SORBONNE UNIVERSITÉ

Advanced Speech and Audio Processing (MU5RBI20)

Cours 1 (2h) & 2 (1h) : Outils d'acoustique

H. Boutin,

henri.boutin@sorbonne-universite.fr

Plan

1- Introduction

- Définitions
- Contexte et objectifs
- Hypothèses

2- Equations générales de l'acoustique linéaire non-dissipative

- Equation de conservation de la masse
- Equation d'Euler
- Equation d'état

3- Equation des ondes sans source

- Equation des ondes pour un fluide parfait
- Potentiel des vitesses
- Solution: ondes planes

4- Equation des ondes avec source

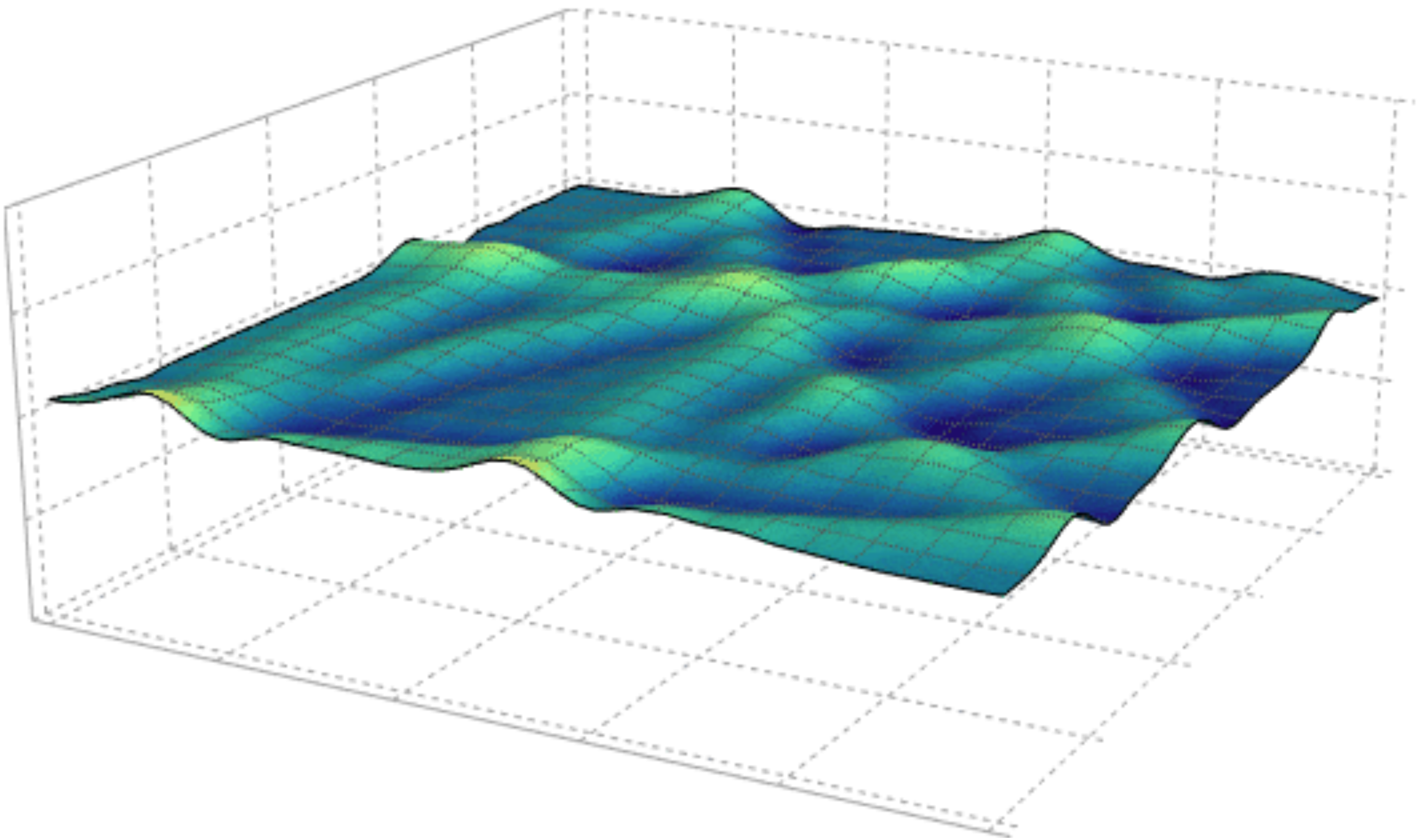
- Potentiel des vitesses
- Equations générales
- Equation des ondes
- Solution pour une source ponctuelle et impulsionnelle
- Solution pour une source quelconque

1- INTRODUCTION

❑ Définitions

- *Signal audio*

Les signaux audio sont des vibrations qui se propagent sous la forme d'une déformation élastique du milieu.



Simulation d'onde acoustique se propageant en 2D dans un espace clos

- Définitions
  - *Signal audio*

Les signaux audio sont des vibrations qui se propagent sous la forme d'une déformation élastique du milieu.

  - *Elasticité*

Propriété d'un milieu / matériau à retrouver son état initial (forme, taille, énergie) lorsque l'apport d'énergie (forces …) à l'origine de la déformation cesse. [wikipédia], **mise en évidence** : Boyle et Mariotte, vers 1660.

Déformation élastique: déformation réversible (≠ déformation plastique).

Etat initial : état où l'énergie est la plus faible

NB: *Un matériau / milieu élastique retourne dans son état initial jusqu'à une certaine limite de la valeur des forces exercées / de l'énergie apportée…* [wikipédia]

Définitions

- *Signal audio*

Les signaux audio sont des vibrations qui se propagent sous la forme d'une déformation élastique du milieu.

- *Elasticité*

<u>Exemples de milieux élastiques</u> : solides : métal (acier,…), bois, tissus biologiques, béton…
fluide : eau, air, …

Définitions

- *Signal audio*

Les signaux audio sont des vibrations qui se propagent sous la forme d'une déformation élastique du milieu.

- *Elasticité*

Exemples de milieux élastiques : solides : métal (acier,…), bois, tissus biologiques, béton…
fluide : eau, air, …
pas le vide!!!

