

Características generalizadas de desempenho de instrumentos

O Problema da Combinação de erros na precisão global do sistema de medição

Sistema de medição \Rightarrow conjunto de componentes, cada um sujeito a sua imprecisão individual

Questões Importantes sobre o Problema

“Se imprecisões individuais são conhecidas, como calcular a imprecisão global?”

“Se é necessário que a imprecisão global tenha um determinado valor, qual a imprecisão permitida a cada componente do sistema de medição?”

Propagação de erros

Considere o problema de calcular uma quantidade N , tal que:

$$N = f(u_1, u_2, u_3, \dots, u_n)$$

$u_i, i=1,2,\dots,n \rightarrow$ quantidades medidas com erros $\pm\Delta u_i$
 $\Rightarrow \pm\Delta N$ provocado em N

Δu_i podem ser considerados:

- ❖ Limites absolutos dos erros;
- ❖ Limites estatísticos:

- a) Erro provável: $e_p \equiv 0.674 s$, em que s^2 é a variância;
- b) $3s$
- c) incertezas

Caso 1: Erros Δu_i são limites absolutos nos erros individuais

Neste caso: ΔN é calculado como erro absoluto

$$N \pm \Delta N = f(u_1 \pm \Delta u_1, u_2 \pm \Delta u_2, u_3 \pm \Delta u_3, \dots, u_n \pm \Delta u_n)$$

Expandindo a função f em Série de Taylor, tem-se:

$$f(u_1 \pm \Delta u_1, u_2 \pm \Delta u_2, \dots, u_n \pm \Delta u_n) = f(u_1, u_2, \dots, u_n) + \Delta u_1 \frac{\partial f}{\partial u_1} + \Delta u_2 \frac{\partial f}{\partial u_2} + \dots + \Delta u_n \frac{\partial f}{\partial u_n} + \frac{1}{2} \left[(\Delta u_1)^2 \frac{\partial^2 f}{\partial u_1^2} + (\Delta u_2)^2 \frac{\partial^2 f}{\partial u_2^2} + \dots + (\Delta u_n)^2 \frac{\partial^2 f}{\partial u_n^2} \right] + \dots$$

Comentários

$$f(u_1 \pm \Delta u_1, u_2 \pm \Delta u_2, \dots, u_n \pm \Delta u_n) = f(u_1, u_2, \dots, u_n) + \Delta u_1 \frac{\partial f}{\partial u_1} + \Delta u_2 \frac{\partial f}{\partial u_2} + \dots + \Delta u_n \frac{\partial f}{\partial u_n} + \\ \frac{1}{2} \left[(\Delta u_1)^2 \frac{\partial^2 f}{\partial u_1^2} + (\Delta u_2)^2 \frac{\partial^2 f}{\partial u_2^2} + \dots + (\Delta u_n)^2 \frac{\partial^2 f}{\partial u_n^2} \right] + \dots$$

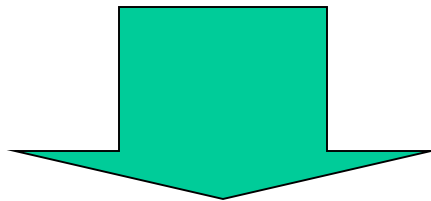
os $\frac{\partial f}{\partial u_i}$ são avaliados nos pontos u_i conhecidos

Δu_i são pequenos na prática $\Rightarrow (\Delta u_i)^2$ podem ser desprezados

Comentários

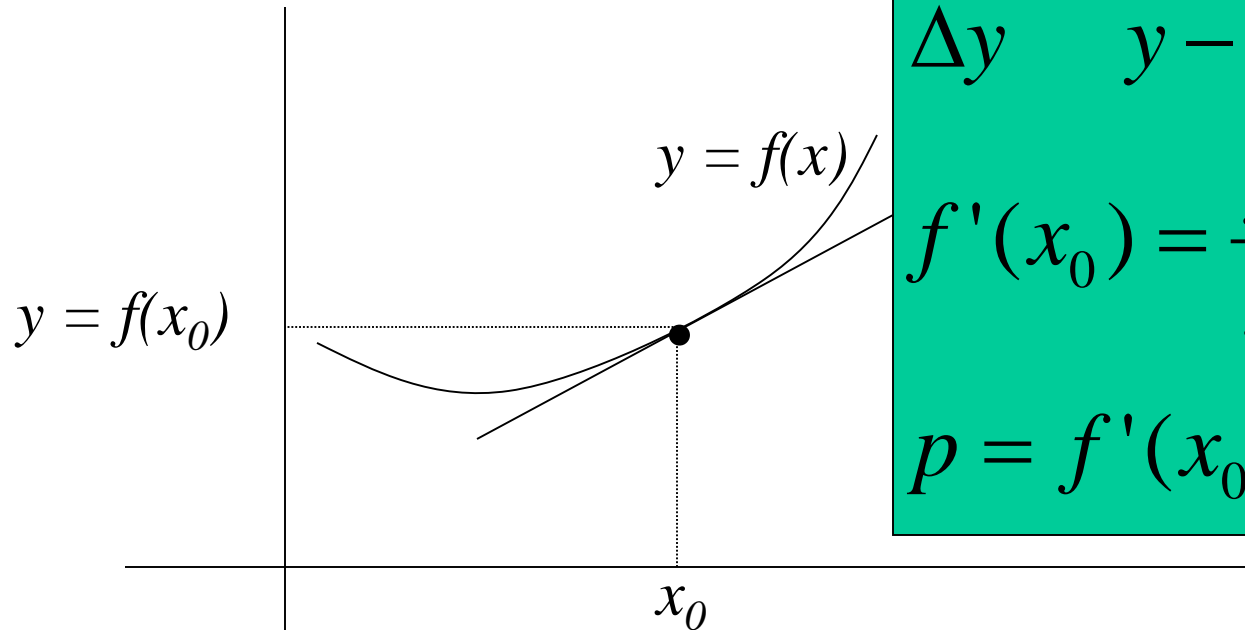
$$f(u_1 \pm \Delta u_1, u_2 \pm \Delta u_2, \dots, u_n \pm \Delta u_n) = f(u_1, u_2, \dots, u_n) + \Delta u_1 \frac{\partial f}{\partial u_1} + \Delta u_2 \frac{\partial f}{\partial u_2} + \dots + \Delta u_n \frac{\partial f}{\partial u_n} + \frac{1}{2} \left[(\Delta u_1)^2 \frac{\partial^2 f}{\partial u_1^2} + (\Delta u_2)^2 \frac{\partial^2 f}{\partial u_2^2} + \dots + (\Delta u_n)^2 \frac{\partial^2 f}{\partial u_n^2} \right] + \dots$$

Δu_i são pequenos na prática $\Rightarrow (\Delta u_i)^2$ podem ser desprezados



$$f(u_1 \pm \Delta u_1, u_2 \pm \Delta u_2, \dots, u_n \pm \Delta u_n) = f(u_1, u_2, \dots, u_n) + \Delta u_1 \frac{\partial f}{\partial u_1} + \Delta u_2 \frac{\partial f}{\partial u_2} + \dots + \Delta u_n \frac{\partial f}{\partial u_n}$$

Conceito de aproximação linear



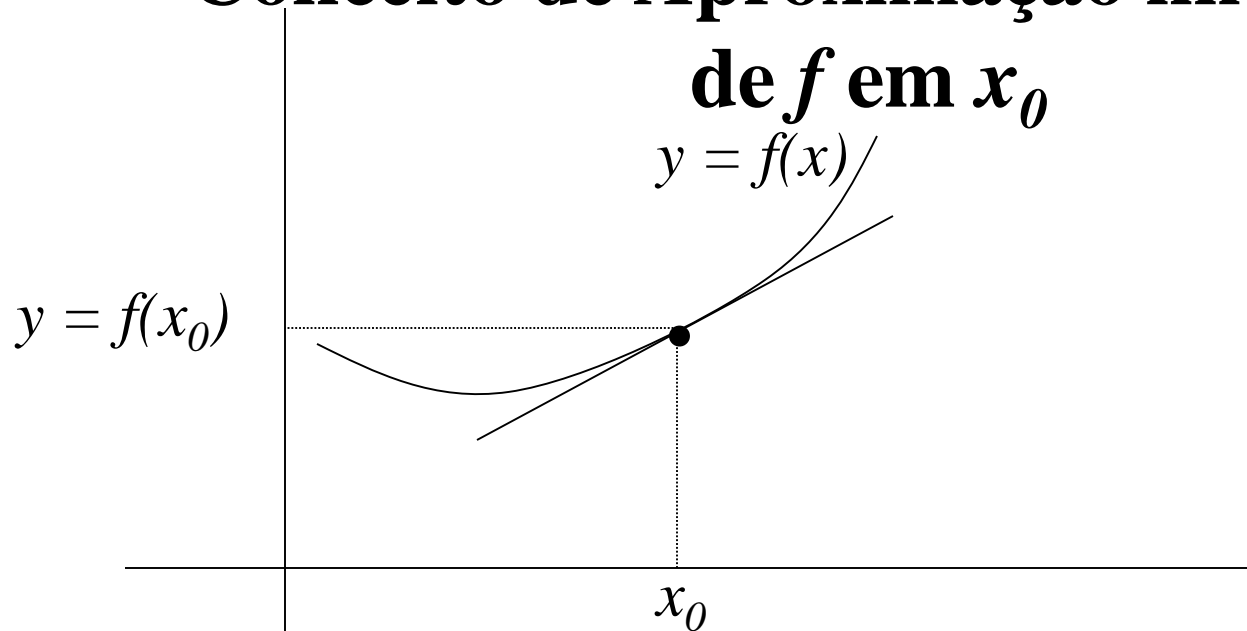
$$\frac{\Delta x}{\Delta y} = \frac{x - x_0}{y - y_0}$$

$$f'(x_0) = \frac{y - y_0}{x - x_0}$$

$$p = f'(x_0)(x - x_0) + y_0$$

- Próximo de x_0 a reta tangente se aproxima estreitamente da curva
- Dado que $\Delta x = x - x_0$ temos:

