Résolution de problème

2I013 : Jeu à 2 joueurs

Cours 2

Jeu à deux joueurs

- Dans le cadre d’un jeu à deux joueurs, décider du meilleur coup à effectuer revient à résoudre un problème où :
  - L’objectif est de gagner la partie
    - Prendre des décisions successives menant à une situation de victoire
  - Mais où
    - Les situations successives dépendent d’un joueur adverse qu’on ne connait pas a priori
    - Chaque décision doit être prise en un temps raisonnable

- Résolution de problèmes basée sur des estimations de gains / risques liées aux décisions de jeu

Résolution de problème

Résolution de problème

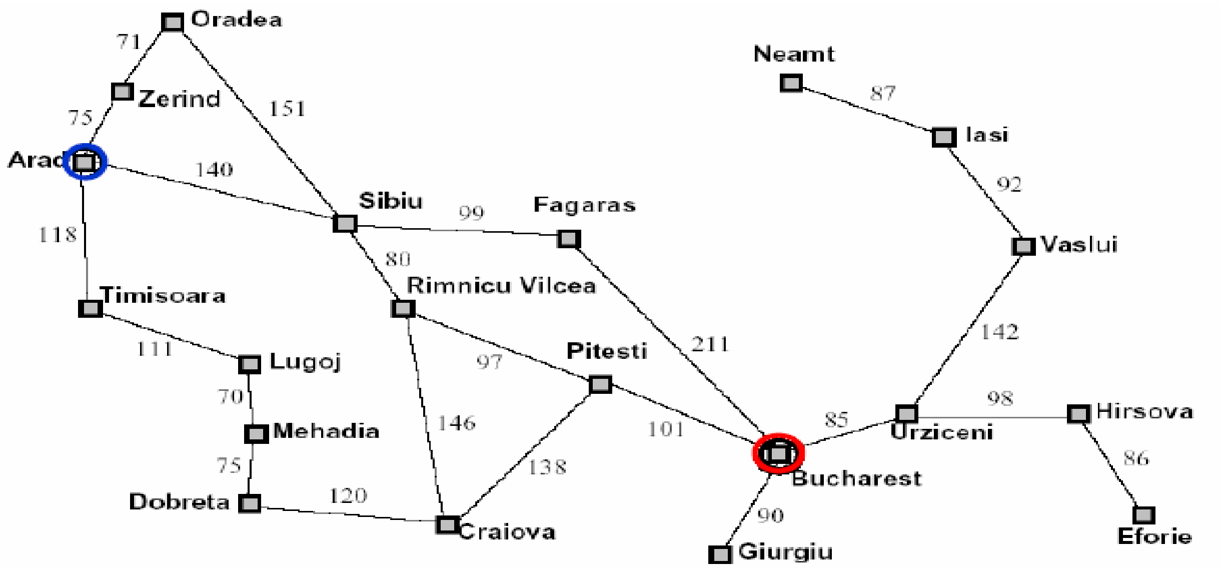
- La solution d'un problème s'obtient sous la forme d'une séquence d'actions menant à une solution souhaitée.

- Pour cela il faut :
  - Exprimer l'objectif
  - Spécifier l'espace d'états du problème : dans quelles situations peut-on se trouver ?
  - Définir les transitions entre états du problème
  - Adopter une politique de recherche de la solution

Définition d'un problème de recherche

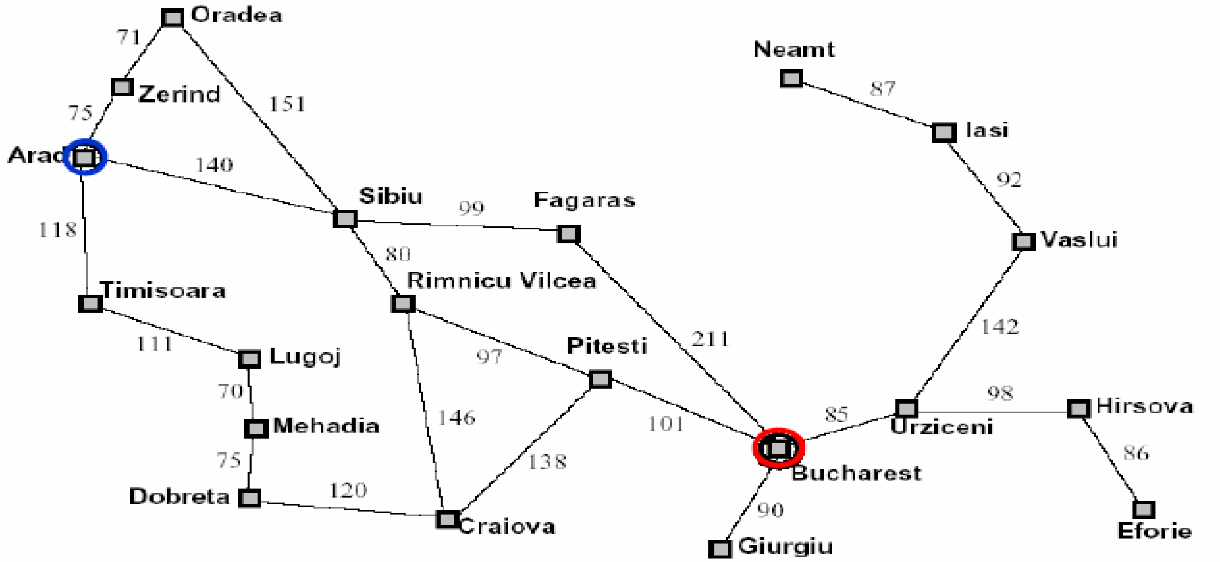
- Espace d'états
  - chaque état est une représentation abstraite de l'environnement
  - l'espace d'état est généralement discret
- Fonction de transition
  - représentation abstraite des actions possibles
  - fonction : [état → sous-ensemble d'états successeurs]
  - Transitions déterministes ou probabilistes
- Test-solution (ou test de but)
  - habituellement une condition à satisfaire
  - parfois la description explicite d'un état
- Coût du chemin (ou fonction-coût)
  - fonction : [Chemin → Nat]
  - Habituellement : coût du chemin = somme des coûts de ses étapes

Exemple de problème: Recherche d'itinéraire



[états?]()
[actions?]()
[Test de but?]()
[Cout de chemin?]()

Exemple de problème: Recherche d'itinéraire



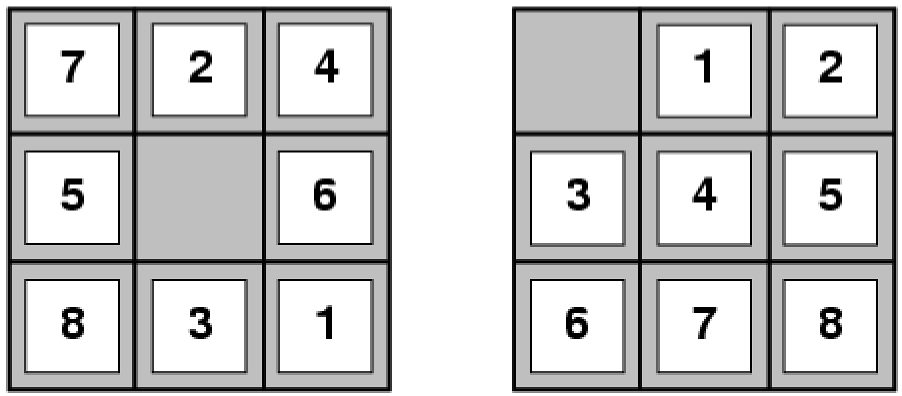
étatsʔ Villes *(e.g., Arad, Zerind, etc…)*

actions? Déplacements selon transitions *(e.g., Arad → Zerind, Sibiu→Fagaras, etc …)*

Test de but? Test explicite : *"position == Bucarest" ?*

Cout de chemin? Somme des poids des arcs empruntés *(min = 418)*

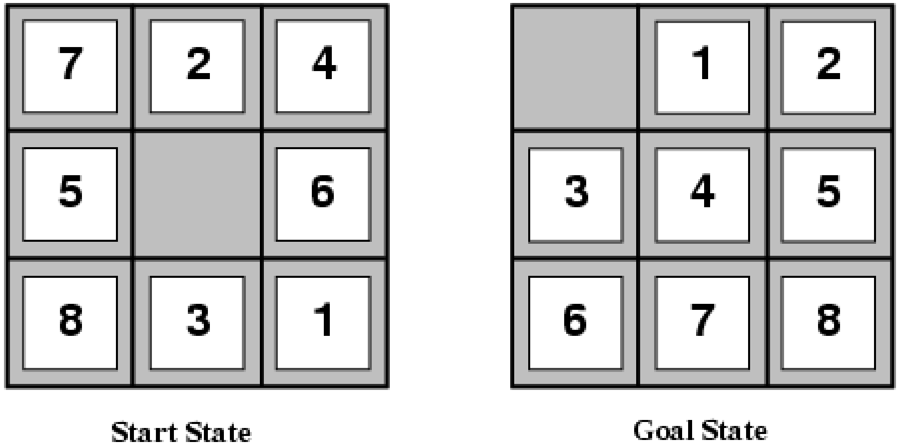
Exemple de problème: Le puzzle à 8 pièces



Start State Goal State

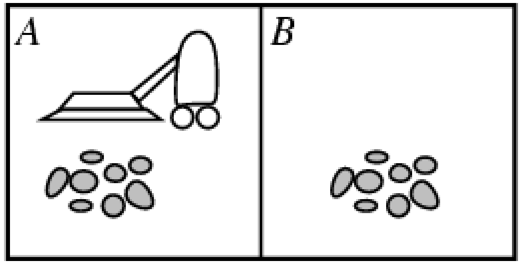
[états?]
[actions?]
[Test de but?]
[Cout de chemin?]

Exemple de problème: Le puzzle à 8 pièces



<u>états?</u> Configurations possibles du puzzle
<u>actions?</u> Déplacer une pièce vers G, D, H, B
<u>Test de but?</u> Configuration dans un état particulier (*Goal State*)
<u>Cout de chemin?</u> Nombre d'actions du chemin (nb déplacements)

Exemple de problème: L'aspirateur



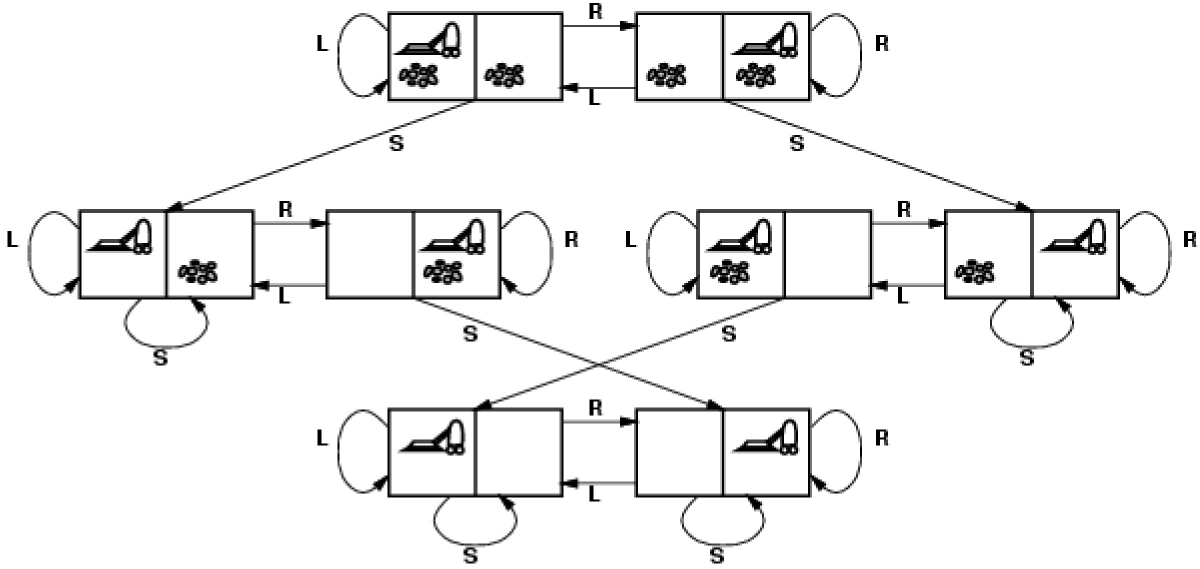
états?

actions?

Test de but?

Coût de chemin?

