) Com $\text{fp} = 1$, implica $P = S = 0,8 \text{ pu}$. Então:

$$\bar{I}(b) = \left(\frac{S}{V}\right)^* = 0,8\angle 0 \text{ pu}$$

$$\bar{E}(b) = \bar{V} + jX_s \bar{I} = 1 + j1.0,8\angle 0 = 1,28\angle 38,65 \text{ pu}$$

c) com $\text{fp} = 0,8$ capacitivo, implica $P = 0,8$ (permanece constante) e $S = 1 \text{ pu}$.

$$\bar{I}(c) = \left(\frac{S}{V}\right)^* = 1,0\angle +36,87 \text{ pu}$$

$$\bar{E}(c) = \bar{V} + jX_s \bar{I} = 1 + j1.1\angle +36,87 = 0,894\angle 63,43$$

d) O diagrama fasorial mostrando os três pontos de operação é mostrado na figura do exemplo 9.

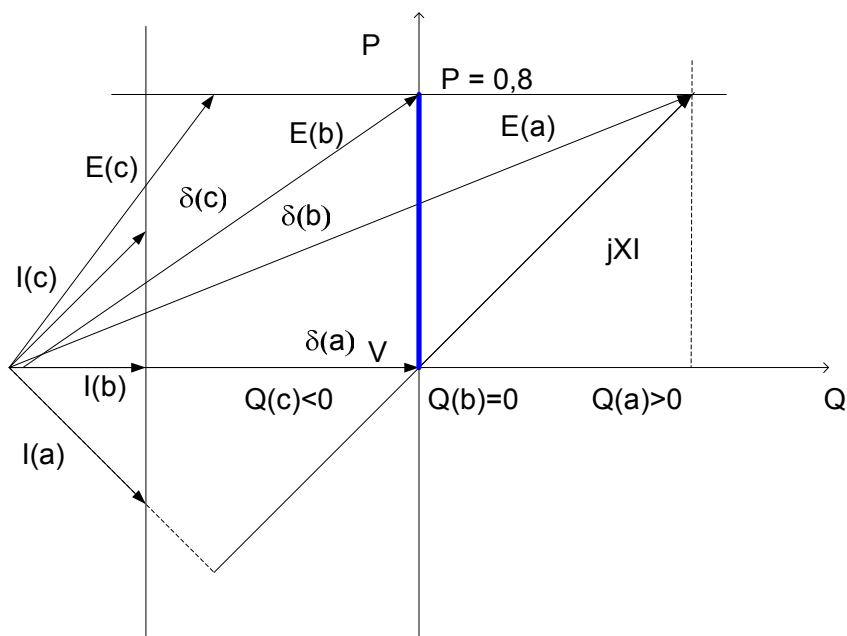


Figura do exemplo 9: Diagrama Fasorial.

É fácil observar que o módulo da corrente do estator passa por um mínimo quando o fator de potência é unitário. A variação do módulo da corrente de fase em função da corrente de excitação é chamada de curva em “V” da máquina síncrona.

Exemplo 10

Traçar a curva em “V” para três potências ativas diferentes (0, 0,4 e 0,8 pu) do motor do exemplo anterior.

