POLYTECH NANTES

École d'ingénieurs de l'université de Nantes

Spécialité Génie Electrique

ELECTRONIQUE ANALOGIQUE

FORMULAIRE – SEMESTRES 7 ET 8

R. MOREAU

- Quatrième année -

UNIVERSITÉ DE NANTES

POLYTECH

Premier réseau national des écoles d'ingénieurs polytechniques des universités

Site de la Chantrerie
Rue Christian Pauc – BP50609
44306 Nantes cedex 3 – France
Tél. +33 (0)2 40 68 32 00
Fax. +33 (0)2 40 68 32 32

Site de Gavy
Gavy Océanis – BP152
44603 St-Nazaire cedex – France
Tél. +33 (0)2 40 90 50 30
Fax. +33 (0)2 40 90 50 24

www.polytech.univ-nantes.fr

DUALITE TEMPS FREQUENCE – RAPPELS

FORMULAIRE

Décomposition en série de FOURIER :

$$f(t)=A_0+\sum_{n=1}^{\infty}\underbrace{C_n\cos(n\omega t-\varphi_n)}$$

$$C_n=\sqrt{A_n^2+B_n^2}$$

$$\varphi_n=\arctan\left(\frac{B_n}{A_n}\right)$$

harmonique d'ordre n

valeur moyenne

$$f(t)=A_0+\sum_{n=1}^{\infty}\overbrace{\left(A_n\cos(n\omega t)+B_n\sin(n\omega t)\right)}$$

$$A_0=\frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T}f(t)dt$$

$$A_n=\frac{2}{T}\int_{t_0}^{t_0+T}f(t)\cos(n\omega t)dt$$

f(t) paire : $B_n=0,\forall n$

f(t) impaire : $A_n=0,\ \forall n$

$$B_n=\frac{2}{T}\int_{t_0}^{t_0+T}f(t)\sin(n\omega t)dt$$

$$C_n=\frac{2}{T}\int_{t_0}^{t_0+T}f(t).\exp(-jn\omega t)dt\ =\ \frac{2}{T}\int_{t_0}^{t_0+T}f(t).\left[\cos(n\omega t)-j.\sin(n\omega t)\right]dt$$

L'harmonique d'ordre 1 est appelé « fondamental ».

Valeur efficace d'un signal périodique :

$$f_{eff}^2(\mathrm{t})=\frac{1}{\mathrm{T}}\int_{t}^{t\ +T}f^2(\tau)d\tau=A_0^2+\frac{1}{2}\sum_{n=1}^{\infty}C_n^2$$

Taux de distorsion harmonique :

$$THD=\frac{\sqrt{C_2^2+C_3^2+........+C_n^2}}{C_1}$$

10/2014

Transformation de FOURIER :

	Domaine temporel →	Domaine fréquentiel
	$x(t)$	$TF[x(t)]=\int_{-\infty}^{+\infty} x(t).\exp(-2\pi.jft)dt$
	$\overline{TF}[X(f)]=\int_{-\infty}^{+\infty} X(f).\exp(+2\pi.jft)df$	$X(f)$
Translation temporelle	$x(t-t_0)$	$X(f).\exp(-2\pi.jft_0)$
Translation fréquentielle	$x(t).\exp(+2\pi.jf_0 t)$	$X(f-f_0)$
Multiplication (×)	$x(t)\times y(t)$	$X(f)*Y(f)=\int_{-\infty}^{+\infty} X(\nu).Y(f-\nu)d\nu$
Convolution (*)	$x(t)*y(t)=\int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau).y(t-\tau)d\tau$	$X(f)\times Y(f)$
Dérivée	$\frac{d^n x(t)}{dt^n}$	$(2\pi jf)^n.X(f)$
Fenêtre rectangle Largeur de base T	rect(t/T)=rect$_T$(t)	$T.\mathrm{sinc}(\pi fT))$
Fenêtre triangle Largeur de base 2T	tri(t/T)=tri$_T$(t)	$T.\mathrm{sinc}^2(\pi fT)$
Sinus cardinal	$\mathrm{sinc}(\pi.Ft)$	$T.\mathrm{Rect}_F(f)$
Pic de Dirac	$\delta(t)$	1
Constante	1 ou K=cste	$\delta(f)$ ou $K.\delta(f)$
Peigne de Dirac	$\delta_{T_e}(t)=\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\delta(t-n.T_e)$	$\delta_{F_e}(f)=\frac{1}{T_e}\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\delta(f-nF_e)$
Cosinus périodique	$\cos(2\pi.f_0 t)$	$\frac{1}{2}[\delta(f+f_0)+\delta(f-f_0)]$
Sinus périodique	$\sin(2\pi.f_0 t)$	$\frac{j}{2}[\delta(f+f_0)-\delta(f-f_0)]$
Exponentielle	$\exp(2\pi.jf_0 t)$	$\delta(f-f_0)$
Impulsion cosinus (T_0<T)	$\cos(2\pi.f_0 t)\times rect_T(t)$	$\frac{T}{2}[\mathrm{sinc}(\pi(f+f_0)T)+\mathrm{sinc}(\pi(f-f_0)T)]$
Impulsion rectangle périodique (T<T_e)	$A.rect_T(t)*\delta_{T_e}(t)$	$A.\frac{T}{T_e}\mathrm{sinc}(\pi fT)\times\delta_{F_e}(f)$

