

Набор задач на доверительные интервалы (экзаменационного формата)

1.

Выборка объёма $n = 36$ из нормального распределения имеет выборочное среднее $\bar{X} = 10$, известно, что $\sigma = 3$.

Запишите 99% доверительный интервал для математического ожидания.

2.

Известно, что 90% доверительный интервал для μ имеет вид $(2.4; 3.6)$. Найдите соответствующий 90% доверительный интервал для μ^2 , используя приближённый подход через границы.

3.

Пусть $X_1, \dots, X_{10} \sim N(\mu, \sigma^2)$, σ неизвестно. Для построения 95% доверительного интервала для μ используется распределение:

- (A) нормальное
- (B) хи-квадрат
- (C) Стьюдента
- (D) экспоненциальное

Выберите правильный вариант.

4.

Постройте 95% доверительный интервал для математического ожидания по выборке из $n = 16$, если $\bar{X} = 20$, $S^2 = 25$, и распределение нормальное.

5.

Пусть $\bar{X}_n \pm 2 \cdot \frac{1}{\sqrt{n}}$ — 95% доверительный интервал. Найдите объём выборки, при котором ширина интервала не превышает 0.1.

6.

В исследовании среди студентов 60 из 100 заявили, что курят вейп. Найдите 95% доверительный интервал для доли.

7.

Известно, что 95% доверительный интервал для дисперсии имеет вид $(5.1; 12.7)$. Найдите соответствующий интервал для стандартного отклонения.

8.

График плотности t -распределения пересекает горизонталь на уровне 0.025 при значении $t = 2.06$. Определите число степеней свободы.

9.

В выборке из 25 наблюдений по нормальному закону выборочная дисперсия оказалась равной 4. Запишите 90% доверительный интервал для дисперсии.

10.

Для случайной величины $X \sim \text{Bin}(n, p)$, $n = 200$, получено $\hat{p} = 0.58$.

Запишите 95% доверительный интервал для p , используя приближение нормальным распределением.

11.

Доверительный интервал для разности двух математических ожиданий имеет вид:

$$(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) \pm t_{0.025, \nu} \cdot \sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}$$

Какое распределение используется? Укажите число степеней свободы.

12.

Пусть доверительный интервал для параметра $\theta \in (a; b)$. Какой интервал соответствует параметру $1/\theta$?

13.

Пусть S^2 — выборочная дисперсия. Какой интервал используется для оценки σ^2 ? Укажите распределение и формулу.

14.

Для двух выборок построен доверительный интервал для отношения дисперсий. При этом используется распределение:

- (A) t
- (B) F
- (C) χ^2
- (D) нормальное

15.

Известно, что 90% доверительный интервал для μ имеет ширину 2. При каком уровне доверия ширина интервала уменьшится до 1.5?