Définitions

- *Ondes acoustiques*

[...] Ce petit espace, que je suppose dans le mouvement de chaque particule de l’air lorsqu’il se fait du bruit, est pareil à celui que parcourent de petites boules arrangées sur un plan en ligne droite lorsque, ayant poussée le première, on fait qu’elle remue la dernière en remuant toutes celles qui sont entre deux. Car pour faire que la dernière soit ainsi remuée par la première, le moindre espace que l’on se puisse imaginer suffit.
Claude Perrault, 1613-1688

Définitions

- *Ondes acoustiques*

Le son se propage dans l'air sous la forme d'une perturbation longitudinale produisant sur son passage une **variation de propriétés physiques locales autour d'une valeur statique**:

Pression : $P_{\text{tot}}(\vec{r},t) = P_0 + p\left(\vec{r},t\right)$ Vitesse particulaire : $\vec{U}_0 + \vec{u}\left(\vec{r},t\right)$

Masse volumique : $\rho_{\text{tot}}(\vec{r},t) = \rho_0 + \rho(\vec{r},t)$ Température : $T_{\text{tot}}\left(\vec{r},t\right) = T_0 + \tau\left(\vec{r},t\right)$

Composantes acoustiques = « variations » : $p\left(\vec{r},t\right)$, $\vec{u}\left(\vec{r},t\right)$, $\rho(\vec{r},t)$ et $\tau\left(\vec{r},t\right)$

Composantes statiques : P_0 ?,
U_0 ?,
ρ_0 ?,
T_0 ?

Définitions

- *Ondes acoustiques*

Le son se propage dans l'air sous la forme d'une perturbation longitudinale produisant sur son passage une **variation de propriétés physiques locales autour d'une valeur statique**:

Pression : $P_{\text{tot}}(\vec{r},t) = P_0 + p\left(\vec{r},t\right)$

Vitesse particulaire : $\vec{U}_0 + \vec{u}\left(\vec{r},t\right)$

Masse volumique : $\rho_{\text{tot}}(\vec{r},t) = \rho_0 + \rho(\vec{r},t)$

Température : $T_{\text{tot}}\left(\vec{r},t\right) = T_0 + \tau\left(\vec{r},t\right)$

Composantes acoustiques = « variations » : $p\left(\vec{r},t\right)$, $\vec{u}\left(\vec{r},t\right)$, $\rho(\vec{r},t)$ et $\tau\left(\vec{r},t\right)$

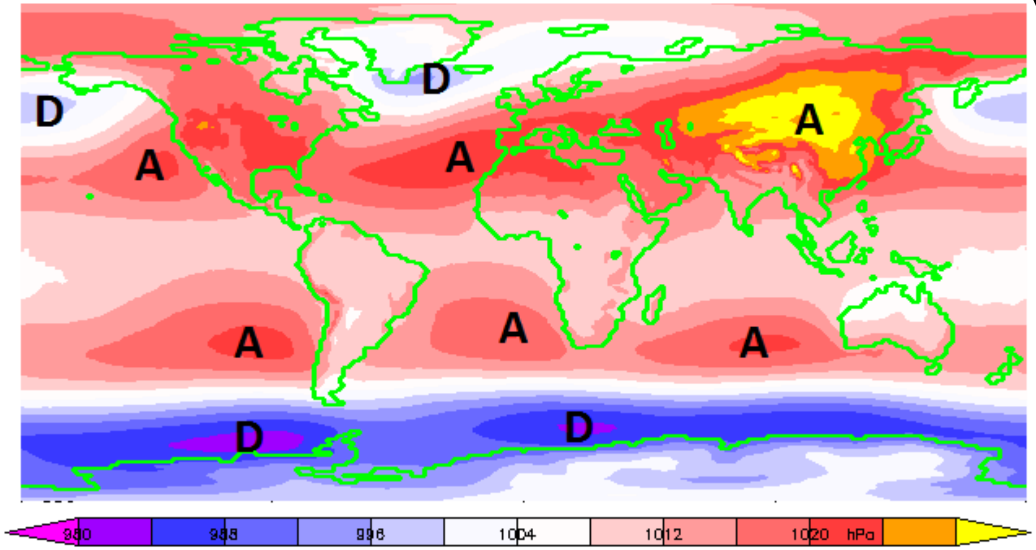
Composantes statiques : $P_0 \approx 1013$ hPa $= 1.013 \,.\, 10^5$ Pa $= 1.013$ bar

$\rho_0 \approx 1.2$ kg.m^{-3} à 20°C

$U_0 \approx 0$ m.s^{-1}

$T_0 \in [-89.2$ °C, 56.7 °C$]$

$\langle T_0 \rangle \approx 15$ °C $= 288.15$ K



Pression statique (=moyenne) au niveau de la mer entre déc. et fév. (hPa)

❑ Définitions

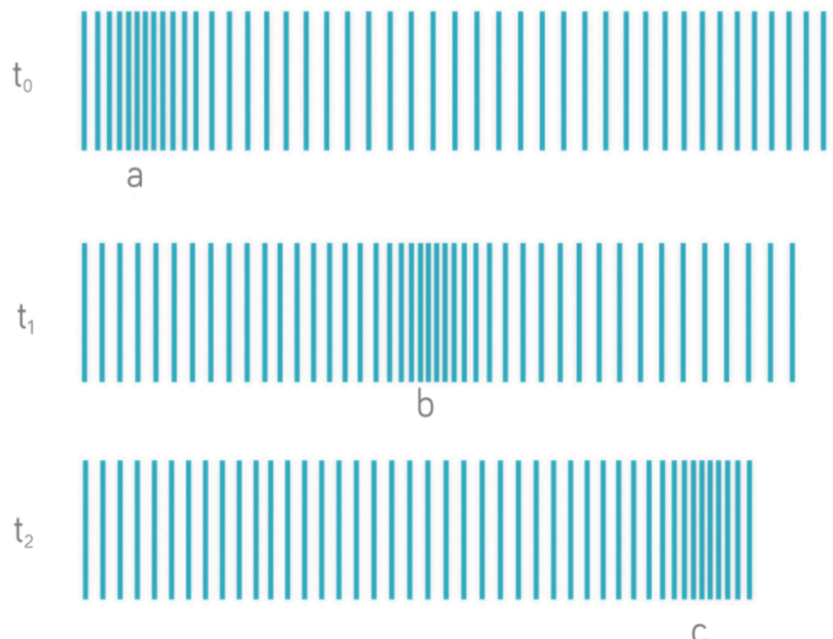
- *Ondes acoustiques*

Le son se propage dans l'air sous la forme d'une **perturbation longitudinale** produisant sur son passage une variation de propriétés physiques locales autour d'une valeur statique.