Conceito de Aproximação linear local de f em x_0

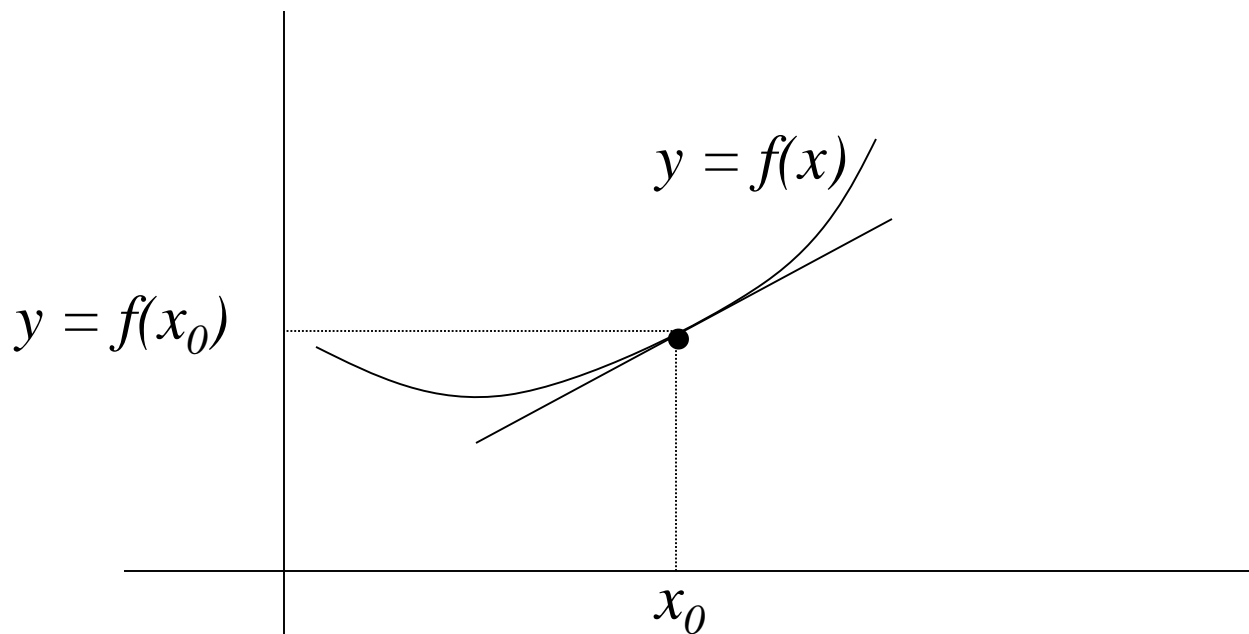


➤ Dizer que esta reta se aproxima estreitamente da curva $y = f(x)$ para valores de x próximos de x_0 significa que a aproximação

$$p(x) \approx f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$$

fica cada vez melhor à medida que $x \rightarrow x_0$

Aproximação linear local de f em x_0



Dado que $\Delta x = x - x_0$

$f(x) \approx p(x) = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$ pode ser reescrita como

$$f(x_0 + \Delta x) \approx f(x_0) + f'(x_0)(\Delta x)$$

Aproximação quadrática de uma função $f(x)$

➤ Em vez de usar uma aproximação linear podemos usar uma aproximação quadrática

➤ Neste caso queremos que:

$$f(x) = c_0 + c_1x + c_2x^2$$

➤ Isto nos mostra um polinômio de aproximação em vez de uma reta

$$p(x) = c_0 + c_1x + c_2x^2$$

➤ Neste caso, queremos que as primeiras derivadas o $p(x)$ coincidam com as derivadas de $f(x)$ **em $x = 0$**

Obtendo os valores das constantes do polinômio

➤ Ou seja, queremos que:

$$p(0) = f(0),$$

$$p'(0) = f'(0),$$

$$p''(0) = f''(0)$$

$$p(x) = c_0 + c_1x + c_2x^2 \longrightarrow p(0) = c_0$$

$$p'(x) = c_1 + 2c_2x \longrightarrow p'(0) = c_1$$

$$p''(x) = 2c_2 \longrightarrow p''(0) = 2c_2$$

➤ A partir do anterior temos que

$$c_0 = f(0),$$

$$c_1 = f'(0),$$

$$c_2 = 1/2 f''(0)$$

e portanto,

$$f(x) \approx f(0) + f'(0)x + \frac{f''(0)x^2}{2}$$

Polinômio

Generalização do Conceito

➤ De maneira geral podemos tentar aproximar qualquer função usando um polinômio de grau n

$$p(x) = c_0 + c_1x + c_2x^2 + c_3x^3 + \dots + c_nx^n$$

tal que $f(0) = p(0)$, $f'(0) = p'(0)$, $f''(0) = p''(0)$, ..., $f^{(n)}(0) = p^{(n)}(0)$

Obtendo as derivadas de $p(x)$ temos:

$$p(x) = c_0 + c_1x + c_2x^2 + c_3x^3 + \dots + c_nx^n$$

$$p'(x) = c_1 + 2c_2x + 3c_3x^2 + \dots + nc_nx^{n-1}$$

$$p''(x) = 2c_2 + 3*2c_3x + \dots + n(n-1)c_nx^{n-2}$$

$$p'''(x) = 3*2c_3 + \dots + n(n-1)(n-2)c_nx^{n-3}$$

...

Obtendo as constantes

➤ Obtendo os valores das derivadas para $x = 0$ temos

$$f(0) = p(0) = c_0$$

$$f'(0) = p'(0) = c_1$$

$$f''(0) = p''(0) = 2c_2 = 2!c_2$$

$$f'''(0) = p'''(0) = 3!c_3 = 3!c_3$$

...

➤ Desta maneira podemos inferir que os coeficientes de $p(x)$ tem o seguinte formato:

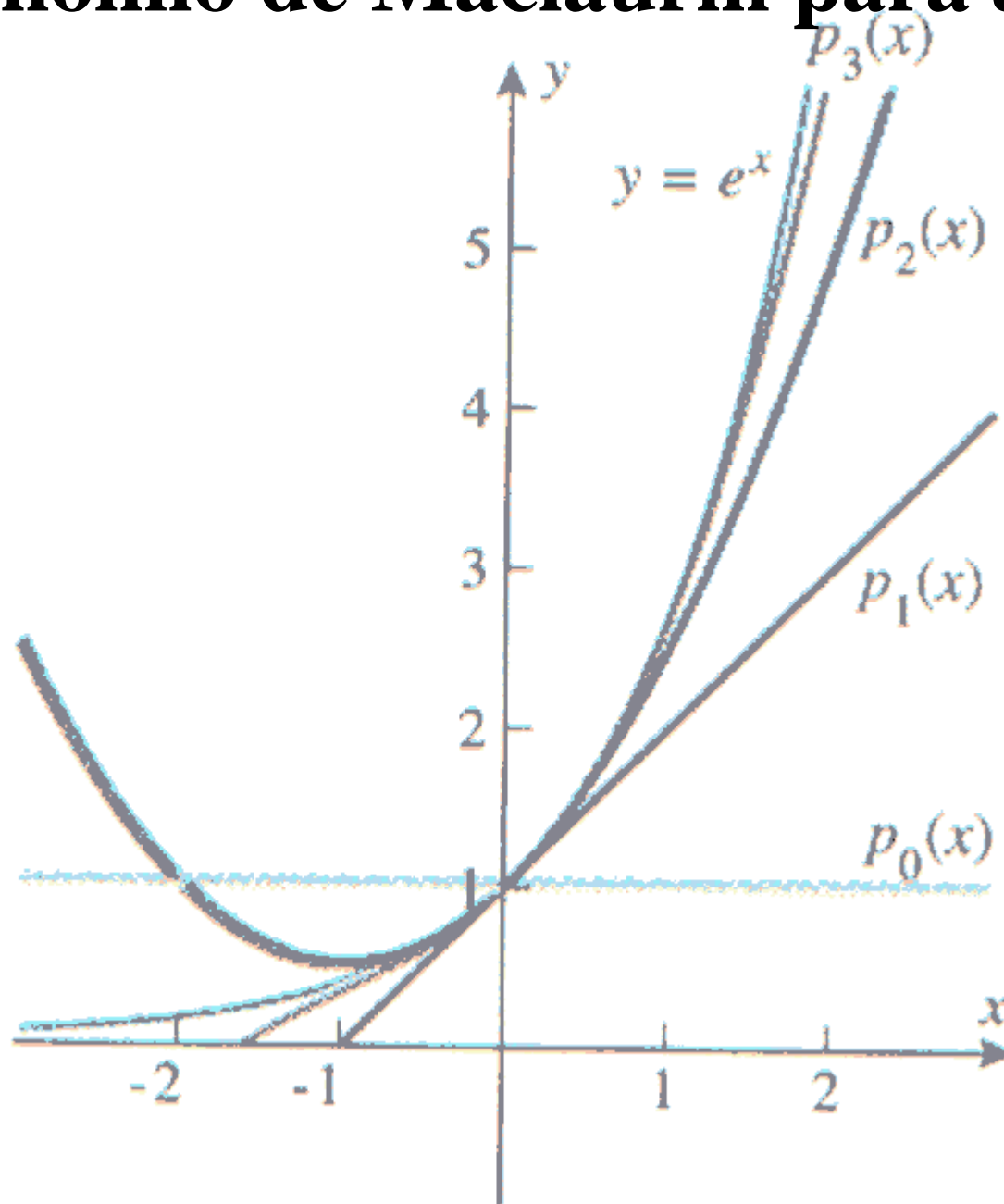
$$c_0 = f(0), c_1 = f'(0), c_2 = \frac{f''(0)}{2!}, c_3 = \frac{f'''(0)}{3!}, \dots, \frac{f^{(n)}(0)}{n!}$$

