

# Lista sobre filtros de Software

**Questão 1)** Um filtro de média (*average filter*) é definido por:

$$\bar{x}_k = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_k}{k}$$

Tendo em conta a seguinte expressão:

$$\bar{x}_{k-1} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_{k-1}}{k-1}$$

pode ser obtida uma forma recursiva do filtro de média, muito útil para o caso de dados sendo coletados por sensores num sistema embarcado:

$$\bar{x}_k = \frac{k-1}{k} \bar{x}_{k-1} + \frac{1}{k} x_k$$

Esta expressão mostra o cálculo da média para um novo dado, tendo em conta uma média anterior.

- a) Mostrar a derivação da forma recursiva.
- b) Fazer um programa em Matlab implementando a fórmula. Assuma que os dados vêm de um sensor de altitude de um avião, sendo que os dados têm uma ruído Gaussiano com média zero e um desvio padrão de 4 metros (assuma valores de altitude que são medidos a cada 5 segundos). Mostrar gráficos dos dados de entrada e da saída do filtro.

**Questão 2)** Um filtro de média móvel implementa a média de um número de dados  $k$  tomados recentemente. Neste caso, a média não tem em conta todas as medida tomadas durante o experimento. Somente os últimos  $n$  dados são objeto de estudo.

$$\bar{x}_k = \frac{x_{k-n+1} + x_{k-n+2} + \dots + x_k}{n}$$

Novamente podemos definir:

$$\bar{x}_{k-1} = \frac{x_{k-n} + x_{k-n+1} + \dots + x_{k-1}}{n}$$

podendo gerar uma forma recursiva para este tipo de filtragem:

$$\bar{x}_k = \bar{x}_{k-1} + \frac{x_k - x_{k-n}}{n}$$

- a) Mostrar o procedimento para derivar a forma recursiva do filtro de média móvel.
- b) Fazer um programa em Matlab para verificar o comportamento do filtro com os mesmos dados de entrada do caso anterior.

**Questão 3)** A fórmula do filtro de média móvel:

$$\bar{x}_k = \frac{x_{k-n+1} + x_{k-n+2} + \dots + x_k}{n} = \frac{1}{n}x_{k-n+1} + \frac{1}{n}x_{k-n+2} + \dots + \frac{1}{n}x_k$$

mostra que neste filtro todos os dados são tratados com o mesmo peso ( $1/n$ ). Neste caso, tanto o mais recente dado ( $x_k$ ) como os mais antigo ( $x_{k-n+1}$ ) têm o mesmo peso na função. Isto pode trazer distorções no comportamento do filtro, sobre todo em sistema dinâmicos. Por exemplo, pense no sensor de altitude de um avião que está em fase de decolagem.

Desta maneira é definida a expressão de um filtro passa baixa de primeira ordem:

$$\bar{x}_k = \alpha \bar{x}_{k-1} + (1 - \alpha)x_k$$

Onde  $\alpha$  é uma constante na faixa ( $0 < \alpha < 1$ ). Novamente, podemos derivar a fórmula seguinte:

$$\bar{x}_{k-1} = \alpha \bar{x}_{k-2} + (1 - \alpha)x_{k-1}$$

chegando na formulação:

$$\bar{x}_k = \alpha^3 \bar{x}_{k-3} + \alpha^2(1 - \alpha)x_{k-2} + \alpha(1 - \alpha)x_{k-1} + (1 - \alpha)x_k$$

Este tipo de filtro é também conhecido como filtro de média móvel ponderado exponencialmente.

- Derivar a forma exponencial do filtro.
- Fazer um programa em Matlab mostrando o comportamento do sistema.
- Comparar os resultados com os outros filtros implementados.

**Questão 4)** Um fabricante de baterias para carro está fazendo um estudo do comportamento das mesmas. As medidas estão influenciadas por um ruído Gaussiano com média 0 e desvio padrão de 3 V. O valor nominal de tensão de cada bateria é de 14 V.

Determinar o modelo do sistema, assim como os valores iniciais para aplicar o algoritmo de Kalman. Mostrar os resultados usando Matlab.