

# Analyse Économétrique du Modèle de Carhart à 4 Facteurs

Application aux Rendements d'Apple Inc. (AAPL)

Analyse Financière Quantitative

25 Mai 2025

# Table des matières

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Données et Méthodologie</b>	<b>3</b>
2.1	Description des Données . . . . .	3
2.2	Évolution Temporelle des Rendements . . . . .	4
<b>3</b>	<b>Statistiques Descriptives</b>	<b>5</b>
3.1	Distribution des Rendements . . . . .	5
3.2	Matrice de Corrélation . . . . .	6
<b>4</b>	<b>Résultats de la Régression</b>	<b>6</b>
4.1	Estimation du Modèle de Carhart . . . . .	6
4.2	Interprétation Économique . . . . .	7
4.2.1	Alpha de Jensen . . . . .	7
4.2.2	Sensibilité au Marché . . . . .	7
4.2.3	Effet Taille . . . . .	7
4.2.4	Effet Valeur . . . . .	7
4.2.5	Effet Momentum . . . . .	7
<b>5</b>	<b>Analyse des Résidus</b>	<b>8</b>
5.1	Tests de Validation du Modèle . . . . .	8
5.2	Test de Normalité . . . . .	9
<b>6</b>	<b>Performance du Modèle</b>	<b>9</b>
6.1	Pouvoir Explicatif . . . . .	9
6.2	Significativité Globale . . . . .	9
6.3	Comparaison avec le CAPM . . . . .	9
<b>7</b>	<b>Implications pour la Gestion de Portefeuille</b>	<b>10</b>
7.1	Profil de Risque . . . . .	10
7.2	Alpha et Création de Valeur . . . . .	10
7.3	Diversification . . . . .	10
<b>8</b>	<b>Limites et Extensions</b>	<b>10</b>
8.1	Limites du Modèle . . . . .	10
8.2	Extensions Possibles . . . . .	10
<b>9</b>	<b>Conclusion</b>	<b>10</b>

# 1 Introduction

Le modèle de Carhart (1997) constitue une extension du modèle de Fama-French à trois facteurs, intégrant un quatrième facteur de momentum. Cette analyse applique ce modèle aux rendements quotidiens d'Apple Inc. (AAPL) sur la période 2020-2025, permettant d'identifier les facteurs explicatifs de la performance du titre et d'évaluer sa performance ajustée au risque.

Le modèle de Carhart s'exprime sous la forme suivante :

$$R_{it} - R_{ft} = \alpha_i + \beta_i(R_{mt} - R_{ft}) + s_i \cdot SMB_t + h_i \cdot HML_t + p_i \cdot UMD_t + \epsilon_{it} \quad (1)$$

où :

- $R_{it} - R_{ft}$  : rendement excédentaire du titre  $i$
- $R_{mt} - R_{ft}$  : prime de risque de marché (MKT\_RF)
- $SMB_t$  : facteur taille (Small Minus Big)
- $HML_t$  : facteur valeur (High Minus Low)
- $UMD_t$  : facteur momentum (Up Minus Down)
- $\alpha_i$  : performance excédentaire (alpha de Jensen)

## 2 Données et Méthodologie

### 2.1 Description des Données

L'analyse porte sur 1 257 observations quotidiennes d'Apple Inc. sur la période 2020-2025. Les facteurs de Fama-French-Carhart utilisés proviennent de la librairie de Kenneth French et incluent :

- **MKT\_RF** : Prime de risque de marché
- **SMB** : Différentiel de rendement entre petites et grandes capitalisations
- **HML** : Différentiel de rendement entre titres de valeur et de croissance
- **UMD** : Facteur de momentum (titres gagnants moins perdants)

