

Econ 512 Lab 4

Théorie des valeurs extrêmes

Eric Zivot

Date limite : 10 juin 2002.

1 Exercices

1. Modification de Tsay (2001), chapitre 7, exercice 2. Le fichier `d.csc9199.dat` contient les rendements journaliers de l'action Cisco Systems de 1991 à 1999 avec 2275 observations. Supposons que vous déteniez une position longue sur l'action Cisco évaluée à 1 million de dollars. Calculez la Value-at-Risk (VaR) de votre position, avec des intervalles de confiance de 95 % si possible, pour le prochain jour de négociation en utilisant les probabilités $p = 0,01$ et $p = 0,005$ et les méthodes suivantes
 - (a) Supposons que les rendements logarithmiques sont normalement distribués
 - (b) Utilisez un modèle GARCH(1,1) avec une distribution gaussienne conditionnelle.
 - (c) Utilisez un modèle GARCH(1,1) avec une distribution conditionnelle de Student-t, où vous estimez les degrés de liberté.
 - (d) Utilisez le quantile d'échantillon non conditionnel des rendements logarithmiques (simulation historique).
 - (e) Utilisez la théorie des valeurs extrêmes pour le maximum des logretours quotidiens négatifs. Utilisez des blocs trimestriels pour estimer la distribution GEV et utilisez l'équation (7.26) de Tsay pour calculer la VaR.
 - (f) Utilisez la théorie des valeurs extrêmes pour les dépassements de seuils (peakover thresholds) basés sur les rendements logarithmiques quotidiens négatifs. Utilisez les graphiques d'excès de moyenne empirique créés par la fonction `meplot` de `S+FinMetrics` pour déterminer la valeur de seuil appropriée pour la distribution de Pareto généralisée (GPD), puis ajustez le modèle par maximum de vraisemblance. Examinez la sensibilité du paramètre de forme estimé ξ aux variations du seuil à l'aide de la fonction `S+FinMetrics shape`. Calculez la VaR et les intervalles de confiance à 95 % en utilisant la fonction `riskmeasures` de `S+FinMetrics`. Tracez les intervalles de confiance à 95 % à l'aide des fonctions `tailplot` et `gdp.q`. Enfin,

examinez la sensibilité des estimations de la VaR aux variations du seuil à l'aide de la fonction quant.

1

2. Combiner GARCH et EVT. Cet exercice vous guide à travers le processus de combinaison de GARCH avec EVT selon les lignes décrites dans McNeil et Frey (2000), "Estimation of Tail-Related Risk Measures for Heteroskedastic Financial Time Series : An Extreme Value Approach", *Journal of Empirical Finance*. Voir également le document de cours de Bingcheng Yan. Pour cet exercice, utilisez les données sur les rendements logarithmiques de Cisco de l'exercice précédent, et supposez que vous détenez une position longue de Des actions Cisco évaluées à 1 million de dollars. Le modèle de base est de la forme

$$X_t = \mu_t + \sigma_t Z_t$$

où X_t est le rendement négatif du titre Cisco (variable de perte), μ_t est la moyenne conditionnelle, σ_t est le paramètre d'échelle conditionnel et Z_t est une variable aléatoire *iid* de moyenne nulle et de variance unitaire. La distribution conditionnelle à un pas en avant de X_t est la suivante

$$\begin{aligned} F_{X_{t+1}|I_t}(x) &= \Pr\{\mu_{t+1} + \sigma_{t+1}Z_{t+1} \leq x | I_t\} \\ &= F_Z\left(\frac{x - \mu_{t+1}}{\sigma_{t+1}} | I_t\right) \end{aligned}$$

Pour $0,95 \leq q < 1$, le quantile conditionnel pour X_t est calculé en utilisant.

$$x_{qt} = \mu_{t+1} + \sigma_{t+1}z_q$$

où z_q est le q ème quantile de la distribution de Z_t .

- (a) Ajustez un modèle AR(1)-GARCH(1,1), avec des erreurs gaussiennes, aux rendements vélographiques négatifs de l'action Cisco :

$$X_t = \mu_t + \sigma_t Z_t = \phi X_{t-1} + \varepsilon_t \quad \mu_t =$$

$$\phi X_t, \quad \varepsilon_t = \sigma_t Z_t$$

$$\sigma_{2t}^2 = \omega + \alpha \varepsilon_{2t-1}^2 + \beta \sigma_{2t-1}^2$$

et extraire les résidus normalisés estimés $\hat{Z}_t = \hat{\varepsilon}_t / \hat{\sigma}_t$.

- (b) Ajuster un PIB aux résidus normalisés estimés \hat{Z}_t .
 (c) En utilisant le modèle GPD, estimez le quantile z_q et la moyenne conditionnelle $E[Z/Z > z_q]$ pour $q = 0,01, 0,005$.

- (d) A l'aide des estimations de zq et de $E[Z/Z > zq]$, calculez les estimations du quantile et de la moyenne conditionnelle de X_t en utilisant

$$\hat{x}_{t+1,q} = \hat{\mu}_{t+1} + \hat{\sigma}_{t+1} \hat{z}_q$$

$$E[X_{t+1}/X_{t+1} > \hat{x}_{t+1,q}] = \hat{\mu}_{t+1} + \hat{\sigma}_{t+1} E[Z/Z > zq]$$

- (e) A partir des quantiles et des moyennes conditionnelles calculés précédemment, calculez les $Varq$ et ESq pour une position longue de 1 million de dollars sur l'action Cisco. (f) Comparez les résultats avec ceux de l'exercice 1.