Exemple de problème: L'aspirateur

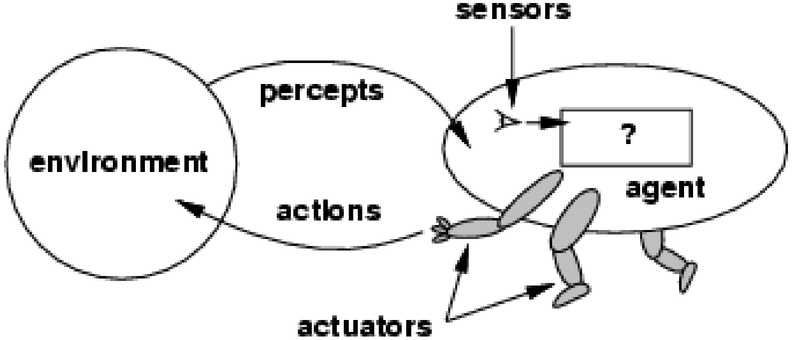


états? Présence de poussière et emplacement du robot
actions? *Gauche (L), Droite (R), Aspirer (S)*
Test de but? Plus de poussière nulle part
Coût de chemin? Nombre d'actions

Agent pour la résolution de problème

- IA => construire des agents « intelligents » permettant de résoudre un ou plusieurs problèmes

- Un agent est une entité qui perçoit et qui agit



- Le programme agent s'exécute sur une architecture physique

- agent = architecture + programme

Agents pour la résolution de problème

- De façon abstraite un agent est une fonction de l'espace des historiques de perceptions dans l'espace des actions:

  [f: P* → A]

- Pour une classe d'environnement et de tâche donnée on cherche l'agent (ou la classe d'agents) qui a la meilleure "*performance*"

- Problème: Limitations calculatoires (e.g. explosion combinatoire etc) rend cette recherche impossible généralement.

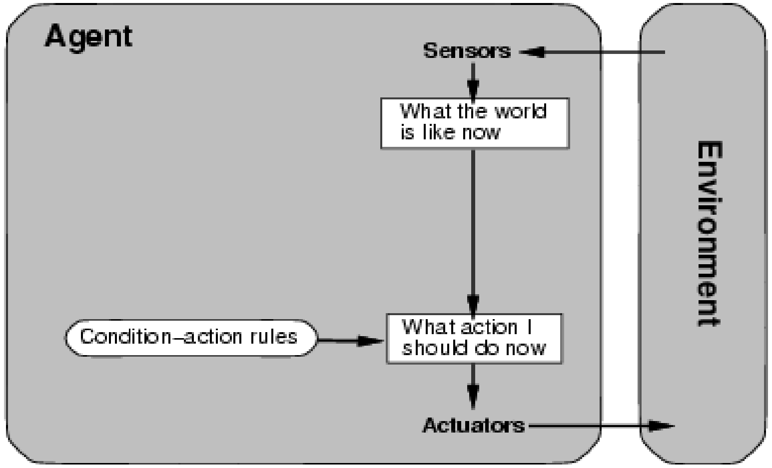
  → Objectif : construire le meilleur programme étant donné les ressources machines à disposition.

Agents pour la résolution de problème

- 5 types d'agents
  - Agents à réflexes simples
  - Agents à réflexes basés sur des modèles
  - Agents basés sur des buts
  - Agents basés sur l'utilité
  - Agents apprenants

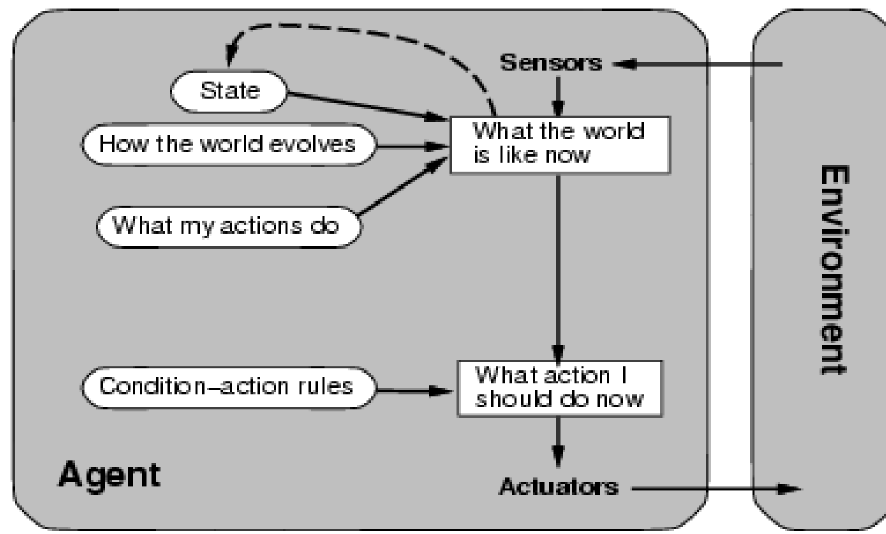
Agents pour la résolution de problème

- Agents à réflexes simples
  - Application de règles simples *if… then…* basées sur des perceptions de l'état de l'environnement
  - Pas d'historique des états précédents
  - Peu efficace dans des environnements partiellement observables (cycles infinis possibles)



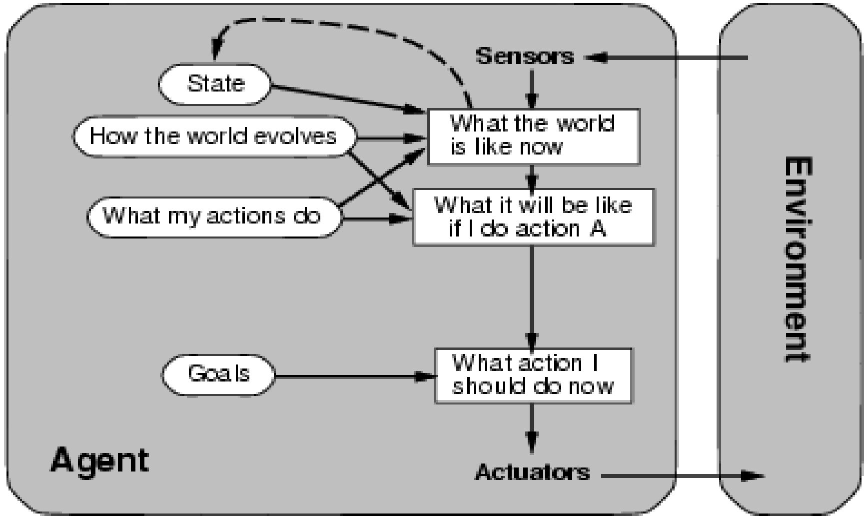
Agents pour la résolution de problème

- Agents à réflexes basés sur des modèles
  - Application de règles simples *if… then…* basées sur un modèle de l'environnement
  - La partie non observable de l'environnement est estimée à partir des états rencontrés et d'un modèle des conséquences des actions sur cet environnement.



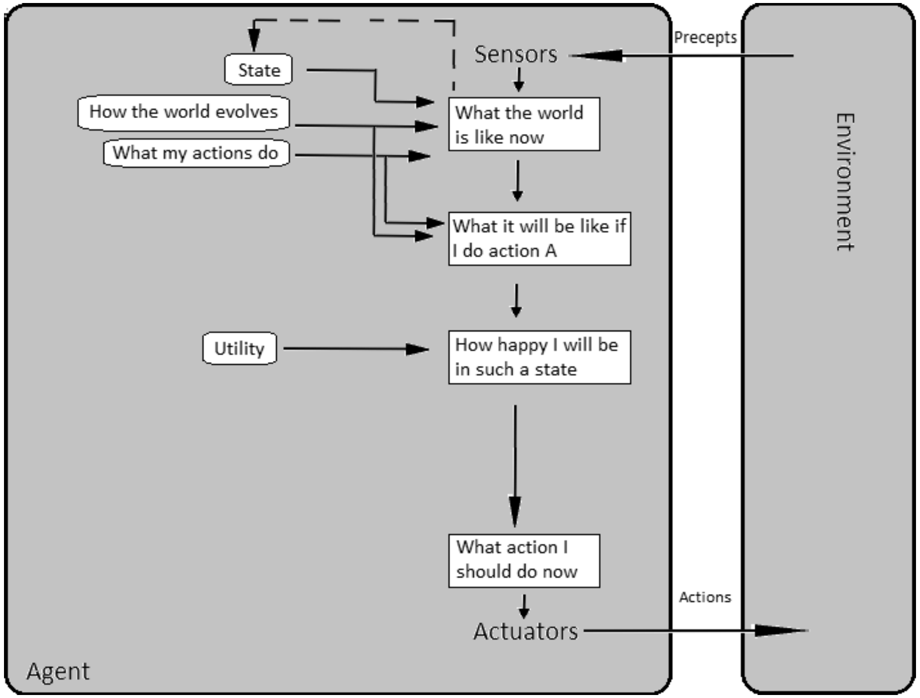
Agents pour la résolution de problème

- Agents basés sur des buts
  - Le modèle de l'environnement estime l'état présent du monde ainsi que son état futur selon les différentes actions possibles.
  - Sélection des actions selon qu'elles permettent de remplir différents buts pre-determinés.



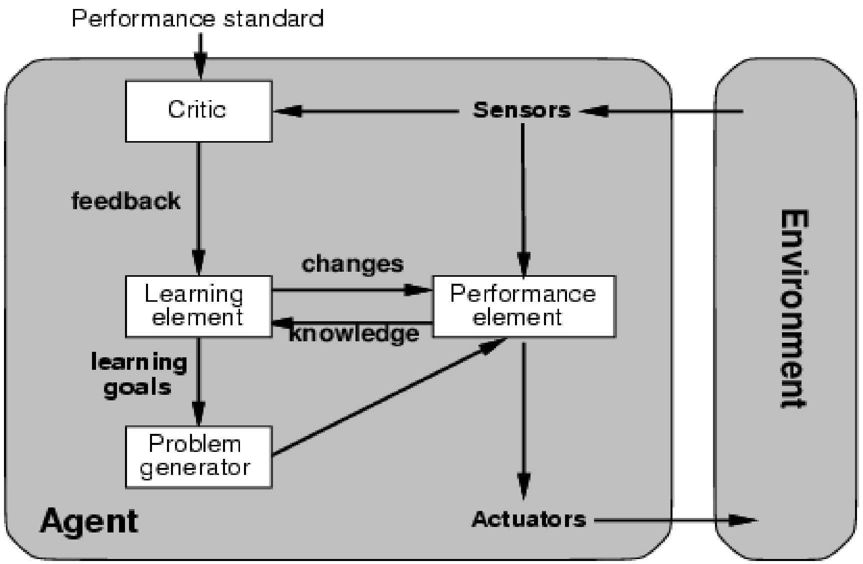
Agents pour la résolution de problème

- Agents basés sur l'utilité
  - Le modèle de l'environnement estime l'état présent du monde ainsi que son état futur selon les différentes actions possibles.
  - Sélection des actions selon une estimation de leur utilité (traduisant à quel point on s'approche d'une situation recherchée)



Agents pour la résolution de problème

- Agents apprenants
  - Les décisions sont prises selon une utilité estimée selon un modèle appris sur des décisions précédentes
  - Des informations de performance sont fournies pour juger de la pertinence des décisions prises et si besoin mettre à jour le modèle



Types d'environnement

- Complètement ou partiellement observable
- Déterministe ou stochastique
- Statique ou dynamique

Types de problèmes

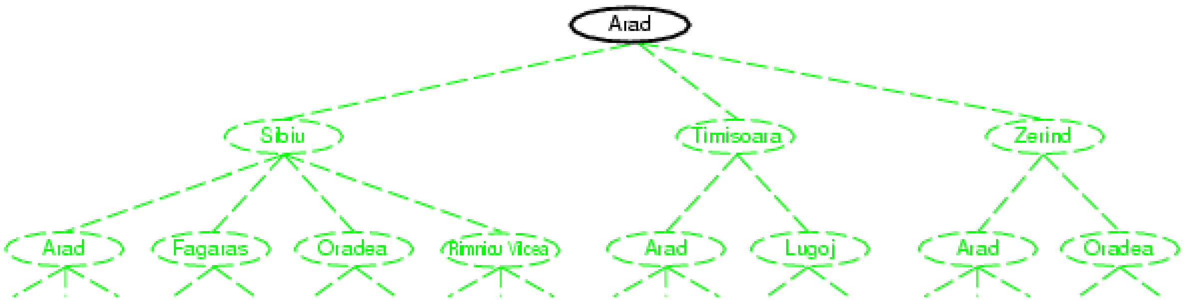
- Déterministe, complètement observable
  - L'Agent sait exactement dans quel état il sera selon une action donnée. La solution est une séquence d'actions.
- Non-observable
  - L'Agent peut n'avoir aucune idée d'où il est.
- Non déterministe et/ou partiellement observable
  - Espace d'états inconnu → problème d'exploration