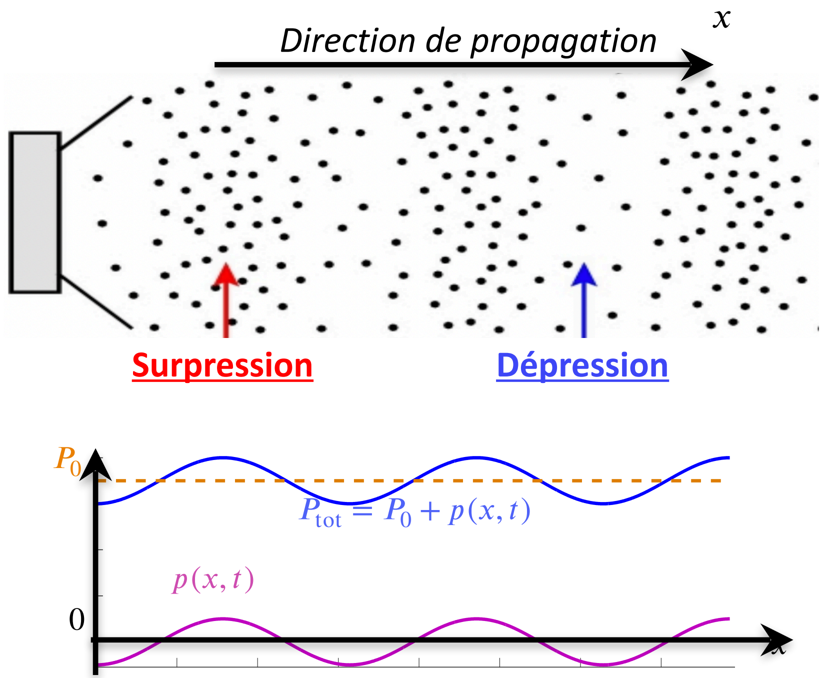
Elle est produite par la vibration d'un support fluide ou solide.

Elle transporte de l'énergie sans pour autant transporter de la matière.

Modèle mathématique de propagation du signal audio dans l'air: **onde mécanique longitudinale**.



Onde mécanique longitudinale dans un ressort



Onde de pression (longitudinale)

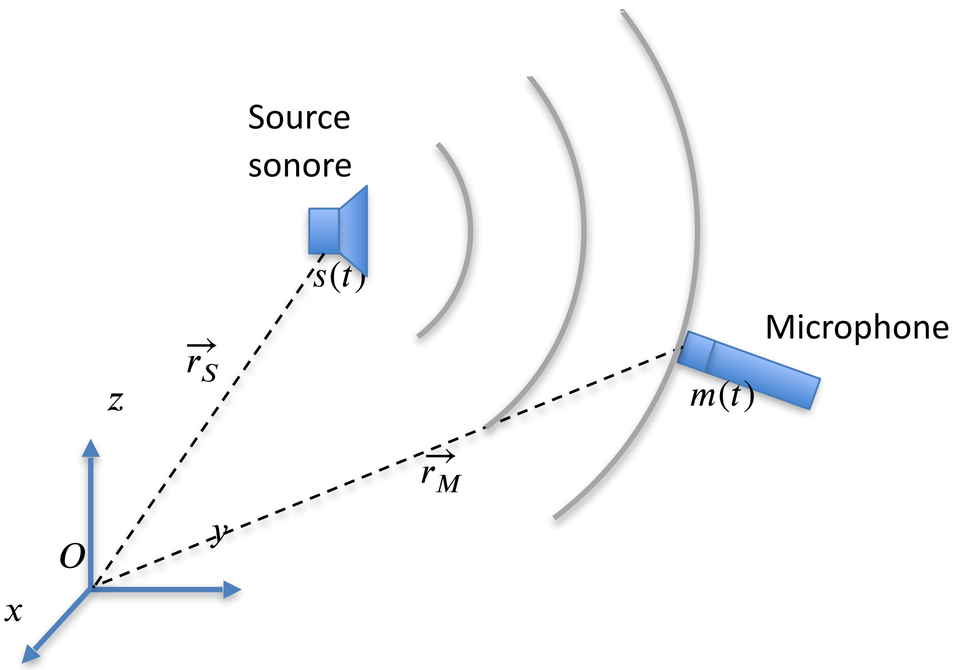
❑ Contexte

- *Onde acoustique :*

  - produite par une source : haut-parleur, plis vocaux, instruments de musique, …

  - se propageant dans l'air:

    - dans un ***guide d'onde*** (conduit vocal)
    - dans une salle : ***champ diffus***
    - à proximité de la source : ***champ proche***
    - loin de la source : ***champ lointain***



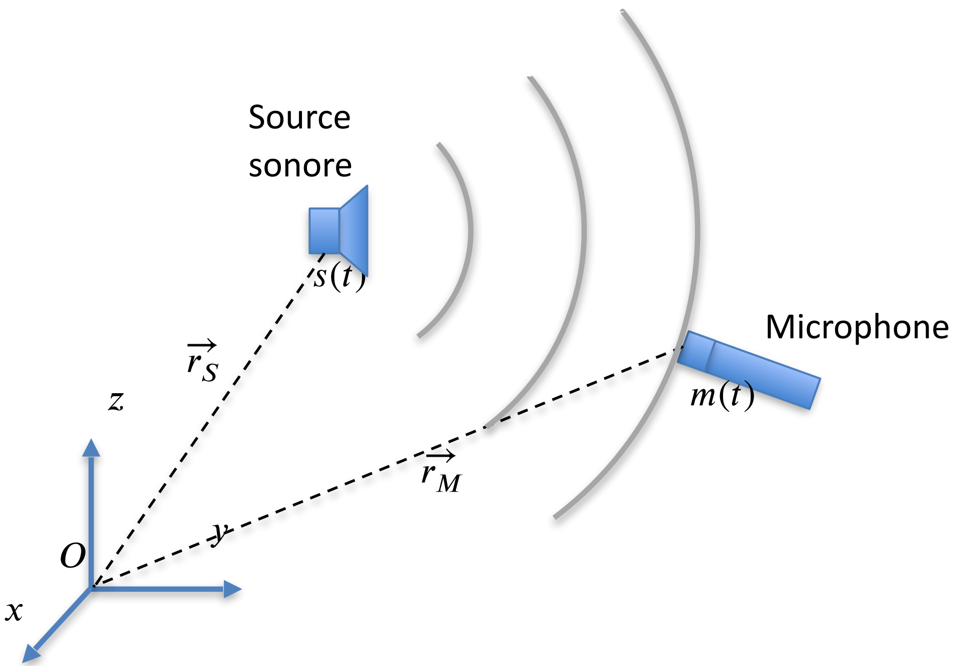
Ex. de dispositif de mesure d'une onde sonore sphérique émise par une source

Comment exprimer le signal $m(t)$ en fonction du signal $s(t)$?