Polinômio de Maclaurin

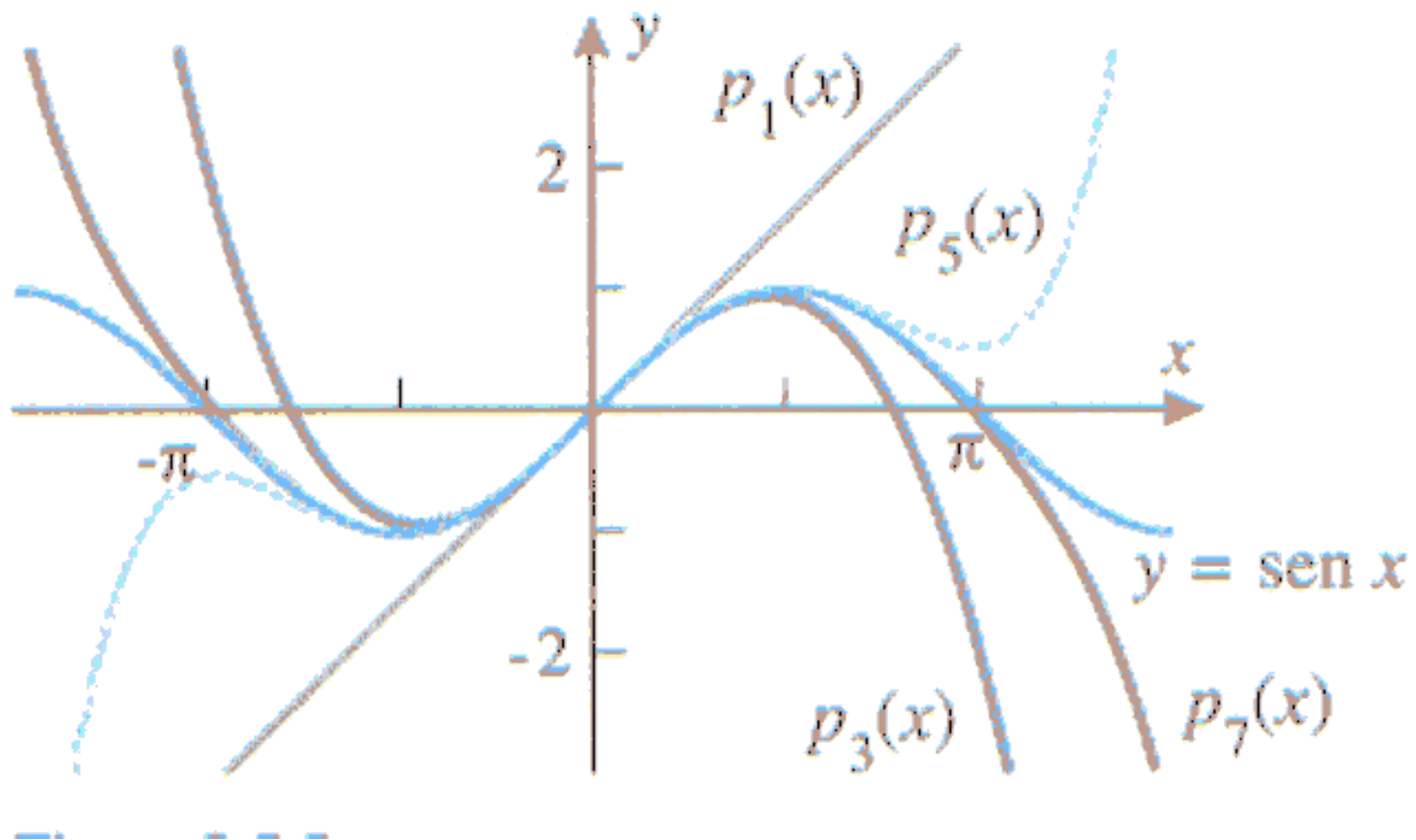
$$p_n(x) = f(0) + f'(0)x + \frac{f''(0)}{2!}x^2 + \frac{f'''(0)}{3!}x^3 + \dots + \frac{f^{(n)}(0)}{n!}x^n$$

➤ Tem a propriedade de que o seu valor e o de suas n primeiras derivadas coincidem com os valores de f e o de suas n primeiras derivadas em $x = 0$

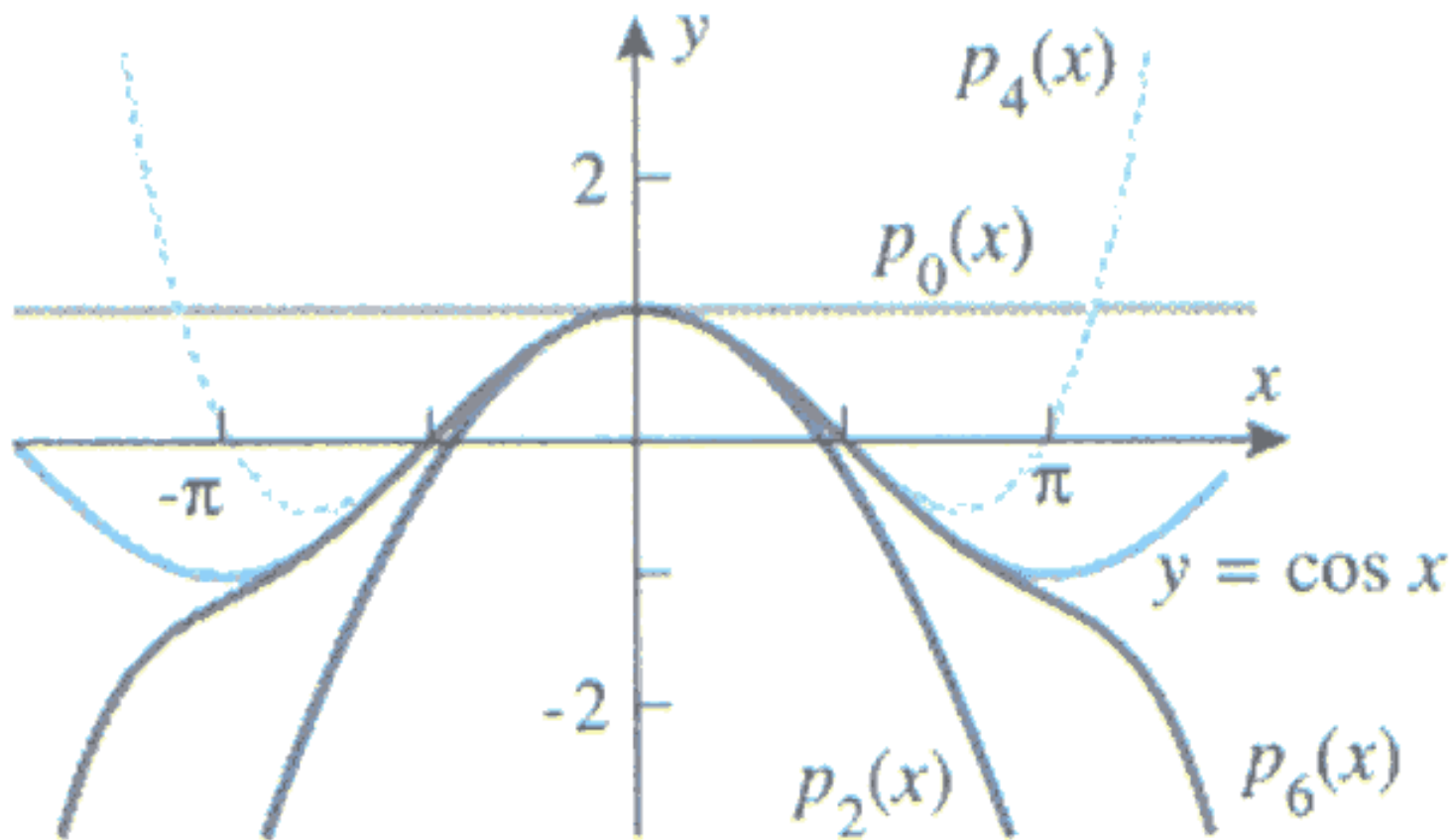
Polinômio de Maclaurin para e^x



Polinômio de Maclaurin para $y = \text{sen } x$



Polinômio de Maclaurin para $y = \cos x$



Polinômio de Taylor

➤ É a generalização do polinômio de Maclaurin para $x = x_0$

➤ Partimos do polinômio seguinte:

$$p_n(x) = c_0 + c_1(x - x_0) + c_2(x - x_0)^2 + \dots + c_n(x - x_0)^n$$

❖ Podemos obter os coeficientes usando os métodos anteriores:

$$p_n(x) = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0) + \frac{f''(x_0)}{2!}(x - x_0)^2 + \frac{f'''(x_0)}{3!}(x - x_0)^3 + \dots + \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!}(x - x_0)^n$$

