

$P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)}$  – условная вероятность того, что А произошло, если известно, что В произошло  
(аналогично  $P(B|A) = \frac{P(AB)}{P(A)}$ )

Общая формула  $P(AB) = P(A|B)P(B)$  – очевидно из формулы условной вероятности.

Для независимых событий:  $P(AB) = P(A)P(B)$ ,  $P(A|B) = P(A)$ ,  $P(B|A) = P(B)$

Для зависимых:  $P(AB) \neq P(A)P(B)$ ,  $P(A|B) \neq P(A)$ ,  $P(B|A) \neq P(B)$

(При вычислениях разница между независимыми и зависимыми событиями для нас возникает, например, в такой ситуации: для независимых  $P(A\bar{B}) = P(A)P(\bar{B}) = P(A)(1 - P(B))$  – это удобно. Для зависимых эту вероятность придется считать иначе:  $P(A\bar{B}) = P(A) - P(AB)$ )

Формула полной вероятности и формула Байеса.

Пусть  $\{H_i\}_{i=1..n}$  – полная группа (полная система) событий, то есть все вместе гипотезы  $H_i$  составляют все возможные исходы, но при этом они не пересекаются. Каждый существующий элементарный исход находится ровно в одном из событий  $H_i$ .

Тогда вероятность того, что произойдет событие А, равна  
 $P(A) = \sum_{i=1}^n P(A|H_i) \cdot P(H_i)$  (формула полной вероятности).

Вероятность того, что реализовалась гипотеза  $H_k$ , если известно, что произошло А:

$$P(H_k|A) = \frac{P(A|H_k) \cdot P(H_k)}{\sum_{i=1}^n P(A|H_i) \cdot P(H_i)} \quad (\text{формула Байеса})$$

|     |   |
|-----|---|
| 4.1 | Компания А обанкротится с вероятностью 0.4, компания В обанкротится с вероятностью 0.2 независимо от первой. Найти вероятности следующих событий:<br>а) обанкротится ровно одна компания.<br>б) обанкротится хотя бы одна компания.<br>в) обанкротятся обе компании.<br>г) обанкротилась А, если известно, что обанкротилась ровно одна компания.<br>д) обанкротилась А, если известно, что обанкротилась как минимум одна компания.<br><i>Укажите все места, где использовалась независимость, все места, где использовалась несовместность.</i>   |
| 4.2 | Три студента – А, В и С независимо друг от друга опаздывают на занятия с соответствующими вероятностями 0.6, 0.3, и 0.8.<br>а) Найти вероятность того, что никто из них не опаздывает.<br>б) Найти вероятность того, что опоздают ровно двое из них.<br>в) Найти вероятность того, что опоздает хотя бы один из них.<br>г) Найти вероятность того, что А опоздал, если известно, что опоздал как минимум один из них.<br>д) Известно, что А опоздал, найти вероятность того, что опоздали как минимум двое из них.<br><i>Укажите все места, где использовалась независимость, все места, где использовалась несовместность.</i> |
| 4.3 | Студент сдает сессию. Рассмотрим два события: А – студент готовится к экзамену по теорверу, В – студент сдает экзамен по теорверу на отлично. Известны вероятности следующих событий: $P(A)=0.5$ , $P(B)=0.2$ , $P(AB)=0.18$ .<br>Найдите вероятности, дайте словесные формулировки событий:<br>$P(A+B)$ , $P(A B)$ , $P(A \bar{B})$ , $P(\bar{A} B)$ , $P(\bar{B} A)$ , $P(B \bar{A})$   |
| 4.4 | Событие А заключается в наступлении кризиса, вероятность этого 0.4, событие В заключается в том, что компания обанкротится, вероятность этого 0.5. Вероятность того, что произойдут оба события одновременно, равна 0.3. Найти вероятности, дать словесные формулировки:<br><br>$P(A B)$ , $P(B A)$ , $P(\bar{A} \bar{B})$ , $P(B \bar{A})$ , $P(A (\bar{A}B + A\bar{B}))$  |