Recherche dans des arbres

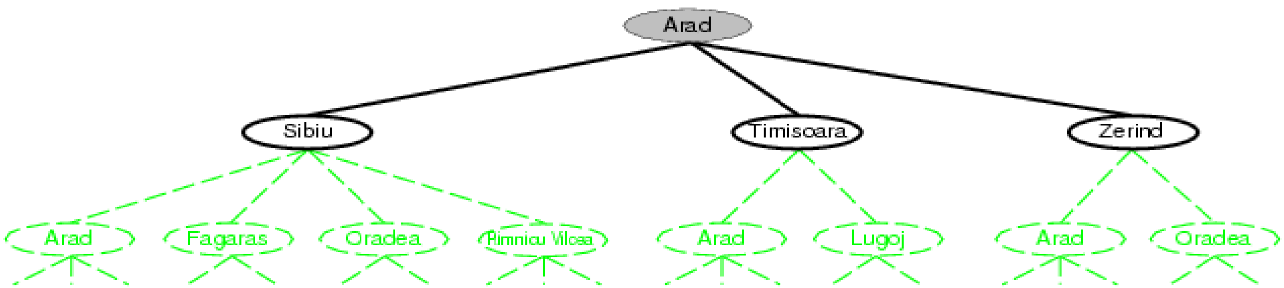
- Idée fondamentale:
  - Offline (hors-ligne), simulation de l’exploration de l’espace d’états par génération des états suivants des états déjà explorés (expansion des états)

```
function TREE-SEARCH( problem, strategy) returns a solution, or failure
  initialize the search tree using the initial state of problem
  loop do
     if there are no candidates for expansion then return failure
     choose a leaf node for expansion according to strategy
     if the node contains a goal state then return the corresponding solution
     else expand the node and add the resulting nodes to the search tree
```

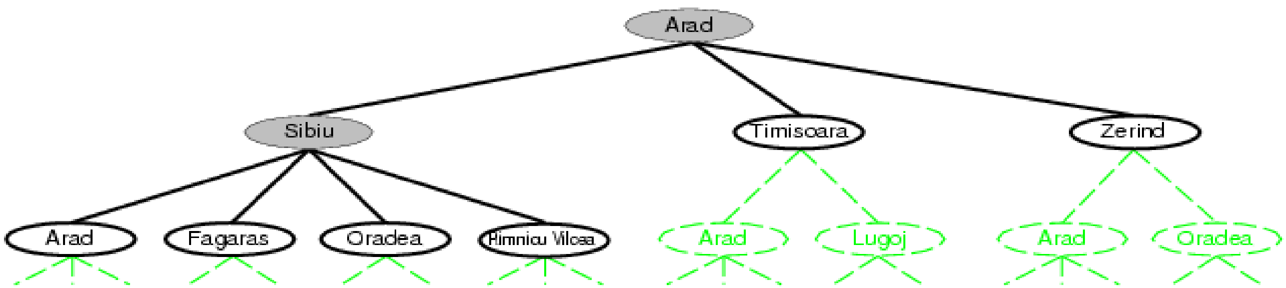
Tree search example



Tree search example

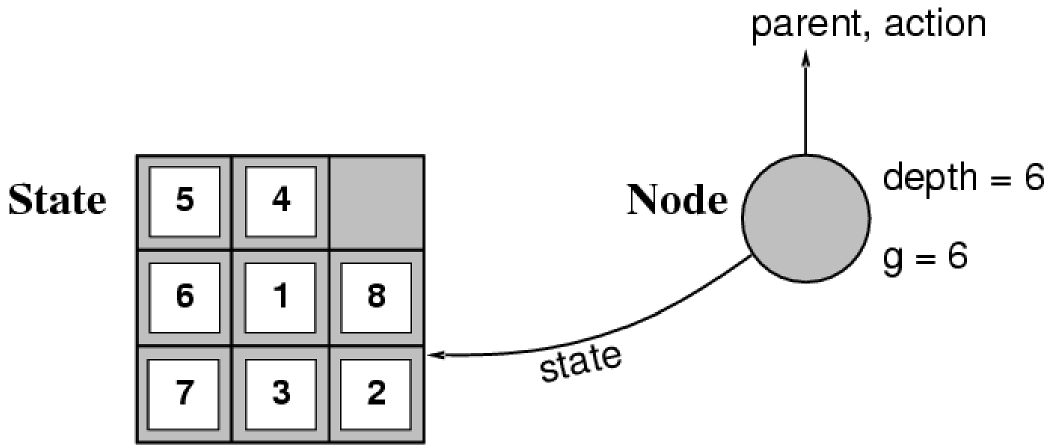


Tree search example



Implémentation: états vs. noeuds

- Un état est une (représentation de) une configuration physique (réelle)
- Un noeud est une structure de données constitutive d'un arbre de recherche et inclut un état, un nœud parent, une action, un cout de chemin *g(x)*, une profondeur



- A chaque niveau de la recherche, la fonction d'`Expansion` créé de nouveaux nœuds (nœuds « enfants ») en fonction des etats successeurs d'un nœud courant.

Implémentation: recherche générique dans un arbre

Entrées : un *problème* et une *stratégie*

Sortie : une *solution*, ou *échec*

```
initialiser l'arbre de recherche avec l'état initial du problème
itérer
      si il n'y a pas de candidat à développer alors
         retourner échec
      choisir un nœud à développer en appliquant la stratégie
      si le nœud contient un état final alors
         retourner la solution qui correspond
      sinon
         développer le nœud
         ajouter les nœuds du résultat dans l'arbre de recherche
```

Stratégies de recherche dans les arbres

Stratégies de recherche

- Une stratégie de recherche est définie par le choix de l’ordre d’expansion des noeuds

- Deux grands types de stratégies :

  - Les stratégies « non-informées »
    - Pas d’utilisation d’une distance avec les etats recherchés pour choisir l’ordre des noeuds
    - Uniquement prise en compte du but : l’état remplit-il un but recherché ?

  - Les stratégies « informées »
    - Nœuds les plus prometteurs sont explorés en premier
    - Nécessite de déterminer une fonction de distance avec l’etat recherché / d’utilité en fonction du but à atteindre

Stratégies de recherche

- Les stratégies sont évaluées suivant:
  - Complétude: Trouve-t-on toujours une solution s'il en existe une?
  - Complexité en temps: Nombre de nœuds générés
  - Complexité en mémoire: Nombre de nœuds en mémoire
  - Optimalité: Trouve-t-on toujours la solution de coût minimal?

- Les complexités en temps et mémoire sont mesurées par :
  - *b:* facteur de branchement maximum dans l'arbre de recherche
  - *d:* Profondeur de la solution optimale (racine est en 0)
  - *m*: Profondeur maximale de l'espace d'états (éventuellement ∞)

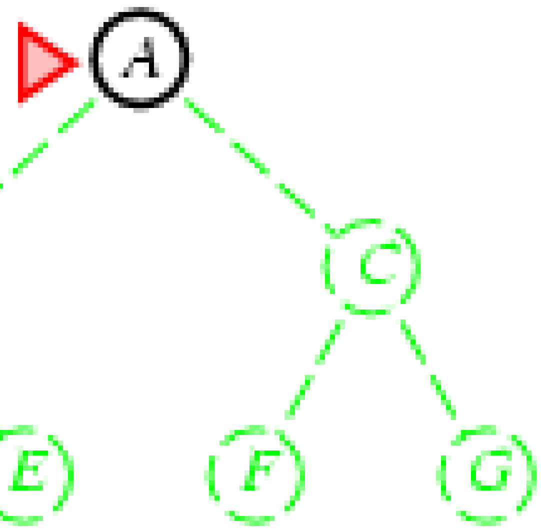
Stratégies de recherche “non informées”

Stratégies de recherche “non informées”

- Largeur d’abord
- Cout uniforme
- Profondeur d’abord
- Profondeur limitée
- Profondeur limitée itératif

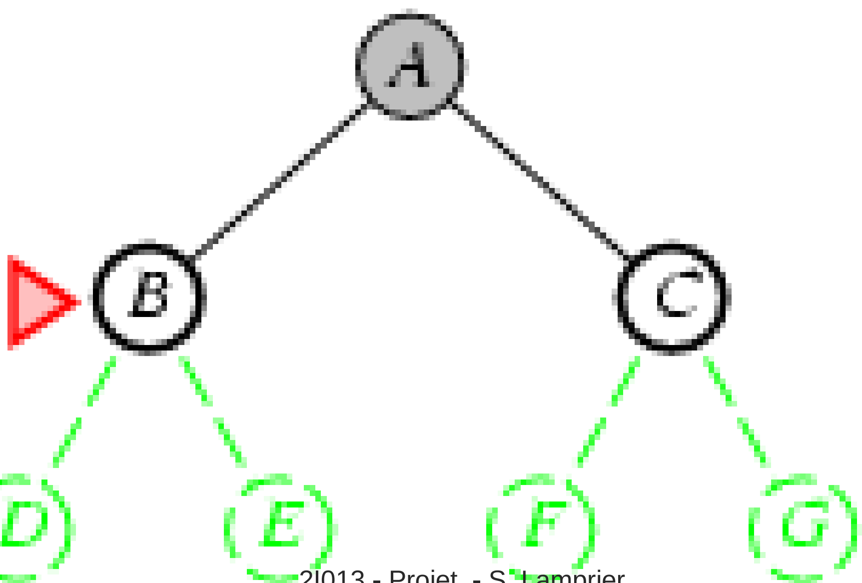
Largeur d’abord

- Expansion du noeud le moins profond
- Implémentation:
  - *fringe* est une liste FIFO, i.e., les nouveaux suivants sont ajoutés en queue



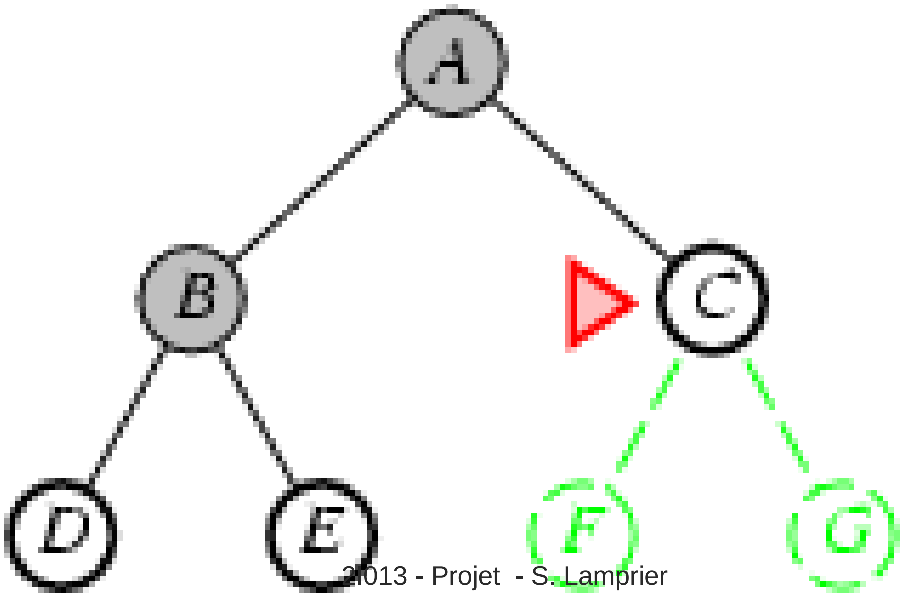
Largeur d'abord

- Expansion du noeud le moins profond
- Implémentation:
  - *fringe* est une liste FIFO, i.e., les nouveaux suivants sont ajoutés en queue