Polinômio de Taylor

➤ Sabendo que $\Delta x = x - x_0$ temos que

$$x = x_0 + \Delta x$$

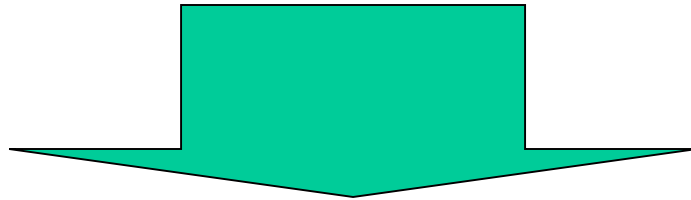
➤ Podemos substituir no polinômio de Taylor

$$p_n(x_0 + \Delta x) = f(x_0) + f'(x_0)(\Delta x) + \frac{f''(x_0)}{2!}(\Delta x)^2 + \frac{f'''(x_0)}{3!}(\Delta x)^3 + \dots + \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!}(\Delta x)^n$$

Polinômio de Taylor

$$f(u_1 \pm \Delta u_1, u_2 \pm \Delta u_2, \dots, u_n \pm \Delta u_n) = f(u_1, u_2, \dots, u_n) + \Delta u_1 \frac{\partial f}{\partial u_1} + \Delta u_2 \frac{\partial f}{\partial u_2} + \dots + \Delta u_n \frac{\partial f}{\partial u_n} +$$

$$\frac{1}{2} \left[(\Delta u_1)^2 \frac{\partial^2 f}{\partial u_1^2} + (\Delta u_2)^2 \frac{\partial^2 f}{\partial u_2^2} + \dots + (\Delta u_n)^2 \frac{\partial^2 f}{\partial u_n^2} \right] + \dots$$



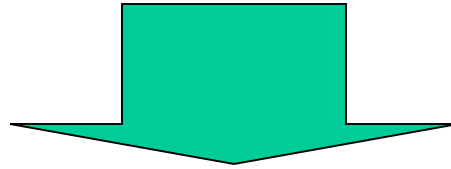
$$f(u_1 \pm \Delta u_1, u_2 \pm \Delta u_2, \dots, u_n \pm \Delta u_n) = f(u_1, u_2, \dots, u_n) + \Delta u_1 \frac{\partial f}{\partial u_1} + \Delta u_2 \frac{\partial f}{\partial u_2} + \dots + \Delta u_n \frac{\partial f}{\partial u_n}$$

$$p_n(x_0 + \Delta x) = f(x_0) + f'(x_0)(\Delta x) + \frac{f''(x_0)}{2!} (\Delta x)^2$$

$$+ \frac{f'''(x_0)}{3!} (\Delta x)^3 + \dots + \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!} (\Delta x)^n$$

Definição de Erro absoluto E_a

$$f(u_1 \pm \Delta u_1, u_2 \pm \Delta u_2, \dots, u_n \pm \Delta u_n) = f(u_1, u_2, \dots, u_n) + \Delta u_1 \frac{\partial f}{\partial u_1} + \Delta u_2 \frac{\partial f}{\partial u_2} + \dots + \Delta u_n \frac{\partial f}{\partial u_n}$$



$$E_a = \Delta N = \left| \Delta u_1 \frac{\partial f}{\partial u_1} \right| + \left| \Delta u_2 \frac{\partial f}{\partial u_2} \right| + \dots + \left| \Delta u_n \frac{\partial f}{\partial u_n} \right|$$

E_a **→ Erro Absoluto → Máximo erro possível**

Definição de Erro absoluto E_a

$$E_a = \Delta N = \left| \Delta u_1 \frac{\partial f}{\partial u_1} \right| + \left| \Delta u_2 \frac{\partial f}{\partial u_2} \right| + \dots + \left| \Delta u_n \frac{\partial f}{\partial u_n} \right|$$

➤ A fórmula do erro absoluto mostra quais variáveis (u_i) exercem maior influência na precisão do resultado global

➤ Caso o erro relativo seja desejado:

$$E_r = \frac{\Delta N}{N} \cdot 100 = \frac{100E_a}{N}$$

Definição de Erro absoluto E_a

$$E_a = \Delta N = \left| \Delta u_1 \frac{\partial f}{\partial u_1} \right| + \left| \Delta u_2 \frac{\partial f}{\partial u_2} \right| + \dots + \left| \Delta u_n \frac{\partial f}{\partial u_n} \right|$$

➤ Resultado final pode ser expresso como:

$$\mathbf{N \pm E_a \text{ ou } N \pm E_r}$$

Considerações sobre o controle do erro nas operações matemáticas

Ao realizar os cálculos, tomar cuidado com algarismos significativos!

“O resultado final deve ser sempre arredondado para um número de dígitos consistente com a precisão dos dados base”

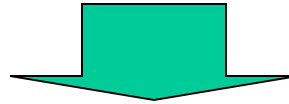
Caso 2: a precisão global deve assumir determinada magnitude

A pergunta neste caso é: “*quais devem ser as precisões individuais de cada componente do sistema de medição?*”

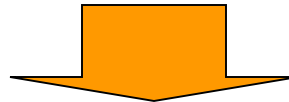
- ❖ Infinitas combinações
- ❖ Método dos efeitos iguais

Método dos efeitos iguais (primeira abordagem)

$$E_a = \Delta N = \left| \Delta u_1 \frac{\partial f}{\partial u_1} \right| + \left| \Delta u_2 \frac{\partial f}{\partial u_2} \right| + \dots + \left| \Delta u_n \frac{\partial f}{\partial u_n} \right|$$



Assumindo que cada termo tem o mesmo efeito



$$\left| \Delta u_1 \frac{\partial f}{\partial u_1} \right| = \left| \Delta u_2 \frac{\partial f}{\partial u_2} \right| = \dots = \left| \Delta u_n \frac{\partial f}{\partial u_n} \right| = \frac{\Delta N}{n}$$

Método dos efeitos iguais (primeira abordagem)

$$\left| \Delta u_1 \frac{\partial f}{\partial u_1} \right| = \left| \Delta u_2 \frac{\partial f}{\partial u_2} \right| = \dots = \left| \Delta u_n \frac{\partial f}{\partial u_n} \right| = \frac{\Delta N}{n}$$

$$\Delta u_i \frac{\partial f}{\partial u_i} = \frac{\Delta N}{n}$$

$$\Rightarrow \Delta u_i = \frac{\Delta N}{n(\partial f / \partial u_i)}$$

ΔU_i : Erro admissível em cada componente ????

Método dos efeitos iguais (segunda abordagem)

Os erros Δu_i são considerados como limites estatísticos tais como $\pm 3s$, erros prováveis ou incertezas

$$E_{a_{rss}} = \sqrt{\left(\Delta u_1 \frac{\partial f}{\partial u_1}\right)^2 + \left(\Delta u_2 \frac{\partial f}{\partial u_2}\right)^2 + \dots + \left(\Delta u_n \frac{\partial f}{\partial u_n}\right)^2}$$