Objectifs

- *Exprimer $m(t)$ en l'absence de source*, dans le cas d'une propagation dans l'air
  - dans un guide d'onde (p.ex. conduit vocal)
  - dans une salle (champ diffus)
  - dans le cas d'une onde plane: champ lointain
  - dans le cas d'une onde sphérique: champ proche

- *Exprimer $m(t)$ en présence d'une source*, en fonction de $s(t)$

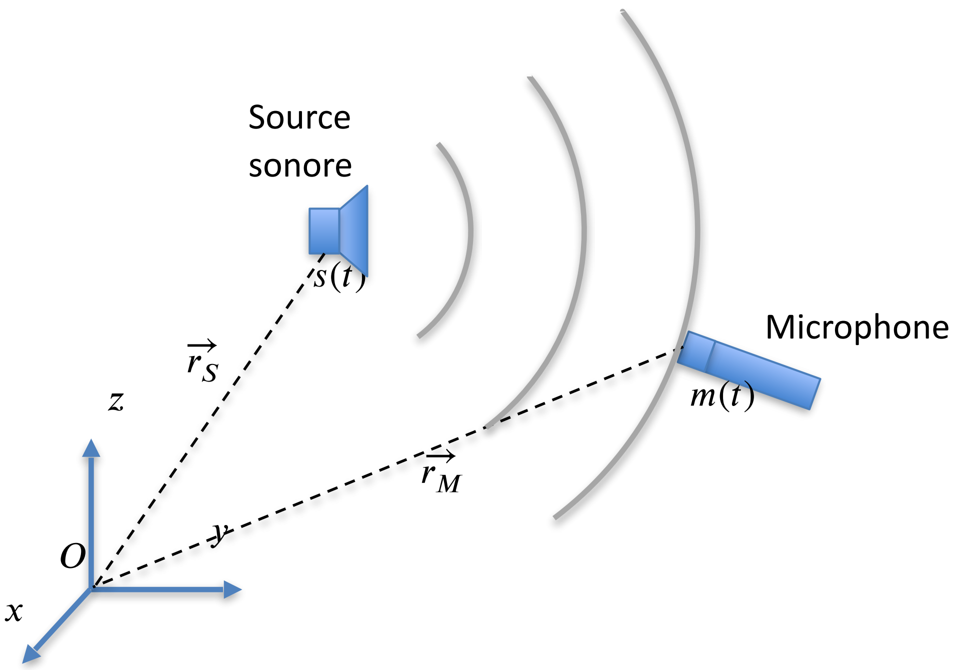


Ex. de dispositif de mesure d'une onde sonore sphérique émise par une source

❑ Objectifs

1. Etablir l'équation de propagation en fluide non-dissipatif

2. Calculer les solutions dans quelques cas simples



Ex. de dispositif de mesure d'une onde sonore sphérique émise par une source

- Hypothèses
  - *Milieu de propagation*
  - *Acoustique linéaire*
  - *Principe de superposition*

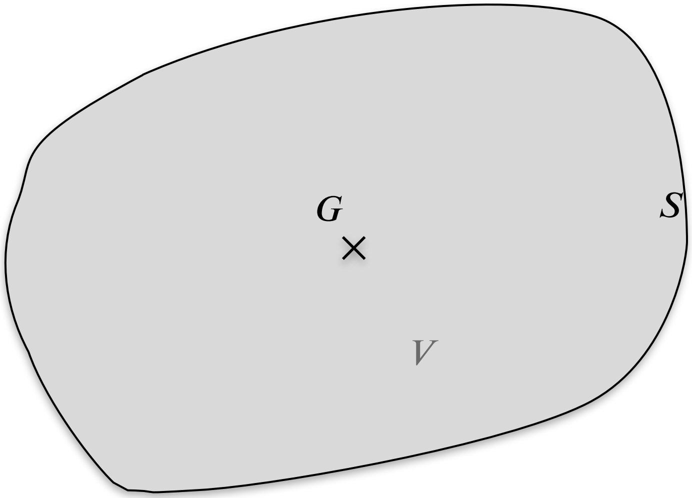
2- ÉQUATIONS GÉNÉRALES DE L'ACOUSTIQUE LINÉAIRE NON-DISSIPATIVE

3 équations / 3 inconnues

- *Equation de conservation de la masse :* $\frac{\partial \rho}{\partial t} = f_1(\mathrm{div}\left(\rho \vec{u}\right))$ 1
- *Equation d'Euler :* $\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} = f_2\left(\overrightarrow{\mathrm{grad}}(p)\right)$ 2
- *Equation d'état :* $p = f_3(\rho)$ 3
- 1 + 2 + 3 $\Rightarrow$ *Equation des ondes*.

Conservation de la masse *(continuité)*

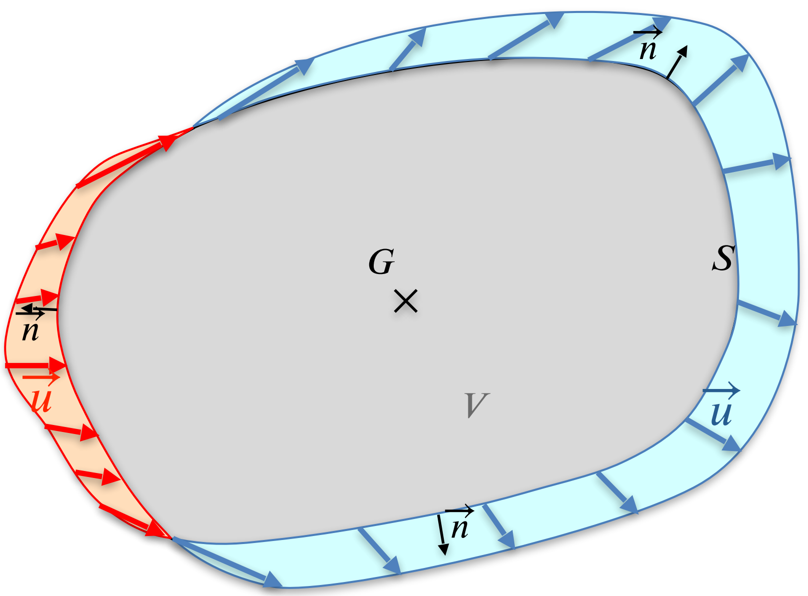
Pendant δt, en l'absence de source, variation de masse ??



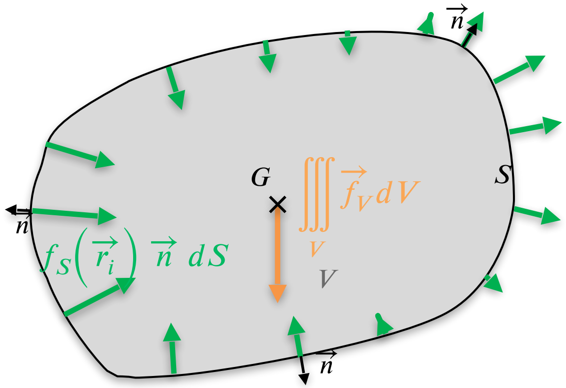
Conservation de la masse *(continuité)*

Pendant δt, en l'absence de source, variation de masse ??

$$\delta m / \delta t \quad = (\delta m_{\text{in}} - \delta m_{\text{out}})/\delta t \Rightarrow \text{localement : } \frac{\partial \rho_{\text{tot}}}{\partial t} = -\ \text{div}\left(\rho_{\text{tot}}\,\vec{u}\right)$$