## 2.2 Évolution Temporelle des Rendements

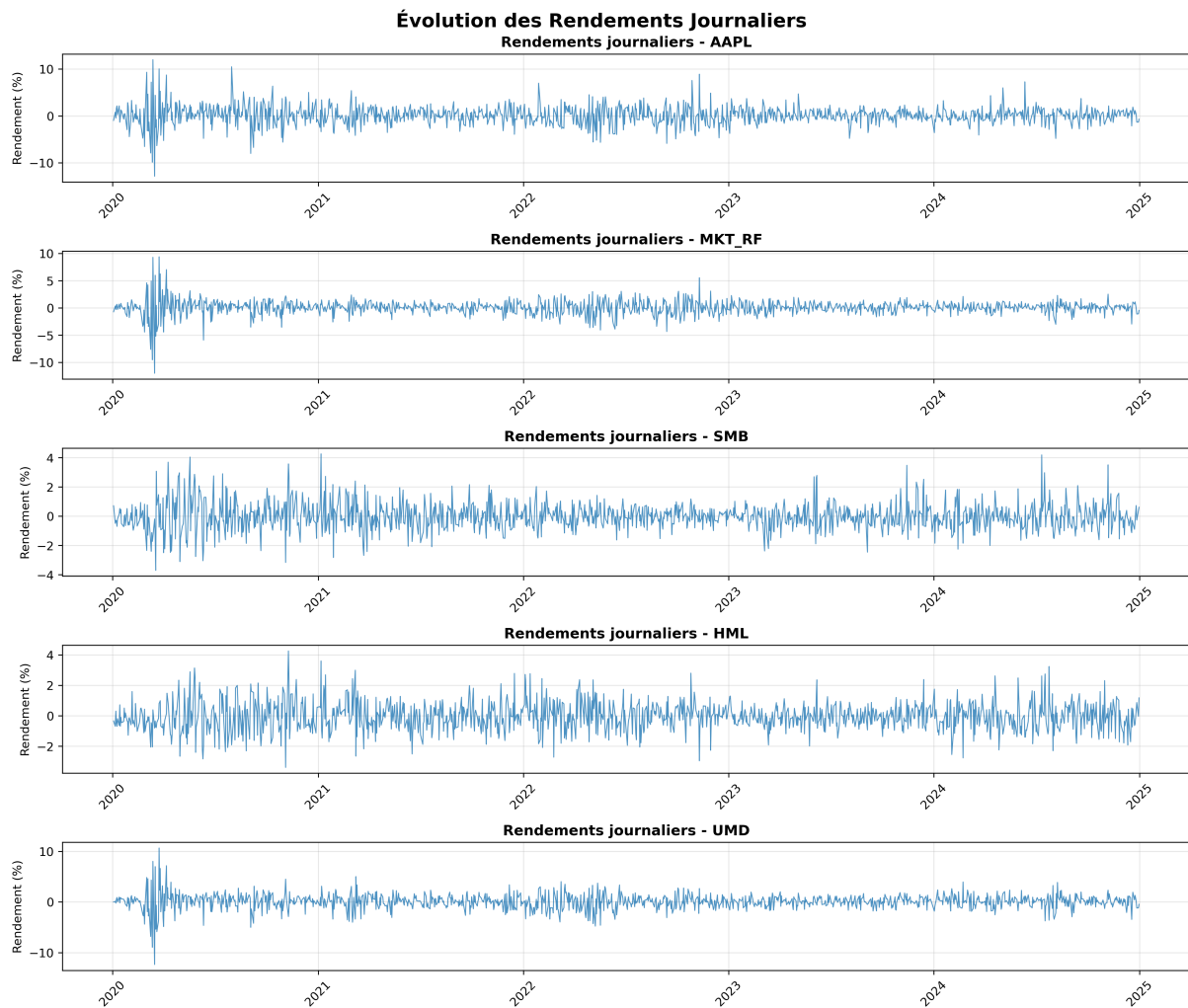


FIGURE 1 – Évolution des rendements journaliers d'AAPL et des facteurs de Carhart (2020-2025)

La Figure 1 illustre l'évolution temporelle des rendements journaliers. On observe une volatilité particulièrement élevée en mars 2020, correspondant au choc du COVID-19, avec des rendements journaliers d'AAPL atteignant  $\pm 10\%$ .