$E_{a_{rss}}$ apresenta o mesmo significado que Δu_i

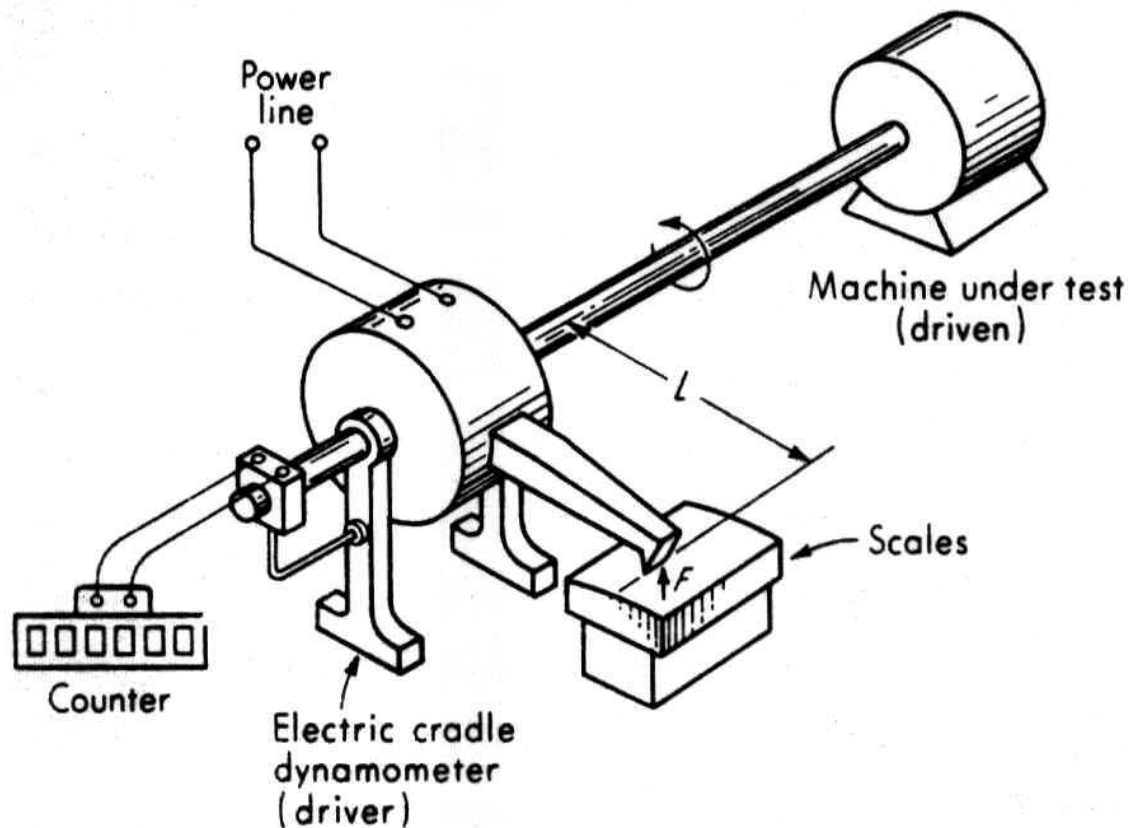
Método dos efeitos iguais (segunda abordagem)

Se Δu_i representa limites $\pm 3s$, então $E_{a_{rss}}$ também representa um limite de $\pm 3s$ em relação ao resultado global (N)

Caso seja desejado um ΔN global, pode-se determinar Δu_i 's tais que o valor global de ΔN não seja ultrapassado devido à combinação de seus efeitos

$$\Delta u_i \frac{\partial f}{\partial u_i} = \frac{\Delta N}{\sqrt{n}} \quad i=1,2,\dots,n$$
$$\Rightarrow \Delta u_i = \frac{\Delta N}{\sqrt{n}(\partial f / \partial u_i)}$$

Exemplo de experimento de Medição



$$Watts = \frac{2\pi RFL}{t} \quad ou \quad hp = \frac{2\pi RFL}{550t}$$

Fórmula de Potência

$$Watts = \frac{2\pi RFL}{t} \quad ou \quad hp = \frac{2\pi RFL}{550t}$$

$R \equiv$ revoluções no eixo no tempo t

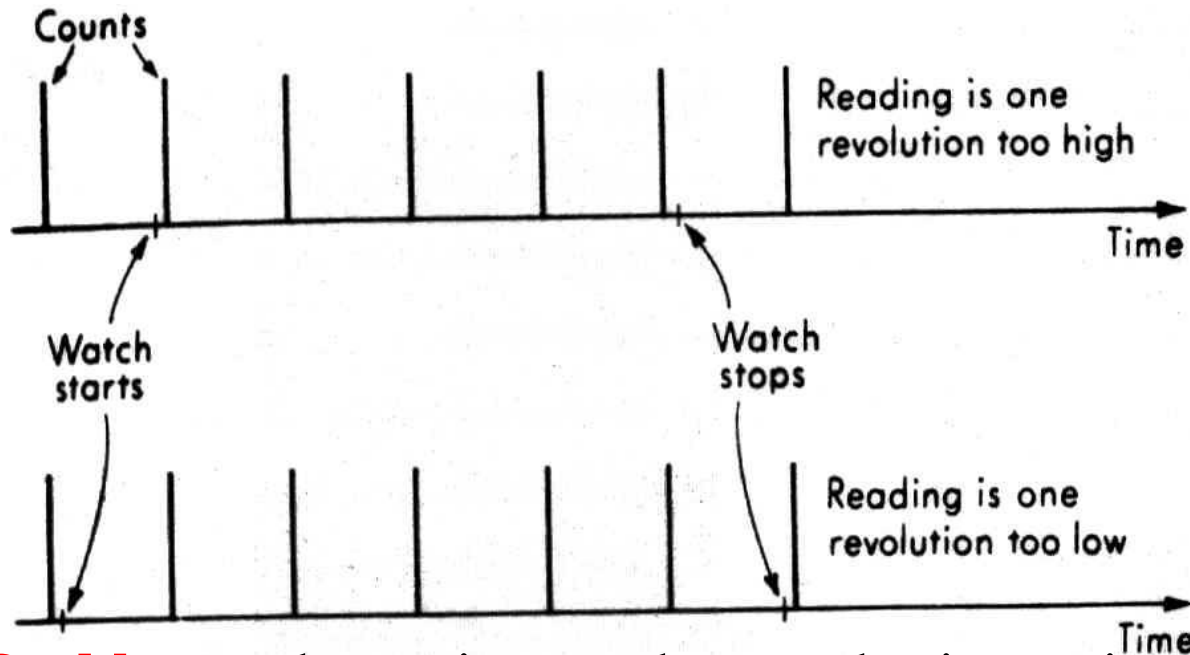
$F \equiv$ força na extremidade do braço ou momento, $lbf (N)$

$L \equiv$ comprimento do braço de momento, $ft (m)$

$t \equiv$ tempo de duração do experimento, s

Considerações sobre o experimento

➤ Considerando que o conta-giros não perde nenhuma volta o erro máximo em R é ± 1 (natureza digital)



➤ **Problema**: determinação do erro de sincronização entre o conta-giros e o cronômetro (fator humano)

➤ Método estatístico pode não ser justificável

➤ Estimativa = $\pm 0,05$ s

Considerações sobre o experimento

❖ Medida do comprimento do braço de momento

➤ **L** \Rightarrow dependente do procedimento

➤ Assumimos erro de $\pm 0,05$ in

❖ Medida de Força

➤ **F** \Rightarrow supor que foi calibrada estaticamente tal que $s_{qi} = 0,0133$ lbf

➤ Limites $\pm 3s$ resultam em $\pm 0,040$ lbf

Considerações sobre o experimento

Entretanto efeitos adversos:

Vibração:

- a) redução de efeitos de atrito
- b) maior precisão

Ponteiro no dinamômetro em movimento

- a) Média aproximada mentalmente
- b) Menor precisão

Suposição: efeitos opostos se cancelam

Fórmula de Potência (dados para fazer cálculos)

$$Watts = \frac{2\pi RFL}{t} \quad ou \quad hp = \frac{2\pi RFL}{550t}$$

$$R = 1202 \pm 1,0 \text{ r}$$

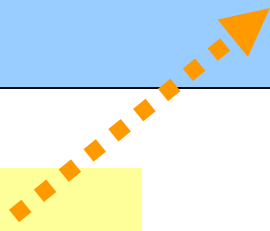
$$F = 10,12 \pm 0,040 \text{ lbf}$$

$$L = 15,63 \pm 0,050 \text{ in}$$

$$t = 60,0 \pm 0,50 \text{ s}$$

$$hp = \frac{2\pi}{550(12)} \times \frac{FLR}{t} = k \frac{FLR}{t}$$

Em termos de polegadas



Cálculos das derivadas parciais

$$hp = k \frac{FLR}{t}$$

$$\frac{\partial(hp)}{\partial F} = \frac{KLR}{t} = \frac{(0,000952)(15,63)(1202)}{60} = 0,298hp / lbf$$

$$\frac{\partial(hp)}{\partial R} = \frac{KFL}{t} = \frac{(0,000952)(10,12)(15,63)}{60} = 0,00251hp / r$$

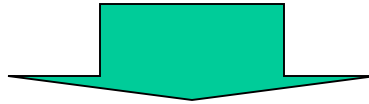
$$\frac{\partial(hp)}{\partial L} = \frac{KFR}{t} = \frac{(0,000952)(10,12)(1202)}{60} = 0,193hp / in$$

$$\frac{\partial(hp)}{\partial t} = \frac{KFLR}{t^2} = \frac{(0,000952)(10,12)(15,63)(1202)}{3600} = -0,0500hp / s$$

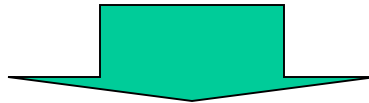
Cálculos

➤ Considerando-se o erro absoluto como (para limites absolutos):

$$E_a = \Delta N = \left| \Delta u_1 \frac{\partial f}{\partial u_1} \right| + \left| \Delta u_2 \frac{\partial f}{\partial u_2} \right| + \dots + \left| \Delta u_n \frac{\partial f}{\partial u_n} \right|$$



$$E_a = (0,298)(0,040) + (0,00251)(1,0) + (0,193)(0,050) + (0,050)(0,50)$$



$$E_a = 0,0119 + 0,00251 + 0,00965 + 0,025 = 0,049$$

Cálculo da Potência

$$hp = k \frac{FLR}{t}$$

$$hp = \frac{(0,000952)(10,12)(15,63)(1202)}{60} = 3,02$$

$$hp = \frac{(2,0000)(3,1416)(10,120)(15,630)(1202,0)}{(550,00)(12,000)(60,000)} = 3,0167$$