Solução

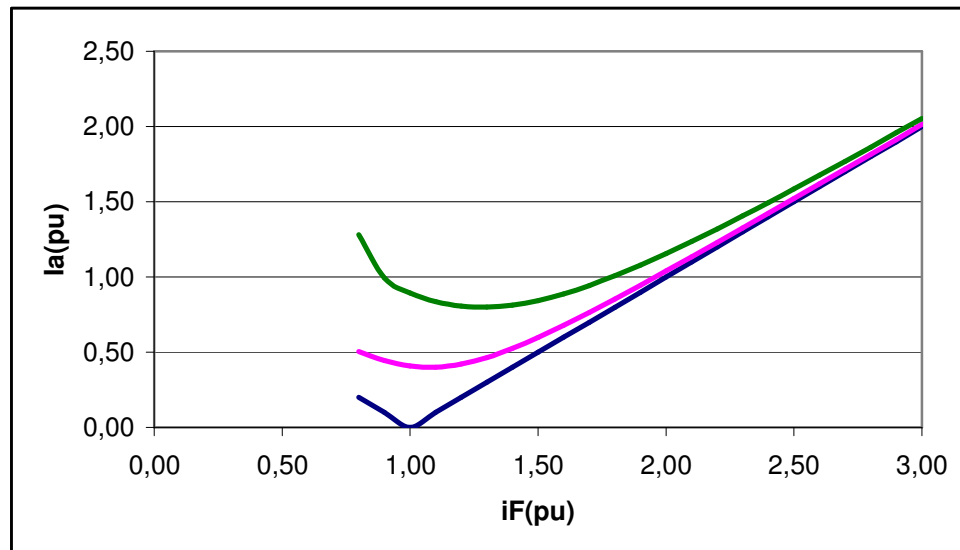


Figura do exemplo 10: Curva em “V” do motor síncrono

Observa-se que quando o gerador está “sobre-excitado” ele fornece potência ativa e reativa positivas. Ele funciona como se fosse um “capacitor” que fornece também potência ativa.

Quando o gerador está “subexcitado” ele continua fornecendo potência ativa positiva e absorvendo potência reativa (ou fornecendo potência reativa negativa). Ele se comporta como se fosse um indutor.

A mesma análise pode ser feita para a operação da máquina como motor. Quando o motor está “sobre-excitado” ele absorve potência ativa (ou gera potência ativa negativa) e fornece potência reativa. Quando ele está “subexcitado” ele continua absorvendo potência ativa e passa a absorver também potência reativa. A figura 15 mostra os quatro quadrantes de operação da máquina síncrona.

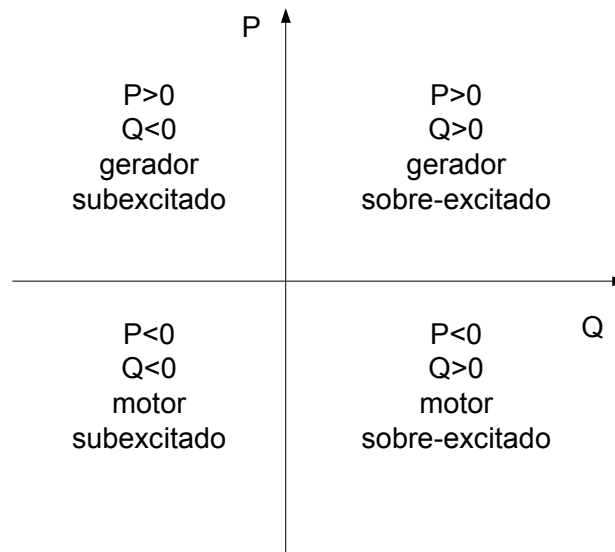


Figura 15: Possibilidades de funcionamento da máquina síncrona.

6) Curva de capacidade

Os limites de operação da máquina síncrona são definidos por três parâmetros:

- a) Corrente de armadura (I)
- b) Corrente de campo (i_F)
- c) Limite de estabilidade estática (δ).

O lugar geométrico da curva, centrada na extremidade do fasor de tensão terminal (V), com raio proporcional à corrente de armadura, define a capacidade máxima de condução de corrente pelos enrolamentos do estator.

Da mesma forma, como a corrente de excitação (E) é proporcional à corrente de campo, pode-se definir uma outra circunferência (de raio E_{\max} ou $i_{F\max}$) que seria centrada na origem do fasor de tensão (V).

Finalmente, sabendo-se que o fasor de tensão de excitação (E) não pode estar mais de 90° (adiantado ou atrasado) em relação ao fasor de referência (V), obtém-se o limite de estabilidade estática através de uma reta perpendicular à origem do fasor V . A figura 16 mostra esquematicamente a curva de capacidade da máquina síncrona de pólos lisos.