Fonctions trigonométriques, développements limités et primitives :

$\sin(a).\sin(b)=\frac{1}{2}[\cos(a-b)-\cos(a+b)]$ $\cos(a).\cos(b)=\frac{1}{2}[\cos(a-b)+\cos(a+b)]$ $\sin(a).\cos(b)=\frac{1}{2}[\sin(a+b)+\sin(a-b)]$ $\cos(a).\sin(b)=\frac{1}{2}[\sin(a+b)-\sin(a-b)]$	$\sin(a)+\sin(b)=2.\sin\left[\frac{(a+b)}{2}\right].\cos\left[\frac{(a-b)}{2}\right]$ $\sin(a)-\sin(b)=2.\cos\left[\frac{(a+b)}{2}\right].\sin\left[\frac{(a-b)}{2}\right]$ $\cos(a)+\cos(b)=2.\cos\left[\frac{(a+b)}{2}\right].\cos\left[\frac{(a-b)}{2}\right]$ $\cos(a)-\cos(b)=-2.\sin\left[\frac{(a+b)}{2}\right].\sin\left[\frac{(a-b)}{2}\right]$
$\sin(a+b)=\sin(a)\cos(b)+\cos(a)\sin(b)$ $\sin(a-b)=\sin(a)\cos(b)-\cos(a)\sin(b)$ $\cos(a+b)=\cos(a)\cos(b)-\sin(a)\sin(b)$ $\cos(a-b)=\cos(a)\cos(b)+\sin(a)\sin(b)$ $\tan(a+b)=\frac{\tan(a)+\tan(b)}{1-\tan(a)\tan(b)}$ $\tan(a-b)=\frac{\tan(a)-\tan(b)}{1+\tan(a)\tan(b)}$	$\frac{1}{\cos^2(a)}=1+\tan^2(a)$ $\frac{1}{\sin^2(a)}=1+\cot an^2(a)$ $\sin(2a)=\frac{2\tan(a)}{1+\tan^2(a)}$ $\cos(2a)=\frac{1-\tan^2(a)}{1+\tan^2(a)}$ $\tan(2a)=\frac{2\tan(a)}{1-\tan^2(a)}$
$2.\sin^2(a)=(1-\cos(2a))$ $2.\cos^2(a)=(1+\cos(2a))$ $\cos^2(a)+\sin^2(a)=1$	Formule de MOIVRE : $[\rho(\cos(\varphi)+j.\sin(\varphi))]^n=\rho^n[\cos(n\varphi)+j.\sin(n\varphi)]$ exemple : $\sin(3a)=3.\sin(a)-4.\sin^3(a)$ $\cos(3a)=4.\cos^3(a)-3.\cos(a)$
$\sin(x)=x-\frac{x^3}{3!}+\frac{x^5}{5!}-\frac{x^7}{7!}+......$ $\cos(x)=1-\frac{x^2}{2!}+\frac{x^4}{4!}-\frac{x^6}{6!}+......$ $\tan(x)=x+\frac{x^3}{3}+\frac{2x^5}{15}+\frac{17x^7}{315}+..........$	$sh(x)=x+\frac{x^3}{3!}+\frac{x^5}{5!}+\frac{x^7}{7!}+......$ $ch(x)=1+\frac{x^2}{2!}+\frac{x^4}{4!}+\frac{x^6}{6!}+......$ $th(x)=x-\frac{x^3}{3}+\frac{2x^5}{15}-\frac{17x^7}{315}+..........$
$\exp(x)=1+x+\frac{x^2}{2!}+\frac{x^3}{3!}+\frac{x^4}{4!}+\frac{x^5}{5!}+......$ $\ln(1+x)=x-\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}-\frac{x^4}{4}......$	$(1\pm x)^{\alpha}=1\pm\alpha.x+\frac{\alpha(\alpha-1)}{2!}.x^2\pm\frac{\alpha(\alpha-1)(\alpha-2)}{3!}.x^3+....$ $(1\pm x)^{-\alpha}=1\mp\alpha.x+\frac{\alpha(\alpha+1)}{2!}.x^2\mp\frac{\alpha(\alpha+1)(\alpha+2)}{3!}.x^3+.......$ m>0 et $\alpha>0$
$ch(x)=\frac{\exp(x)+\exp(-x)}{2}$ $sh(x)=\frac{\exp(x)-\exp(-x)}{2}$ $th(x)=\frac{sh(x)}{ch(x)}$	$\arg ch(x)=\ln\left(x+\sqrt{x^2-1}\right)$ pour $x>1$ $\arg sh(x)=\ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)$ pour $x\in\Re$ $\arg th(x)=\frac{1}{2}\ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$ pour $\lvert x\rvert<1$
primitive de $\left(\frac{h'(x)}{h(x)}\right)$: $Ln(h(x))$ primitive de $(\sin(x))$: $-\cos(x)$	primitive de $\left(\frac{1}{\sin(x)}\right)$: $Ln\left\lvert\tan\left(\frac{x}{2}\right)\right\rvert$ primitive de $\left(\frac{1}{\sin^2(x)}\right)$: $-\cot an(x)$