Considerações sobre o número de algarismos usados nos cálculos

➤ Dependendo do número de algarismos usados podemos ter:

$$hp = 3,017$$

$$hp = 3,017 \pm 0,049$$

$$hp = 3,017 \pm 1,6\%$$

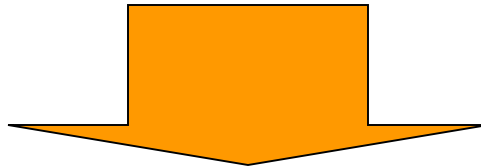
➤ Ou ainda

❖ $hp = 3,02 \pm 0,05$ (se usarmos um algarismo significativo para o erro)

Tendo em conta limites $\pm 3s$

➤ Considerando erros em cada componente como limites $\pm 3s$, usamos:

$$E_{a_{rss}} = \sqrt{\left(\Delta u_1 \frac{\partial f}{\partial u_1}\right)^2 + \left(\Delta u_2 \frac{\partial f}{\partial u_2}\right)^2 + \dots + \left(\Delta u_n \frac{\partial f}{\partial u_n}\right)^2}$$



$$E_{a_{rss}} = \sqrt{0,0119^2 + 0,00251^2 + 0,00965^2 + 0,025^2} = 0,029 hp$$

Comparando E_a e E_{arss}

- Podemos ver que E_{arss} é significativamente menor que E_a
- Podemos dizer que o erro é possivelmente tão grande como $E_a = 0,049$ mas provavelmente não maior que 0,029


Requisitando uma precisão máxima definida

- Vamos supor que desejamos um erro máximo de 0,5%
- Podemos calcular os erros máximos para cada medida individual
- Isto pode ser feito de duas maneiras:

$$\Delta u_i = \frac{\Delta N}{n(\partial f / \partial u_i)} \quad i = 1, 2, 3, \dots, n$$

$$\Delta u_i = \frac{\Delta N}{\sqrt{n}(\partial f / \partial u_i)} \quad i = 1, 2, 3, \dots, n$$

Calculando o máximo erro por elemento individual

$$\Delta u_i = \frac{\Delta N}{\sqrt{n}(\partial f / \partial u_i)} \quad i = 1, 2, 3, \dots, n$$


usamos

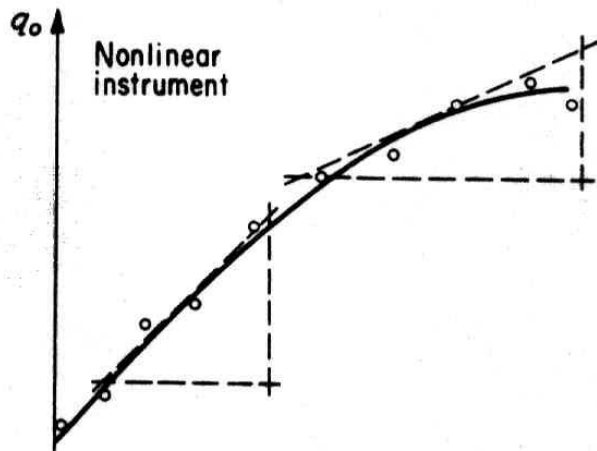
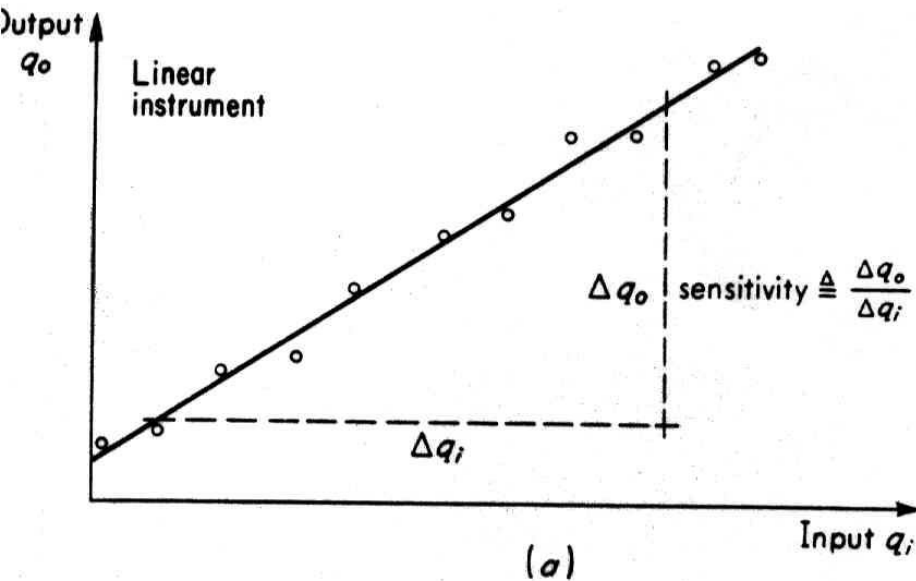
$$\Delta F = \frac{(3,02)(0,005)}{\sqrt{4}(0,298)} = 0,025 \text{ lbf}$$

$$\Delta R = \frac{(3,02)(0,005)}{\sqrt{4}(0,0025)} = 3,0 \text{ r}$$

$$\Delta L = \frac{(3,02)(0,005)}{\sqrt{4}(0,193)} = 0,039 \text{ in}$$

$$\Delta t = \frac{(3,02)(0,005)}{\sqrt{4}(0,05)} = 0,15 \text{ s}$$

Definição de Sensibilidade estática



➤ Definição de sensibilidade estática:

É a inclinação da curva de calibração

Definição de Sensibilidade estática

➤ Por exemplo no medidor de pressão temos que:

$$q_o = mq_i + c = 1,08q_i - 0,85$$

➤ Desta maneira temos que $m = 1,08 \text{ KPa/KPa}$

➤ Considerando que a escala apresenta deslocamento de 5° por KPa então:

❖ Sensibilidade estática $= 1,08 \times 5^\circ = 5,4^\circ/\text{KPa}$

Sensibilidade estática

- Tem maior sentido físico
- Permite comparação com outros instrumentos

Sensibilidade estática e entradas interferentes/modificantes

❖ Sensibilidade a entradas interferentes e modificantes, por exemplo: a **temperatura**

Temperatura: afeta as medidas de pressão

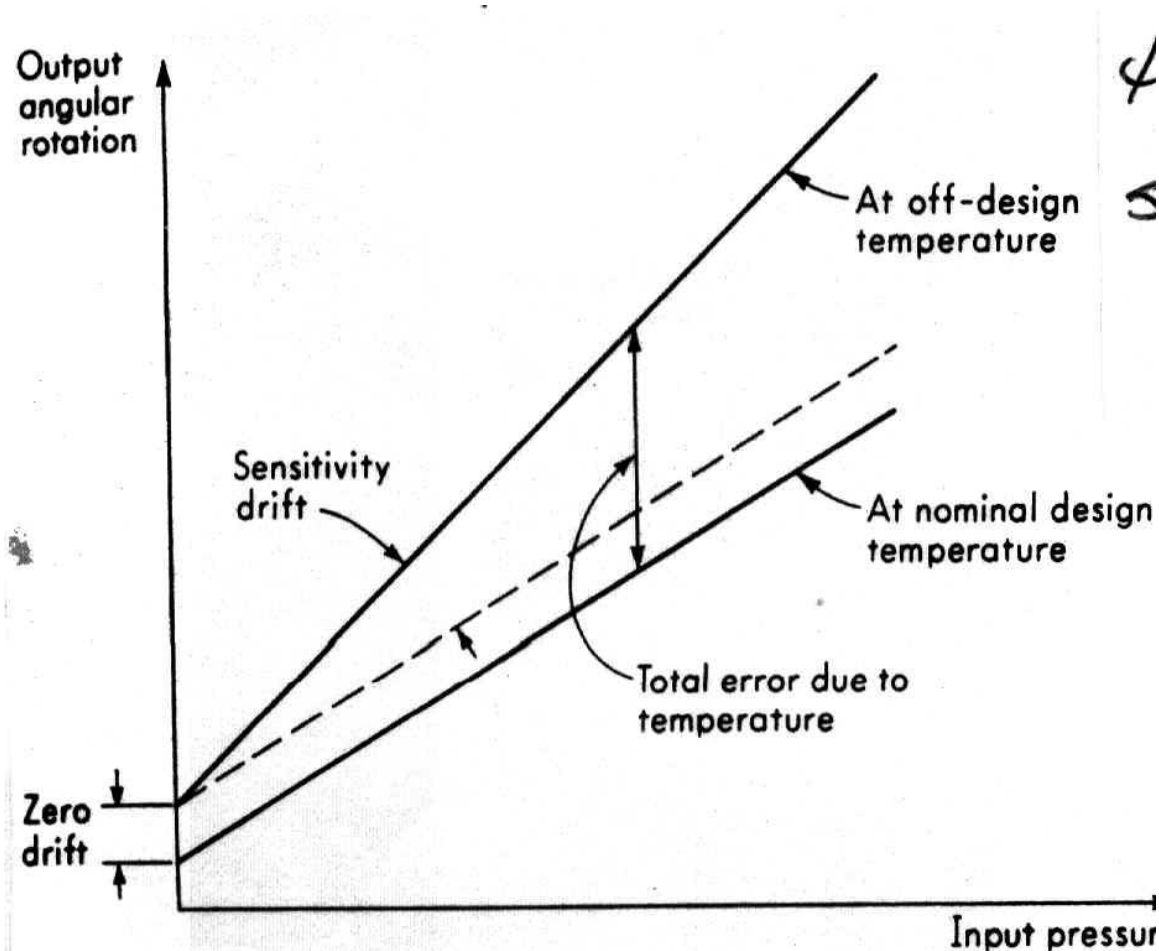
❑ **Interferente**: efeitos de dilatação ou contração térmica nas diversas partes do instrumento

