Отчет по лабораторной работе №5

Модель хищник-жертва - вариант 14

Саинт-Амур Измаэль Нпибд-02-20

Содержание

1 Цель работы **4**

2 Задание **5**

3 Выполнение лабораторной работы **6**
3.1 Теоретические сведения 6
3.2 Задача 7

4 Выводы **11**

Список литературы **12**

List of Figures

3.1 График численности жертв и хищников от времени 8
3.2 График численности хищников от численности жертв 8
3.3 График численности жертв и хищников от времени 10
3.4 График численности хищников от численности жертв 10

1 Цель работы

Изучить модель хищник-жертва

2 Задание

1. Построить график зависимости x от y и графики функций $x(t), y(t)$
2. Найти стационарное состояние системы

3 Выполнение лабораторной работы

3.1 Теоретические сведения

В данной лабораторной работе рассматривается математическая модель системы «Хищник-жертва».

Рассмотрим базисные компоненты системы. Пусть система имеет X хищников и Y жертв. И пусть для этой системы выполняются следующие предположения: (Модель Лотки-Вольтерра) 1. Численность популяции жертв и хищников зависят только от времени (модель не учитывает пространственное распределение популяции на занимаемой территории) 2. В отсутствии взаимодействия численность видов изменяется по модели Мальтуса, при этом число жертв увеличивается, а число хищников падает 3. Естественная смертность жертвы и естественная рождаемость хищника считаются несущественными 4. Эффект насыщения численности обеих популяций не учитывается 5. Скорость роста численности жертв уменьшается пропорционально численности хищников:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = (-ax(t) + by(t)x(t)) \\ \frac{dy}{dt} = (cy(t) - dy(t)x(t)) \end{cases}$$

Параметр a определяет коэффициент смертности хищников, b – коэффициент естественного прироста хищников, c – коэффициент прироста жертв и d – коэффициент смертности жертв

В зависимости от этих параметрах система и будет изменяться. Однако следует выделить одно важное состояние системы, при котором не происходит никаких изменений как со стороны хищников, так и со стороны жертв. Это, так называемое, стационарное состояние системы. При нем, как уже было отмечено, изменение численности популяции равно нулю. Следовательно, при отсутствии изменений в системе $\frac{dx}{dt} = 0, \frac{dy}{dt} = 0$

Пусть по условию есть хотя бы один хищник и хотя бы одна жертва: $x > 0, y > 0$ Тогда стационарное состояние системы определяется следующим образом:

$$x_0 = \frac{a}{b}, y_0 = \frac{c}{d}$$

3.2 Задача

Для модели «хищник-жертва»:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -0.77x(t) + 0.077y(t)x(t) \\ \frac{dy}{dt} = 0.33y(t) - 0.033y(t)x(t) \end{cases}$$

Постройте график зависимости численности хищников от численности жертв, а также графики изменения численности хищников и численности жертв при следующих начальных условиях: $x_0 = 4, y_0 = 9$ Найдите стационарное состояние системы

Решение в OpenModelica

```
model lr5
Real x(start=4);
Real y(start=9);

parameter Real a = 0.77;
parameter Real b = 0.077;
parameter Real c = 0.33;
parameter Real d = 0.033;
```

```
equation
  der(x) = -a*x + b*x*y;
  der(y) = c*y - d*x*y;
end lr5;
```

