

MOTOR DE INDUÇÃO TRIFÁSICO

18/10/2006

Ivan Camargo

1) Introdução

O motor de indução trifásico corresponde a, aproximadamente, 25 % da carga elétrica do Brasil, ou seja, 50 % da carga industrial que, por sua vez, corresponde a 50 % da carga total.

A grande vantagem do motor de indução trifásico é a sua capacidade de operar sem necessidade de contato com os enrolamentos do rotor. Isso reduz significativamente os custos e a manutenção.

A alimentação do motor de indução trifásico (MIT) é em corrente alternada. Normalmente a alimentação é feita pelo estator. Os enrolamentos do rotor podem ser de dois tipos: “bobinado” ou “gaiola de esquilo”. O rotor bobinado, menos usado, tem bobinas trifásicas no rotor e anéis coletores no eixo de forma a permitir o acesso às correntes induzidas nos enrolamentos do rotor. O rotor tipo gaiola de esquilo é composto de barramentos condutores alojados em ranhuras do rotor e curto circuitados. Este tipo de enrolamento permite a construção de equipamentos bastante robustos. É a forma mais comum dos MIT.

A velocidade de operação do MIT é aproximadamente constante e sempre menor que a velocidade síncrona, por esta razão este motor é também chamado motor assíncrono.

Nestas notas será analisado o comportamento deste motor em regime permanente.

2) Campo Magnético Girante

Os enrolamentos do estator de um motor trifásico são distribuídos ao longo do entreferro do motor de forma a produzir uma fmm com características aproximadamente senoidais e com defasagem de $2\pi/3$ radianos elétricos. Uma máquina de 2 pólos pode ser representada esquematicamente pela figura 1.

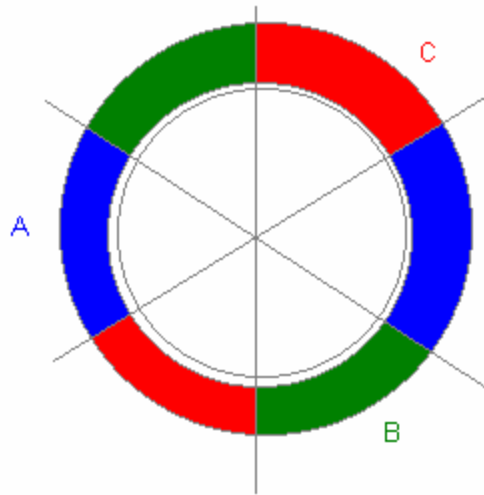


Figura 1: Distribuição dos enrolamentos do estator de um MIT de dois pólos.

Desprezando-se o efeito das ranhuras, ou seja, considerando que o entreferro é constante e que as correntes entrando e saindo nos condutores possam ser representadas por uma corrente concentrada, pode-se representar a fmm produzida pela fase "a" em função do ângulo espacial do entreferro θ , considerando que no eixo magnético da fase "a" $\theta = 0$ pode ser representada pela forma de onda apresentada na figura 2.

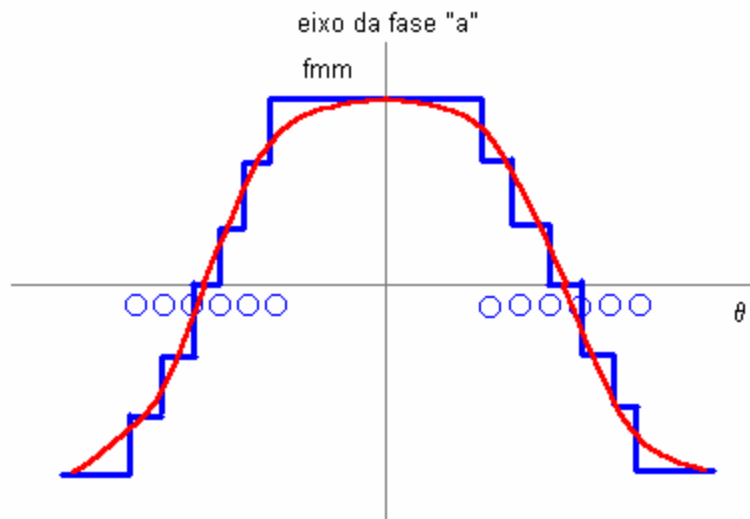


Figura 2: fmm produzida pelos enrolamentos distribuídos da fase "a".

Esta forma de onda pode ser decomposta em série de Fourier e, tomando-se algum cuidado com o espaçamento entre as ranhuras, pode-se minimizar as harmônicas de baixa

ordem de forma que a representação da fmm produzida por uma corrente i_a pode ser dada por uma função cossenoidal do ângulo θ .

$$F_{1a}(\theta) = k_a \frac{N}{2} i_a \cos \theta \quad (1)$$

onde k_a é um fator que leva em consideração a distribuição dos enrolamentos, N é o número de espiras da bobina "a" e i_a o valor instantâneo da corrente na fase "a".

De forma análoga é fácil observar que as fmm produzidas pelos outros enrolamentos ("b" e "c") podem ser escritas por:

$$F_{1b}(\theta) = k_b \frac{N}{2} i_b \cos(\theta - 2\pi/3) \quad (2)$$

$$F_{1c}(\theta) = k_c \frac{N}{2} i_c \cos(\theta + 2\pi/3) \quad (3)$$

Se a corrente aplicada nas bobinas for trifásica e equilibrada pode-se perceber facilmente que a fmm produzida por cada enrolamento terá um comportamento pulsante ao longo do seu eixo magnético.

$$\begin{aligned} F_{1a}(\theta) &= k_a \frac{N}{2} \sqrt{2} I \cos \omega t \cos \theta \\ F_{1b}(\theta) &= k_b \frac{N}{2} \sqrt{2} I \cos(\omega t - 2\pi/3) \cos(\theta - 2\pi/3) \\ F_{1c}(\theta) &= k_c \frac{N}{2} \sqrt{2} I \cos(\omega t + 2\pi/3) \cos(\theta + 2\pi/3) \end{aligned} \quad (4)$$

A fmm resultante será dada pela soma de cada uma destas ondas pulsantes nos seus respectivos eixos. Fazendo a soma obtém-se:

$$F_R(\theta) = \frac{3}{2} k \frac{N}{2} \sqrt{2} I \cos(\omega t - \theta) \quad (5)$$

A característica desta fmm (F_R) é diferente das fmm's descritas por (4). Observa-se que esta cosenóide tem amplitude constante e se desloca em θ a medida que o tempo passa. Este tipo de onda é chamado de "trafegante". A velocidade angular desta onda que se desloca no entreferro é ω .

Concluindo: o efeito de correntes defasadas no tempo, circulando em bobinas defasadas no espaço, produz um campo magnético girante no entreferro.

3) Tensão Induzida

Considere uma bobina parada no rotor. Qual seria a tensão induzida nesta bobina se fossem aplicadas tensões trifásicas no estator?

Tensões trifásicas no estator produzem correntes trifásicas que, como foi visto no item anterior, produzem um campo magnético girante. O fluxo concatenado com a bobina (parada) do rotor vai variar senoidalmente no tempo. A tensão induzida será dada por:

$$e_2 = \frac{d}{dt} \lambda_2 \quad (6)$$

Onde o subscrito “2” indica o enrolamento do rotor. Para calcular a variação do fluxo concatenado com a bobina do rotor (λ_2) é preciso calcular o fluxo.

$$\phi = \int B dA \quad (7)$$

$$B(\theta) = B_{\max} \cos \theta \quad (8)$$

$$\phi = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} B(\theta) l r d\theta \quad (9)$$

Onde “ l ” é o comprimento do rotor (ou a altura do cilindro do rotor), “ r ” é o raio do entreferro (praticamente igual ao raio do rotor). Portanto:

$$\phi = 2B_{\max} l r \quad (10)$$

Como este fluxo gira no entreferro a uma velocidade ω , o fluxo concatenado com a bobina (parada) do rotor será dado por:

$$\lambda_2 = N_2 \phi \cos \omega t \quad (11)$$

Aplicando (11) em (6) obtém-se:

$$e_2 = -\omega N_2 \phi \sin \omega t \quad (12)$$

O valor “rms” desta tensão senoidal induzida será:

$$E_2 = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} f N_2 \phi = 4,44 f N_2 \phi \quad (13)$$

Observa-se que a tensão induzida é função da frequência, do fluxo e do número de espiras do rotor. Normalmente as bobinas do rotor são distribuídas ao longo do entreferro. O fluxo total concatenado pelas N_2 espiras é menor que a soma algébrica do fluxo em cada uma das espiras. Para levar em conta este efeito, usa-se o “coeficiente de distribuição dos enrolamentos – K_{w2} ”. Uma expressão mais correta para o valor “rms” da tensão induzida é dado por:

$$E_2 = 4,44 f K_{w2} N_2 \phi \quad (14)$$

4) Funcionamento do Motor de Indução Trifásico

a) Rotor parado em aberto

O fluxo magnético girante no entreferro que induziu a tensão no rotor calculado no item anterior, induz também tensões no primário. Chamando de E_1 a tensão do primário, tem-se:

$$E_1 = 4,44 f K_{w1} N_1 \phi \quad (15)$$

Como os coeficientes de distribuição são números menores que um e, normalmente, muito parecidos, é possível relacionar as tensões do estator e do rotor com as de um transformador de dois enrolamentos:

$$\frac{E_1}{E_2} \cong \frac{N_1}{N_2} \quad (16)$$

É importante lembrar também que a tensão E_1 é diferente da tensão aplicada no estator V_1 . Existem duas quedas de tensão no estator: a queda de tensão na resistência da bobina e a queda de tensão devido à dispersão.