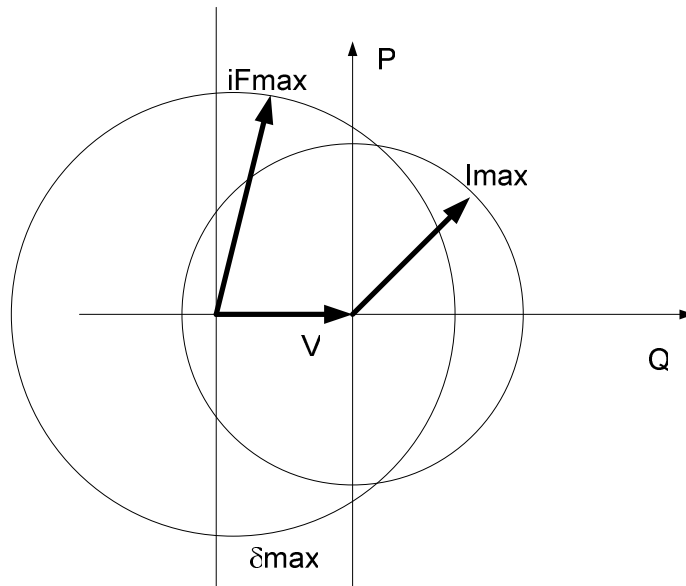


Figura 16: Curva de Capacidade da máquina síncrona de pólos lisos.

Exemplo 11

Traçar a curva de capacidade de um gerador síncrono trifásico, 5 MVA, 11 kV, 60 Hz, cuja reatância síncrona é de 25Ω . Sabe-se que a corrente do estator pode atingir até 10% acima da sua corrente nominal e que a tensão de excitação pode chegar a 2,5 vezes a tensão nominal em vazio.

Solução

$$S_B = 5 \text{ MVA}$$

$$V_B = 11 \text{ kV}$$

$$I_B = 262,4 \text{ A}$$

$$Z_B = 24,2 \Omega$$

$$X_s = \frac{25,0}{24,2} = 1,033 \text{ pu}$$

Portanto, se

$$\bar{V} = 1 \angle 0 \text{ pu}$$

$$XI_{max} = 1,1 \times 1,033 = 1,136 \text{ pu}$$

$$|\bar{E}_{max}| = i_{Fmax} = 2 \text{ pu}$$

A figura do exemplo 11 mostra a curva de capacidade para este exemplo.

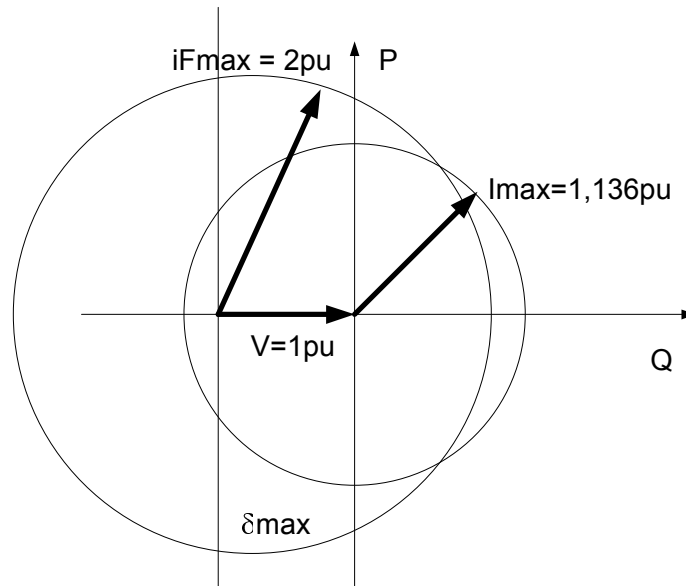


Figura do exemplo 11: Curva de capacidade

7) Máquinas Síncronas de pólos salientes

Como foi visto, as máquinas síncronas acionadas por turbinas hidráulicas são lentas e, normalmente, têm muitos pólos. Para se fazer um rotor de muitos pólos é mais conveniente, em termos construtivos, colocar os enrolamentos do rotor concentrados em pólos salientes.

Exemplo 12

O projeto da usina de Santo Antônio, no rio Madeira, prevê que a turbina terá um máximo rendimento a uma velocidade de 81,81 rpm. Quantos pólos terá o gerador associado?