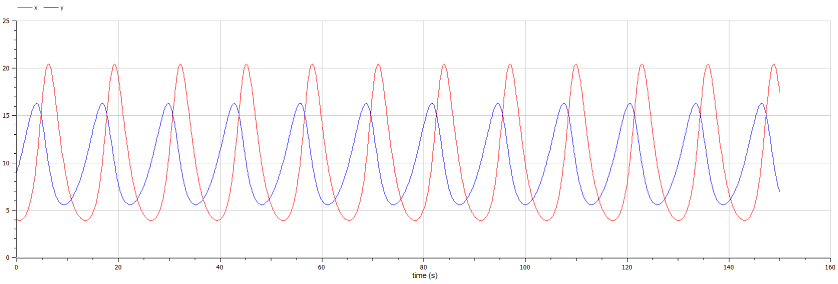

Figure 3.1: График численности жертв и хищников от времени

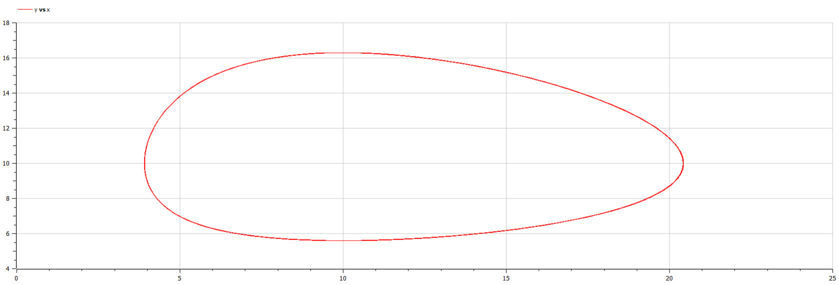

Figure 3.2: График численности хищников от численности жертв

Решение в Julia

```
using Plots
using DifferentialEquations


x0 = 4
y0 = 9
u0 = [x0; y0]

t0 = 0
tmax = 150
```

```
tspan = (t0, tmax)
t = collect(LinRange(t0, tmax, 1000))

a = 0.77
b = 0.077
c = 0.33
d = 0.033

function syst(dy, y, p, t)
    dy[1] = -a*y[1] + b*y[1]*y[2]
    dy[2] = c*y[2] - d*y[1]*y[2]
end

prob = ODEProblem(syst, u0, tspan)

sol = solve(prob, saveat = t)

plot(sol)

savefig("03.png")

plot(sol, idxs=(1, 2))

savefig("04.png")
```

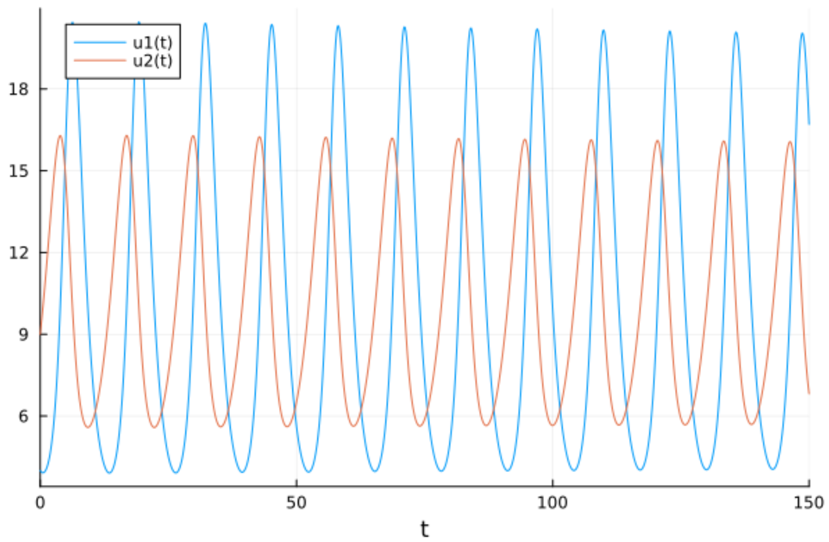

Figure 3.3: График численности жертв и хищников от времени

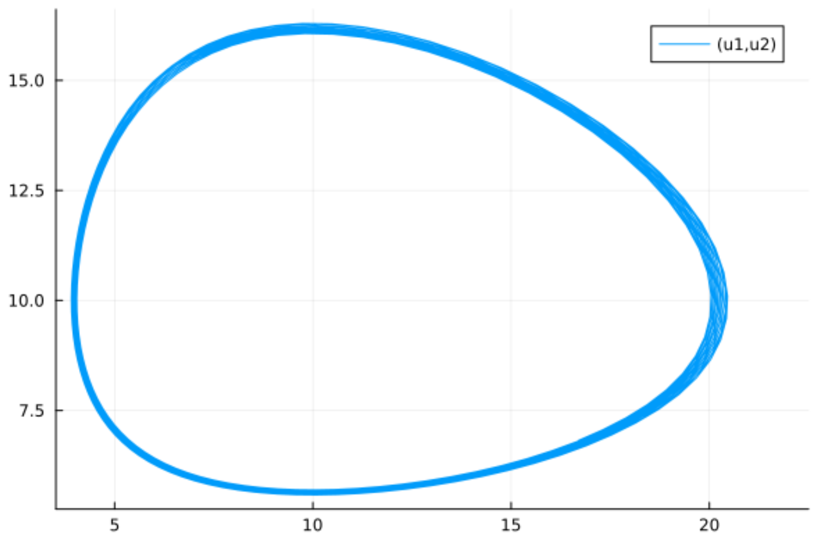

Figure 3.4: График численности хищников от численности жертв

Стационарное состояние $x_0 = \frac{a}{b} = 10, y_0 = \frac{c}{d} = 10$

4 Выводы

В ходе выполнения лабораторной работы была изучена модель хищник-жертва и построены графики.

Список литературы

1. Модель Лотки-Вольтерры
2. Lotka-Volterra System