O comportamento do motor de indução é semelhante ao do transformador. A variação do fluxo concatenado, no caso do transformador, é devido à circulação de corrente alternada no primário e, no caso do motor, devido ao campo magnético girante.

Outra diferença interessante é que a tensão induzida no enrolamento parado do rotor pode estar adiantada ou atrasada em relação à tensão induzida no estator. Para isto basta alterar a posição do rotor. Toda esta análise está sendo feita por fase. Desta forma, o MIT pode ser usado como um transformador defasador.

$$\begin{aligned} \bar{E}_1 &= E_1 \angle 0 \\ \bar{E}_2 &= E_2 \angle \beta \end{aligned} \quad (17)$$

Usando esta característica de tensão induzida no rotor em função da posição mecânica (β), o motor de indução pode também ser usado como um controlador de tensão. A figura mostra a tensão de saída.

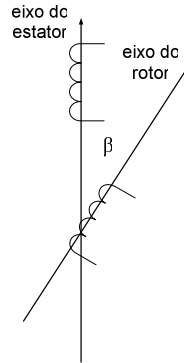


Figura 4

A tensão de saída pode variar de zero até duas vezes a tensão de entrada de forma contínua. Este ajuste de tensão não é muito usado devido ao elevado preço, a grande dispersão e a corrente de magnetização necessária para produzir um fluxo na relutância do entreferro.

b) Rotor em movimento e em curto

Se as bobinas do rotor forem curto circuitadas a tensão induzida vai provocar a circulação de uma corrente. Essa corrente estará limitada apenas pela resistência do rotor (R_2) e pela dispersão do enrolamento do rotor (L_2).

Considere inicialmente que o rotor esteja rodando à velocidade síncrona (ω_s).

Por alguma razão histórica a velocidade dos motores de indução é dada em rotações por minuto (rpm). Como:

$$\omega = \frac{2\pi}{60} n \quad (18)$$

A transformação da velocidade de radianos por segundo (rad/s) para rpm é direta. Vai-se usar “ n ” para indicar a velocidade do rotor. Então, neste caso particular:

$$n = n_s \quad (19)$$

Onde “ n_s ” é a velocidade síncrona, ou seja, a velocidade de rotação do campo magnético girante em rotações por minuto (rpm). Para uma máquina de “ p ” pólos, tem-se:

$$n_s = \frac{120}{p} f \quad (20)$$

Neste caso, não haverá variação do fluxo na bobina do rotor, portanto, não haverá nem tensão induzida nem corrente. Sem corrente não há torque. Conclui-se que o MIT não pode operar na velocidade síncrona. Por esta razão é também chamado de motor “assíncrono”.

A velocidade relativa do rotor em relação ao campo magnético girante é chamada de “escorregamento” (s).

$$s = \frac{n_s - n}{n_s} \quad (21)$$

Tomando o rotor como referência, que está girando a uma velocidade “ n ”, o campo magnético girante varia na bobina do rotor na chamada “velocidade de escorregamento”.

$$sn_s = n_s - n \quad (22)$$

A frequência da tensão induzida será igual à frequência da variação do fluxo, portanto, igual à frequência de escorregamento.

$$n_s = \frac{120}{p} f_1 \quad (23)$$

Onde f_1 é a frequência da corrente de alimentação do estator, normalmente a frequência síncrona.

$$f_2 = \frac{p}{120} sn_s = sf_1 \quad (24)$$

Onde f_2 é a frequência da tensão induzida na bobina do rotor.

Como foi visto, o valor da tensão induzida é proporcional à frequência, então:

$$E_2(s) = 4,44 f_2 N_2 \phi K_{w2} = sE_2 \quad (25)$$

O que ocorre no rotor, portanto, é a indução de uma tensão trifásica na frequência de escorregamento ($f_2 = sf_1$). Se o rotor estiver curto-circuitado, haverá a circulação de uma corrente trifásica no rotor de frequência f_2 .

Foi visto no item anterior que uma corrente trifásica circulando em bobinas defasadas provoca um campo magnético girante na velocidade da frequência induzida. O campo magnético girante do rotor terá, portanto, a velocidade do escorregamento ($n_2 = sn_s$).

Visto do estator, a velocidade do campo produzido pelo rotor será a superposição do efeito da velocidade de rotação do rotor e do campo magnético girante produzido pelas correntes no rotor:

$$n + n_2 = (1 - s)n_s + sn_s = n_s \quad (26)$$

Os dois campos rodam em sincronismo na mesma velocidade, seja qual for a frequência da corrente induzida no rotor.

Estes dois campos (que rodam sincronamente no entreferro) podem ser visualizados como dois ímãs um tendendo a se alinhar com o outro de forma a minimizar a energia armazenada no entreferro. Produz-se, desta forma, um torque constante no eixo do rotor.

Exemplo 1

Um motor de indução trifásico de 230 V, 50 Hp, 60 Hz, 6 pólos, entrega a potência nominal com um escorregamento de 5%. Calcular:

- A velocidade do campo magnético girante, ns.
- A frequência da corrente do rotor.
- A velocidade do rotor.
- A tensão induzida na bobina do rotor supondo que a relação de transformação seja 3:1.

Solução

$$a) n_s = \frac{120}{p} f_1 = 1200 \text{ rpm}$$

$$b) f_2 = sf_1 = 0,05 \times 60 = 3 \text{ Hz}$$

$$c) n = (1 - s)n_s = 0,95 \times 1200 = 1140 \text{ rpm}$$

$$d) E_2(s) = sE_2 = s \frac{N_2}{N_1} E_1 \cong s \frac{N_2}{N_1} V_1 = 0,05 \times \frac{1}{3} \times \frac{230}{\sqrt{3}} = 2,21 \text{ V / fase}$$

5) Modos de operação do MIT

a) Motor

A forma normal de operação do MIT é como motor. A velocidade de rotação fica entre zero e a velocidade síncrona.

$$\begin{aligned} 0 \leq n \leq n_s \\ 1 \geq s \geq 0 \end{aligned} \quad (27)$$

b) Gerador

Se o MIT for acionado mecanicamente acima da sua velocidade de rotação do campo girante, ($n > n_s$), o torque produzido será negativo, ou seja, o campo magnético do rotor estará a frente do campo do estator. As corrente que circulam no enrolamento do estator produzem um campo que tende a frear o movimento do rotor.

Uma forma possível de se utilizar o motor como gerador é usando uma fonte controlada com frequência variável. Reduzindo a frequência da corrente de alimentação o campo produzido ficará mais lento que a velocidade do rotor. A velocidade do rotor não se altera instantaneamente. Este processo é chamado de frenagem regenerativa.

c) Frenagem

O terceiro modo de operação é o de frenagem rápida. Invertendo a ligação de duas fases do estator, o campo magnético passa a girar no sentido oposto. Este efeito provoca a inversão de rotação do rotor. Se a troca de fase é feita rapidamente e em seguida o motor é desligado ele sofrerá uma parada brusca. Para alguns tipos de acionamento esta frenagem rápida é importante.

Exemplo 2

Qual o escorregamento do motor após a inversão de duas fases?

Solução

$$s = \frac{n_s - n}{n_s}$$

A velocidade de rotação do rotor, que é sempre aproximadamente igual à velocidade síncrona, estará no sentido oposto ao campo magnético girante. Então:

$$\begin{aligned} n &\cong -n_s \\ s &= 2 \end{aligned}$$

d) Motor de indução invertido

Se for aplicada uma tensão trifásica nos enrolamentos do rotor, a circulação das correntes trifásicas vai produzir um campo magnético girante no entreferro. Este campo induz tensões nos enrolamentos do estator. Se os enrolamentos do estator forem curto circuitados haverá a circulação de correntes trifásicas e a produção de um torque.

Supondo que o rotor seja fixo, o “estator” vai rodar. Alguns ventiladores são feitos desta forma.

6) Circuito Equivalente do Motor

Vamos desenvolver o circuito equivalente do MIT. A descrição do motor através do seu circuito equivalente ajuda a prever o comportamento do motor em diversas situações operativas em regime permanente.

Toda a análise será feita por fase.

Como foi dito, o MIT é composto por bobinas acopladas magneticamente. As bobinas do estator, quando ligadas a uma fonte trifásica de tensão alternada, produzem um campo magnético girante na frequência da corrente da rede.

O campo magnético produzido pelas correntes induzidas no rotor também gira à mesma velocidade síncrona (n_s).

Evidentemente, o fluxo resultante da composição dos fluxos produzidos pelo rotor e estator, também gira no entreferro na velocidade síncrona.

Este campo induz uma tensão no estator na frequência da rede (f_1). No rotor a tensão induzida é na frequência de escorregamento ($f_2 = sf_1$).