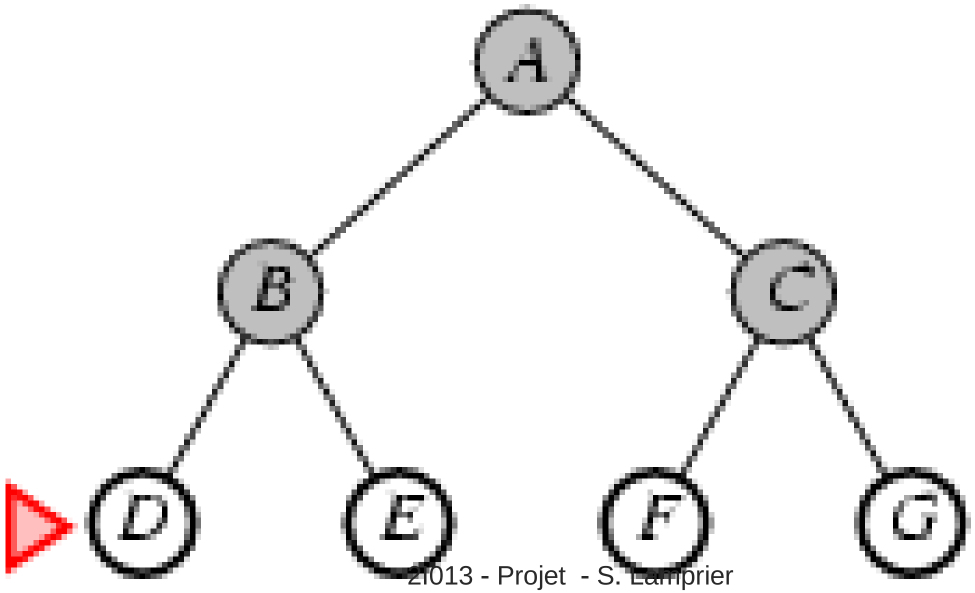
Largeur d'abord

- Expansion du noeud le moins profond
- Implémentation:
  - *fringe* est une liste FIFO, i.e., les nouveaux suivants sont ajoutés en queue



Largeur d’abord

- Expansion du noeud le moins profond
- Implémentation:
    - *fringe* est une liste FIFO, i.e., les nouveaux suivants sont ajoutés en queue



Largeur d’abord

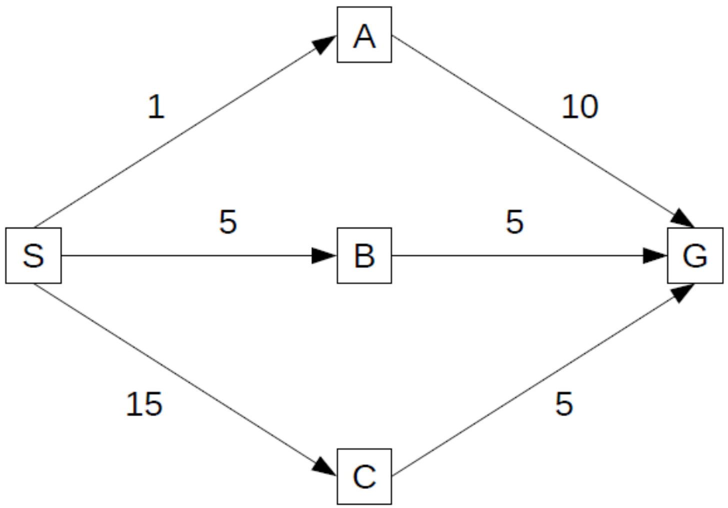
- Complet?
- Temps?
- Mémoire?
- Optimal?

Largeur d'abord

- Complet? Oui (si *b* est fini)
- Temps? $1+b+b^2+b^3+\ldots+b^d \approx O(b^d)$
- Mémoire? $O(b^d)$ (on garde tous les noeuds en mémoire)
- Optimal? Oui (si cout = 1 par étape)
- L'espace est le problème principal de cet algorithme

Coût uniforme

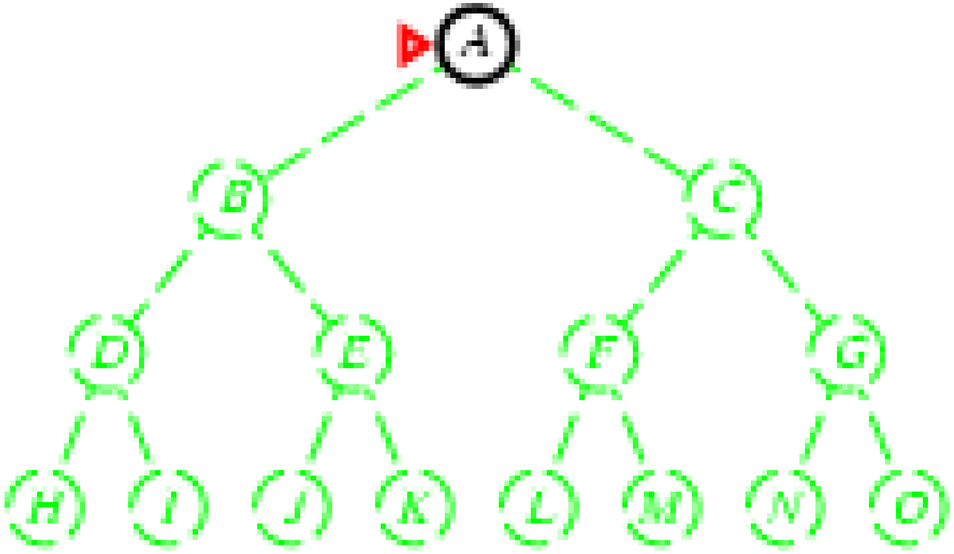
- Développement en priorité du nœud qui a le coût le plus faible
- File triée par coût croissant
- Equivalent à exploration en largeur d'abord si toutes les actions ont le même coût



Contenu de la file	Étape	# nœuds développés
[(S,0)]	*Développe (S,0)*	
[(A,1);(B,5);(C,15)]	*Développe (A,1)*	1
[(B,5);(G,11);(C,15)]	*Développe (B,5)*	2
[(G,10);(G,11);(C,15)]	*Développe (G,10)*	3
Ø		4

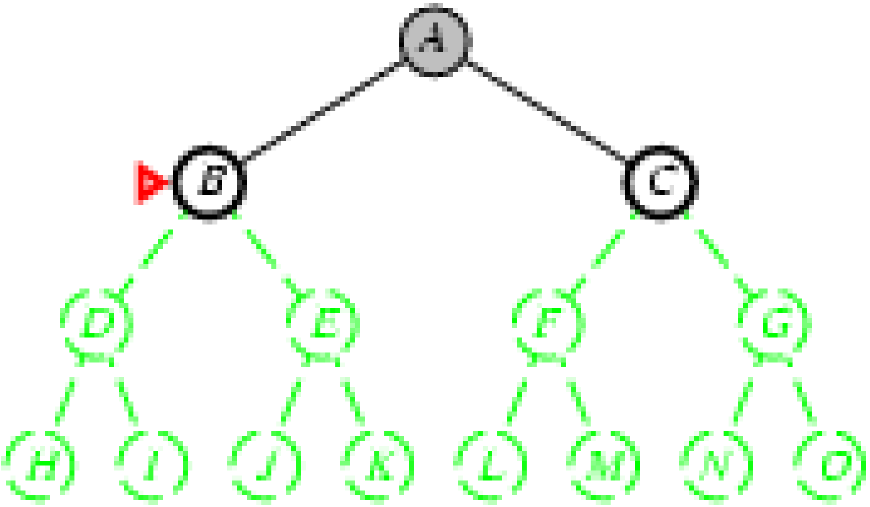
Profondeur d'abord

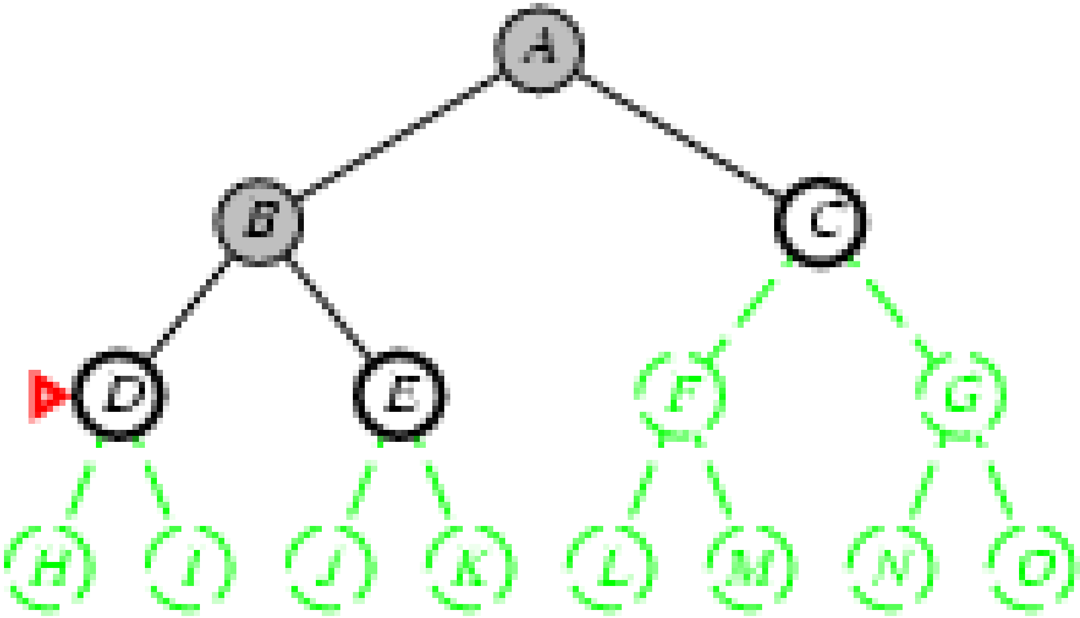
- Expansion du noeud le plus profond
- Implémentation:
  - *fringe* = liste LIFO, i.e., suivants insérés en tête