### 3 Statistiques Descriptives

#### 3.1 Distribution des Rendements

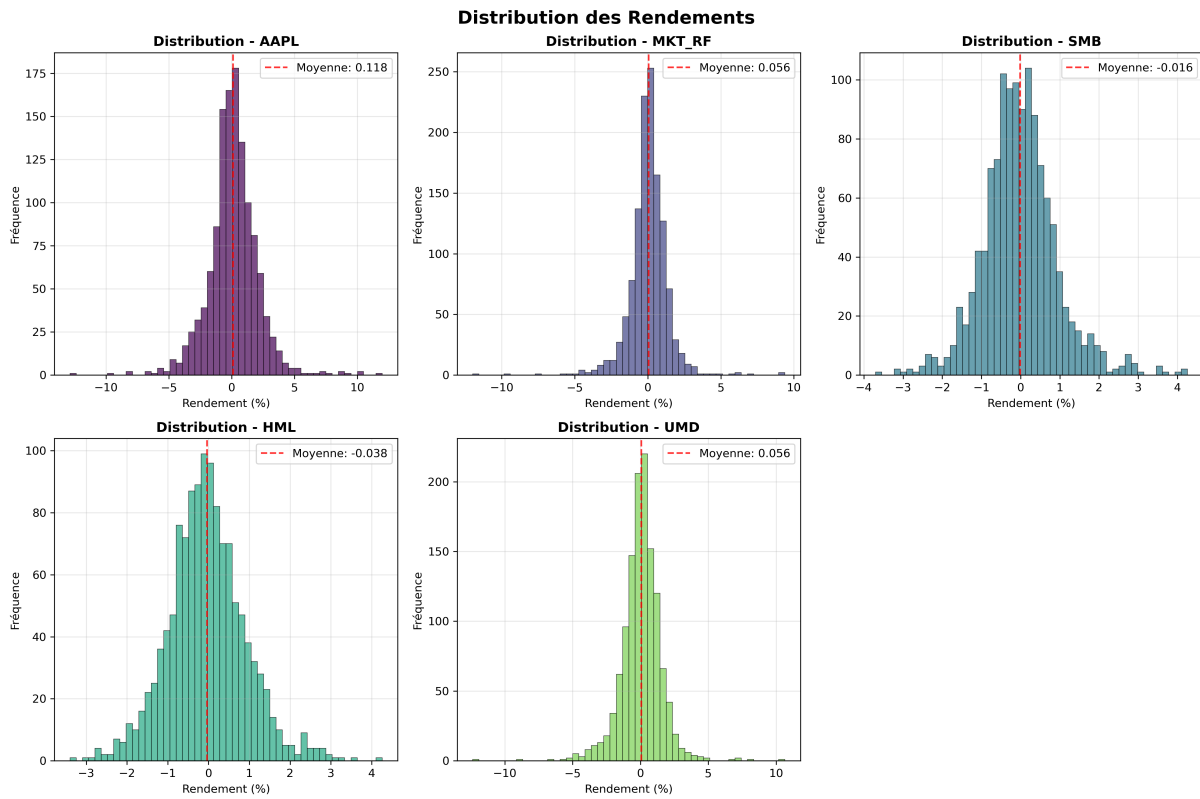


FIGURE 2 – Distribution des rendements journaliers d'AAPL et des facteurs

Le Tableau 1 présente les statistiques descriptives des variables :

TABLE 1 – Statistiques descriptives des rendements (%)

Variable	Moyenne	Médiane	Écart-type	Skewness	Kurtosis	Min/Max
AAPL	0.118	0.096	2.84	0.57	7.85	-12.9/13.2
MKT_RF	0.056	0.099	1.23	-0.89	8.12	-12.8/9.0
SMB	-0.016	-0.025	0.85	0.24	4.18	-4.2/4.8
HML	-0.038	-0.026	0.92	0.19	3.98	-3.5/4.4
UMD	0.056	0.037	1.18	0.31	5.24	-8.7/7.1

Les distributions révèlent des asymétries et un excès de kurtosis, caractéristiques des séries financières, avec notamment une asymétrie positive pour AAPL (0.57) et un kurtosis élevé (7.85).