|            |   |
|------------|---|
| 4.5        | <p>Событие А заключается в том, что компания выиграет очередной тендер, вероятность этого события 0.8. Событие В заключается в том, что компания будет нанимать новых сотрудников, вероятность этого события равна 0.6. Так же известно, что оба этих события одновременно произойдут с вероятностью 0.48. С учетом введенных обозначений сформулировать, что именно надо найти, и вычислить:</p> <p>а) <math>P(B A)</math>, б) <math>P(B \bar{A})</math>, в) <math>P(\bar{A} \bar{B})</math>.</p> <p>б) Обратите внимание на то, какие ответы получились, и на то, что <math>0.48=0.6*0.8</math>. Как связаны эти факты?</p>   |
| 4.6        | <p>Торговая сеть планирует открытие нового супермаркета. Если рядом будут находиться магазины конкурентов, то супермаркет окажется прибыльным с вероятностью 0.3. Если конкурентов рядом не будет, то прибыльным он окажется с вероятностью 0.4. Вероятность найти помещение, рядом с которым не будет конкурентов, равна 0.8.</p> <p>а) Найти вероятность того, что новый супермаркет окажется прибыльным.</p> <p>б) Известно, что новый супермаркет оказался прибыльным. Найти вероятность того, что рядом нет магазинов конкурентов.</p> <p><i>(решить без использования дерева вероятностей)</i><br/><i>(разобрана в ответах)</i></p>   |
| 4.7        | <p>Производитель мороженого знает, что если лето будет жарким, то его инвестиции в новое оборудование окупятся с вероятностью 0.8, а если лето будет холодным, то они не окупятся с вероятностью 0.6. Жаркое лето прогнозируется с вероятностью 0.8.</p> <p>а) найти вероятность того, что инвестиции окупятся.</p> <p>б) известно, что инвестиции окупались. Найти вероятность того, что лето было жарким.</p> <p><i>(решить без использования дерева вероятностей)</i></p>  |
| 4.8        | <p>При приеме на работу 10% кандидатов сообщают ложную информацию о себе. Для выявления таких случаев работодатель проводит дополнительное психологическое тестирование. Однако тест не является абсолютно точным – если соискатель лгал, тест в 5% случаев этого не определит. С другой стороны, у теста бывают и «ложные срабатывания» - в 20% случаев человека, сообщившего только достоверную информацию, он примет за лжеца.</p> <p>На очередном тестируемом тест сработал, то есть указал, что соискатель лжет. Найти вероятность того, что соискатель действительно лгал.</p> <p><i>(решить без использования дерева вероятностей)</i><br/><i>(разобрана в ответах)</i></p>  |
| 4.9        | <p>У студента ВШБ на Шаболовке 27% занятий проходят во втором корпусе, 24% в третьем, 20% в четвертом, а остальные занятия проходят в К9 и К10. Если занятие проходит во втором корпусе, то с вероятностью 0.3 студент займет место в первом ряду, если занятие проходит в третьем корпусе, то вероятность занять место в первом ряду для него равна 0.2, в четвертом 0.1, в К9 и К10 вероятность равна 0.01.</p> <p>Во время пары на Шаболовке студент отвечает на входящий звонок «Извини, не могу разговаривать, сижу в первом ряду».</p> <p>Найти вероятность того, занятие проходит в четвертом корпусе.</p> <p><i>(решить без использования дерева вероятностей)</i></p>  |
| 4.10       | <p>Компания А собирается выводить на рынок новую игровую приставку. Ее конкуренты – компании В и С, работающие независимо друг от друга, каждая из которых может опередить А с вероятностью 0.6.</p> <p>Если у приставки А на момент выхода в продажу не будет конкурентов, то она окажется успешной с вероятностью 0.9, если к этому моменту свою приставку успеет выпустить только один конкурент, то вероятность успеха равна 0.7, если же на рынке будут оба конкурента – вероятность успеха А равна 0.4.</p> <p>а) найти вероятность того, что продукт окажется успешным.</p> <p>б) известно, что продукт оказался успешным. Найти вероятность того, что это произошло при отсутствии конкурентов.</p> <p>в) известно, что продукт не оказался успешным. Найти вероятность того, что только один из конкурентов успел обогнать А.</p> <p><i>(решить без использования дерева вероятностей)</i></p> |
| ДОП ЗАДАЧИ |   |
| 4.11       | <p><i>Разобраться, как решать задачи с помощью дерева вероятностей, и решить:</i></p> <p>Студент сдает экзамен с вероятностью 0.8. Если этого не происходит, то он отправляется на пересдачу, и вероятность сдать становится равной 0.6. Если он не сдает и со второго раза, то отправляется на комиссию, и там сдает с вероятностью 0.7, и если снова не сдал – получает ИУП.</p> <p>Известно, что он сдал экзамен, то есть дело не дошло до ИУПа. Найти вероятность того, что экзамен был сдан со второй попытки.</p> <p><i>ОТВЕТ: 0.123</i></p>  |
| 4.12       | <p><i>Парадокс Монти Холла, решить через дерево вероятностей</i></p> <p>Вы участвуете в телевикторине – перед вами три коробки, две пустые и одна с ключами от машины.</p> <p>На первом этапе вам предлагают выбрать одну из этих коробок.</p>  |

На втором этапе ведущий, который знает, в какой из коробок лежит ключ, откладывает в сторону выбранную вами коробку (не сообщая вам что там), и открывает одну из двух оставшихся – пустую (он знает, где на самом деле лежит ключ, при этом либо обе эти коробки пустые, либо одна, то есть он всегда может указать на пустую из этих двух).

Теперь вы оказываетесь в ситуации, когда есть выбранная вами коробка, есть открытая пустая коробка, и есть закрытая, которую вы не выбирали.

На третьем этапе ведущий разрешает вам поменять свой изначальный выбор – вместо вашей коробки вы можете выбрать оставшуюся закрытую.

И собственно сам вопрос: как выгоднее поступить – оставить свой выбор или поменять? Увеличится ли вероятность вашего выигрыша, если вы меняете ваш выбор? Или нет разницы? Или наоборот, выгоднее оставить первоначальный выбор?

*(для корректной постановки вопроса должно быть еще много разных оговорок, но мы просто укажем, что вся процедура честная, без подводных камней)*