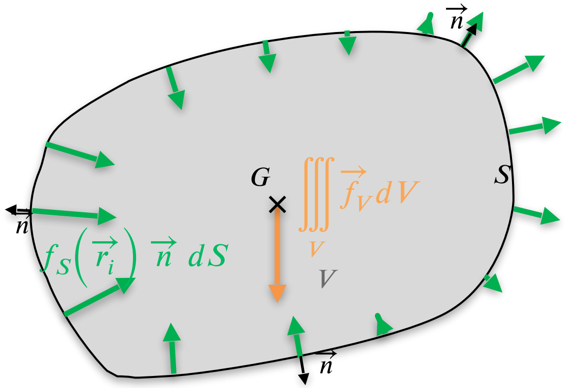


- Euler *(conservation de la quantité de mouvement)*
  - *Bilan des forces*

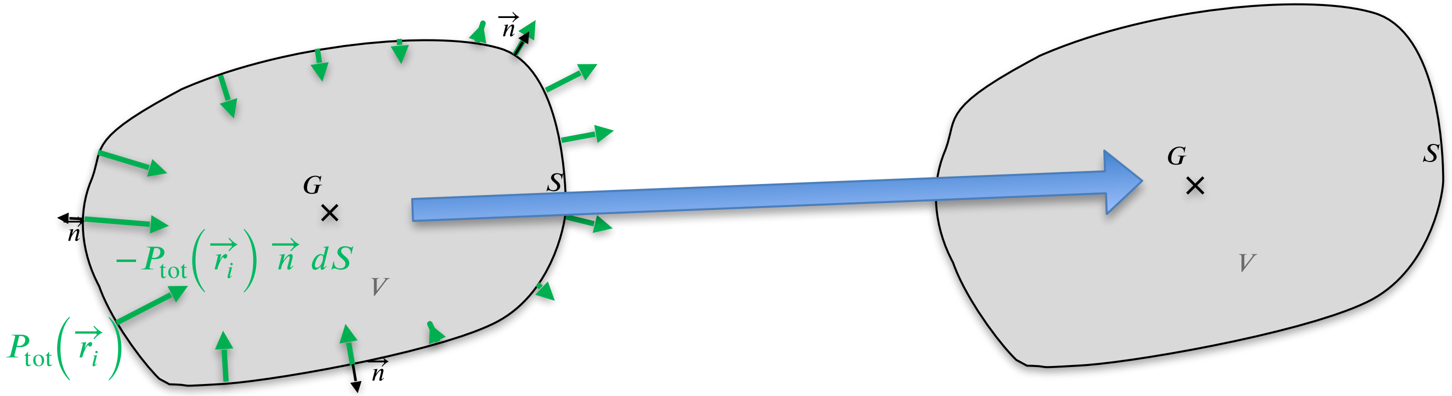


- Euler *(conservation de la quantité de mouvement)*
  - *Bilan des forces*

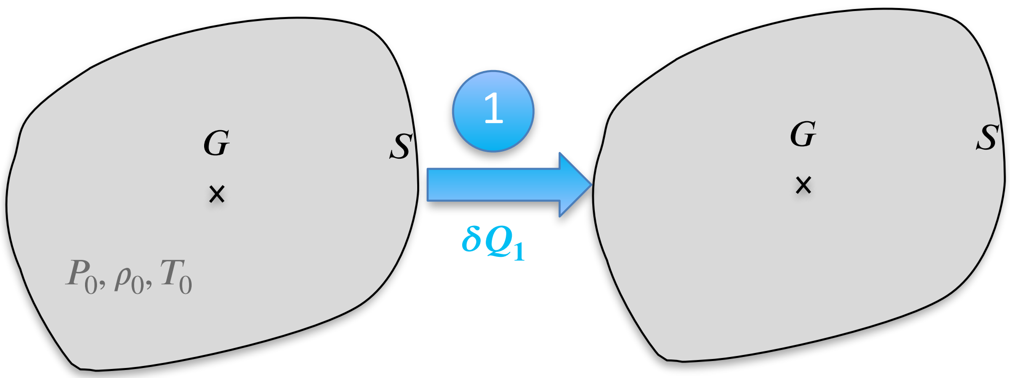
  - *Hypothèses*



- Euler *(conservation de la quantité de mouvement)*
  - *Bilan des forces*
  - *Hypothèses*
  - *Principe Fondamental de la Dynamique :* ⇒ localement : $\rho_{\text{tot}}\dfrac{D\vec{u}}{Dt} \qquad = -\overrightarrow{\text{grad}}\left(P_{tot}\left(\vec{r}\right)\right)$

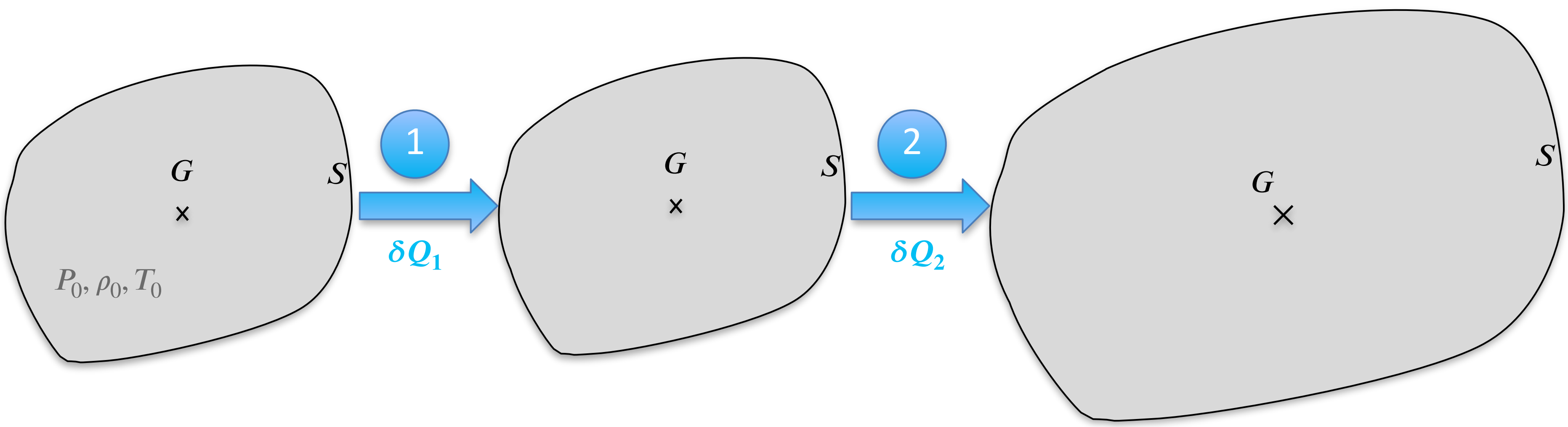


- Equation d'état
  - *Hypothèses*



Equation d'état

- *Hypothèses*



3- ÉQUATION DES ONDES SANS SOURCE

Equation des ondes sans source

- 3 équations en l'absence de source
  - *Equation de conservation de la masse :* $\dfrac{\partial \rho_{\text{tot}}}{\partial t} = -\ \text{div}\left(\rho_{\text{tot}}\,\vec{u}\right)$ 1
  - *Equation d'Euler :* $\rho_{\text{tot}}\dfrac{D\vec{u}}{Dt} = -\,\overrightarrow{\text{grad}}\left(P_{\text{tot}}\right)$ 2
  - *Equation d'état :* $p = \rho\, c^2$ 3
- Linéarisation au 1er ordre