❑ **Modificante**: modificação da constante elástica da mola, alterando a **sensibilidade**

Conceitos de *Deriva de Zero* e *Deriva de Sensibilidade*

- O primeiro efeito (temperatura como entrada interferente) é conhecido como **Deriva de Zero** (*zero drift*)
- O segundo efeito (temperatura como entrada modificante) é conhecido como **Deriva de Sensibilidade** (*sensitivity drift*)

Conceitos de *Deriva de Zero* e *Deriva de Sensibilidade*

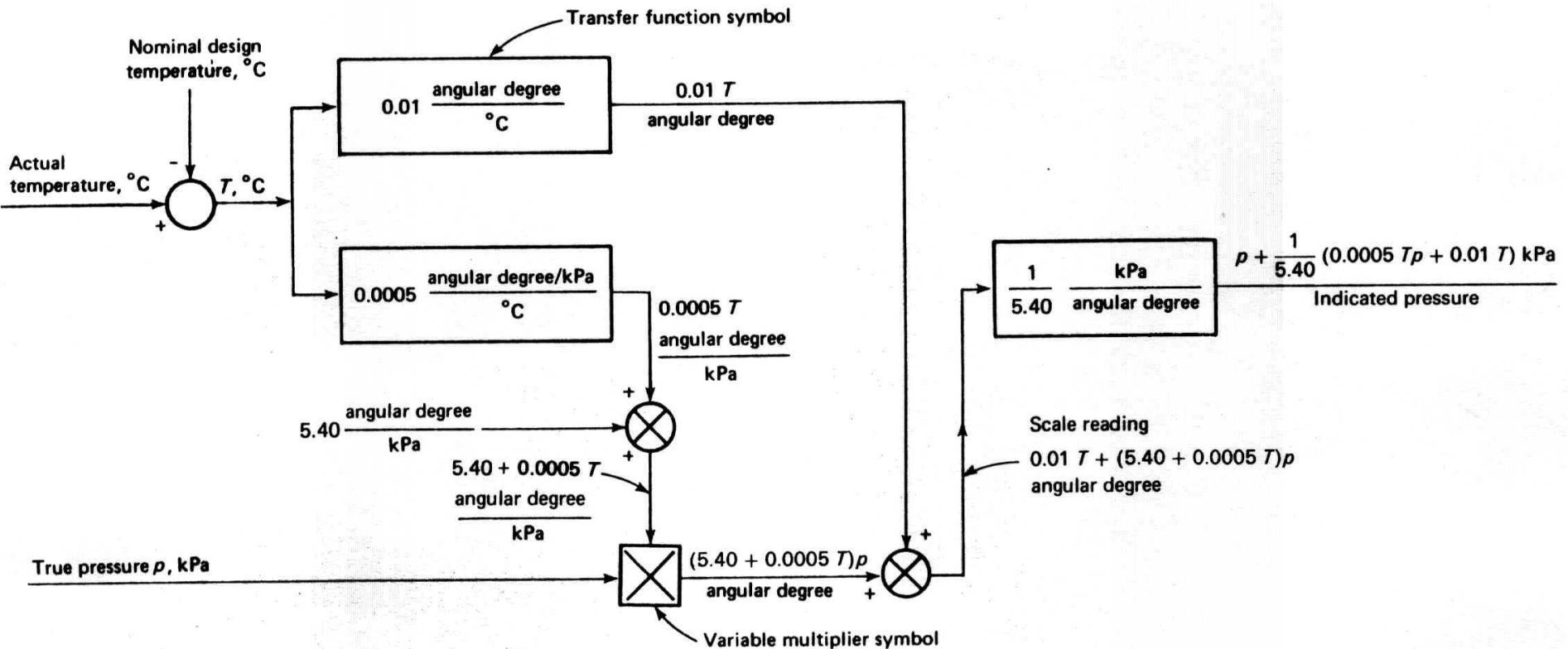


Conceitos de *Deriva de Zero* e *Deriva de Sensibilidade*

➤ Os efeitos de *deriva de zero* e *deriva de sensibilidade* podem ser avaliados quantitativamente através de testes de calibração adequados

➤ **Exemplo**: manômetro com escala angular

Diagramas de Blocos de um Medidor de Pressão



Conceitos de *Deriva de Zero* e *Deriva de Sensibilidade*

Deriva de zero: manter a pressão no nível zero enquanto a temperatura é variada ($0,01^{\circ}/^{\circ}\text{C}$)

Deriva de sensibilidade: repetir a calibração estática para diferentes temperaturas ($0,0005^{\circ}/\text{KPa })/^{\circ}\text{C}$)

Conceito de Linearidade

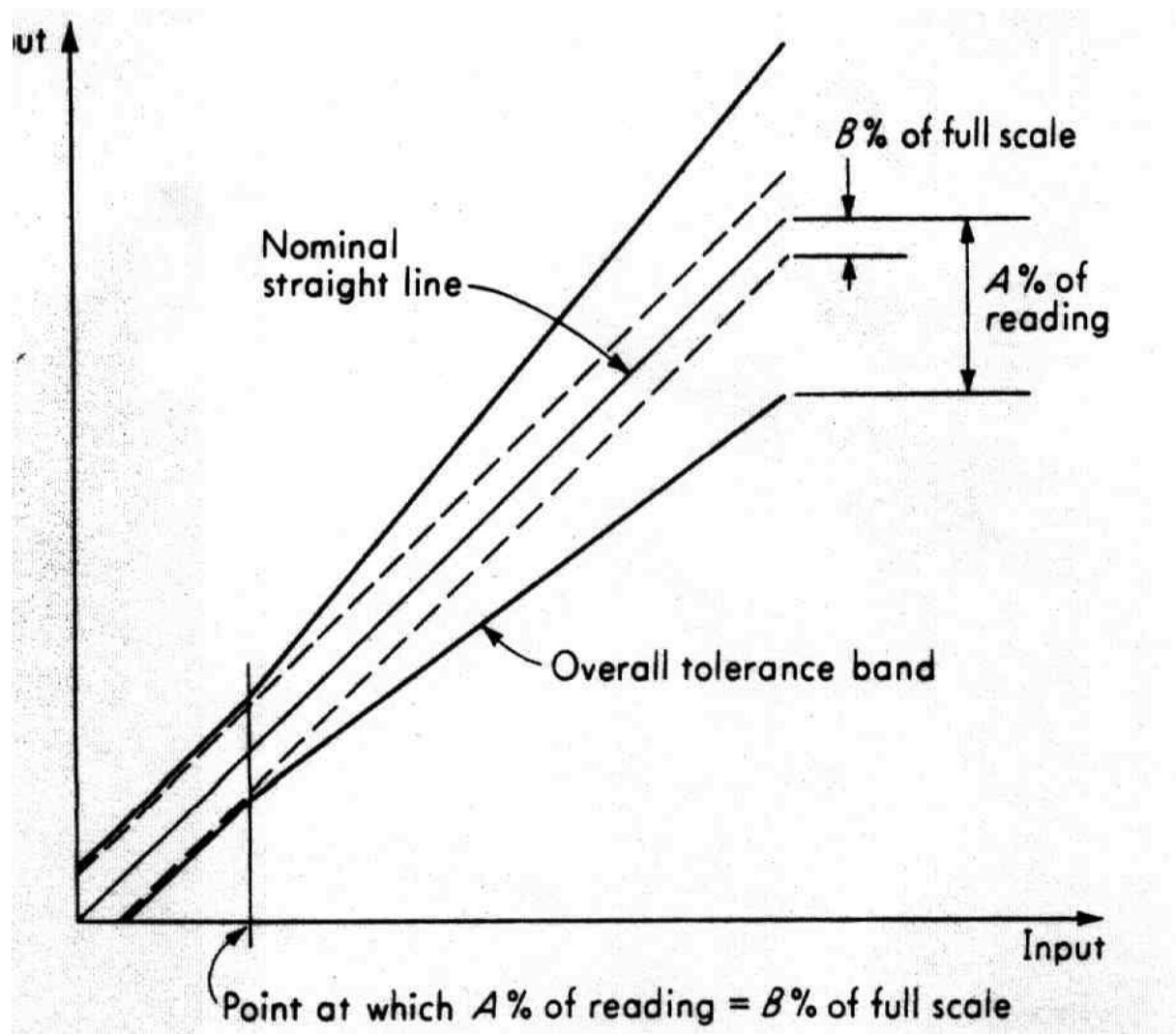
Definição: quantificação de quão próximo de uma relação linear está o comportamento do instrumento