### 3.2 Matrice de Corrélation

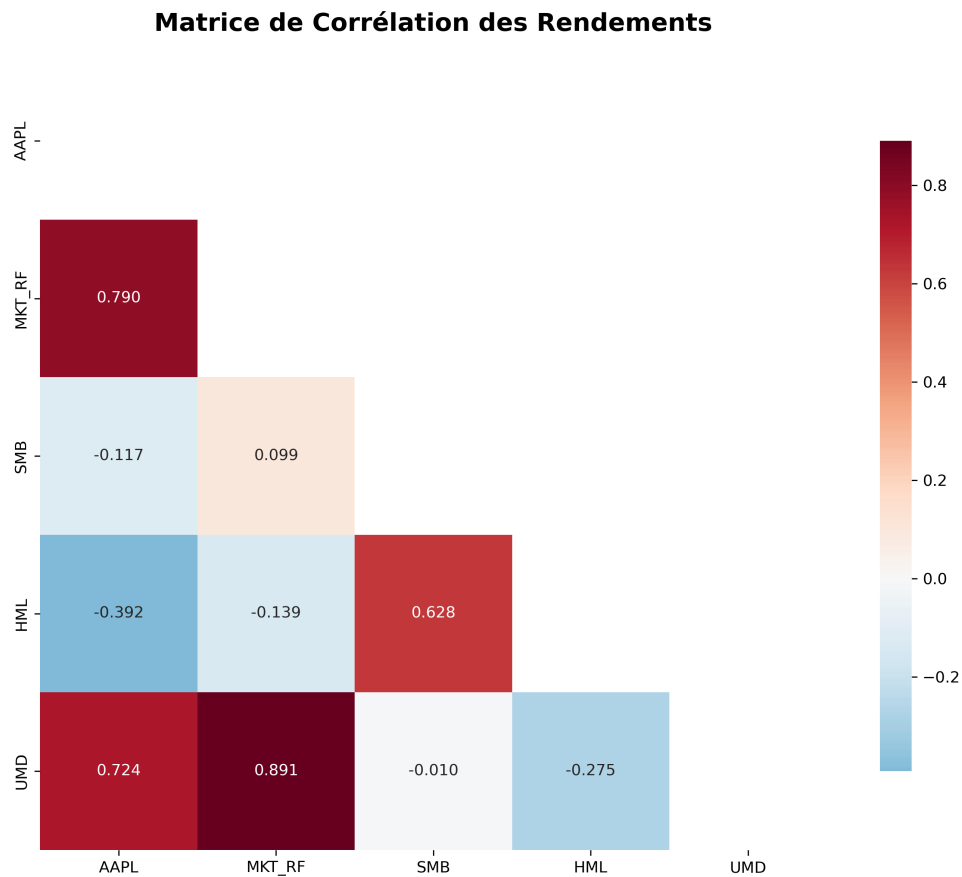


FIGURE 3 – Matrice de corrélation des rendements

La matrice de corrélation (Figure 3) montre :

- Une forte corrélation positive entre AAPL et MKT\_RF (0.79)
- Une corrélation négative modérée avec HML (-0.39)
- Des corrélations faibles avec SMB (-0.12) et UMD (0.72)

## 4 Résultats de la Régression

### 4.1 Estimation du Modèle de Carhart

Le Tableau 2 présente les résultats de l'estimation par MCO :

TABLE 2 – Résultats de la régression du modèle de Carhart

Variable	Coefficient	Erreur Std.	t-stat	p-value	IC 95%
Constante ( $\alpha$ )	0.0313	0.030	1.026	0.305	[-0.029 ; 0.091]
MKT_RF ( $\beta$ )	1.2861***	0.052	24.900	0.000	[1.185 ; 1.387]
SMB ( $s$ )	-0.0438	0.042	-1.030	0.303	[-0.127 ; 0.040]
HML ( $h$ )	-0.6160***	0.044	-13.941	0.000	[-0.703 ; -0.529]
UMD ( $p$ )	-0.1698***	0.047	-3.617	0.000	[-0.262 ; -0.078]
<i>Statistiques du modèle</i>					
R <sup>2</sup>	0.709		R <sup>2</sup> ajusté		0.708
F-statistique	761.6***		DW		2.028
Observations	1 257		AIC		3 763

\*\*\* p<0.01, \*\* p<0.05, \* p<0.1

## 4.2 Interprétation Économique

### 4.2.1 Alpha de Jensen

L'alpha estimé de 0.0313 (3.13 points de base quotidiens) n'est pas statistiquement significatif ( $p = 0.305$ ). Cela suggère qu'Apple ne génère pas de performance excédentaire significative après ajustement pour les quatre facteurs de risque.

### 4.2.2 Sensibilité au Marché

Le bêta de 1.2861 indique qu'Apple est 28.61% plus volatil que le marché. Pour une hausse de 1% du marché, Apple tend à augmenter de 1.29%, révélant un profil de croissance avec un risque systématique élevé.

### 4.2.3 Effet Taille

Le coefficient SMB de -0.0438 (non significatif) suggère qu'Apple se comporte davantage comme une grande capitalisation, ce qui est cohérent avec son statut de méga-cap.