Oscillateurs :

Critère de BARKHAUSEN : $\underline{A}.\underline{B}=1$, $\underline{A}$ et $\underline{B}$ complexes

Fréquence d'oscillation circuit LC : $f_{osc}=\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$

Modulations :

(Pour des signaux sinusoïdaux $s_m(t)$ et $s_C(t)$ de fréquences respectives f_m et f_c)

Modulation d'amplitude avec porteuse : $s(t)=A_C.(1+k.A_m\cos(2\pi f_m t)).\cos(2\pi f_C t)$

Détection d'enveloppe avec un premier ordre RC : $\frac{2\pi.m.f_m}{\sqrt{1-m^2}}<\frac{1}{RC}<<f_C$

Rapport signal à bruit AM : $SNR=\frac{m^2}{2+m^2}\frac{Si}{\eta.f_{MAX}}$ avec $S_i=\frac{A_C^2}{2}\left[1+\frac{m^2}{2}\right]$ et η=DSP du bruit

Modulation de phase : $s(t)=A_C.\cos(\omega_C t+k'.s_m(t))$

Modulation de fréquence : $s(t)=A_C.\cos\left(\omega_C t+k''\int s_m(t)dt\right)$ ou $s(t)=A_C.\cos(\omega_C t+\beta\sin(\omega_m t))$

Rapport signal à bruit FM : $SNR=\frac{3}{2}\frac{A_C^2}{2}\frac{(\Delta f)^2}{\eta.f_{MAX}^3}$ avec Δf déviation max de fréquence

Bruit :

Valeurs efficaces des courants à vide : $\sigma_{iTHo}^2=\frac{4.k.T.B}{R}$, $\sigma_{iGo}^2=2.e.I_0.B$

Facteur de bruit d'un quadripôle : $Fb=Fb_1+\frac{Fb_2-1}{G_1}+\frac{Fb_3-1}{G_1G_2}+\ldots+\frac{Fb_k-1}{\prod_{i=1}^{k-1}G_i}$

Divers :

$V(t)=V_\infty-(V_\infty-V_0).\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$

u=R.i (u : tension, R : résistance, i : courant – on ne sait jamais !!!)

