ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ВЕРОЯТНОСТИ, ДЕЙСТВИЯ НАД СОБЫТИЯМИ

$$P(A) = rac{mes(A)}{mes(\Omega)}$$
 - отношение длин, площадей, объемов

Некоторые из формул для работы с событиями, все легко проверяются с помощью диаграмм.

$$A^2 = A$$
, $P(A \cdot A) = P(A)$
 $A + \overline{A} = \Omega$, $P(A) + P(\overline{A}) = 1$
 $A \cdot \overline{A} = \emptyset$, $P(A \cdot \overline{A}) = 0$

Формула сложения: P(A + B) = P(A) + P(B) - P(AB) общий случай.

События называются «несовместными», если не могут произойти одновременно, т.е. P(AB) = 0.

Для двух несовместных событий P(A + B) = P(A) + P(B).

Для трех событий: P(A + B + C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(AB) - P(AC) - P(BC) + P(ABC).

Для трех (попарно) несовместных событий P(A + B + C) = P(A) + P(B) + P(C)

Всегда проще считать вероятности сложных событий через простые несовместные, например:

$$P(A + B) = P(A \cdot \bar{B}) + P(\bar{A} \cdot B) + P(A \cdot B)$$

$$P(A\bar{B}) = P(A) - P(AB)$$

$$A\bar{B} = \bar{A} + \bar{B}$$

 $\overline{A+B} = \overline{A} \cdot \overline{B}$

- 3.1 Студент пишет два эссе – по философии и по праву. На философию он потратит от 80 до 120 минут, на право (независимо от философии) он потратит от 60 до 90 минут. Найти вероятность того, что суммарно на два эссе он потратит не менее трех часов.
- 3.2 Обратите внимание на то, что у этих двух задач похожие условия, но решаются они разными способами I После пар два студента решили поиграть в аэрохоккей, договорившись, что игра ведется до 10 голов (то есть если один из студентов забил 10 голов, он объявляется победителем).

Вы подходите к ним во время матча в случайный момент времени.

- а) Найти вероятность того, что сумма забитых соперниками голов к этому моменту окажется больше 15.
- б) Найти вероятность того, что разница между забитыми ими голами окажется меньше 2.

(т.к. у нас нет никаких предположений о том, кто из них играет хуже, а кто лучше (и насколько), то будем считать, что в данный момент соотношение голов может быть абсолютно любым с равной вероятностью)

II На отрезке [0;10] случайно и независимо выбраны два числа.

- а) Найти вероятность того, что их сумма будет больше 15.
- б) Найти вероятность того, что разница между ними будет меньше 2.
- 3.3 На отрезке [0;2] случайным образом взяты две числа. Найти вероятность того, что они будут отличаться друг от друга не менее чем на 1.
- 3.4 Студенты А и Б договариваются о встрече в определенном месте между 13-00 и 14-00. Т.к. никто из них не знает, во сколько именно он окажется на месте встречи (и у них нет телефонов), то договор такой: каждый из них ждет другого максимум 20 минут, и, если второй за это время не появился – уходит. Найти вероятность того, что встреча произойдет.
- 3.5 Решить задачу 3.4, если А готов ждать 20 минут, а Б только 10.
- 3.6 Смотря фильм, студент ставит свою кружку на скатерть в клетку. Сторона клетки равна 8 см, а радиус кружки — 3 см. Найти вероятность того, что кружка окажется внутри одной клетки – не пересечет границы клеток.
- 3.7 Брошена игральная кость (кубик). Событие А заключается в том, что выпало четное число, событие В заключается в том, что выпало число, не меньшее 5.

Найти вероятности событий А, В и АВ

Через эти три вероятности выразить и вычислить вероятность того, что произойдет

- а) только А.
- б) только В.
- в) ровно одно из этих событий.
- г) А или В («или» всегда не исключающее).

	д) не произойдет А и одновременно с этим не произойдет В.
	е) не более одного из этих событий.
3.8	Покупатель хочет купить на рынке килограмм яблок и килограмм груш. При этом заранее точная стоимость ему неизвестна, но для себя он решил, что будет выбирать и яблоки и груши стоимостью от 100 до 140 рублей
	за килограмм.
	а) Найти вероятность события А - того, что он потратит больше 260 рублей.
	б) Найти вероятность события В – того, что за килограмм груш он заплатит более 130 рублей.
	в) Найти вероятность того, что произойдут оба этих события.
	Через эти три вероятности выразить и вычислить вероятность того, что произойдет
	г) хотя бы одно из этих событий.
	д) ровно одно из этих событий.
	(предполагаем, что цена за килограмм — это произвольное число из промежутка от 100 до 140 рублей)
	доп задачи
3.9	Покупатель хочет купить на рынке яблоки, груши и персики – по одному килограмму. При этом заранее точная
	стоимость ему неизвестна, но для себя он решил, что будет выбирать фрукты стоимостью от 100 до 140 рублей
	за килограмм.
	Найти вероятность того, что суммарно он потратит менее 380 рублей на эти фрукты.
	(предполагаем, что цена за килограмм — это произвольное число из промежутка от 100 до 140 рублей)
3.10	решить самостоятельно к пятой лекции:
	Мы собираемся подбросить кубик 16 раз.
	а) Найти вероятность того, что число 4 выпадет 3 раза.
	б) Если бы вам предложили поставить ставки на то, сколько раз выпадет 4 в такой серии, то на что бы вы
	поставили?
	в) Можете ли вы как-нибудь обосновать свой выбор?
	(при решении задачи использовать только те формулы, которые мы прошли на данный момент)