Solução

$$n = \frac{120f}{p}$$

$$p = \frac{120f}{n} = 88 \text{ pólos}$$

A análise da máquina síncrona em regime permanente feita anteriormente levou em consideração que a relação entre fmm e fluxo, em qualquer parte do entreferro, era constante. Esta hipótese não é mais válida para as máquinas de pólos salientes uma vez que a relutância do entreferro não é constante.

A fase da reação da armadura (RA) depende da carga. Para cada carga, a relutância do caminho magnético será diferente. Em dois pontos limites a relutância pode ser calculada com facilidade.

Exemplo 13

Calcular a reação da armadura quando a corrente de carga estiver em fase com a tensão interna ($\alpha = 0$) e quando a corrente estiver atrasada de 90° em relação a esta mesma tensão ($\alpha = 90^\circ$)

Solução

No primeiro caso, a reação da armadura vai enxergar a relutância do caminho magnético em quadratura com o eixo da máquina uma vez que o fluxo produzido pelo rotor está a 90° em relação à tensão interna.

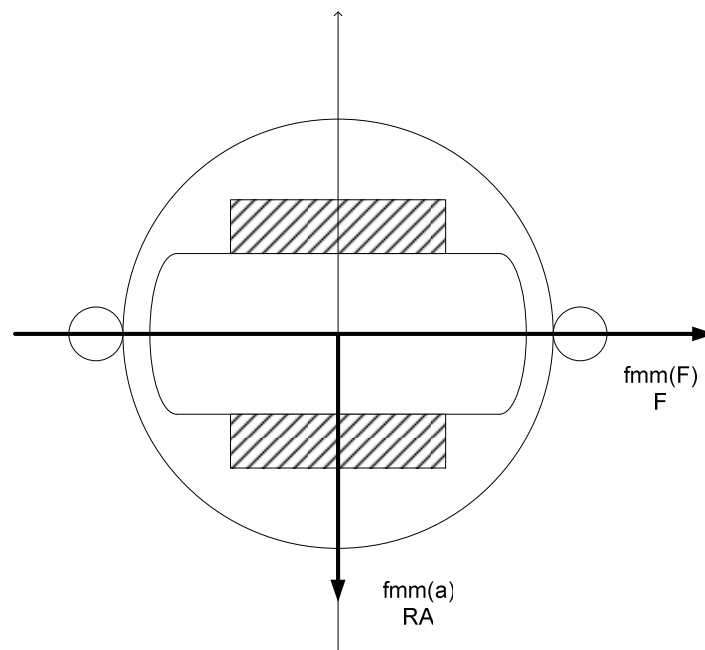


Figura do exemplo 13: Posição do rotor em quadratura em relação ao eixo da fase “a”.

A reatância proporcional ao caminho magnético nesta situação é chamada de reatância de eixo em quadratura X_q .

No outro caso, com a corrente atrasada 90° em relação à tensão interna, a relutância vista pela reação da armadura será aquela proporcional ao menor caminho de entreferro uma vez que a corrente estará em oposição de fase em relação ao eixo direto do rotor.

A reatância vista neste ponto é chamada reatância de eixo direto X_d .

Em qualquer situação é evidente que $X_d > X_q$.

No caso geral a corrente pode estar em qualquer posição em relação à tensão interna. Vai depender essencialmente da carga, ou seja, do ângulo de carga e do fator de potência.

Para levar em consideração o efeito da diferença de relutância, decompõe-se a reação da armadura (ou a corrente de carga, que lhe é proporcional), em duas componentes, uma

delas em fase com o eixo do rotor e uma outra em quadratura com este eixo. A componente de corrente em fase com o eixo do rotor é chamada corrente de eixo direto (I_d). A componente em quadratura é chamada de corrente de eixo em quadratura (I_q).

Com esta decomposição da corrente, o fluxo produzido pela reação da armadura também pode ser decomposto. Cada parcela do fluxo sendo proporcional à sua reatância de magnetização.

