Université de Thiès

UFR SES

Master en Science des Données et Applications / Options ES - AC

PROJET OPTIMISATION

PRESENTE PAR:

LASSANA BA

ISMAEL YODA

SOUHOUDE OUEDRAOGO

1- Problématique de résolution de ces équations

Les méthodes standards de résolution des équations non linéaire ne sont pas applicables pour certaines équations soit par ce qu'elles ont un discriminant $\Delta = a^2 - 4ac$ qui est négatif (cas des équations du second degré) soit à cause du nombre élevé de puissance des paramètres qui ne permet pas souvent d'entrevoir des solutions évidentes. La meilleure façon de résoudre ces équations seraient alors une approximation des solutions par des méthodes numériques.

2- Explication de la méthode de Newton

La méthode de Newton est une méthode de résolution de l'équation $f(x) = 0$, attention à la différence avec le théorème du point fixe qui permet de résoudre numériquement $f(x) = x$. Si x_0 est proche de la racine r on peut faire un développement de Taylor à l'ordre 1 de la fonction f en x_0 :

$$f(x) = f(x_0) + (x - x_0)\, f'(x_0) + O((x - x_0)^2)$$

Pour trouver une valeur approchée de r, on ne garde que la partie linéaire du développement, on résout :

$$f(r) = 0 \approx f(x_0) + (r - x_0)\, f'(x_0)$$

Donc (si $f'(x_0) \neq 0$) :

$$r \approx x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)}$$

Graphiquement, cela revient à tracer la tangente à la courbe représentative de f et à chercher où elle coupe l'axe des x. On considère donc la suite récurrente définie par une valeur u_0 proche de la racine et par la relation :

$$u_{n+1} = u_n - \frac{f(u_n)}{f'(u_n)}$$

Si u_0 est ``assez proche" de r alors la suite u_n converge vers r. Il faut bien choisir u_0 une convergence de la suite.

Pour une erreur de convergence p, un nombre d'itérations n et une valeur initiale x_0, nous proposons l'algorithme de résolution suivant :

Variables :

p, x_0, n entiers

f, f' fonctions

Initialisation

Lire p, x_0

Début Algorithme

Pour *i* allant 1 à N alors

$x_i = x_{i-1} - \frac{f\,(x_i)}{f'(x_i)}$

Si $|x_i - x_{i-1}| < p$ alors

Afficher x_i

Fin Si

Fin Pour

Fin Algorithme

3- description commentée de l'algorithme

Dans la proposition d'algorithme ci-dessus, il s'agit par itération de calculer les valeurs de x_1 jusqu'au nombre d'itération voulu x_n. Les valeur de $x_1, x_2, \ldots x_n$ sont calculées selon la formule $x_{n+1} = x_n - \frac{f\,(x_n)}{f'(x_n)}$. Nous avons imposé une condition d'arrêt qui est que$|x_{n+1} - x_n| < p$, p étant l'erreur. Si l'erreur est atteinte à partir d'un nombre d'itération donné, alors l'algorithme affichera la valeur de *x* correspondant.

4- Description des tests que nous avons effectués sur notre programme

Nous avons testé notre programme avec les équations 1 et 2. Il n'y a pas eu de contraintes majeur. Le seul problème était au niveau du choix de x_0. Pour certaines valeurs mal choisies de x_0, la solution divergeait.

5.1- Solution des deux problèmes 1 et 2

Pour le problème (1).$f(x)=x^3-5x^2+7x-3$, nous avons trouvé que la solution converge vers s=3 à partir de la première itération pour une valeur initiale x_0=3.

Pour le problème (2).$f(x)=x\sin(x)-x^4$, nous avons trouvé une solution qui converge vers s= –0.928626 à partir de la septième itération avec une valeur initiale x_0=-0,7.

5.2- Comparaison des résultats obtenus par la méthode de Newton avec la fonction fzero(), de Matlab

Lorsque l'on utilise la fonction fzero() de matlab, on trouve les mêmes résultats que lorsqu'on utilise la méthode de Newton. La solution de l'équation 1 converge vers 3 avec une valeur initiale de 3 et la solution de l'équation 2 converge vers -0,9286 avec une valeur initiale de -0,7.

6-Conclusion

A travers cet exercice, nous avons appris que la méthode de Newton est un puissant moyen de trouver une bonne approximation de la solution de certaines équations irrésolvable avec les méthodes standards que nous avions l'habitude d'utiliser. Aussi, avec le logiciel matlab, la fonction fzero() permet une résolution rapide de cet types d'équations. La principale difficulté que nous avons rencontrée était le choix des valeurs initiales. Nous l'avons résolu en traçant les courbes des fonctions étudiées et en prenant comme valeurs initiales les valeurs de x dont l'image était plus proche de 0. L'autre difficulté que nous avons rencontre est que nous n'avons pas bien compris la question 2 ou il est demandé de développer un algorithme pour chacune des méthodes numériques de Newton. Nous ne connaissions qu'une seule méthode numérique de Newton ce qui explique que nous n'avons écrit qu'un seul algorithme applicable dans nos problèmes. Nous connaissons la méthode quasi Newton et de Newton généralisée mais d'après nos recherches ces méthodes sont utilisables dans le cas de systèmes d'équations.