Equation des ondes sans source

- 3 équations en l'absence de source
  - *Equation de conservation de la masse :* $\dfrac{\partial \rho_{\text{tot}}}{\partial t} = -\ \text{div}\left(\rho_{\text{tot}}\,\vec{u}\right)$ 1
  - *Equation d'Euler :* $\rho_{\text{tot}} \dfrac{D\vec{u}}{Dt} = -\,\overrightarrow{\text{grad}}\left(P_{\text{tot}}\right)$ 2
  - *Equation d'état :* $p = \rho\, c^2$ 3
- Linéarisation au 1er ordre
- Equation des ondes / de d'Alembert, pour un fluide parfait en l'absence de source

- 3 équations en l'absence de source
  - *Equation de conservation de la masse :* $\frac{\partial \rho_{\text{tot}}}{\partial t} = -\ \text{div}\left(\rho_{\text{tot}}\,\vec{u}\right)$ 1
  - *Equation d'Euler :* $\rho_{\text{tot}} \frac{D\vec{u}}{Dt} = -\,\overrightarrow{\text{grad}}\left(P_{\text{tot}}\right)$ 2
  - *Equation d'état :* $p = \rho\, c^2$ 3
- Linéarisation au 1er ordre
- Equation des ondes / de d'Alembert, pour un fluide parfait en l'absence de source
- Hypothèse harmonique : équation de Helmholtz

Potentiel des vitesses

- *Equation d'Euler linéarisée en l'absence de source*

$$\rho_0 \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} = -\overrightarrow{\text{grad}}(p) \Rightarrow \rho_0 \frac{\partial}{\partial t} \overrightarrow{\text{rot}}\left(\vec{u}\right) = \vec{0} \text{ (car } \overrightarrow{\text{rot}}\left(\overrightarrow{\text{grad}}\right) = \vec{0}\text{)}$$

Donc $\overrightarrow{\text{rot}}\left(\vec{u}\right)$ ne dépend que de x et pas de t.

- Potentiel des vitesse *pour un champ irrotationnel*
  - *Définition*

- Potentiel des vitesse *pour un champ irrotationnel*
  - *Définition*

- Potentiel des vitesse *pour un champ irrotationnel*
  - *Définition*
  - *Remarques:*
    - *Le potentiel des vitesses* ϕ *vérifie l'équation des ondes*
    - *La vitesse particulaire* $\overrightarrow{u}$ *vérifie l'équation des ondes*

Solution onde plane

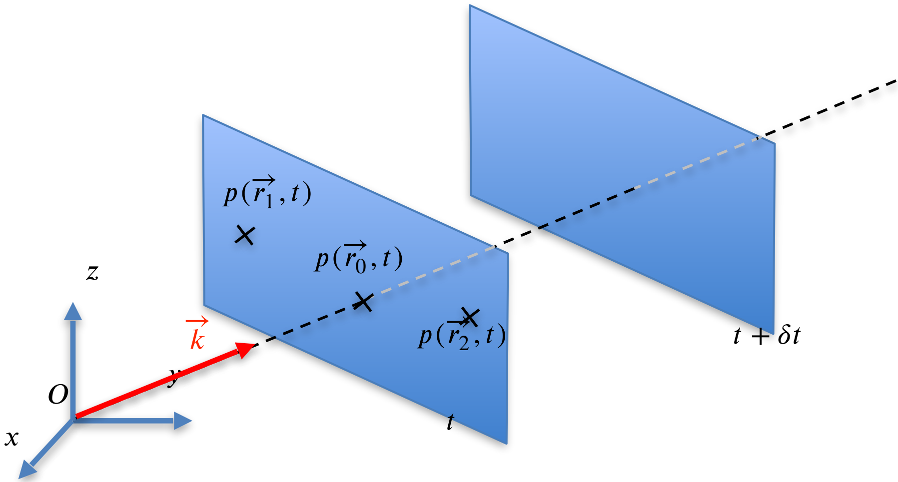
$p\left(\overrightarrow{r}, t\right) = Ae^{j(\omega t \pm \overrightarrow{k}.\overrightarrow{r})}$ sont solutions de l'équation des ondes $\Delta p - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0$

ssi $\overrightarrow{k} = \left(k_x,\ k_y,\ k_z\right)^T$ vérifie la relation de dispersion : $\|\overrightarrow{k}\|^2 = k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = \omega^2/c$

$p\left(\overrightarrow{r}, t\right)$ est $\frac{2\pi}{\omega}$–périodique. $\omega = 2\pi f$ représente donc la pulsation de l'onde (rad.s-1) et f la fréquence (Hz).

- Solution onde plane
  - *Fronts d'onde*

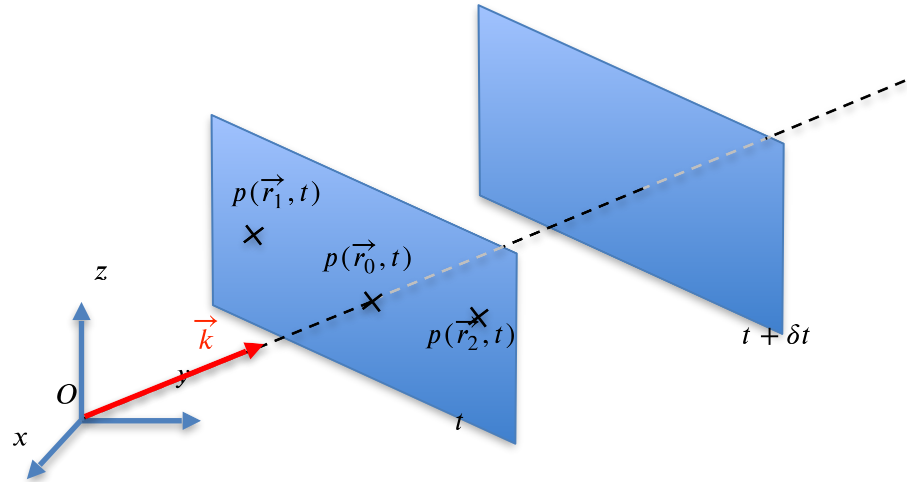
1- En $\overrightarrow{r_0}$ à l'instant t_0, $p(\overrightarrow{r_0}, t_0) =$