A decomposição do fasor de corrente I é feita em relação à tensão interna. Tomando-a como referência ($\delta = 0$) pode-se obter as seguintes relações:

$$\begin{aligned}\bar{I} &= \bar{I}_d + \bar{I}_q \\ \bar{I}_d &= I_d \angle -90^\circ \\ \bar{I}_q &= I_q \angle 0^\circ \\ \bar{I} &= I_q - jI_d\end{aligned}\tag{30}$$

O fluxo resultante, da mesma forma que foi feito para a máquina de pólos lisos, será a soma fasorial do fluxo do campo com o fluxo de reação da armadura que, neste caso, terá duas componentes fasoriais defasadas de 90° .

$$\begin{aligned}\bar{\lambda}_{RAq} &= X_q \bar{I}_q \\ \bar{\lambda}_{RA d} &= X_d \bar{I}_d \\ \bar{\lambda}_{RA} &= X_q \bar{I}_q + X_d \bar{I}_d \\ \bar{\lambda}_R &= \bar{\lambda}_F + \bar{\lambda}_{RA}\end{aligned}\tag{31}$$

As tensões, proporcionais aos fluxos e atrasadas de 90° em relação a eles (ou com um fator $-j$ em relação aos mesmos) poderão ser escritas da seguinte forma, se for considerada também a queda de tensão resistiva:

$$\begin{aligned}\bar{V} &= \bar{E} - R\bar{I} - jX_q \bar{I}_q - jX_d \bar{I}_d \\ \bar{E} &= \bar{V} + R\bar{I} + jX_q \bar{I}_q + jX_d \bar{I}_d\end{aligned}\tag{32}$$

Cujo diagrama fasorial é mostrado na figura 17.

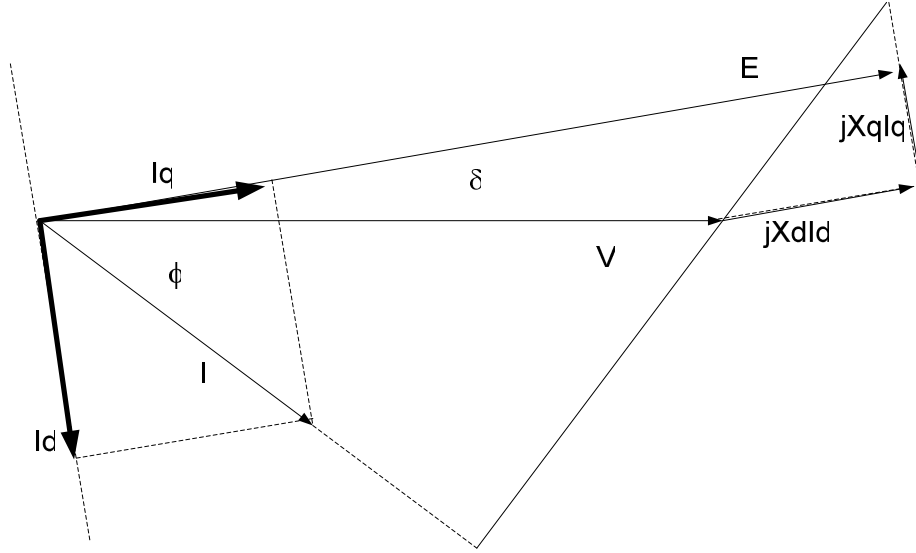


Figura 17: Diagrama fasorial da máquina de pólos salientes.

Observe que os fasores I_d e I_q são definidos em relação à referência da tensão interna E . Normalmente, a referência usada para a análise fasorial da máquina em regime permanente, é a tensão terminal (V), como foi feito em todos os exemplos anteriores. Além disto, o valor do ângulo de carga (δ) não é, a princípio, conhecido.