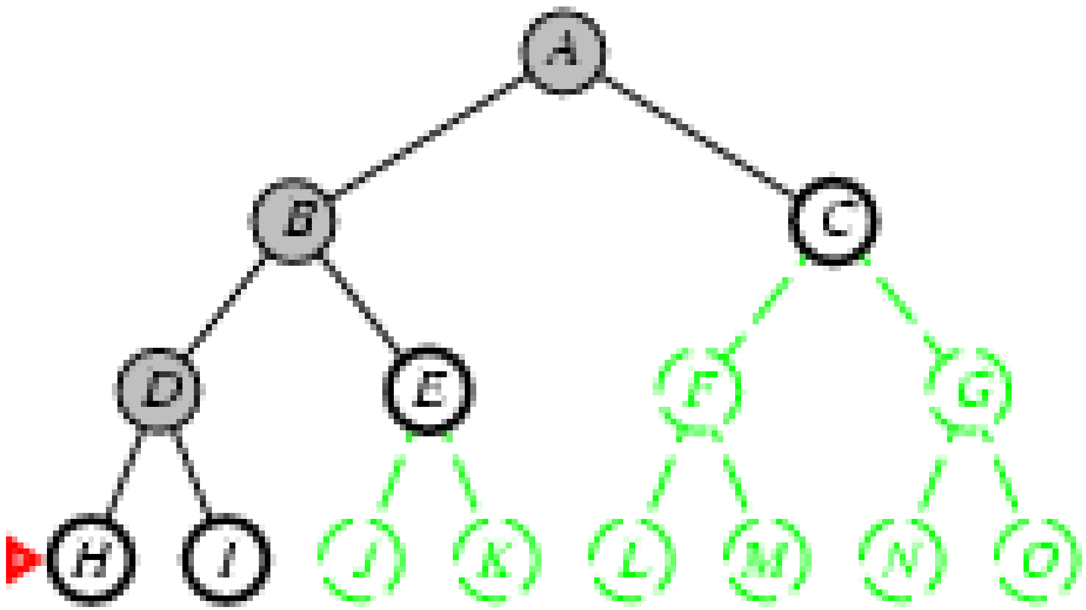


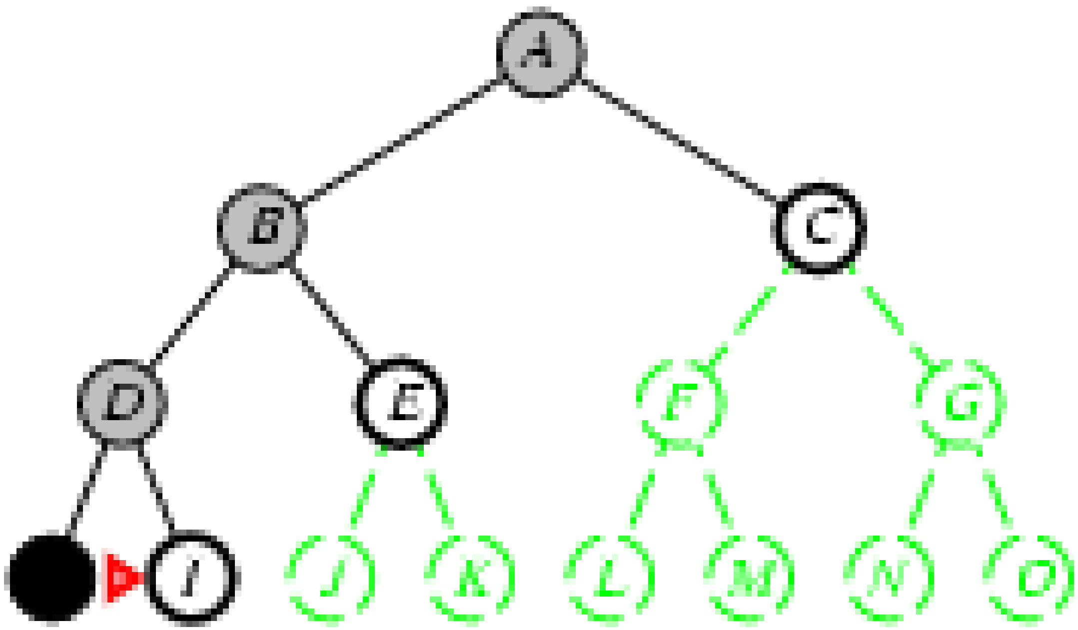
Profondeur d'abord

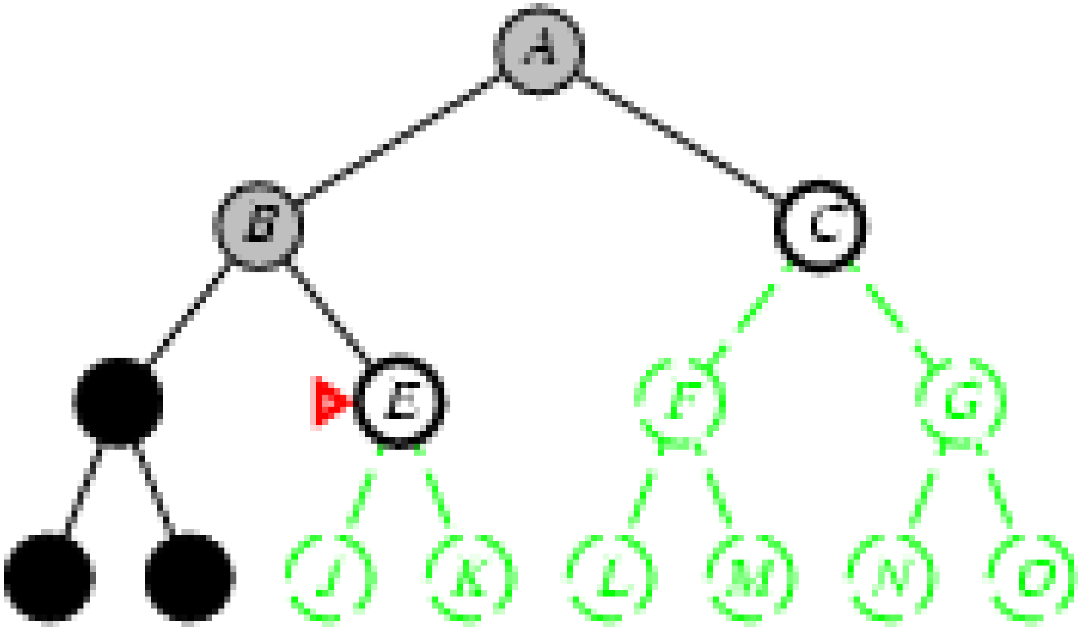
- Expansion du noeud le plus profond
- Implémentation:
  - *fringe* = liste LIFO, i.e., suivants insérés en tête