O fluxo variando em uma bobina nos leva a usar o circuito equivalente do transformador. É interessante representar a indutância de magnetização e as perdas no ferro no lado do estator.

a) Estator

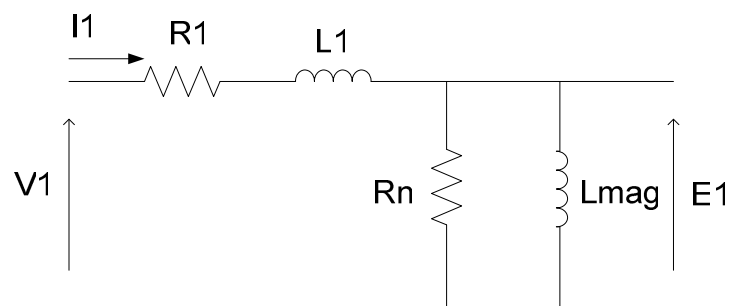


Figura 5: Circuito equivalente do estator

Onde

V_1 tensão fase-neutro do estator;

R_1 resistência do enrolamento do estator;

$X_1 = j\omega L_1$ reatância de dispersão do estator;

E_1 tensão fase-neutro induzida no estator;

$X_{mag} = j\omega L_{mag}$ reatância de magnetização; e

R_n resistência de perdas no núcleo.

A diferença principal entre este circuito e o primário de um transformador é o valor numérico da reatância de magnetização. De fato, como a indutância de magnetização é inversamente proporcional à relutância e a relutância do entreferro é muito maior que a relutância do transformador, o valor numérico da reatância no transformador é muito grande e pode, normalmente, ser desprezada. No caso do motor, a reatância é relativamente pequena e não pode ser desprezada.

A corrente de magnetização em motor de indução é da ordem de 30% da corrente de carga podendo chegar, em algumas situações, até a 50%. No caso do transformador esta corrente é relativamente pequena (menor que 5%) e, normalmente, é desprezada.

b) Rotor

A representação do rotor é muito simples. É a tensão induzida em um enrolamento em curto circuito. A impedância vista pela tensão será a resistência do enrolamento (R_2) e a indutância de dispersão (L_2).

Se E_2 é a tensão induzida no rotor parado, como foi visto, a tensão induzida no rotor em rotação será sE_2 .

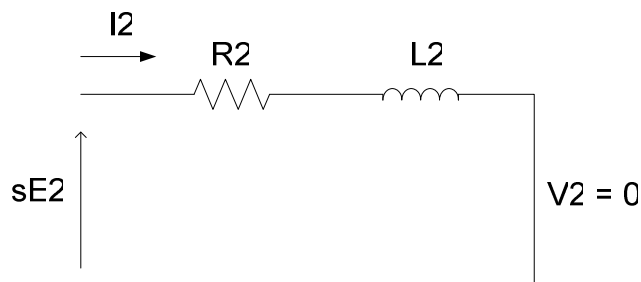


Figura 6: Circuito equivalente do rotor.

A frequência do que ocorre no rotor é a frequência de escorregamento ($f_2 = sf_1$). O valor fasor de corrente é dado por:

$$\bar{I}_2 = \frac{s\bar{E}_2}{R_2 + jsX_2} \quad (28)$$

Que pode ser reescrito como:

$$\bar{I}_2 = \frac{\bar{E}_2}{\frac{R_2}{s} + jX_2} \quad (29)$$

As duas equações acima podem parecer iguais mas não são. A primeira está na frequência da tensão induzida no rotor (f_2). A segunda está na frequência da rede (f_1). Esta equação mostra o que ocorre no rotor “visto” do estator.

A potência dissipada na equação (28) é dada por:

$$P_2 = R_2 I_2^2 \quad (30)$$

Este valor corresponde às perdas no enrolamento do rotor.

A potência na equação (29) representa o que o estator transfere para o entreferro. Ela é usualmente chamada de “potência de entreferro” ou, P_{gap} .

$$P_{gap} = \frac{R_2}{s} I_2^2 \quad (31)$$

Como em operação normal o escorregamento é inferior a 10%, a potência transferida para o entreferro é muito maior que as perdas no enrolamento do rotor.

Em alguns casos é conveniente dividir a potência do entreferro em duas parcelas: a primeira relativa às perdas, a outra relativa a potência mecânica disponível no eixo.

$$P_{mec} = \frac{R_2(1-s)}{s} I_2^2 \quad (32)$$

Evidentemente:

$$P_{gap} = P_{mec} + P_2 \quad (33)$$

$$P_{gap} = \frac{R_2(1-s)}{s} I_2^2 + R_2 I_2^2 = \frac{R_2}{s} I_2^2 \quad (34)$$

Para representar esta diferença, o circuito equivalente do rotor, visto do estator, pode ser representado pela figura 7.

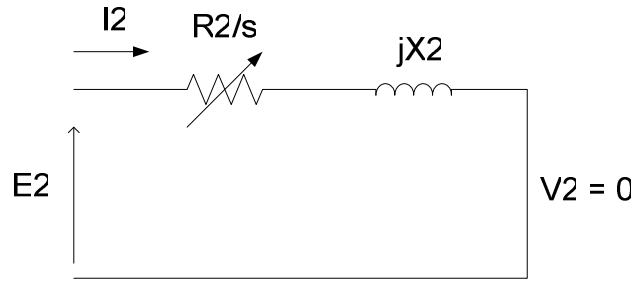


Figura 7: Circuito equivalente do rotor

É interessante observar a relação entre as três potências que foram definidas.

P_{gap} potência de entreferro

P_{mec} potência mecânica disponível no eixo

P_2 perdas no enrolamento do rotor.

Se a potência transferida para o entreferro for igual a 1, as perdas no rotor serão iguais a “s” e a potência disponível no eixo será (1-s). Quanto maior o escorregamento menor será o rendimento do motor. A faixa normal de operação do MIT é sempre para escorregamentos menores que 10%.

A potência de saída (P_{out}) é sempre menor que a potência disponível no eixo. A diferença são as perdas mecânicas de ventilação e atrito.

Voltando ao circuito equivalente, observa-se que a diferença entre as tensões E_1 e E_2 é dada pela relação de transformação entre as bobinas. Normalmente considera-se que os coeficientes de distribuição dos enrolamentos do estator e do rotor são iguais. Então, refletindo o que ocorre no rotor para o estator tem-se:

$$\begin{aligned}\bar{E}'_2 &= \frac{N_1}{N_2} \bar{E}_2 \\ X'_2 &= \left(\frac{N_1}{N_2} \right)^2 X_2 \\ R'_2 &= \left(\frac{N_1}{N_2} \right)^2 R_2\end{aligned}\tag{35}$$

As grandezas com apóstrofo correspondem aos valores em ohms refletidos ao estator. Em todas as análises do motor de indução o que interessa é o circuito equivalente refletido ao

estator. Para não sobrecarregar a notação, no texto a seguir, vai-se eliminar o apóstrofo sabendo que estamos falando do valor da resistência e da reatância refletidos ao estator. O circuito equivalente por fase será dado por:

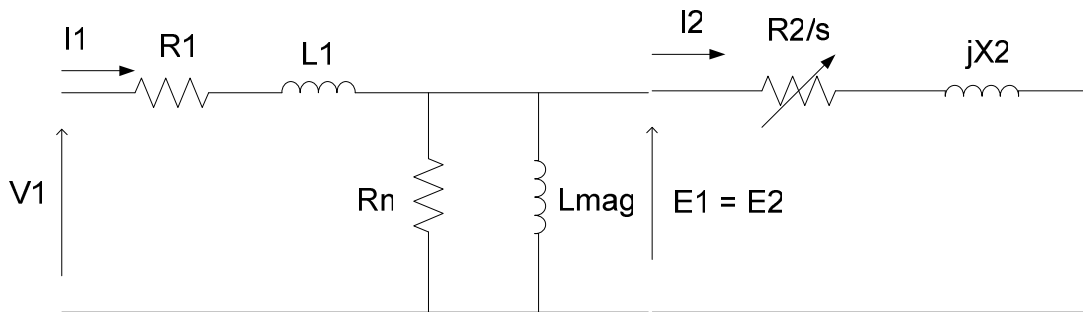


Figura 8: Circuito equivalente por fase do MIT.

Como esperado, o circuito equivalente é muito parecido com o do transformador.

Exemplo 3

Um motor de indução trifásico de 20 HP, 450 V, 4 pólos, 60 Hz, 1730 rpm, opera acionando a sua potência nominal. As perdas mecânicas são de 860 W. Qual a potência transferida para o entreferro?

Solução

$$P_{out} = 20 \cdot 746(\text{W/HP}) = 14.920 \text{ W}$$

$$P_{mec} = P_{out} + \text{Perdas}(mec) = 14.920 + 860 = 15.780 \text{ W}$$

$$s = \frac{n_s - n}{n_s} = \frac{1800 - 1730}{1800} = 3,9\%$$

$$P_{gap} = \frac{P_{mec}}{(1 - s)} = 16.418,5 \text{ W}$$

6.1) Simplificações no Circuito Equivalente do MIT

Observa-se na figura 8 que, para cada velocidade de operação, o circuito equivalente apresenta uma configuração diferente. Observa-se ainda que não é possível desprezar a reatância de magnetização. A simplificação possível (e recomendável) do circuito equivalente consiste em representar as perdas no ferro como parte das perdas mecânicas.