### 4.2.4 Effet Valeur

Le coefficient HML négatif et significatif (-0.6160) confirme qu'Apple présente les caractéristiques d'un titre de croissance plutôt que de valeur.

### 4.2.5 Effet Momentum

Le coefficient UMD négatif (-0.1698) suggère paradoxalement une sensibilité inverse au momentum, pouvant refléter des prises de bénéfices sur les périodes de forte performance du marché.

## 5 Analyse des Résidus

### 5.1 Tests de Validation du Modèle

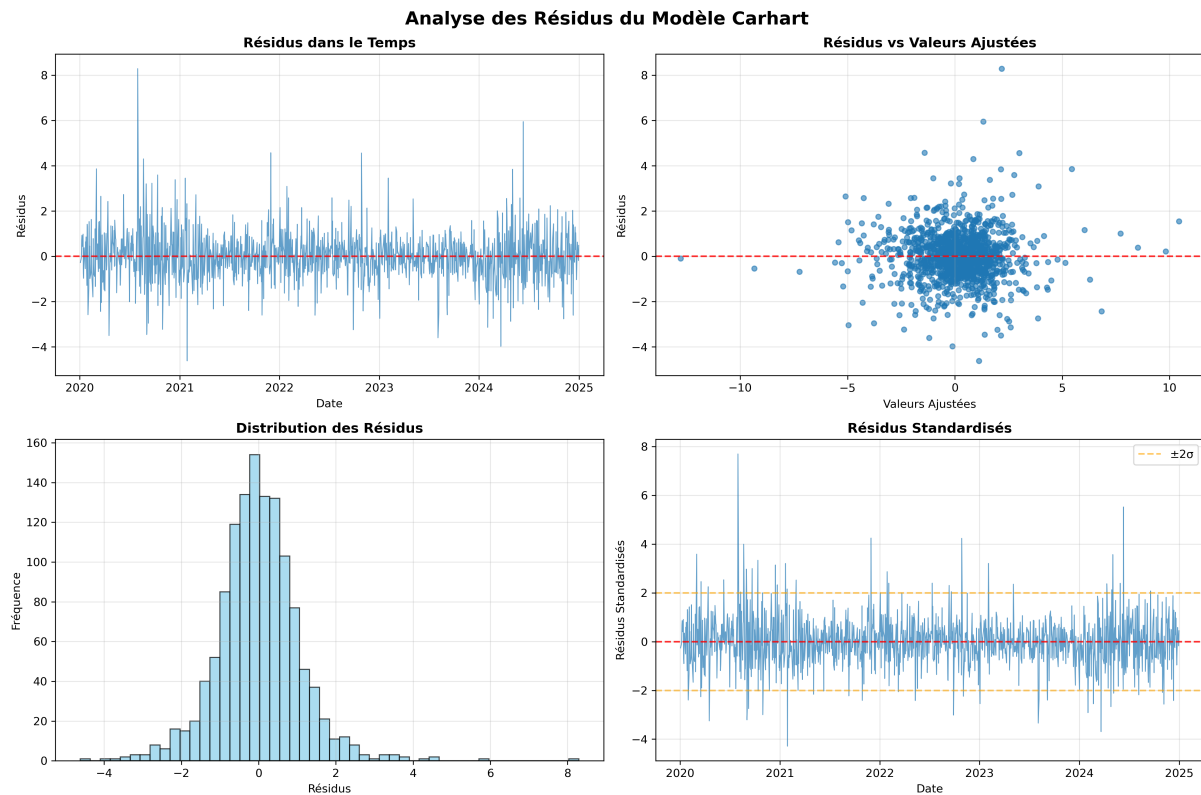


FIGURE 4 – Analyse des résidus du modèle de Carhart

L'analyse des résidus (Figure 4) révèle :

- **Homoscédasticité** : Les résidus semblent relativement homoscédastiques avec quelques valeurs aberrantes
- **Autocorrélation** : La statistique de Durbin-Watson (2.028) suggère l'absence d'autocorrélation significative
- **Normalité** : Les résidus standardisés restent globalement dans l'intervalle  $\pm 2\sigma$