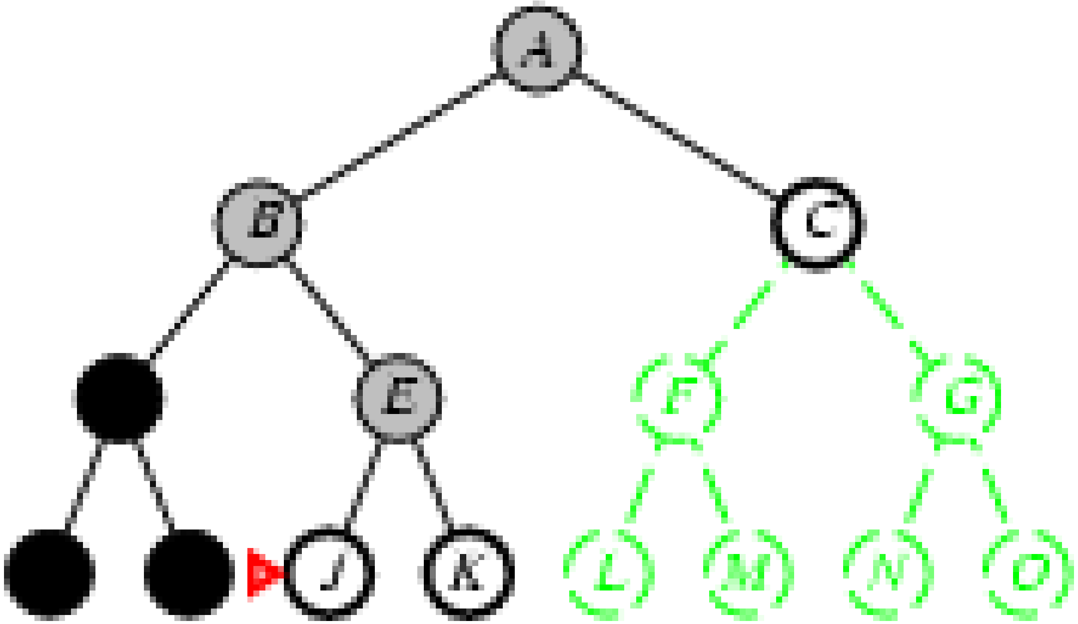


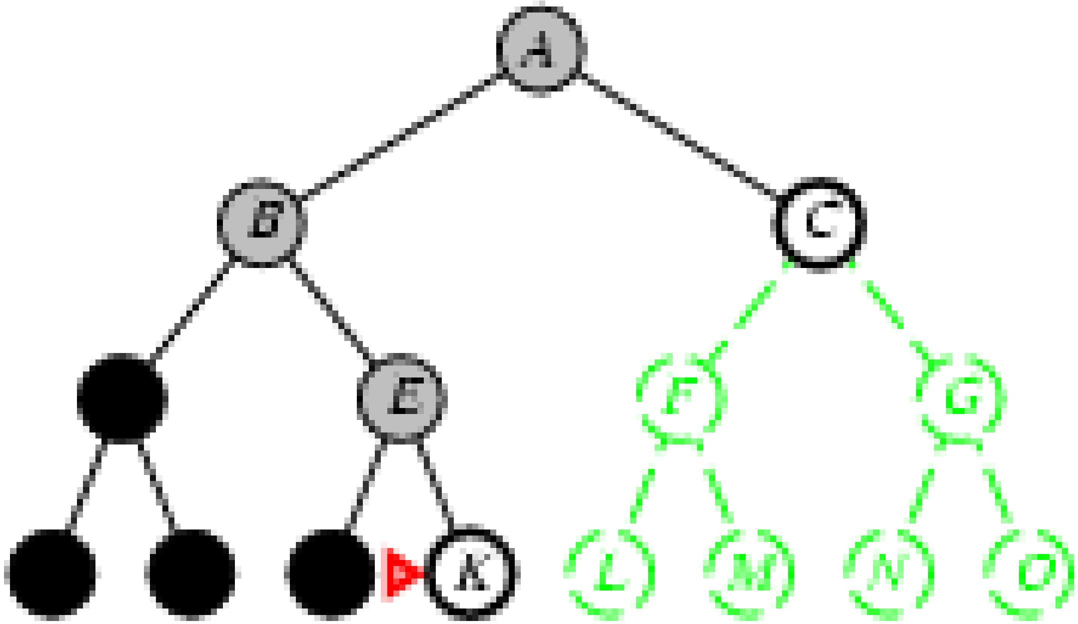

A
B
C
D
E
F
G
H
I
J
K
L
M
N
O

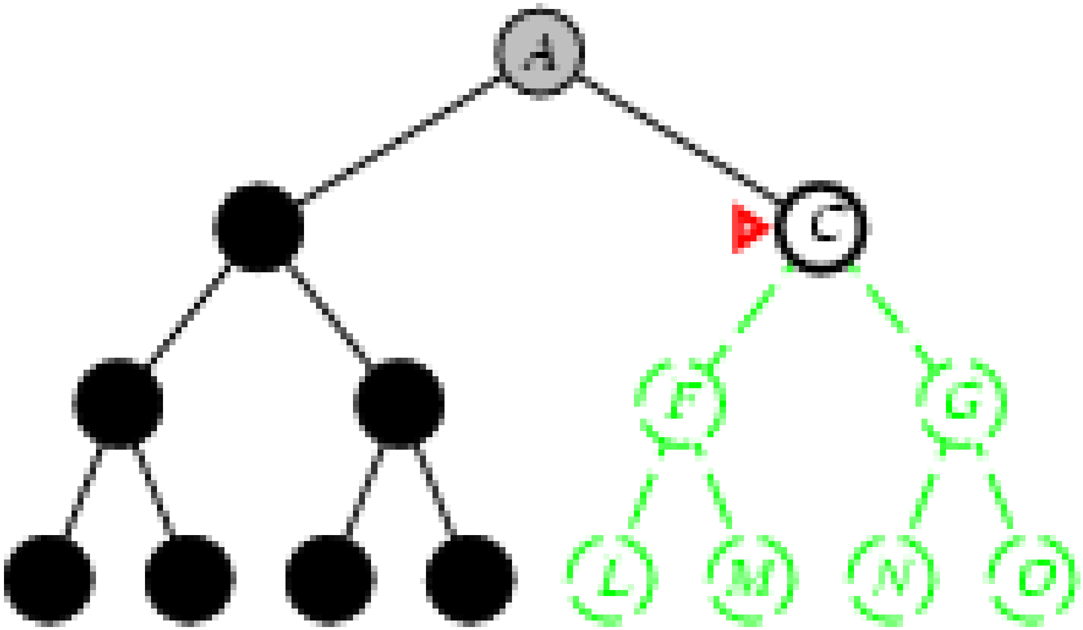

A
B
C
D
E
F
G
H
I
J
K
L
M
N
O

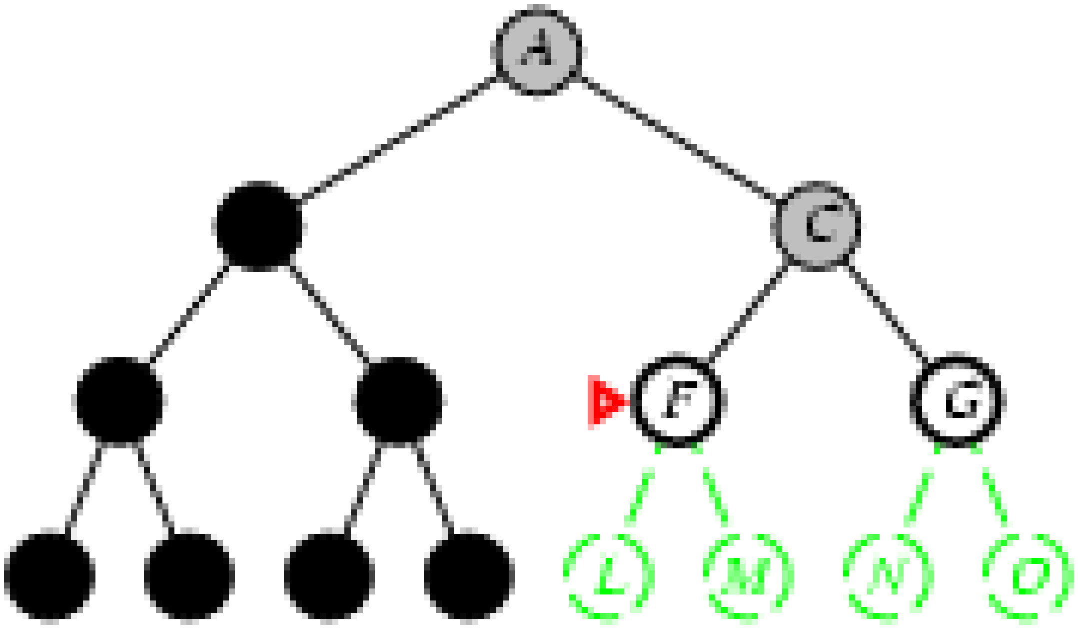

A
B
C
D
E
F
G
I
J
K
L
M
N
O

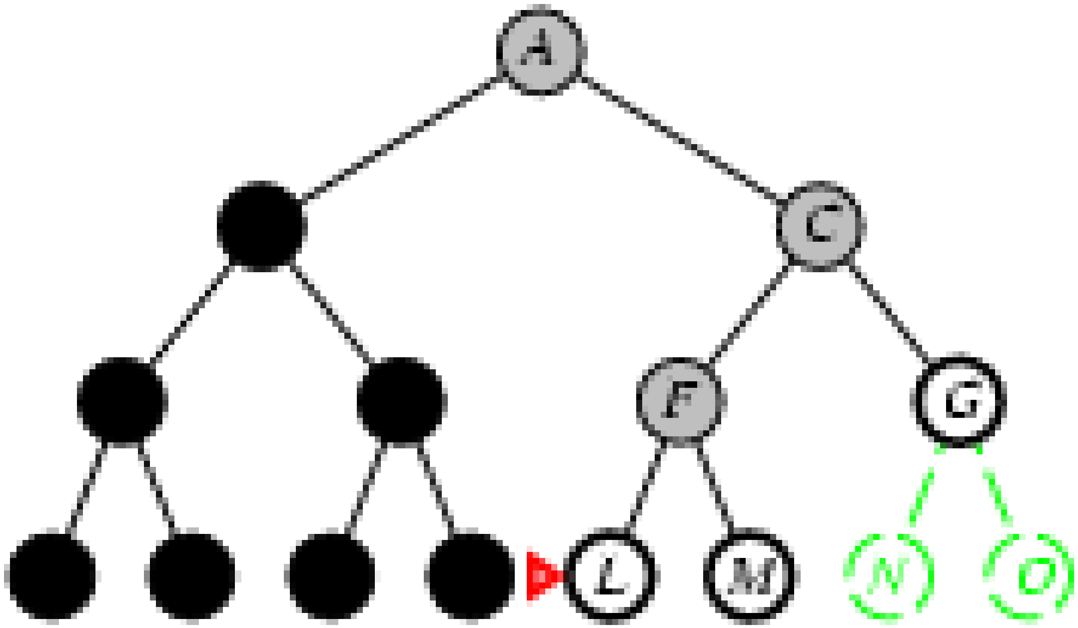

A
B
C
E
F
G
J
K
L
M
N
O

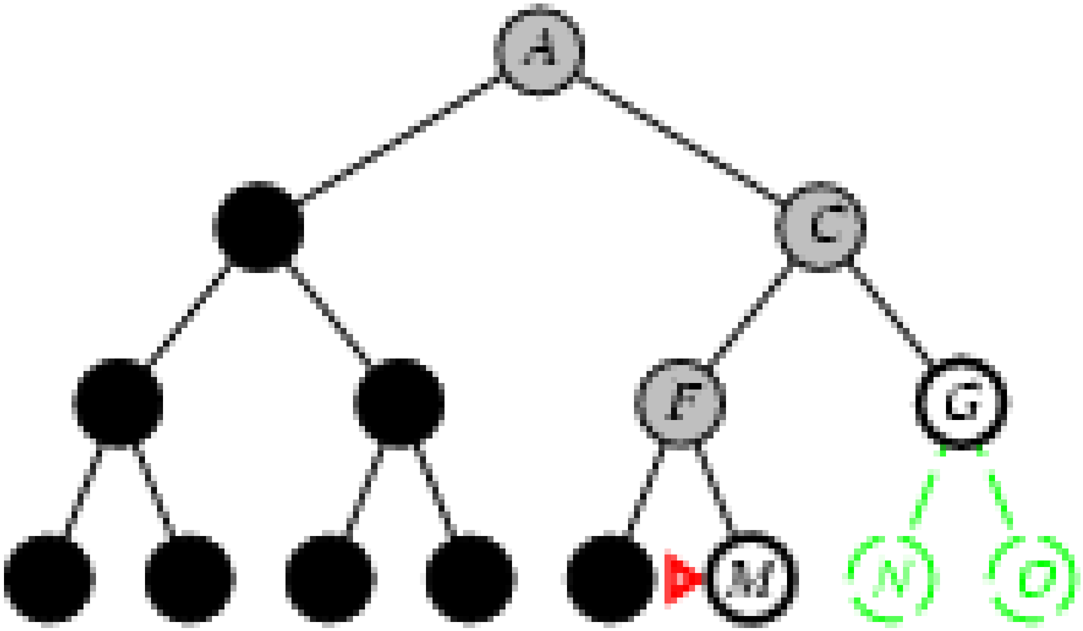

A
B
C
E
F
G
J
K
L
M
N
O


A
B
C
E
F
G
K
L
M
N
O


A
C
F
G
L
M
N
O


A
C
F
G
L
M
N
O


A
C
F
G
L
M
N
O


A
C
F
G
M
N
O

Profondeur d’abord

- Complet?
- Temps?
- Mémoire?
- Optimal?

Profondeur d’abord

- Complet? Non (sauf si *m* est fini)
- Temps? $O(b^m)$
- Mémoire? $O(bm)$ (uniquement les noeuds correspondant aux expansions des noeuds parents de la solution)
- Optimal? Non

Profondeur limitée

= Profondeur d'abord mais en limitant la profondeur à *l*, i.e., les noeuds à profondeur *l* n'ont pas de suivants

```
function DEPTH-LIMITED-SEARCH( problem, limit) returns soln/fail/cutoff
    RECURSIVE-DLS(MAKE-NODE(INITIAL-STATE[problem]), problem, limit)

function RECURSIVE-DLS(node, problem, limit) returns soln/fail/cutoff
    cutoff-occurred? ← false
    if GOAL-TEST[problem](STATE[node]) then return SOLUTION(node)
    else if DEPTH[node] = limit then return cutoff
    else for each successor in EXPAND(node, problem) do
        result ← RECURSIVE-DLS(successor, problem, limit)
        if result = cutoff then cutoff-occurred? ← true
        else if result ≠ failure then return result
    if cutoff-occurred? then return cutoff else return failure
```

Profondeur limitée

- Complet?
- Temps?
- Mémoire?
- Optimal?

Profondeur limitée

- Complet? Non
- Temps? $O(b^l)$
- Mémoire? $O(bl)$
- Optimal? Non

Profondeur limitée itérative

function ITERATIVE-DEEPENING-SEARCH(*problem*) **returns** a solution, or failure

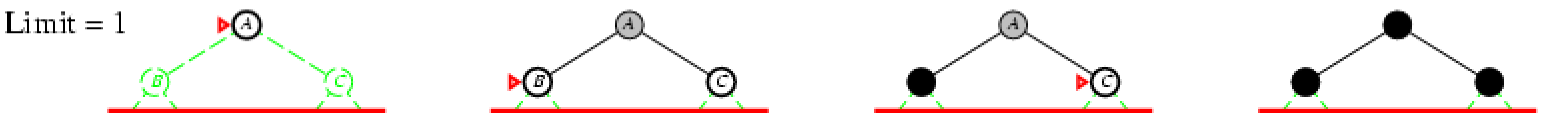
inputs: *problem*, a problem

for *depth* ← 0 **to** ∞ **do**
result ← DEPTH-LIMITED-SEARCH(*problem*, *depth*)
if *result* ≠ cutoff **then return** *result*

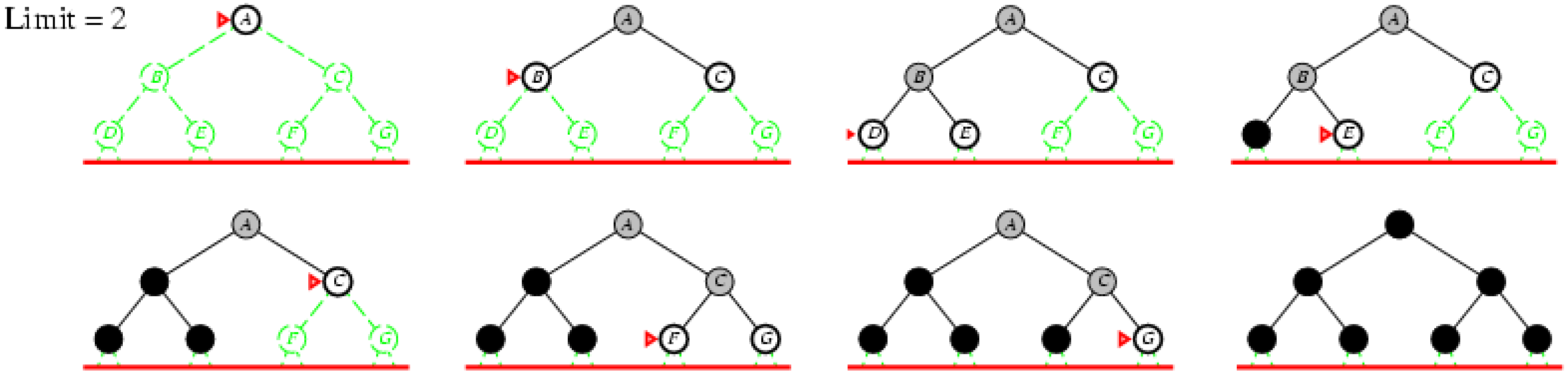
Profondeur limitée itérative *l* =0

Limit = 0

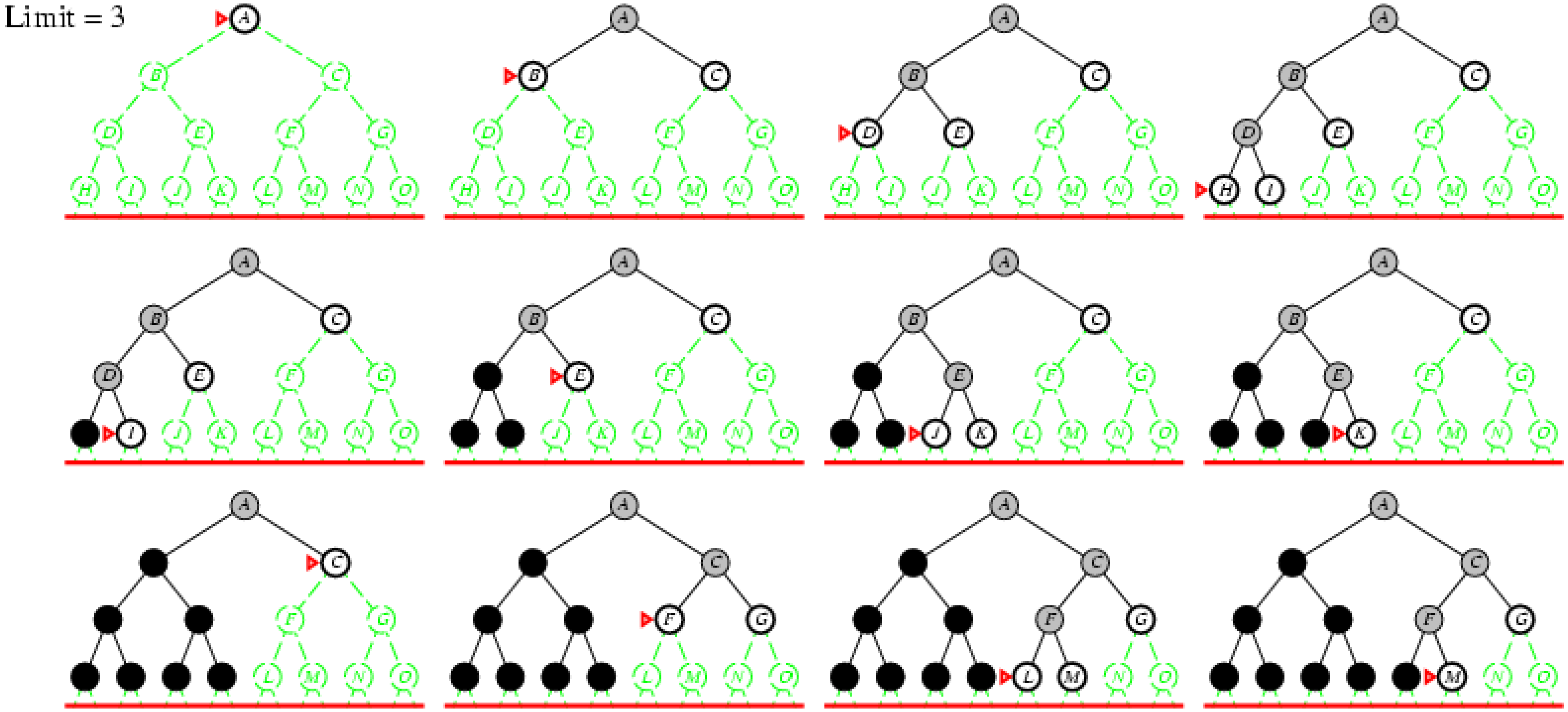
l =1



Profondeur limitée itérative *l* =2



Profondeur limitée itérative *l* =3



Profondeur limitée itérative

- Nombre de nœuds générés par une recherche en profondeur fixée à *d* avec un facteur de branchement *b*:

$$N_{PL} = b^0 + b^1 + b^2 + \ldots + b^{d-2} + b^{d-1} + b^d$$

- Nombre de nœuds générés par une recherche en profondeur limitée itérative à *d* avec un facteur de branchement *b*:

$$N_{PLI} = (d+1)b^0 + d\ b\text{^}^1 + (d-1)b\text{^}^2 + \ldots + 3b^{d-2} + 2b^{d-1} + 1b^d$$

