

Основные виды формул комбинаторики

1. Перестановки (Permutations)

Перестановка — это упорядоченный набор из **всех элементов множества**.

- **Формула без повторений** (все элементы различны):

$$P_n = n!$$

где $n!$ — факториал числа n , равный произведению всех чисел от 1 до n .

👉 Пример: Сколькими способами можно рассадить 5 человек в ряд?

Ответ: $5! = 120$.

- **Перестановки с повторениями** (если есть одинаковые элементы):

$$P_n^{(k_1, k_2, \dots, k_m)} = \frac{n!}{k_1! \cdot k_2! \cdot \dots \cdot k_m!}$$

где k_1, k_2, \dots, k_m — количество одинаковых элементов каждого вида.

👉 Пример: Слово «МАМА» (4 буквы, из них 2 одинаковые «М» и 2 одинаковые «А»).

2. Сочетания (Combinations)

Сочетания — это набор элементов **без учёта порядка**.

- **Сочетания без повторений:**

$$C_n^k = \frac{n!}{k! \cdot (n - k)!}$$

👉 Пример: Сколькими способами можно выбрать 3 человека из 10 для команды?

Ответ: $C_{10}^3 = \frac{10!}{3! \cdot 7!} = 120$.

-
- **Сочетания с повторениями** (элемент можно брать несколько раз):

$$\overline{C}_n^k = C_{n+k-1}^k = \frac{(n + k - 1)!}{k! \cdot (n - 1)!}$$

👉 Пример: Сколькими способами можно раздать 3 одинаковых яблока 5 детям?

Ответ: $\overline{C}_5^3 = C_7^3 = 35$.

3. Размещения без повторений (Arrangements)

Если мы выбираем k элементов из n , **и порядок важен**, то формула размещений:

$$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$$

👉 Пример: если из 10 человек выбрать 3 и поставить их в очередь, порядок будет иметь значение — это $A_{10}^3 = \frac{10!}{7!}$.

- **Размещения с повторениями** (элемент может встречаться несколько раз):

$$\overline{A}_n^k = n^k$$

👉 Пример: Сколькими способами можно составить пароль из 4 цифр (от 0 до 9)?
Ответ: $10^4 = 10000$.