As perdas no núcleo, representadas no circuito equivalente pela resistência R_n , são proporcionais à frequência. Para baixos valores de escorregamento a frequência da

corrente induzida no rotor é baixa. As perdas devem ser menores. Portanto, a representação pela resistência constante R_n não é precisa.

Por outro lado, para baixos valores de escorregamento (na operação normal do MIT) as perdas por atrito e ventilação aumentam. Em geral elas são proporcionais à velocidade.

Para juntar estes dois efeitos opostos, o IEEE recomenda que as perdas no ferro e as perdas por atrito e ventilação sejam representadas em conjunto. Este conjunto é normalmente chamado de perdas rotacionais (P_{rot}).

Com esta simplificação o circuito equivalente é mostrado pela figura 9.

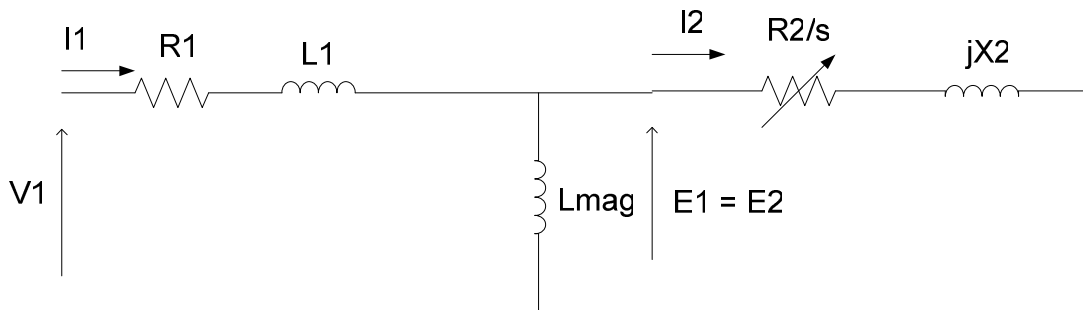


Figura 9: Circuito equivalente simplificado

Observe que, neste caso, o circuito simplificado representa melhor o que ocorre no motor que o circuito completo. Este modelo será usado na análise do MIT dos próximos itens.

6.2) Thévenin Equivalente

Para analisar o desempenho de um motor, em função da carga, é interessante simplificar o circuito de forma a não ter que calcular a corrente de magnetização para cada velocidade. Para saber o que ocorre no rotor (refletido ao estator) usa-se o circuito “Thevenin equivalente”. O circuito equivalente é mostrado abaixo.

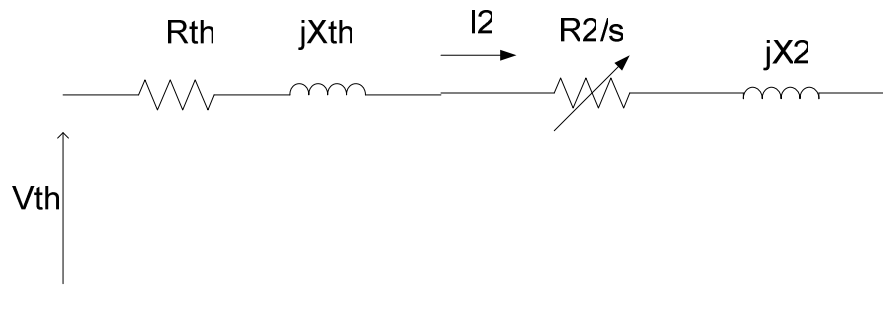


Figura 10: Circuito Thevenin equivalente

A tensão de Thevenin, V_{th} , é calculada pelo divisor de tensão:

$$V_{th} = \frac{X_{mag}}{(R_1^2 + (X_1 + X_{mag})^2)^{1/2}} V_1 \quad (36)$$

A impedância de Thevenin, Z_{th} , é dado pelo paralelo:

$$Z_{th} = \frac{jX_{mag}(R_1 + jX_1)}{R_1 + j(X_1 + X_{mag})} = R_{th} + jX_{th} \quad (37)$$

Então

$$R_{th} = \frac{X_{mag}^2}{R_1^2 + (X_1 + X_{mag})^2} R_1 \quad (38)$$

$$X_{th} = \frac{X_{mag} R_1^2 + X_1 X_{mag} (X_1 + X_{mag})}{R_1^2 + (X_1 + X_{mag})^2} \quad (39)$$

Normalmente, não é necessário fazer nenhum tipo de simplificação para o cálculo de V_{th} e de Z_{th} , no entanto, para avaliar a ordem de grandeza das grandezas calculadas, pode-se fazer a seguinte consideração:

$$R_1 \ll (X_1 + X_{mag}) \quad (40)$$

Então:

$$V_{th} \cong \frac{X_{mag}}{(X_1 + X_{mag})} V_1 \quad (41)$$

$$R_{th} \cong \frac{X_{mag}^2}{(X_1 + X_{mag})^2} R_1 \quad (42)$$

Considerando ainda que $X_1 \ll X_{mag}$, tem-se:

$$X_{th} \cong X_1 \quad (43)$$

Para finalizar, é necessário medir os parâmetros do circuito equivalente do motor.

7) Ensaios em vazio e com o rotor bloqueado

O ensaio em vazio é feito aplicando a tensão nominal no estator (na frequência da rede) e deixando o rotor livre, sem carga mecânica.

A potência ativa medida neste ensaio difere das perdas rotacionais apenas das perdas no cobre do estator. É bom lembrar que as perdas rotacionais representam o atrito, a ventilação e as perdas no núcleo.

O ensaio com o rotor bloqueado é semelhante ao ensaio em curto circuito do transformador e é usado para medir a resistência e a reatância de dispersão. Tanto a resistência quanto a dispersão variam com a frequência. Recomenda-se, quando for possível, fazer o ensaio com o rotor bloqueado com tensão inferior à tensão nominal e com frequência reduzida. A frequência das correntes do rotor é a frequência de escorregamento e, normalmente, é muito menor que a nominal.

Os cálculos dos parâmetros do circuito equivalente vão ser feitos através de um exemplo.

Exemplo 4

Um motor de indução trifásico, 60 HP, 2200 V, 6 pólos, 60 Hz, tem a resistência do estator por fase medida igual a 2,8 ohms. Calcular os parâmetros do circuito equivalente do motor sabendo que foram feitos os ensaios em vazio e com o rotor bloqueado e obtido os seguintes valores:

a) Ensaio em vazio (NL)

$$V_{NL} = 2.200 \text{ V}$$

$$f = 60 \text{ Hz}$$

$$I_{NL} = 4,5 \text{ A}$$

$$P_{NL} = 1.600 \text{ W}$$

b) Ensaio com rotor bloqueado (BL).

$$V_{BL} = 270 \text{ V}$$

$$f_{BL} = 15 \text{ Hz}$$

$$I_{BL} = 25 \text{ A}$$

$$P_{BL} = 9.000 \text{ W}$$

Solução

Do ensaio em vazio tem-se:

$$P_{rot} = P_{NL} - 3.R_1.I_{NL}^2 = 1600 - 3 \times 2,8 \times 4,5^2 = 1.429,9 \text{ W}$$

O circuito equivalente em vazio é parecido com o circuito do transformador em aberto. De fato, como $n \rightarrow n_s$, $s \approx 0$, $R_2/s \rightarrow \infty$.

$$V_1 = \frac{2.200}{\sqrt{3}} = 1.270 \text{ V}$$

$$Z_{NL} = \frac{V_1}{I_{NL}} = \frac{1.270}{4,5} = 282,26\Omega$$

A potência medida no ensaio em vazio se refere às perdas no cobre do estator e às perdas rotacionais, então:

$$R_{NL} = \frac{P_{NL}}{3I_{NL}^2} = \frac{1.600}{3 \times 4,5^2} = 26,34\Omega$$

$$X_{NL} = X_1 + X_{mag} = \sqrt{Z_{NL}^2 - R_{NL}^2} = 281,03\Omega$$

Do ensaio com o rotor bloqueado, vem:

$$R_{BL} = \frac{P_{BL}}{3I_{BL}^2} = \frac{9.000}{3 \times 25^2} = 4,8\Omega$$

$$R = R_{BL} - R_1 = 2\Omega$$

Usando o mesmo procedimento do cálculo da impedância de Thevenin, tem-se:

$$R = \frac{X_{mag}^2}{R_2^2 + (X_2 + X_{mag})^2} R_2$$

$$X = \frac{X_{mag} R_2^2 + X_2 X_{mag} (X_2 + X_{mag})}{R_2^2 + (X_1 + X_{mag})^2}$$

Considerando $R_2 \ll (X_2 + X_{mag})$, vem:

$$R \cong \frac{X_{mag}^2}{(X_2 + X_{mag})^2} R_2$$

$$X \cong X_2$$

A impedância de rotor bloqueado será:

$$Z_{BL} = \frac{V_{BL}}{\sqrt{3} \times I_{BL}} = \frac{270}{\sqrt{3} \times 25} = 6,24\Omega$$

$$X_{BL} = \sqrt{Z_{BL}^2 - R_{BL}^2} = \sqrt{6,24^2 - 4,8^2} = 3,98\Omega$$

Como este ensaio não foi feito na frequência nominal:

$$X_{BL}(60Hz) = \frac{60}{15} X_{BL}(15) = 15,92\Omega$$

Esta reatância corresponde à dispersão do primário e o paralelo da magnetização com a dispersão do secundário. Não é possível, com estes ensaios, isolar cada um destes parâmetros. O que se faz são duas simplificações. Despreza-se a magnetização e considera-se que as dispersões do primário e do secundário sejam iguais.

$$X_{BL} = X_1 + X \cong X_1 + X_2$$

$$X_1 = X_2 = \frac{X_{BL}}{2} = 7,96\Omega$$

Com esta simplificação é fácil calcular a reatância de magnetização.

$$X_{mag} = X_{NL} - X_1 = 273,04\Omega$$

Finalmente,

$$R_2 \cong \frac{(X_2 + X_{mag})^2}{X_{mag}^2} R = 2,12\Omega$$

Todos os parâmetros foram calculados e o circuito equivalente completamente definido.