- For $b = 10$, $d = 5$,
  - $N_{PL} = 1 + 10 + 100 + 1{,}000 + 10{,}000 + 100{,}000 = 111{,}111$
  - $N_{PLI} = 6 + 50 + 400 + 3{,}000 + 20{,}000 + 100{,}000 = 123{,}456$

- Surplus = (123,456 - 111,111)/111,111 = 11%

Profondeur limitée iterative

- Complete?
- Temps?
- Mémoire?
- Optimal?

Profondeur limitée iterative

- Complete? Oui
- Temp)s? $(d+1)b^0 + d\,b^1 + (d-1)b^2 + \ldots + b^d = O(b^d)$
- Mémoire? $O(bd)$
- Optimal? Oui si coût d'étape = 1

Résumé des algorithmes

Critère	Largeur d'abord	Coût uniforme	Profondeur d'abord	Profondeur limitée	Itérative en profondeur	Bidirectionnelle (si applicable)
Complète	oui[1]	oui[1,2]	non	non	oui[1]	oui[1,4]
Temps	$O(b^d)$	$O\left(b^{\lceil C^*/\varepsilon \rceil}\right)$	$O(b^m)$	$O(b^l)$	$O(b^d)$	$O(b^{d/2})$
Espace	$O(b^d)$	$O\left(b^{\lceil C^*/\varepsilon \rceil}\right)$	$O(bm)$	$O(bl)$	$O(bd)$	$O(b^{d/2})$
Optimale	oui[3]	oui	non	non	oui[3]	oui[3,4]

b : facteur de branchement
d : profondeur de la solution la moins profonde
m : profondeur maximale de l'arbre de recherche
l : profondeur limite
[1] si b est fini
[2] si les coûts des étapes sont ≥ ε avec ε positif
[3] si les coûts d'étapes sont tous identiques
[4] si les deux directions utilisent un exploration en largeur d'abord

Résumé

- La formulation du problème requiert l'abstraction du monde réel (on oublie les détails) pour définir un espace d'état qui peut être exploré efficacement
- Grand nombre de stratégies « non informées »
- Profondeur Limitée Itérative utilise une mémoire linéaire et pas bcp plus de temps que les autres algos.

Algorithmes de recherche informés

Algorithmes de recherche informés

- Meilleur d’abord
- Meilleur d’abord vorace
- A*
- Heuristiques
- …

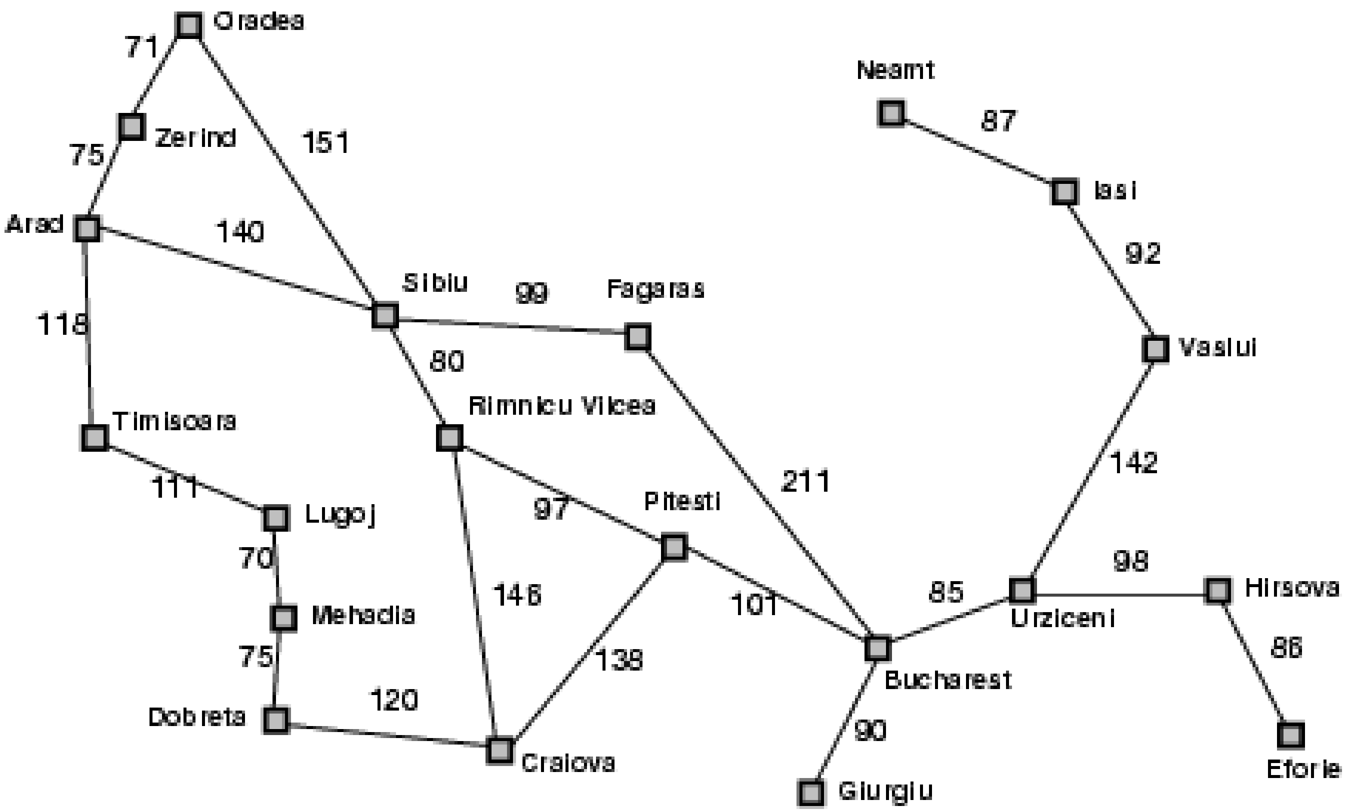
Meilleur d'abord

- Idée : utiliser une fonction d'évaluation *f(n)* pour chaque noeud
  - Estimée de l'utilité
  - Expansion des noeuds les plus utiles

- Implémentation:
  - Ordonner les noeuds dans la liste de noeuds courante par ordre d'utilité décroissante

- Cas particuliers:
  - Meilleur d'abord vorace
  - A*

Cas du parcours en Roumanie Couts en km



Straight–line distance to Bucharest

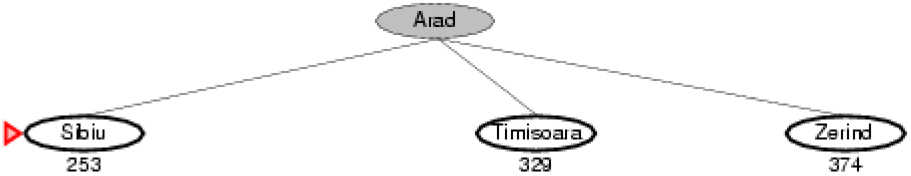
Arad	366
Bucharest	0
Craiova	160
Dobreta	242
Eforie	161
Fagaras	176
Giurgiu	77
Hirsova	151
Iasi	226
Lugoj	244
Mehadia	241
Neamt	234
Oradea	380
Pitesti	10
Rimnicu Vilcea	193
Sibiu	253
Timisoara	329
Urziceni	80
Vaslui	199
Zerind	374

Meilleur d'abord

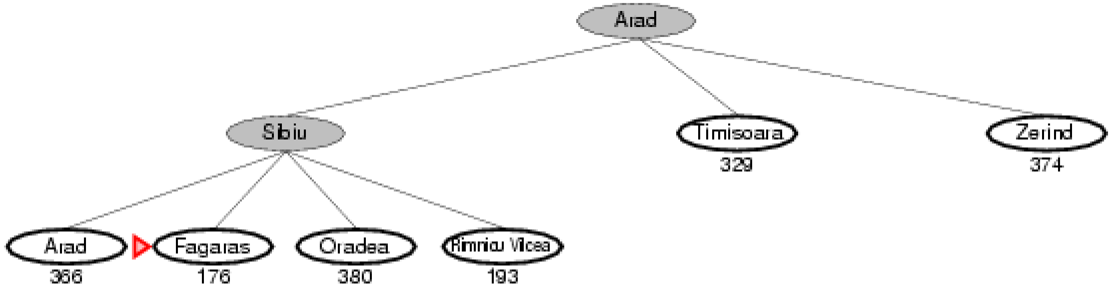
- Fonction d'évaluation $f(n) = h(n)$ (heuristique)
- = estimée du cout du noeud n au but
- e.g., $h_{SLD}(n)$ = distance en ligne droite de n à Bucarest
- Meilleur d'abord vorace expand le noeud qui semble être le plus près du but

Meilleur d'abord exemple

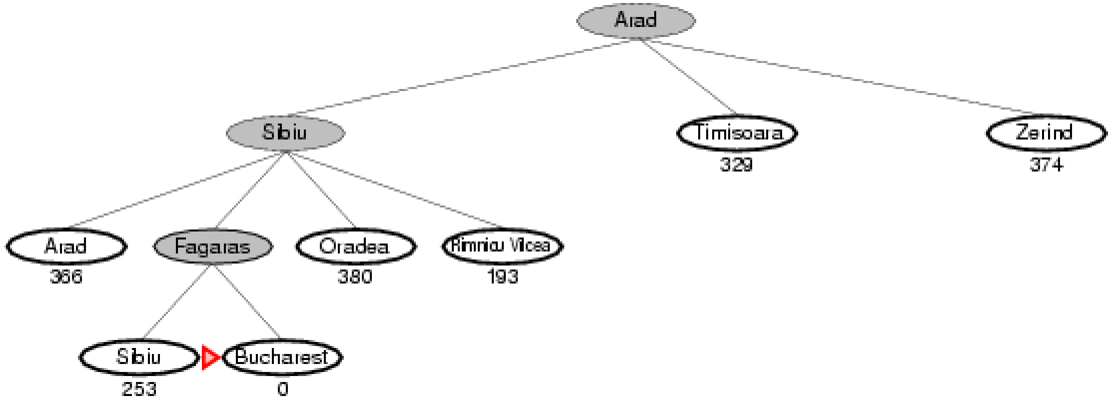
Meilleur d'abord exemple



Meilleur d'abord exemple



Meilleur d'abord exemple



Meilleur d'abord

- Complet ?
- Temps ?
- Mémoire ?
- Optimal ?

Meilleur d’abord

- Complet ? Non – Cf. boucles
  - e.g., Iasi → Neamt → Iasi → Neamt →
- Temps ? $O(b^m)$, mais un bon heuristique peut baisser radicalement cette complexité
- Mémoire ? $O(b^m)$ – tous les noeuds en mémoire
- Optimal ? Non

Meilleur d'abord vorace

- Variante du meilleur d'abord où l'on ne revient jamais en arrière
- Complet ?
- Temps ?
- Mémoire ?
- Optimal ?