➤ Existem vários conceitos sobre linearidade:

❖ **Linearidade Independente**

❖ **Não-Linearidade Independente**

Conceito de Linearidade



Conceito de Linearidade

□ Reta de referência \rightarrow Mínimos quadrados

Quantificação: máximo desvio de qualquer ponto de calibração em relação à reta de calibração

❖ % da leitura real

❖ % da leitura de fundo de escala

❖ Pode ser uma combinação das duas anteriores

❖ Max ($\pm A\%$ da leitura $\pm B\%$ do fundo da escala)

❖ $\pm A\%$ da leitura \rightarrow especificação da constante de linearidade

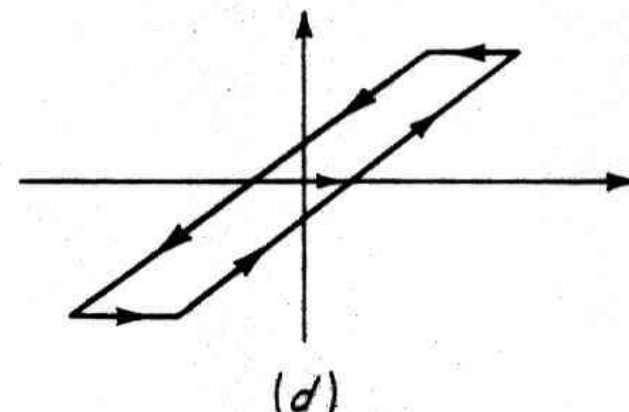
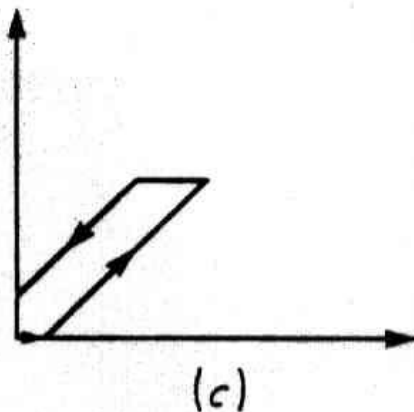
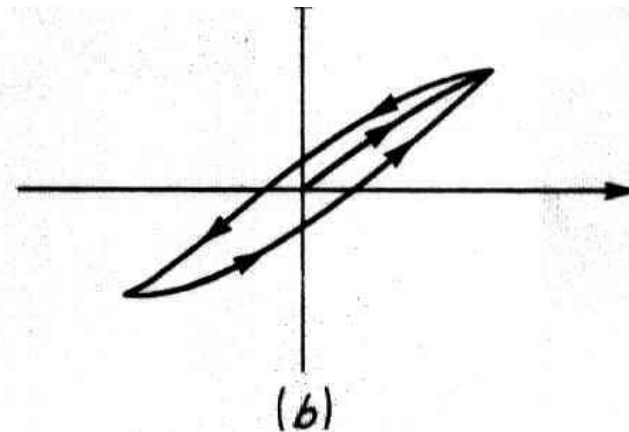
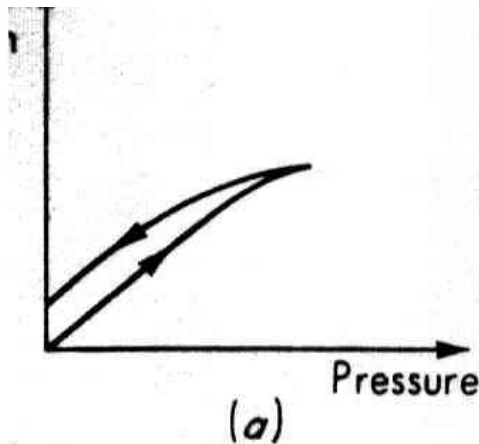
❖ $B\%$ do fundo da escala \rightarrow impossibilidade prática de testes para pequenos desvios em torno de zero

Esclarecimento

- Um fabricante pode falar sobre seu instrumento de seguinte maneira:
 - ❖ O erro de leitura vai ser 3% do valor de fundo de escala (isto é linearidade independente)
 - ❖ O erro de leitura vai ser 3% do valor lido (isto é linearidade dependente)

Histerese

Através da variação lenta da entrada desde zero até o fundo da escala e de volta até o zero, obtém-se a curva (a), caso não haja atrito entre partes móveis



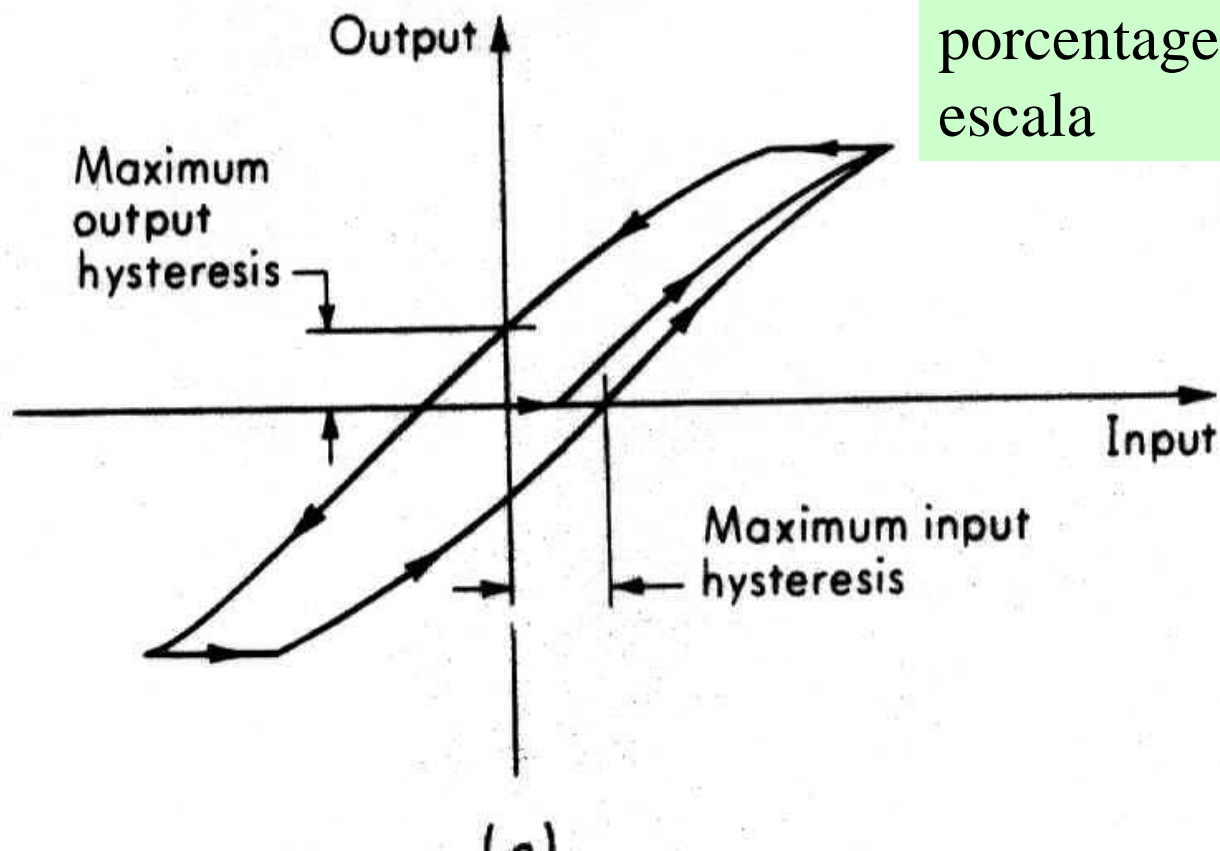
Histerese

➤ Atrito molecular interno ou amortecimento histerético dos componentes tencionados (mola)

➤ 2ª lei da Termodinâmica: não existem processos perfeitamente reversíveis na prática

Histerese

Quantificada em relação à entrada ou à saída em porcentagem do fundo da escala



Limiar (*Threshold*)

- Se um instrumento é submetido a um aumento muito lento da entrada, a partir de zero, existirá um valor mínimo da entrada, abaixo do qual nenhuma variação da saída pode ser detectada
- Este valor define o limiar do instrumento (*threshold*)

Resolução

- Se a entrada é variada lentamente a partir de um valor arbitrário (\neq zero), a saída não varia até que um certo incremento na entrada alcançado
- Este incremento é chamado de Resolução
- A **resolução** define a menor mudança mensurável na entrada
- O **limar** define a menor entrada mensurável
- São quantificados em termos absolutos % do fundo da escala

Zona Morta

➤ Muitas vezes usado para designar histerese

➤ Definição: faixa total de valores de entrada possíveis para uma dada saída

Legibilidade e *SPAN*

Legibilidade de escala: característica própria dos instrumentos analógicos

Depende do instrumento e do observador

SPAN: faixa de valores da variável para o qual o instrumento é projetado para medir

Erros de Carregamento

Todo instrumento de medida extrai energia do meio medido, alternando o valor da quantidade medida

O erro produzido na medida devido a esse efeito é denominado de erro de carregamento

O erro de carregamento é caracterizado numericamente pelos conceitos de rigidez e impedância