8) Característica de operação do MIT

O circuito equivalente desenvolvido no item anterior permite determinar as características de operação do MIT. Uma característica importante é a variação do torque com a velocidade.

a) Torque em função da velocidade

A expressão para o torque pode ser derivada diretamente da definição da potência disponível no eixo:

$$T_{mec} = \frac{P_{mec}}{\omega} \quad (44)$$

Como

$$\begin{aligned} \omega &= (1-s)\omega_s \\ P_{mec} &= (1-s)P_{gap} \end{aligned} \quad (45)$$

Então

$$T_{mec} = \frac{P_{gap}}{\omega_s} \quad (46)$$

A potência transferida para o entreferro já foi calculada em (31), considerando a potência trifásica tem-se:

$$P_{gap} = 3 \frac{R_2}{s} I_2^2 \quad (47)$$

Para calcular o torque em função da velocidade é preciso conhecer o módulo da corrente do rotor ao quadrado.

$$I_2^2 = \frac{V_{th}^2}{(R_{th} + \frac{R_2}{s})^2 + (X_{th} + X_2)^2} \quad (48)$$

Então:

$$T_{mec} = 3 \frac{V_{th}^2}{(R_{th} + \frac{R_2}{s})^2 + (X_{th} + X_2)^2} \cdot \frac{R_2}{s} \cdot \frac{1}{\omega_s} \quad (49)$$

É possível traçar a curva (T x n) já que velocidade (n) e escorregamento estão relacionados. Quando a velocidade varia de 0 à velocidade síncrona (n_s), o escorregamento varia de 1 a 0.

Antes de traçar a curva exata convém observar que, para pequenos escorregamentos, o conjugado é diretamente proporcional ao escorregamento. De fato, para “s” pequeno:

$$T_{mec} \cong 3 \frac{V_{th}^2}{R_2} \cdot \frac{s}{\omega_s} \quad (50)$$

No outro extremo, durante a partida onde o valor de “s” é próximo da unidade, as reatâncias são maiores que as resistências e o torque fica inversamente proporcional ao escorregamento. Neste caso:

$$T_{mec} \cong 3 \frac{V_{th}^2}{(X_{th} + X_2)^2} \cdot \frac{R_2}{s} \cdot \frac{1}{\omega_s} \quad (51)$$

A característica T x n é mostrada na figura 13.

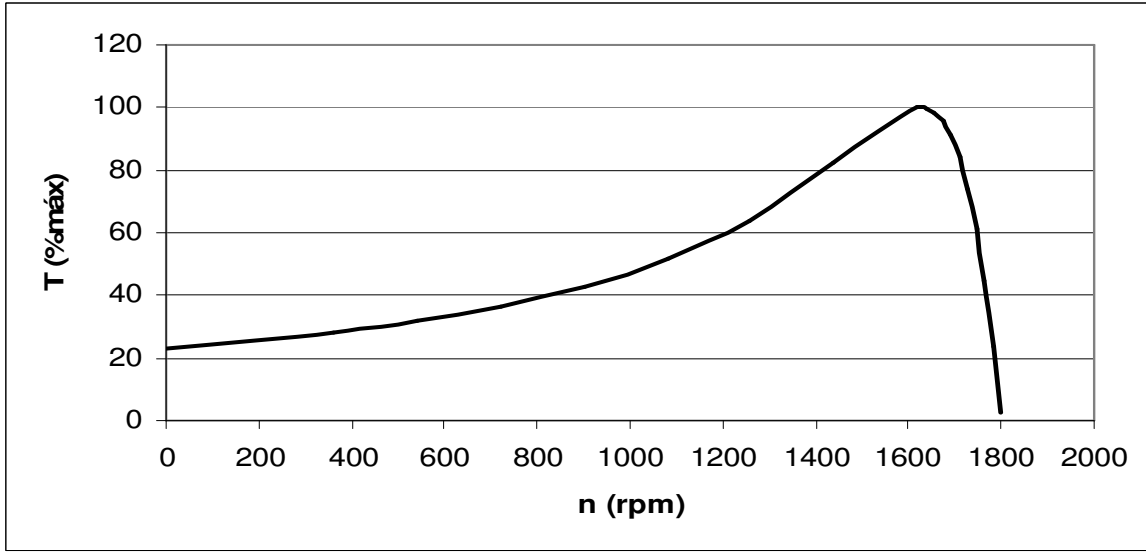


Figura 11: Característica T x n

Observa-se que, na partida, o torque é diferente de zero e que, na velocidade síncrona (n_s) ele é nulo, como foi visto. Observa-se também que a característica passa por um ponto de máximo.

Para determinar o escorregamento onde ocorre o máximo torque ($s_{Tmáx}$) basta derivar a expressão (49) e igualar a zero.

$$\frac{R_2}{s_{Tmáx}} = (R_{th}^2 + (X_{th} + X_2)^2)^{1/2} \quad (52)$$

É possível chegar à mesma conclusão por casamento de impedância no circuito equivalente de Thevenin.

Substituindo o escorregamento de máximo torque na expressão do torque obtém-se:

$$T_{máx} = 3 \frac{1}{2\omega_s} \frac{V_{th}^2}{R_{th} + (R_{th}^2 + (X_{th} + X_2)^2)^{1/2}} \quad (53)$$

É interessante observar que o torque máximo independe da resistência do rotor (R_2). A velocidade onde ocorre o máximo torque diminui com o aumento da resistência, no entanto o seu valor é o mesmo. A figura 11 mostra a característica conjugado velocidade, em porcentagem do conjugado máximo, de uma máquina de 4 pólos, com três valores diferentes de resistência do rotor.

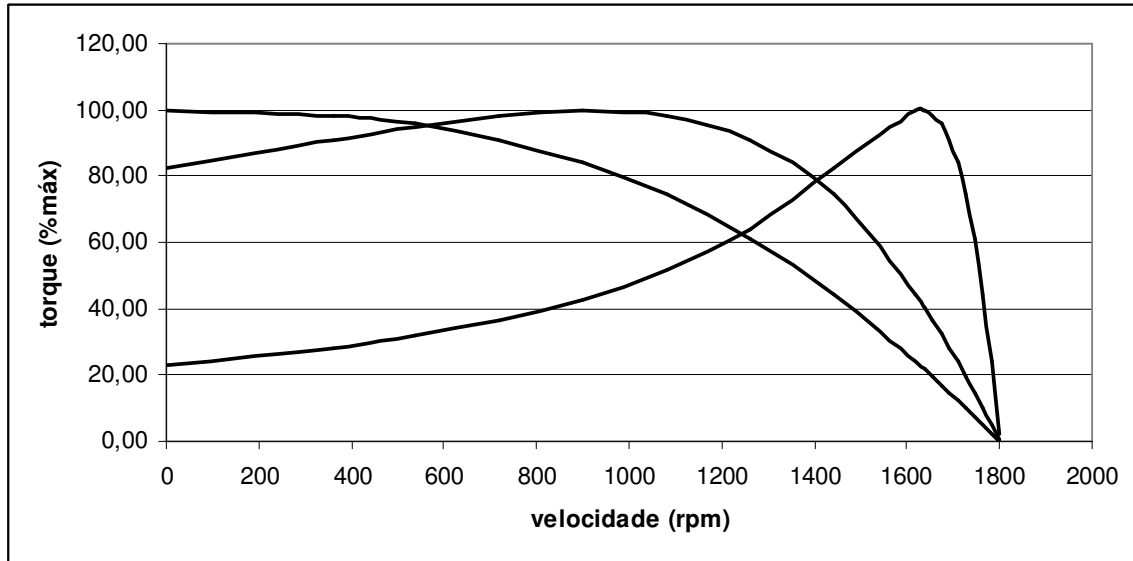


Figura 11: T x n para três valores diferentes de R_2

É possível ajustar uma resistência externa ao rotor (de um motor bobinado) para obter o torque máximo em qualquer velocidade. Observe também que a resistência externa ao rotor pode ser usada para controlar a velocidade.

Se a resistência do estator (R_1) for pequena comparada com a dispersão ($X_{th} + X_2$), então, pode-se estimar um valor aproximado para o escorregamento de máximo torque e para o torque máximo.

$$s_{Tmáx} \cong \frac{R_2}{(X_{th} + X_2)} \quad (54)$$

$$T_{máx} \cong 3 \frac{1}{2\omega_s} \frac{V_{th}^2}{(X_{th} + X_2)} \quad (55)$$

Quanto maior a dispersão, menor será o torque máximo.