Os fasores I_d e I_q ficam completamente definidos, em módulo e ângulo quando se conhece o ângulo de carga.

$$\begin{aligned}\bar{I}_d &= I_d \angle \delta - 90 = I \sin(\delta - \phi) \angle \delta - 90 \\ \bar{I}_q &= I_q \angle \delta = I \cos(\delta - \phi) \angle \delta\end{aligned}\quad (33)$$

O grande problema da determinação do diagrama fasorial da figura (17) é o desconhecimento prévio do ângulo de carga. Como consequência, não é possível decompor o fasor de corrente. Para resolver este problema, soma-se zero à equação (32), da seguinte forma:

$$\begin{aligned}0 &= jX_q \bar{I}_d - jX_q \bar{I}_d \\ \bar{E} &= \bar{V} + R\bar{I} + jX_q \bar{I}_q + jX_d \bar{I}_d + jX_q \bar{I}_d - jX_q \bar{I}_d \\ \bar{E} &= \bar{V} + R\bar{I} + jX_q \bar{I} + j(X_d - X_q) \bar{I}_d\end{aligned}\quad (34)$$

Esta equação pode ainda ser simplificada da seguinte forma, lembrando que o fasor jI_d está em fase com o fasor E . Pode-se definir um novo fasor E' que estará em fase com ambos:

$$\begin{aligned}\bar{E}' &= \bar{V} + R\bar{I} + jX_q \bar{I} \\ \bar{E} &= \bar{E}' + j(X_d - X_q) \bar{I}_d\end{aligned}\quad (35)$$

Calculando o número complexo E' obtém-se o valor do ângulo de carga δ . Desta forma é possível calcular a decomposição da corrente e o valor de I_d . Então, o diagrama completo do funcionamento da máquina de pólos salientes pode ser traçado.

Exemplo 14

Uma máquina síncrona de pólos salientes, de 40 MVA, 12 kV, 60 Hz, tem reatância de eixo direto igual a 1,2 pu e de eixo em quadratura igual a 0,8 pu. Esta máquina opera como um motor síncrono que absorve a corrente nominal com fator de potência indutivo igual a 0,9. Determine a tensão de excitação.

Solução

$$S_B = 40 \text{ MVA}$$

$$V_B = 12 \text{ kV}$$

$$I_B = 1,924 \text{ kA}$$

$$Z_B = 3,6 \Omega$$

$$\bar{V} = 1 \angle 0 \text{ pu}$$

$$\bar{I} = 1 \angle -25,84 \text{ pu}$$

$$\bar{E}' = \bar{V} - R\bar{I} - jX_q\bar{I} = 1 - j0,8.1 \angle -25,84 = 0,971 \angle -47,87 \text{ pu}$$

$$\bar{I}_d = I_d \angle \delta - 90 = I \sin(\delta - \phi) \angle \delta - 90 = 1 \cdot \sin(-47,87 + 25,84) \angle -137,87$$

$$\bar{I}_d = -0,375 \angle -137,87$$

$$\bar{E} = \bar{E}' - j(X_d - X_q)\bar{I}_d = 1,121 \angle -47,87 \text{ pu}$$

Observe que a equação foi deduzida para o funcionamento como gerador e este exemplo para o funcionamento motor.

8) Característica $P \times \delta$ da máquina síncrona de pólos salientes

Pode-se deduzir, da mesma forma que foi feito para a máquina de pólos lisos, expressões para as potências ativa e reativa em função do ângulo de carga. Para isto, basta usar a definição de potência complexa. Outra forma de se obter a mesma expressão é usando relações trigonométricas do diagrama fasorial. Analisando a figura 17 observa-se que:

$$\begin{aligned} V \sin \delta &= X_q I \cos(\delta - \phi) \\ \cos(\delta - \phi) &= \frac{V \sin \delta}{X_q I} \end{aligned} \quad (36)$$

Da mesma forma, é possível obter uma relação para o seno de $(\delta - \phi)$:

$$E - V \cos \delta = X_d I \sin(\delta - \phi)$$

$$\sin(\delta - \phi) = \frac{E - V \cos \delta}{X_d I} \quad (37)$$

Lembrando que a potência ativa pode ser colocada em função do cosseno de ϕ e que este pode ser colocado em função das relações (36) e (37), tem-se:

$$P = VI \cos \phi \quad (38)$$

$$\cos \phi = \cos(\delta - \phi) \cdot \cos \delta + \sin(\delta - \phi) \cdot \sin \delta \quad (39)$$

Então:

$$P = V \left\{ \frac{V \sin \delta \cos \delta}{X_q} + \frac{E - V \cos \delta}{X_d} \cdot \sin \delta \right\} \quad (40)$$

Rearranjando os termos, vem:

$$P = \frac{VE \sin \delta}{X_d} + \frac{V^2 \sin 2\delta}{2} \left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d} \right) \quad (41)$$

Evidentemente, a máquina de pólos lisos é um caso particular da de pólos saliente onde $X_d = X_q = X_s$.

