Un banco ha decidido conectar el servidor de cada una de sus sucursales al ordenador central de su oficina principal mediante líneas telefónicas con dispositivos especiales de seguridad. No es necesario que la línea telefónica de una sucursal esté conectada directamente con la oficina principal. La conexión puede ser indirecta a través de otra sucursal que esté conectada (directa o indirectamente) a la oficina principal.
El coste de las líneas telefónicas especiales es directamente proporcional a la distancia cableada. Las distancias en este caso son:

	Distancias entre pares de oficinas						
	Oficina Principal	**Sucursal 1**	**Sucursal 2**	**Sucursal 3**	**Sucursal 4**	**Sucursal 5**	**Sucursal 6**
Oficina Principal	--	190	30	110	270	160	120
Sucursal 1	190	--	80	115	215	50	205
Sucursal 2	30	80	--	140	125	220	130
Sucursal 3	110	115	140	--	175	10	180
Sucursal 4	270	215	125	175	--	310	280
Sucursal 5	160	50	220	10	310	--	320
Sucursal 6	120	205	130	180	280	320	--

La Dirección del banco desea determinar qué pares de sucursales deben conectarse directamente con líneas telefónicas especiales para que todas queden conectadas (de modo directo o indirecto) a la oficina principal con un costo total tan pequeño como sea posible. Se quiere resolver el problema a través de un algoritmo voraz, para ello, se pide:

1. Dar el criterio de selección para determinar el candidato más prometedor (25%)
2. Dar el criterio para determinar cuándo un candidato es factible (25%)
3. Dar el criterio para determinar cuándo se ha alcanzado una solución (25%)
4. Resolver el ejemplo que se propone aplicando la estrategia reflejada a través de los puntos 1, 2 y 3. Utilizar para ello una tabla, como las mostradas en clase, en la que se pueda ir viendo cómo se construye la solución etapa tras etapa (25%)

SOLUCIÓN.-

1. El problema consiste en encontrar un árbol de expansión mínima. Los nodos del grafo de entrada serán: la oficina principal y las sucursales. Por lo que el grafo para el ejemplo propuesto tendrá 7 nodos. Los ejes del grafo tendrán un coste asociado que corresponde con el coste de las líneas telefónicas especiales indicado en el enunciado del ejercicio. El problema puede resolverse utilizando los algoritmos de Kruskal o Prim. En cada ambos casos, el candidato más prometedor es el eje de menor coste.
2. Un eje se incorporará al conjunto de candidatos aceptados si no forma ciclos con los ejes que ya forman parte de dicho conjunto. En el caso de Kruskal, esto sucede si los nodos conectados por dicho eje pertenecen a componentes conexas diferentes. En el caso de Prim, sucede cuando uno de los nodos conectados por dicho eje pertenece a la componente conexa que expandimos (es decir, pertenece al conjunto B de nodos ya conectados) y el otro nodo, está fuera de dicha componente conexa (es decir, pertenece al conjunto N-B, siendo N el conjunto de nodos del grafo). En el caso de Prim, la condición de factibilidad está incluida dentro de la función de selección.

3. La solución se alcanza cuando hemos incluido en la solución n-1 ejes, siendo n el número de nodos. O dicho de otro modo, cuando todos los nodos estén conectados, es decir, formen una única componente conexa.
4. A continuación resolveremos el ejemplo aplicando los dos algoritmos mencionados. Comprobaremos que en ambos casos se obtienen soluciones con igual coste.

Algoritmo de Kruskal

etapas	Arista Seleccionada	Aceptada o Rechazada	Componentes conexas	Coste acumulado
inicialización	--	---	{O} {1} {2} {3} {4} {5} {6}	--
1	(3,5)	A	{O} {1} {2} {3,5} {4} {6}	10
2	(O,2)	A	{O,2} {3,5} {1} {4} {6}	40
3	(1,5)	A	{O,2} {1,3,5} {4} {6}	90
4	(1,2)	A	{O,1,2,3,5} {4} {6}	170
5	(O,3)	R	{O,1,2,3,5} {4} {6}	170
6	(1,3)	R	{O,1,2,3,5} {4} {6}	170
7	(O,6)	A	{O,1,2,3,5,6} {4}	190
8	(2,4)	A	{O,1,2,3,5,6,4}	415

Valor óptimo: 415
Ejes que forman parte de la solución: (3,5), (O,2), (1,5), (1,2), (0,6), (2,4)

Algoritmo de Prim

etapas	Arista Seleccionada	B	Coste acumulado
inicialización	--	{O}	--
1	(O,2)	{O,2}	30
2	(1,2)	{O,2,1}	110
3	(1,5)	{O,2,1,5}	160
4	(3,5)	{O,2,1,5,3}	170
5	(O,6)	{O,2,1,5,3,6}	290
6	(2,4)	{O,2,1,5,3,4,6}	415

Valor óptimo: 415
Ejes que forman parte de la solución: (O,2), (1,2), (1,5), (3,5), (0,6), (2,4)