Meilleur d’abord vorace

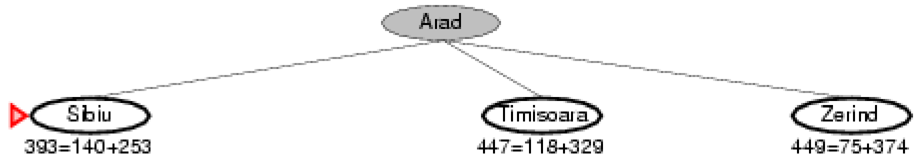
- Variante du meilleur d’abord où l’on ne revient jamais en arrière
- Complet ? Non – Cf. boucles
  - e.g., Iasi → Neamt → Iasi → Neamt →
- Temps ? $O(b^m)$
-
- Mémoire ? $O(b)$
-
- Optimal ? Non

Algorithme A*

- Idée : éviter d'expandre des chemins dont on sait qu'ils sont déjà trop couteux
- Fonction d'évaluation $f(n) = g(n) + h(n)$
- $g(n)$ = cout pour atteindre n
- $h(n)$ = estimée du cout de n au but
- $f(n)$ = estimée du cout total du chemin atteignant le but via n

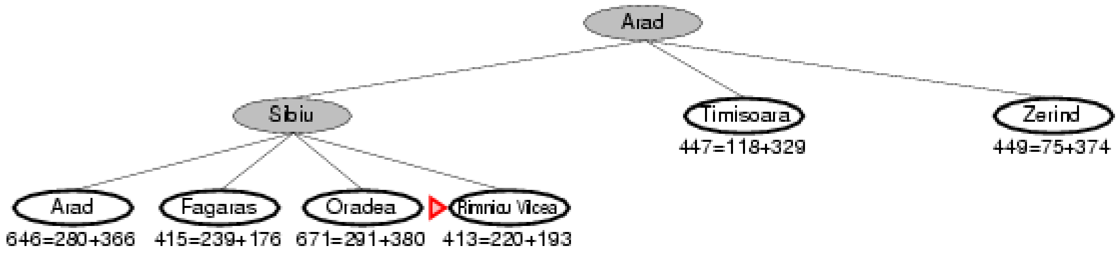
A* : exemple

A* : exemple

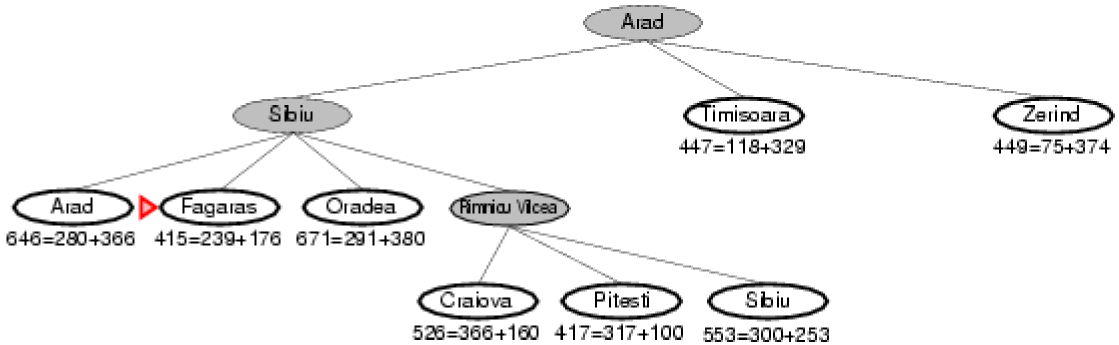


Arad
Sibiu
393=140+253
Timisoara
447=118+329
Zerind
449=75+374

A* : exemple

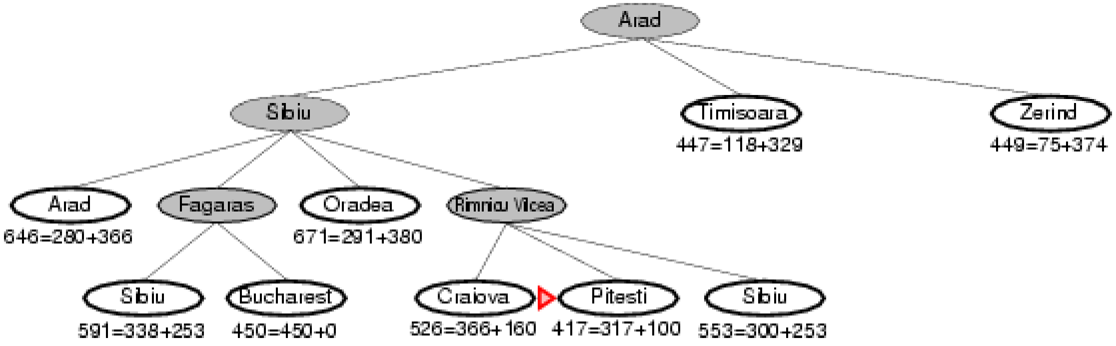

Arad
Sibiu
Timisoara
447=118+329
Zerind
449=75+374
Arad
646=280+366
Fagaras
415=239+176
Oradea
671=291+380
Rimnicu Vilcea
413=220+193

A* : exemple



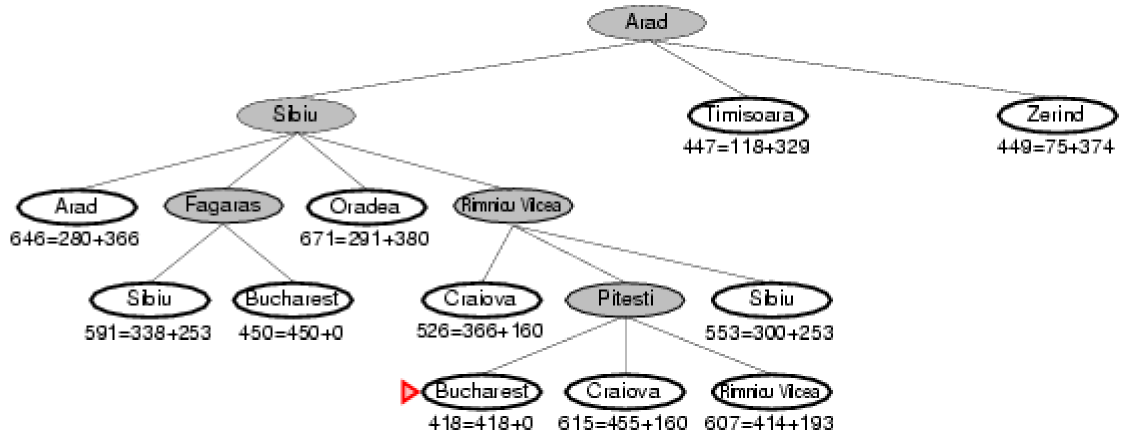
Arad
Sibiu
Timisoara
447=118+329
Zerind
449=75+374
Arad
646=280+366
Fagaras
415=239+176
Oradea
671=291+380
Rimnicu Vilcea
Craiova
526=366+160
Pitesti
417=317+100
Sibiu
553=300+253

A* : exemple



Arad
Sibiu
Timisoara
447=118+329
Zerind
449=75+374
Arad
646=280+366
Fagaras
Oradea
671=291+380
Rimnicu Vilcea
Sibiu
591=338+253
Bucharest
450=450+0
Craiova
526=366+160
Pitesti
417=317+100
Sibiu
553=300+253

A* : exemple


Arad
Sibiu
Timisoara
447=118+329
Zerind
449=75+374
Arad
646=280+366
Fagaras
Oradea
671=291+380
Rimnicu Vilcea
Sibiu
591=338+253
Bucharest
450=450+0
Craiova
526=366+160
Pitesti
Sibiu
553=300+253
Bucharest
418=418+0
Craiova
615=455+160
Rimnicu Vilcea
607=414+193

Heuristiques admissibles

- Un heuristique *h(n)* est admissible si pour tout nœud *n*,

  $h(n) \leq h^*(n)$, où $h^*(n)$ est le vrai cout pour atteindre l'état final (le but) à partir de *n*.

- Un heuristique admissible ne surestime jamais le cout pour atteindre le but, i.e., il est optimiste

- Exemple: $h_{SLD}(n)$ (ne surestime jamais la vraie distance par la route)

- Theorème: Si *h(n)* est admissible, l'algorithme A* utilisant une stratégie de `TREE-SEARCH` est optimal

Propriétés de A*

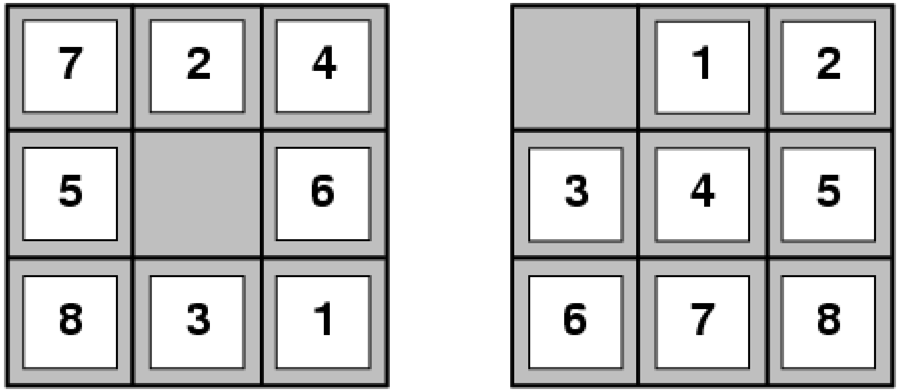
- Complet? Oui (sauf si infinité de noeuds tels que f ≤ *f(G)*)
- Temps? *O(b^d), mais tout depend de la qualité de l'heuristique*
- Mémoire? *O(b^d), tous les noeuds en memoire*
- Optimal? Oui

Heuristiques admissibles

Exemple du 8-puzzle:

- $h_1(n)$ = nombre de carreaux mal placés
- $h_2(n)$ = distance total Manhattan

(i.e., no. of squares from desired location of each tile)



Start State   Goal State

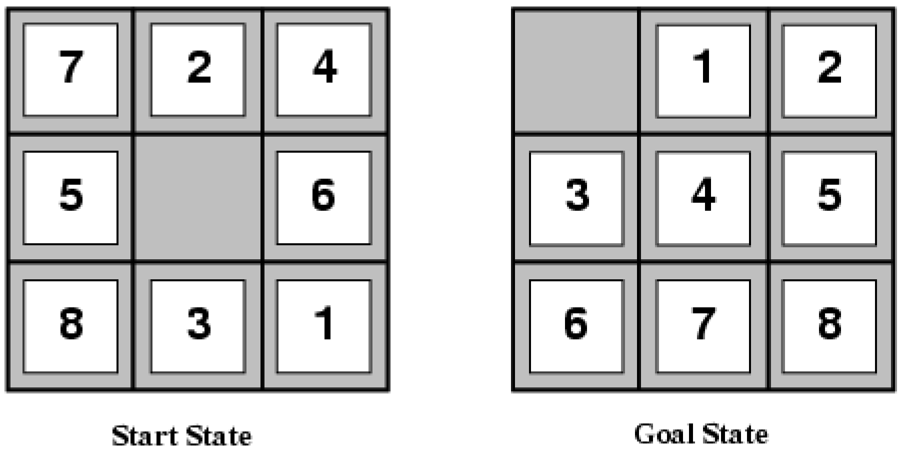
- $h_1(S) = ?$
- $h_2(S) = ?$

Heuristiques admissibles

Exemple du 8-puzzle:

- $h_1(n)$ = nombre de carreaux mal placés
- $h_2(n)$ = distance total Manhattan

(i.e., no. of squares from desired location of each tile)



- $h_1(S) = ?$ 8
- $h_2(S) = ?$ 3+1+2+2+2+3+3+2 = 18

Dominance

- Si $h_2(n) \geq h_1(n)$ pour tout n (et tous les deux admissibles)
- Alors h_2 domine h_1
- → h_2 est meilleur pour la recherche

Problèmes relachés

- Un problème moins contraint (sur les actions) est appellé un relaxed problem
- Le cout d'une solution optimale pour un relaxed problem est un heuristique admissible pour le problème original
- Si les règles du 8-puzzle sont relachées et qu'un carreau peut bouger n'importe où, alors $h_1(n)$ donne la solution la plus courte
- Si les règles sont relachées et qu'un carreau peut se déplacer vers n'importe quelle place adjacente, alors $h_2(n)$ donne la solution la plus courte