A relação entre o torque máximo e o torque também pode ser facilmente obtida:

$$\frac{T_{m\acute{a}x}}{T_{mec}} = \frac{(R_{th} + \frac{R_2}{s})^2 + (X_{th} + X_2)^2}{(\frac{R_2}{s_{Tm\acute{a}x}})^2 + (X_{th} + X_2)^2} \cdot \frac{s}{s_{Tm\acute{a}x}} \quad (56)$$

Se a resist\encia do estator (R_1) e, por consequ\encia, a resist\encia de Thevenin forem desprezadas:

$$\frac{T_{m\acute{a}x}}{T_{mec}} \cong \frac{(\frac{R_2}{s})^2 + (X_{th} + X_2)^2}{(\frac{R_2}{s_{Tm\acute{a}x}})^2 + (X_{th} + X_2)^2} \cdot \frac{s}{s_{Tm\acute{a}x}} \quad (57)$$

Para pequenos valores de escorregamento:

$$\frac{T_{m\acute{a}x}}{T_{mec}} \cong \frac{(\frac{R_2}{s})^2 + (X_{th} + X_2)^2}{(\frac{R_2}{s_{Tm\acute{a}x}})^2 + (X_{th} + X_2)^2} \cdot \frac{s}{s_{Tm\acute{a}x}} \quad (58)$$

Substituindo (54) na express\ao (58) tem-se:

$$\frac{T_{m\acute{a}x}}{T_{mec}} \cong \frac{(\frac{R_2}{s})^2 + (\frac{R_2}{s_{Tm\acute{a}x}})^2}{2(\frac{R_2}{s_{Tm\acute{a}x}})^2} \cdot \frac{s}{s_{Tm\acute{a}x}} \quad (59)$$

Ent\ao:

$$\frac{T_{m\acute{a}x}}{T_{mec}} \cong \frac{s_{Tm\acute{a}x}^2 + s^2}{2s_{Tm\acute{a}x}s} \quad (60)$$

b) Corrente do Estator

A corrente do motor, por fase, \e dada pela rela\cao entre a tens\ao aplicada e a imped\ancia vista do circuito equivalente.

$$\bar{I}_1 = \frac{\bar{V}_1}{(R_1 + jX_1) + [jX_{mag} // (\frac{R_2}{s} + jX_2)]} \quad (61)$$

Observe que a corrente do estator é diferente da corrente do “Thevenin equivalente”. O valor máximo do módulo da corrente ocorre na partida quando $s = 1$.

Dados os parâmetros de um motor de indução trifásico, é fácil traçar a curva do módulo da corrente em função da velocidade. A figura 12 mostra esta característica.

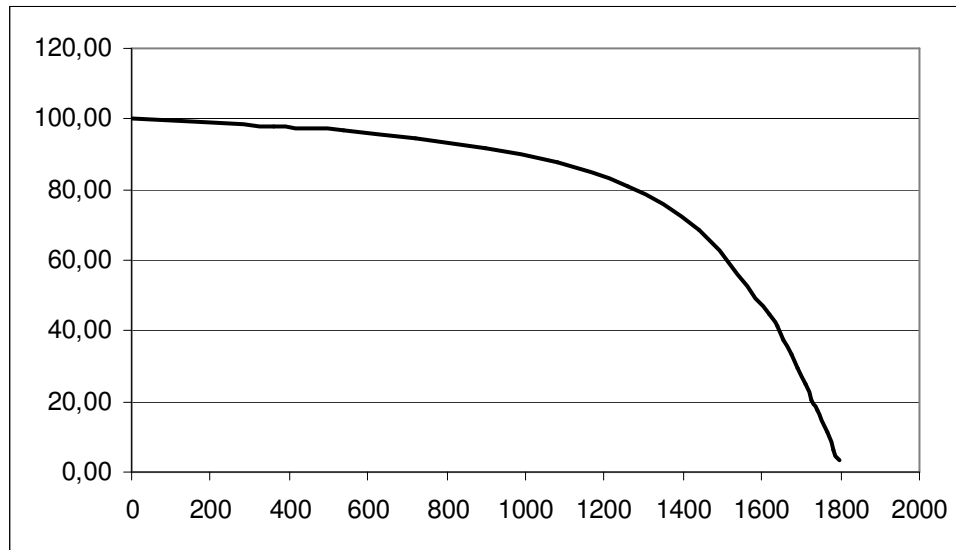


Figura 12: Corrente do estator (%máxima) em função da velocidade em rpm

Note que neste exemplo o motor tem quatro pólos e a corrente máxima é da ordem de 5 vezes a corrente de operação normal.

c) Fator de potência

Para se calcular o fator de potência do MIT basta obter o coseno da defasagem entre a tensão e a corrente de entrada. A figura 13 mostra um exemplo de cálculo do fator de potência em função da velocidade para uma máquina de 4 pólos.

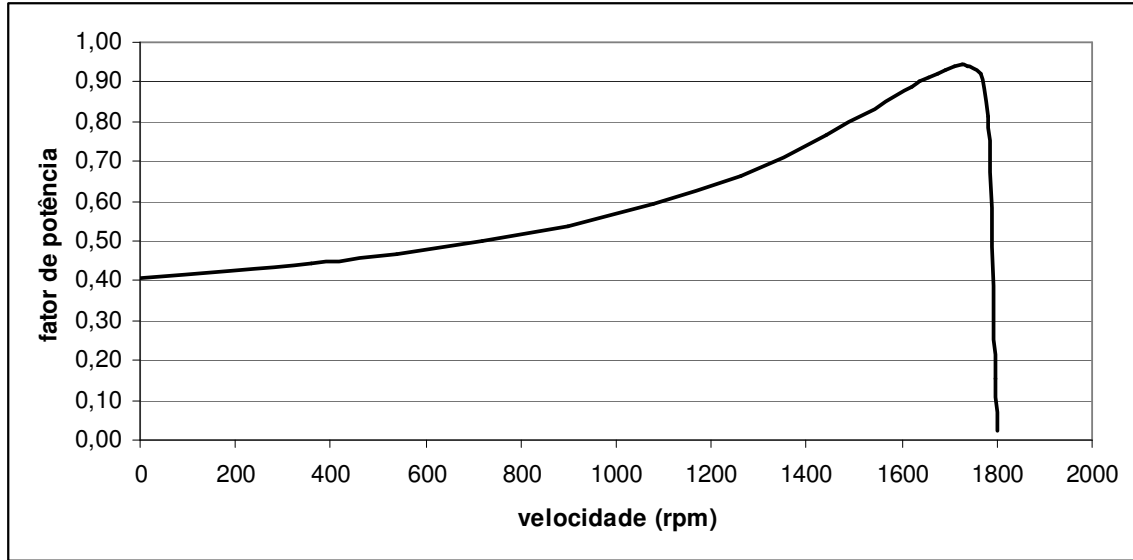


Figura 13: fator de potência em função da velocidade (rpm)

O fator de potência de um MIT é sempre indutivo e, para que ele opere próximo da unidade é preciso que o escorregamento esteja próximo de zero.

d) Rendimento

O rendimento, por definição, é a relação entre a potência de saída e a potência de entrada.

$$\eta = \frac{P_{out}}{P_{in}} \quad (62)$$

A potência de entrada é dada por:

$$P_{in} = 3V_1 I_1 \cos \phi \quad (63)$$

Esta potência difere daquela que passa no entreferro (P_{gap}) das perdas no cobre do estator. A potência de saída (P_{out}) difere da potência disponível no eixo (P_{mec}) das perdas rotacionais (P_{rot}).

$$P_{in} = 3R_1 I_1^2 + P_{gap} \quad (64)$$

$$P_{out} = P_{mec} - P_{rot} \quad (65)$$

Desprezando-se as perdas no cobre e a perda rotacional, o rendimento pode ser calculado aproximadamente por:

$$\eta \cong \frac{P_{mec}}{P_{gap}} = (1 - s) \quad (66)$$

A equação mostra que quanto mais perto da velocidade síncrona maior será o rendimento (ideal) do motor. A figura 14 mostra a característica rendimento versus velocidade para um motor típico de 4 pólos.

