

ALGORITHMIQUE DE GRAPHS & OPTIMISATION

DEVOIR SURVEILLÉ

Nombre de pages: 3
Documents: Non Autorisés

Date: 15/03/2016
Durée: 2H

Exercice 1 (4 points)

Trois pays envoient chacun à une conférence deux espions ; chaque espion doit espionner tous les espions des autres pays.

1. Représenter cette situation par un graphe d'ordre 6.
2. Ce graphe est-il complet (Justifier) ? Est-il connexe (justifier) ?
3. (a) Quelle est le degré de chaque sommet ?
(b) **En déduire, en justifiant**, le nombre d'arêtes du graphe.

Exercice 2 (4 points)

Soit G le graphe à 6 sommets: A, B, C, D, E, et F, dont la représentation par matrice d'adjacence est la suivante:

$$M = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

1. Tracer le graphe G .
2. Appliquer à ce graphe l'algorithme de parcours en profondeur à partir du sommet A.
3. Déterminer les composantes fortement connexe de ce graphe en utilisant le parcours en profondeur de la question 2 et en explicitant votre démarche.

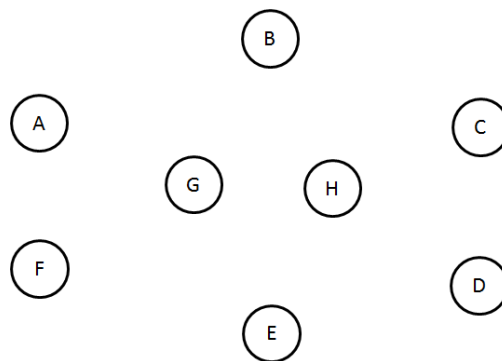
Exercice 3 (6 points)

Un village de huit maisons A, B, C, D, E, F, G et H est relié par un réseau routier. Ce réseau est modélisé par un graphe représenté en machine de la façon suivante:

A	B	C	D	E	F	G	H								
2	6	2	4	4	4	4	4								
B	F	C	D	F	G	H	D	E	H	F	G	H	G	H	
4	8	10	12	9	7	3	3	6	10	7	6	3	4	3	

- La première ligne représente les sommets du graphe,
- la seconde le nombre des adjacents de chaque sommet,
- la troisième la liste des adjacents de chaque sommet dans l'ordre,
- et la quatrième représente les valuations des arêtes considérées dans l'ordre de la troisième ligne.

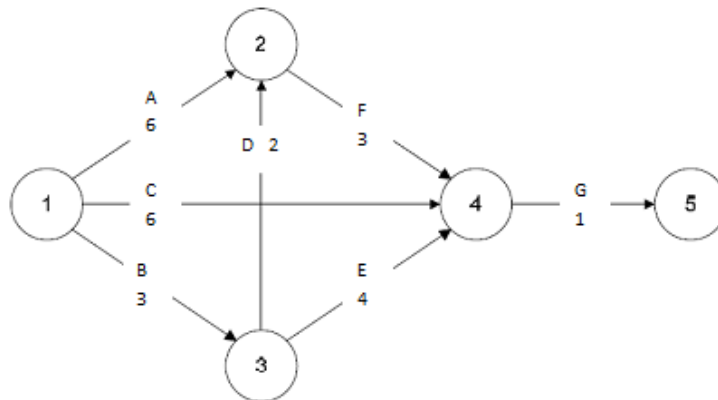
1. Représenter le graphe correspondant dans le plan. (Les sommets seront placés comme indiqué ci-dessous)



2. Un médecin de campagne habitant en G veut déterminer, en cas d'urgence médicale, les itinéraires les plus rapides le reliant à chacun des autres lieux du village.
 - (a) Définir la nature de ce problème.
 - (b) Adapter et réécrire l'algorithme de Dijkstra pour résoudre ce problème.
 - (c) Résoudre ce problème.
 - (d) Déterminer les différents itinéraires à emprunter.
 - (e) Faire une représentation du graphe partiel correspondant aux itinéraires obtenus.

Exercice 4 (6 points)

Soit le graphe d'ordonnancement d'un projet, représenté par la figure ci-dessous et réalisé suivant la méthode PERT.



1. Déterminer les contraintes de précédence qui relient les différentes tâches du projet.
2. Représenter le graphe potentiel-tâche correspondant à ce projet.
3. Déterminer la durée minimale de réalisation du projet en explicitant votre démarche.
4. Quelles sont les tâches critiques? Quels sont les chemins critiques ?
5. On considère les contraintes complémentaires suivantes, indépendantes l'une de l'autre:
 - La tâche **E** doit commencer dès que **B** est terminée.
 - La tâche **G** commence au plus tard 8 unités de temps après le début des travaux.

Dans chacun de ces cas:

- (a) Traduire les contraintes complémentaires par des équations mathématiques.
- (b) Décrire les modifications correspondantes dans le graphe potentiel-tâche.
- (c) Donner les conséquences de ces modifications.