É possível obter uma expressão equivalente para o conjugado uma vez que em regime permanente a velocidade permanece constante. Observe que, na máquina de pólos salientes, existe uma parcela da potência que independe da excitação. Esta parcela é chamada de conjugado de relutância.

Fazendo um procedimento análogo para potência reativa (Q), obtém-se:

$$Q = \frac{VE \cos \delta}{X_d} - V^2 \left(\frac{\sin^2 \delta}{X_q} + \frac{\cos^2 \delta}{X_d} \right) \quad (42)$$

A equação 42 é igual à equação 27 quando $X_d = X_q = X_s$.

Exemplo 15

Traçar a curva $P \times \delta$ para a máquina síncrona de pólos salientes do exemplo anterior.

Solução

$$V = 1 \text{ pu}$$

$$E = 0,82 \text{ pu}$$

$$X_d = 1,2$$

$$X_q = 0,8 \text{ pu}$$

Então a figura do exemplo 15 mostra a característica $P \times \delta$ da máquina.

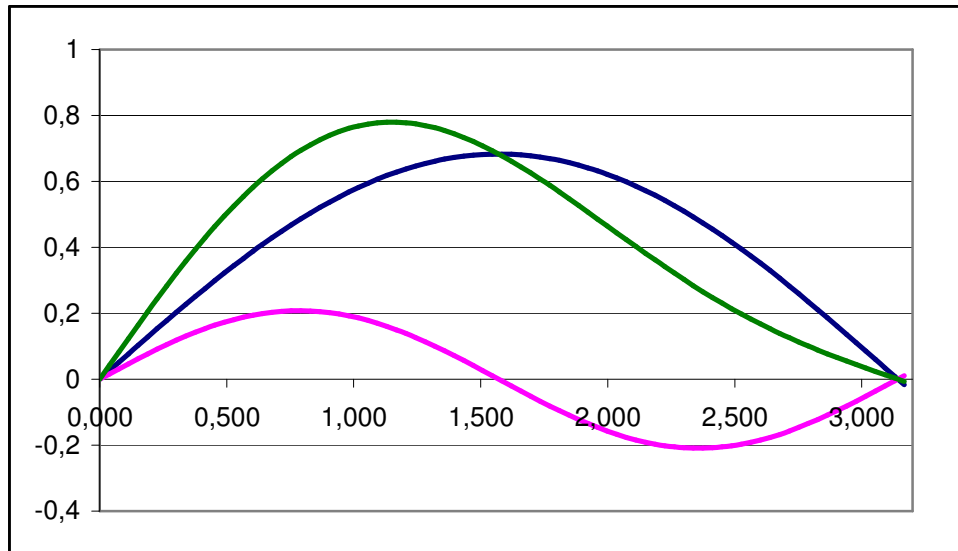


Figura do exemplo 15: característica $P \times \delta$

Pode-se observar que o limite de estabilidade estática é menor que 90° .

9) Referências Bibliográficas

- [1] SEN, P.C. "Principles of Electric Machines and Power Electronics", New York, John Wiley and Sons, 1996.
- [2] MATSCH, L. W., MORGAN, J. D., "Electromagnetic and Electromechanical Machines", Harper and Row, NY, 1986.
- [3] ANDERSON, P.M., FOUAD, A.A., "Power System Control and Stability", IEEE Press, NY, 1993.
- [4] KRAUSE, P.C., WASYNCZUK, O., SUDHOFF, S.D., "Analysis of Electric Machinery", IEEE Press, NY, 1994.
- [5] NASAR, S. A., "Electric Machines and Transformers", Macmillan, NY, 1984.
- [6] NASAR, S. A., "Máquinas Elétricas", Coleção Schaum, McGraw-Hill, São Paulo, 1984.