Solution onde plane

- *Fronts d'onde*

1- En $\overrightarrow{r_0}$ à l'instant t_0, $p(\overrightarrow{r_0}, t_0) =$

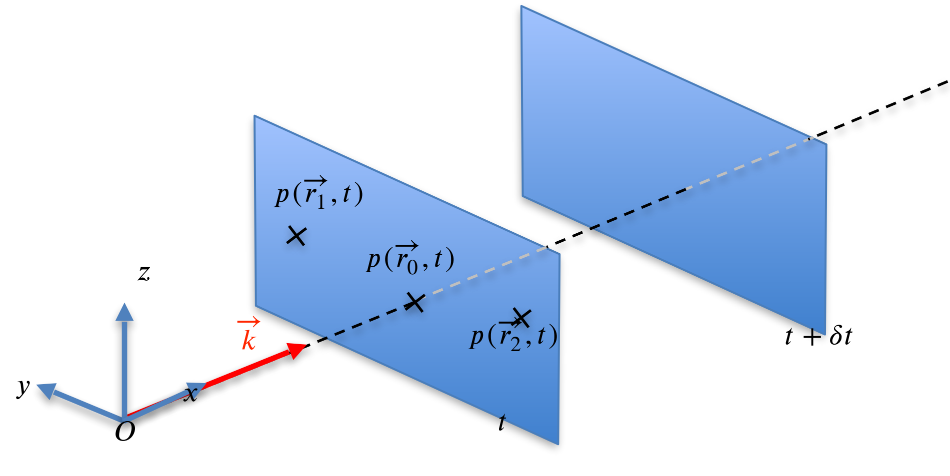


2- En $\overrightarrow{r} = \overrightarrow{r_0} + \overrightarrow{\Delta r}$, à l'instant $t_0 + \Delta t$:

$$p\left(\overrightarrow{r_0} + \overrightarrow{\Delta r}, t_0 + \Delta t\right) \quad =$$

- Solution onde plane
  - *Fronts d'onde*

1- En $\overrightarrow{r_0}$ à l'instant t_0, $p(\overrightarrow{r_0}, t_0) =$



2- En $\overrightarrow{r} = \overrightarrow{r_0} + \overrightarrow{\Delta r}$, à l'instant $t_0 + \Delta t$:

$p\left(\overrightarrow{r_0} + \overrightarrow{\Delta r}, t_0 + \Delta t\right) \quad =$

3- On définit un nouveau repère $\left(\overrightarrow{e_x}, \overrightarrow{e_y}, \overrightarrow{e_z}\right)$ tel que $\overrightarrow{e_x}$ et $\overrightarrow{k}$ sont parallèles, dans lequel on note $\overrightarrow{k} = k\overrightarrow{e}_x$.

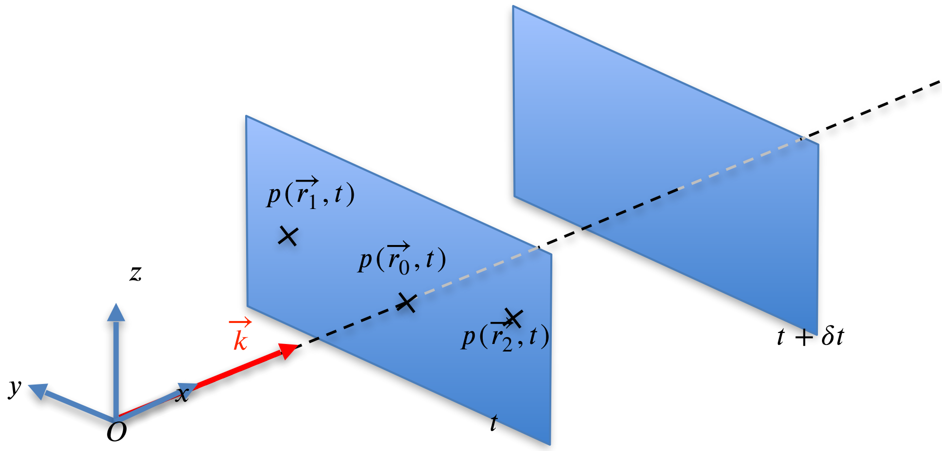
k s'appelle le nombre d'onde.

Alors les solutions de l'équation des ondes se notent $p(x, t) =$

Solution onde plane

- *Fronts d'onde*

1- En $\vec{r_0}$ à l'instant t_0, $p(\vec{r_0}, t_0) =$



2- En $\vec{r} = \vec{r_0} + \vec{\Delta r}$, à l'instant $t_0 + \Delta t$:

$p\left(\vec{r_0} + \vec{\Delta r}, t_0 + \Delta t\right) \quad =$

3- On définit un nouveau repère $\left(\vec{e_x}, \vec{e_y}, \vec{e_z}\right)$ tel que $\vec{e_x}$ et $\vec{k}$ sont parallèles, dans lequel on note $\vec{k} = k\vec{e}_x$.

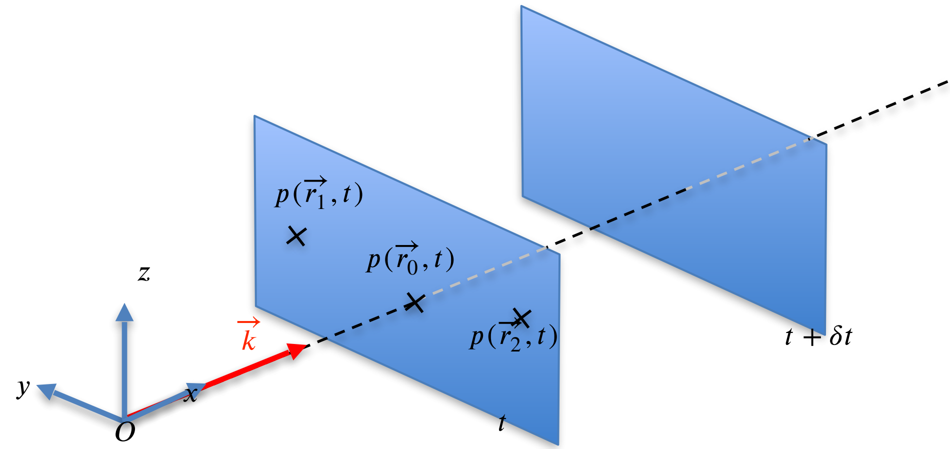
k s'appelle le nombre d'onde.

Alors les solutions de l'équation des ondes se notent $p(x, t) =$

4- *Vitesse de phase* v_ϕ= vitesse de propagation des fronts d'onde = $\left|\Delta r/\Delta t\right| = \dfrac{\omega}{k} = c$

❑ Solution onde plane

- *Fronts d'onde*



1- En $\vec{r_0}$ à l'instant t_0, $p(\vec{r_0}, t_0) =$

2- En $\vec{r} = \vec{r_0} + \vec{\Delta r}$, à l'instant $t_0 + \Delta t$:

$p\left(\vec{r_0} + \vec{\Delta r}, t_0 + \Delta t\right) \quad =$

3- On définit un nouveau repère $\left(\vec{e_x}, \vec{e_y}, \vec{e_z}\right)$ tel que $\vec{e_x}$ et $\vec{k}$ sont parallèles, dans lequel on note $\vec{k} = k\vec{e}_x$.

k s'appelle le nombre d'onde.