$i=C\frac{du(t)}{dt}$, $u=L\frac{di(t)}{dt}$

si $\tau\frac{dx(t)}{dt}+x(t)=0$ alors, $x(t)=k.\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$

$\sin(x)=\frac{\exp(jx)-\exp(-jx)}{2j}$ et $\cos(x)=\frac{\exp(jx)+\exp(-jx)}{2}$

$\exp(jx)=\cos(x)+j.\sin(x)$

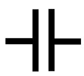
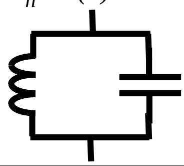
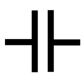
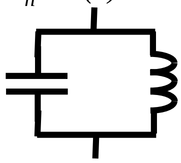
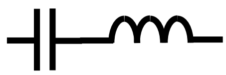
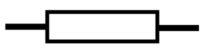
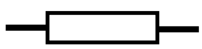
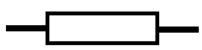
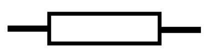
$\ln(a.b)=\ln(a)+\ln(b)$ $\qquad$ $\ln\left(\frac{a}{b}\right)=\ln(a)-\ln(b)$

$\ln(a^n)=n.\ln(a)$ $\qquad$ $\ln\left(\sqrt[n]{a}\right)=\frac{1}{n}.\ln(a)$

$\exp(a+b)=\exp(a).\exp(b)$

Formulaire filtres

Type de filtre	Sélectivité $k<1$	Fréquence de référence	Largeur de bande relative Δx
Filtre passe-bas	$\dfrac{f_P}{f_A}$	f_P	
Filtre passe-haut	$\dfrac{f_A}{f_P}$	f_P	
Filtre passe-bande	$\dfrac{f_{P+}-f_{P-}}{f_{A+}-f_{A-}}$	f_0	$\dfrac{f_{P+}-f_{P-}}{f_0}$
Filtre coupe-bande	$\dfrac{f_{A+}-f_{A-}}{f_{P+}-f_{P-}}$	f_0	$\dfrac{f_{A+}-f_{A-}}{f_0}$

Filtre passe-bas	Filtre passe-haut	Filtre passe-bande de largeur Δx	Filtre coupe-bande de largeur Δx
$\underline{s}$	$\underline{s} \rightarrow \dfrac{1}{\underline{s}}$	$\underline{s} \rightarrow \dfrac{1}{\Delta x}\left(\underline{s}+\dfrac{1}{\underline{s}}\right)$	$\underline{s} \rightarrow \dfrac{\Delta x}{\left(\underline{s}+\dfrac{1}{\underline{s}}\right)}$
L_n 	$C=1/L_n$ 	$L_n/\Delta x$ (s) $\Delta x/L_n$ 	$L_n\Delta x$ (//) $1/\Delta x L_n$ 
C_n 	$L=1/C_n$ 	$C_n/\Delta x$ (//) $\Delta x/C_n$ 	$C_n\Delta x$ (s) $1/\Delta x C_n$ 
R_n 	R_n 	R_n 	R_n 

$$\left|H(jx)\right|^2 = \frac{K^2}{A(x)} = \frac{K^2}{1+\varepsilon^2 x^{2n}}\ ou = \frac{K^2}{1+\varepsilon^2 T_n^2(x)}\ ou = \frac{K^2}{1+\varepsilon^2 L_n(x^2)}$$

Butterworth Tchébyscheff Legendre

notations : $x = |\underline{s}| = \left|\dfrac{p}{\omega_0}\right| = \left|\dfrac{j\omega}{\omega_0}\right| = \dfrac{\omega}{\omega_0}$

1er ordre : $T_{PBas}(\underline{s}) = \dfrac{K}{1+\underline{s}}$ ou $T_{PH}(\underline{s}) = \dfrac{K\underline{s}}{1+\underline{s}}$

2ème ordre : $T_{PBas}(\underline{s}) = \dfrac{K}{1+2\zeta\underline{s}+\underline{s}^2}$ ou $T_{PH}(\underline{s}) = \dfrac{K\underline{s}^2}{1+2\zeta\underline{s}+\underline{s}^2}$ ou $T_{PBande}(\underline{s}) = \dfrac{K.2\zeta\underline{s}}{1+2\zeta\underline{s}+\underline{s}^2}$