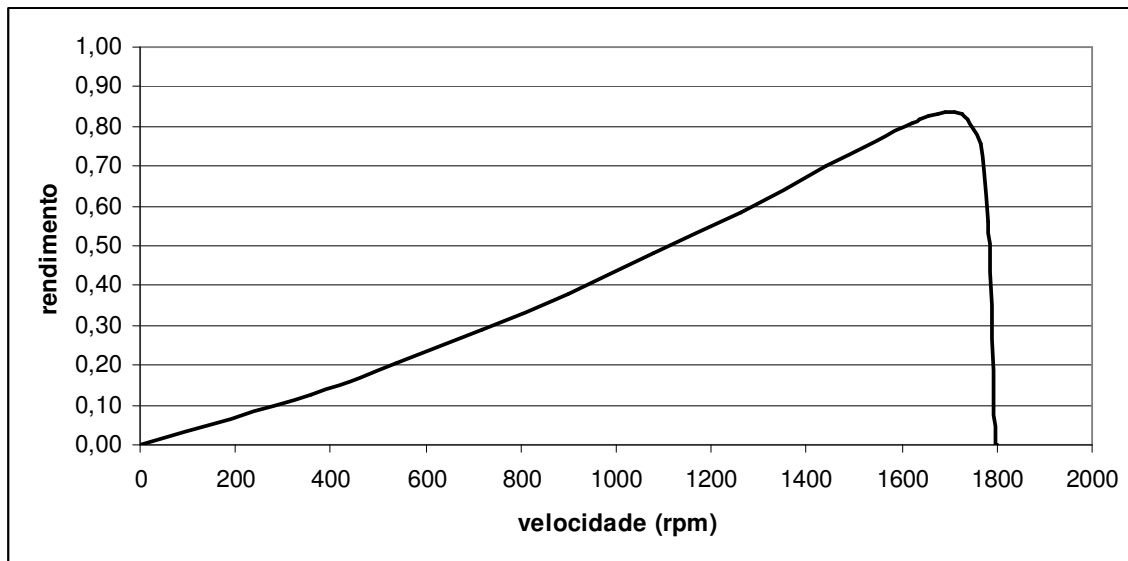


Figura 14: rendimento (%) x velocidade (rpm)

Exemplo 5

Considere um MIT, 60 Hz, 500 V, 1740 rpm, 4 pólos, com os seguintes parâmetros:

$$R_1 = 0,3 \, \Omega$$

$$R_2 = 0,25 \, \Omega$$

$$X_1 = X_2 = 0,55 \, \Omega$$

$$X_{mag} = 32 \, \Omega$$

$$P_{rot} = 1.500 \, \text{W}$$

Calcular:

- O torque de partida
- O torque máximo
- A velocidade onde ocorre o torque máximo
- A corrente de partida
- O escorregamento nominal
- A corrente do motor em condições nominais.
- O rendimento do motor em condições nominais.

Solução

a) $T(\text{partida}) = 215,49 \text{ Nm}$

b) $T_{\text{máx}} = 450,97 \text{ Nm}$

c) $s_{T_{\text{máx}}} = 22,10\%$

d) $I_1 (s=1) = 236,73 \text{ A}$

e) $s = 3,33\%$

f) $I_{1n} = 37,65 \text{ A}$

g) $\eta = 88\%$

9) Efeito da resistência do rotor

Foi visto no item anterior que o torque máximo ($T_{\text{máx}}$) independe do valor da resistência do rotor (R_2). No entanto, a velocidade onde ocorre é função do valor dessa resistência. É interessante usar essa característica para, por exemplo, aumentar a aceleração da máquina durante a partida.

A corrente de partida do motor, como foi visto, é muito maior que a corrente nominal. Se o motor demora a partir, ele estará sujeito a altos valores de corrente durante muito tempo podendo se danificar.

O torque acelerante do motor é a diferença entre o torque elétrico e o torque mecânico da carga. Quanto maior for o torque de partida, mais rápida será a aceleração do motor e menor será o desgaste provocado pelas altas correntes da partida. Acrescentar resistências em série com o rotor, como foi visto na figura 11, produz este efeito além de reduzir a corrente durante a partida.

Em operação normal é interessante retirar a resistência externa para que o motor opere com escorregamentos mais baixos e com maior rendimento.

O ideal, portanto, é colocar resistência na partida e retirar em operação normal.

a) rotor gaiola de esquilo

Para se obter este efeito em motores com o rotor curto circuitado, onde não se tem acesso aos enrolamentos do rotor, utiliza-se do efeito da variação da impedância com a frequência para aumentar a resistência na partida e diminuir em operação normal. A figura 15 mostra as linhas de fluxo produzidas por um barramento alojado no rotor de um motor de indução.

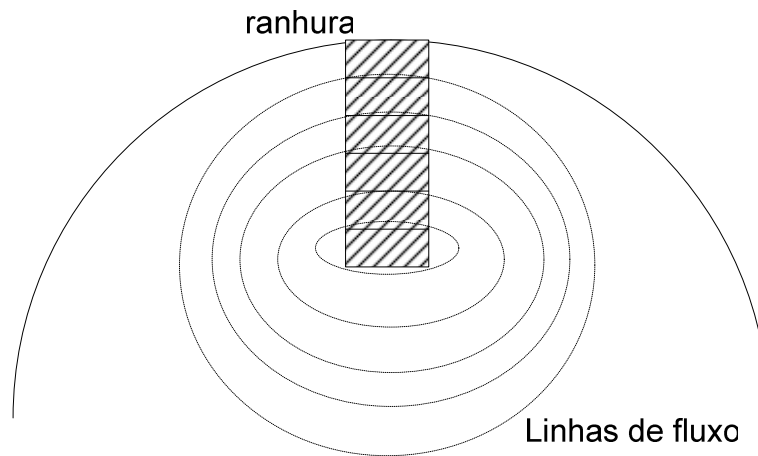


Figura 15: ranhura profunda

Dividindo-se a seção transversal do barramento em diversas camadas é fácil observar que a indutância das camadas mais profundas será maior que a indutância das camadas superiores.

Durante a partida ($n = 0$, $s = 1$), a frequência da corrente do rotor é igual a frequência da rede. O efeito da reatância na impedância total é grande. A corrente não se distribui de forma uniforme no condutor aumentando, assim, a sua resistência efetiva.

Em operação normal, em baixa frequência, o valor da reatância diminui fazendo com que a corrente se distribua de forma mais uniforme, aumentando a área efetiva do condutor e diminuindo o valor da resistência.

O desenho da ranhura do rotor pode fazer com que o valor da resistência fique três vezes superior na partida em relação ao seu valor em operação normal. Este comportamento produz um alto torque de partida e um bom rendimento em operação normal.

É possível obter o mesmo efeito usando dois condutores (ou, como é chamado, um barramento duplo) no rotor.

10) Classe dos Motores de Indução

As classes dos motores de indução trifásico são definidas pela NEMA (National Electrical Manufacturer Association) em função da característica de torque em função da velocidade do motor. Cada motor tem uma aplicação diferente.

Classe A: baixa resistência do rotor.
 Alto rendimento

$$0,5\% < s < 1,5\%$$

- Classe B: Características parecidas com a Classe A com menores correntes de partida.
Alta dispersão;
Bom rendimento.
- Classe C: Alto conjugado;
Baixa corrente de partida.
- Classe D: Altíssimo conjugado de partida
 $8\% < s < 15\%$;
Baixo rendimento;
Motores de partida intermitente.

11) Controle de velocidade

O motor de indução opera praticamente a velocidade constante.

É interessante notar que, na faixa normal de operação o seu comportamento é estável. Um aumento da carga provoca redução da velocidade e o conseqüente aumento do torque elétrico.

Grandes variações de carga provocam pequenas variações na velocidade devido à inclinação acentuada da característica ($T \times n$) na faixa normal de operação.

Alguns acionamentos exigem o controle da velocidade. Para estes acionamentos, antigamente, eram usados os motores de corrente contínua pela facilidade no controle. No entanto, o motor de indução é mais barato e exige menor manutenção. Os dispositivos de eletrônica de potência permitiram a criação de acionadores com frequência variável que permitem o controle da velocidade do MIT.

a) Mudança no número de pólos.

Como foi visto, a velocidade de rotação do campo magnético girante (n_s) é proporcional ao número de pólos (p).

$$n_s = \frac{120f}{p} \quad (67)$$

É possível ligar os enrolamentos do estator de forma a alterar o seu número de pólos.

Este esquema permite o controle de velocidade por degraus e é usado com o MIT gaiola já que não precisa fazer nada com o enrolamento do rotor.

b) Controle da tensão de entrada.

O torque é proporcional ao quadrado da tensão aplicada. Variar a tensão muda o ponto de operação do motor.

Exemplo 6

Usando os dados do exemplo anterior, traçar a característica torque versus velocidade para o motor de indução trifásico usando a tensão nominal, 70% da tensão nominal e 50% da tensão nominal.

Solução

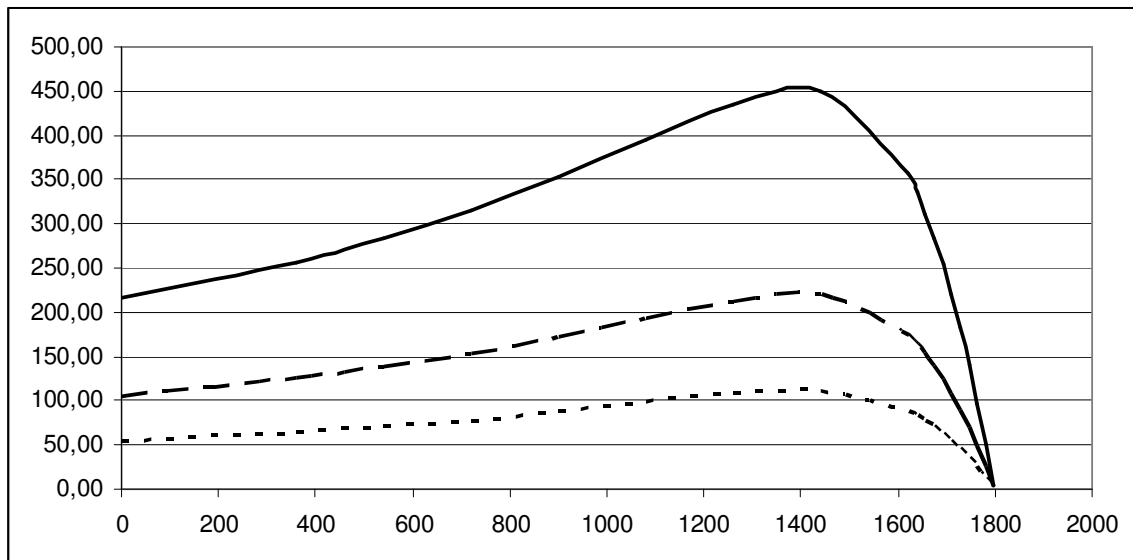


Figura 16: T x n variando a tensão de entrada.