Alors les solutions de l'équation des ondes se notent $p(x,t) =$

4- *Vitesse de phase* v_ϕ= vitesse de propagation des fronts d'onde = $\left|\Delta r / \Delta t\right| = \dfrac{\omega}{k} = c$

5- Valeurs pour l'air

4- ÉQUATION DES ONDES AVEC SOURCE

Source acoustique

On considère une source de débit volumique $s(\overrightarrow{r}, t)$(en m^3.s^{-1}/m^3) située dans une zone de l'espace $\mathscr{D}$ et allumée aux instants de $I \subset \mathbb{R}_+$.

Equations générales de l'acoustique en présence d'une source

- *Equation de continuité / conservation de la masse :* $\dfrac{\partial \rho_{\text{tot}}}{\partial t} = -\operatorname{div}\left(\rho_{\text{tot}} \overrightarrow{u}\right) + \boldsymbol{\rho_{\text{tot}} s}$
- *Equation d'Euler :* $\rho_{\text{tot}} \dfrac{D\overrightarrow{u}}{Dt} = -\overrightarrow{\text{grad}}\left(P_{\text{tot}}\right)$
- *Equation d'état en régime adiabatique :* $p = \rho\, c^2$

- Source acoustique

On considère une source de débit volumique $s(\vec{r}, t)$(en m³.s⁻¹/m³) située dans une zone de l'espace $\mathscr{D}$ et allumée aux instants de $I \subset \mathbb{R}_+$.

- Equations générales de l'acoustique en présence d'une source

  - *Equation de continuité / conservation de la masse :* $\dfrac{\partial \rho_{\text{tot}}}{\partial t} = -\operatorname{div}\left(\rho_{\text{tot}} \vec{u}\right) + \boldsymbol{\rho_{\text{tot}} s}$
  - *Equation d'Euler :* $\rho_{\text{tot}} \dfrac{D\vec{u}}{Dt} = -\overrightarrow{\text{grad}}\left(P_{\text{tot}}\right)$
  - *Equation d'état en régime adiabatique :* $p = \rho\, c^2$
  - *Linéarisation au 1er ordre :*

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\rho_0 \operatorname{div}\left(\vec{u}\right) + \boldsymbol{\rho_0 s}, \ (\operatorname{div}(\rho\vec{u})\ \textit{négligé et}\ \frac{\partial \rho_0}{\partial t} = 0\ )$$

et $$\rho_0 \left(\frac{\partial \vec{u}}{\partial t}\right) = -\overrightarrow{\text{grad}}\left(p\right), \ (\vec{u}\ \operatorname{div}\left(\vec{u}\right)\ \textit{négligé et}\ \overrightarrow{\text{grad}}\left(P_0\right) = 0)$$

Source acoustique

On considère une source de débit volumique $s(\vec{r},t)$(en m³.s⁻¹/m³) située dans une zone de l'espace $\mathscr{D}$ et allumée aux instants de $I \subset \mathbb{R}_+$.

Equations générales de l'acoustique en présence d'une source

- *Equation de continuité / conservation de la masse :* $\frac{\partial \rho_{\text{tot}}}{\partial t} = -\operatorname{div}\left(\rho_{\text{tot}}\vec{u}\right) + \boldsymbol{\rho_{\text{tot}} s}$
- *Equation d'Euler :* $\rho_{\text{tot}}\frac{D\vec{u}}{Dt} = -\overrightarrow{\text{grad}}\left(P_{\text{tot}}\right)$
- *Equation d'état en régime adiabatique :* $p = \rho\, c^2$
- *Linéarisation au 1er ordre :*

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\rho_0 \operatorname{div}\left(\vec{u}\right) + \boldsymbol{\rho_0 s},\ (\operatorname{div}(\rho\vec{u})\ \textit{négligé et}\ \frac{\partial \rho_0}{\partial t} = 0\ )$$

et $$\rho_0\left(\frac{\partial \vec{u}}{\partial t}\right) = -\overrightarrow{\text{grad}}\left(p\right),\ (\vec{u}\ \operatorname{div}\left(\vec{u}\right)\ \textit{négligé et}\ \overrightarrow{\text{grad}}\left(P_0\right) = 0)$$

Equations de d'Alembert en présence d'une source

- *en pression* pour un fluide parfait avec source :
- *en potentiel de vitesse ϕ*

Solution

- *pour* ***une source ponctuelle et impulsionnelle :*** **fonction de Green**

La solution de l'équation des ondes en $\overrightarrow{r}$ à l'instant t, notée $G(\overrightarrow{r},t)$ pour une source ponctuelle et impulsionnelle placée au point $\overrightarrow{0}$ et allumée à l'instant $t=0$, $\delta\left(\overrightarrow{r}\right)\delta(t)$, est appelée fonction de Green.

Elle vérifie :

- Solution
  - *pour* ***une source ponctuelle et impulsionnelle :*** **fonction de Green**

La solution de l'équation des ondes en $\vec{r}$ à l'instant t, notée $G(\vec{r}, t)$ pour une source ponctuelle et impulsionnelle placée au point $\vec{0}$ et allumée à l'instant $t = 0$, $\delta\left(\vec{r}\right)\delta(t)$, est appelée fonction de Green.

  - *pour* ***une source quelconque***

- Solution
  - *Calcul de la fonction de Green en 3D*

    Méthode :

    a- Transformée de Fourier spatiale et temporelle de l'équation de d'Alembert;

    b- Expression de la TF de $G\left(\vec{r}, t\right)$, notée $\tilde{G}\left(\vec{\chi}, \omega\right)$

- Solution
  - *Calcul de la fonction de Green en 3D*

Méthode :

a- Transformée de Fourier spatiale et temporelle de l'équation de d'Alembert;

b- Expression de la TF de $G\left(\vec{r},t\right)$, notée $\tilde{G}\left(\vec{\chi},\omega\right)$

c- TF inverse de $\tilde{G}\left(\vec{\chi},\omega\right)$ par intégration sur les variables $\vec{\chi}$ et ω.

$$\Rightarrow G\left(\vec{r},t\right) = \frac{-1}{4\pi\left\|\vec{r}\right\|}\delta\left(\frac{\left\|\vec{r}\right\|}{c}-t\right)$$

Et donc $\phi\left(\vec{r},t\right) =$

Références

- Valette, C., *Notes de cours de Claude Valette*, chap.1- Ondes et vibrations, DEA ATIAM, Juin 2000, http://gsam.sfa.free.fr/fichiers/cours.htm

- Bruneau, M., *Manuel d'Acoustique Fondamentale*, chap.1-4, ed. Hermès, Paris 1998.

- Pierce, A.D., *Acoustics : An Introduction to Its Physical Principles and Applications*, Mc. Graw-Hill Book Company.

- Chaigne, A. et Kergomard, J., *Acoustique des instruments de musique*. Belin, 2008.