

出于我学习的目的——了解理论，故不做过多的习题

入门就是线性方程组。

从几何视角来看， $A\vec{x} = \vec{y}$ 所求解的 \vec{x} 实际上是高维空间中的一个点，方程组的意义就是 A 中的几个超几何实体的并集。

这个并集当然可以是点，也就是我们传统意义上认为一个线性方程组的解该有的样子。不过有时候解会是 $\text{size} > 1$ 的解集，这种情况就是超几何实体的解集并不只是一个点了，它可能是一个线，面，体，或者四维以上的几何实体。

当然，这是传统的考虑方向，也即以行向量的角度考察整个方程组，但更重要的是另一个视角，也即用列向量的角度考察整个方程组。

小插曲，用什么样的角度看待矩阵乘法，也即 $C_{i,j} = \sum_k A_{i,k} B_{k,j}$ ($A(m \times n)$, $B(n \times p)$, $0 \leq k < n$, $0 \leq i < m$, $0 \leq j < p$)

课程中给出的角度，也即列向量线性组合的角度（或者行向量线性组合的角度），非常便于手算，特别是一个矩阵乘以一个向量（或者一个向量乘以一个矩阵）的情况。

其实展开来讲应该也能总结出分块矩阵组合的角度，这里不赘述。

以列向量的角度考察方程组，说白了就是把 $A\vec{x} = \vec{y}$ 分解成 $\vec{a}_1 \cdot x_1 + \vec{a}_2 \cdot x_2 + \dots + \vec{a}_n \cdot x_n = \vec{y}$ ，其实就是以上边小插曲提到的角度来分解矩阵乘法。

从这个角度看，每个 \vec{x} 对应的是 $[\vec{a}_1, \vec{a}_2, \dots]$ 这一堆列向量的一种线性组合。

问题的解集空间直接从欧几里得空间变成了线性组合空间，这个线性组合空间就是我们常说的**线性空间**。

课堂里提了一嘴在这种角度下对解集的具体研究，但很初步，这里就不赘述了。

至此，我们开始了线性代数的旅程。

其实我之前学过这门课，但后来半途而废了。

对线性方程组的讨论还要持续一段时间。