Observe que para um torque mecânico constante de 50 Nm este motor terá três velocidades diferentes dependendo da tensão aplicada nos enrolamentos do estator.

A redução da velocidade implica em aumento do escorregamento e conseqüente redução da eficiência.

A faixa de variação da velocidade com este tipo de controle não é muito grande nem muito eficiente.

A tensão de entrada pode ser controlada por um autotransformador ou por um circuito tiristorizado de variação de tensão.

É possível observar também da figura 20 que a redução tensão de entrada reduz o torque de partida podendo fazer com que o motor não funcione.

c) Controle da frequência

A velocidade do campo magnético girante é definida pela frequência da corrente trifásica aplicada no motor. A velocidade do motor depende da velocidade do campo girante. Controlar a frequência da corrente aplicada, portanto, é uma forma de controlar a velocidade.

Existem diversos equipamentos que permitem o controle da frequência. Esquematicamente, tem-se:

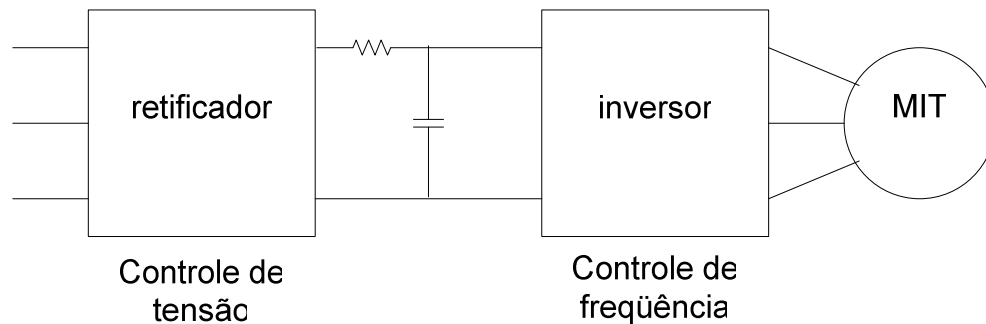


Figura 17: Controle de velocidade através da frequência.

Normalmente, o controle de frequência é feito em conjunto com o controle de tensão. A tensão interna da máquina, por fase (E_1), já foi calculada:

$$E_1 = 4,44 f N \phi K_{w1} \quad (68)$$

A tensão interna difere da tensão aplicada da queda de tensão resistiva e da queda de tensão na reatância de dispersão. Desprezando esta queda, tem-se $V_1 \approx E_1$. Com estas considerações:

$$\phi = k \frac{V_1}{f} \quad (69)$$

O fluxo é proporcional à relação entre tensão e frequência. Não é possível reduzir a frequência mantendo a tensão constante porque a máquina satura. Este tipo de controle é chamado “V/f” constante.

Para menores frequências a tensão é reduzida para manter o fluxo e o conjugado constantes.

Para frequências maiores a tensão não pode aumentar e há uma redução do fluxo e do torque no motor.

Este tipo de controle permite uma grande variação da velocidade para uma mesma carga mecânica. Além disto, como a operação ocorre para baixos valores de escorregamento, é alta a eficiência do motor.

d) Controle através de resistência no rotor.

Já foi visto que a característica ($T \times n$) varia com a inclusão de resistências externas trifásicas ao circuito do rotor (Figura 11). Para um conjugado mecânico constante a inclusão da resistência externa muda a velocidade de rotação do motor.

Observe que a redução da velocidade provoca aumento do escorregamento e a redução da eficiência do motor.

Existem formas mais sofisticadas de inclusão de resistências externas para facilitar o controle do motor. Na figura 18 é mostrado um retificador trifásico que alimenta um resistor em paralelo com um IGBT. Este dispositivo de eletrônica de potência pode ser aberto e fechado através de um comando externo. Dependendo do controle do dispositivo o valor efetivo da resistência varia proporcionando o controle da velocidade.

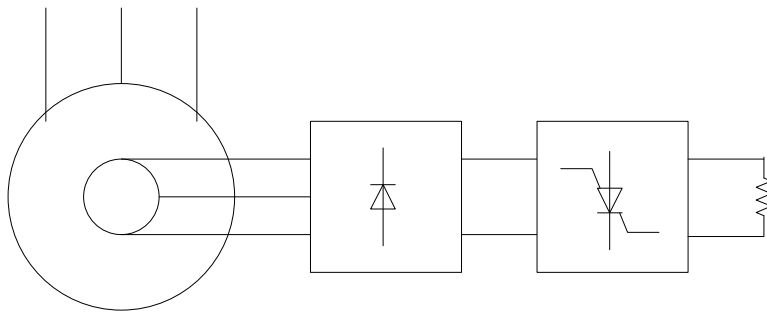


Figura 18: controle de velocidade com resistor no circuito do rotor

12) Partida do Motor de Indução

Durante a partida ($n = 0$) o escorregamento é igual à unidade e a impedância vista pela tensão aplicada é pequena. Desta forma, a corrente de partida pode chegar a valores elevados (até dez vezes a corrente nominal).

Grandes correntes de partida são sempre um problema. Se a partida for lenta pode danificar o motor. Se a alimentação do motor for feita através de um longo alimentador, a queda de tensão pode prejudicar o funcionamento do motor e de outros equipamentos ligados próximo ao motor.

A redução da corrente de partida é obtida, normalmente, através da redução da tensão de entrada. Existem várias formas de se reduzir a tensão aplicada. Como o torque de partida

é proporcional ao quadrado da tensão (como mostra a figura 16), é preciso atenção para que a redução da tensão não provoque o travamento do rotor.

Um dos métodos de redução é alimentar o motor com um autotransformador controlado. Quando o motor se aproxima da velocidade nominal o autotransformador é retirado através de um chaveamento. A figura 19 mostra o esquema.

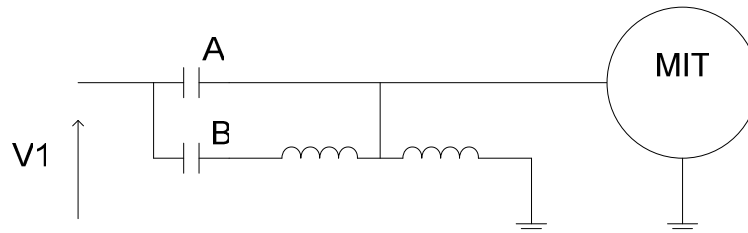


Figura 19: Partida com autotransformador, por fase.

Durante a partida “A” é aberto e “B” fechado. Em operação normal, “A” é fechado e “B” aberto.

Outra forma comum de se acionar um MIT durante a partida é através da ligação Y Δ . Na partida a tensão aplicada no enrolamento do estator é a tensão fase neutro (conexão Y ou estrela). Durante a operação normal aplica-se a tensão de linha nos enrolamentos do estator. A redução no torque de partida é de 1/3. O esquema é mostrado na Figura 20.

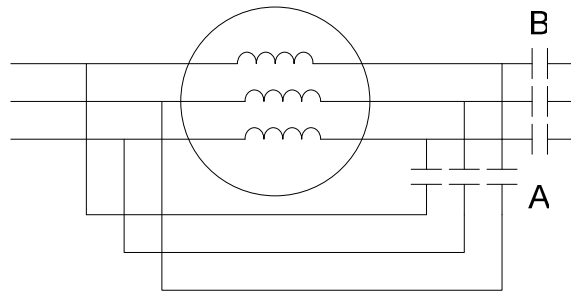


Figura 20: partida Y Δ .

Durante a partida, “A” é aberto, “B” fechado. Em operação normal, “A” fechado, “B” aberto.

Finalmente, é possível alimentar o motor com uma fonte chaveada controlada como mostrado na figura 17. Além do controle da partida, a fonte faz também o controle da velocidade.

13) Referências Bibliográficas

[1] SEN, P.C. “Principles of Electric Machines and Power Electronics”, New York, John Wiley and Sons, 1996.

[2] MATSCH, L. W., MORGAN, J. D., "Electromagnetic and Electromechanical Machines", Harper and Row, NY, 1986.

[3] FITZGERALD, A. E., KINSLEY, C., KUSKO, A., "Máquinas Elétrica", McGraw Hill, São Paulo, 1979.

[4] DEL TORO, V., "Fundamentos de Máquinas Elétricas", Prentice Hall do Brasil, Rio de Janeiro, 1994.

[5] NASAR, S. A., "Electric Machines and Transformers", Macmillan, NY, 1984.

[6] NASAR, S. A., "Máquinas Elétricas", Coleção Schaum, McGraw-Hill, São Paulo, 1984.

[7] SLEMON, G. R., "Equipamentos Magnetelétricos", Livros Técnicos e Científicos, São Paulo, 1974.