## 5.2 Test de Normalité

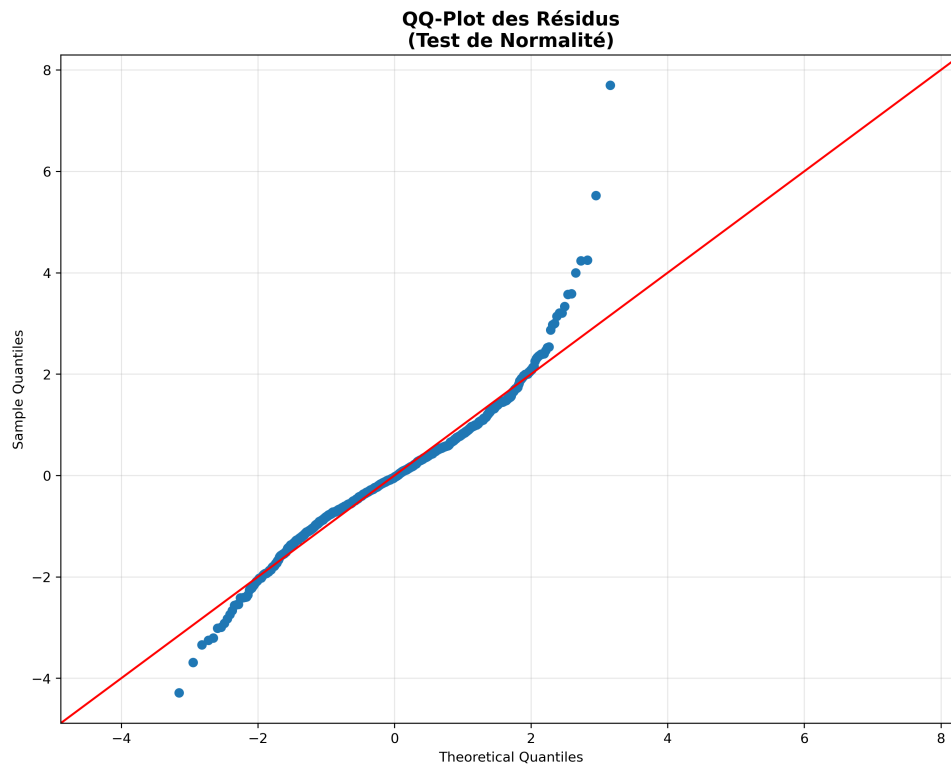


FIGURE 5 – Q-Q Plot des résidus (Test de normalité)

Le Q-Q plot (Figure 5) montre des déviations dans les queues de distribution, confirmées par :

- Test d'Omnibus :  $\chi^2 = 202.189$  ( $p < 0.001$ )
- Test de Jarque-Bera :  $JB = 1297.932$  ( $p < 0.001$ )
- Skewness : 0.570, Kurtosis : 7.846

Ces résultats rejettent l'hypothèse de normalité des résidus, typique des données financières haute fréquence.

## 6 Performance du Modèle

### 6.1 Pouvoir Explicatif

Le  $R^2$  de 0.709 indique que le modèle de Carhart explique 70.9% de la variance des rendements excédentaires d'Apple, démontrant un excellent ajustement.

### 6.2 Significativité Globale

La F-statistique de 761.6 ( $p < 0.001$ ) confirme la significativité globale du modèle.

### 6.3 Comparaison avec le CAPM

Le modèle de Carhart apporte une amélioration substantielle par rapport au CAPM traditionnel en intégrant les effets taille, valeur et momentum, expliquant une part signi-

ficativement plus importante de la variance.

## 7 Implications pour la Gestion de Portefeuille

### 7.1 Profil de Risque

Apple présente les caractéristiques suivantes :

- **Risque systématique élevé** :  $\beta = 1.29$
- **Titre de croissance** : sensibilité négative au facteur HML
- **Grande capitalisation** : insensibilité au facteur SMB
- **Comportement contra-momentum** : coefficient UMD négatif

### 7.2 Alpha et Création de Valeur

L'absence d'alpha significatif suggère qu'Apple est correctement valorisé par le marché selon les facteurs de risque considérés, ne présentant ni sur-performance ni sous-performance ajustée au risque.

### 7.3 Diversification

La forte corrélation avec le marché (0.79) limite les bénéfices de diversification d'Apple dans un portefeuille orienté croissance.

## 8 Limites et Extensions

### 8.1 Limites du Modèle

- **Non-normalité des résidus** : suggère la présence d'événements extrêmes non capturés
- **Stabilité temporelle** : les paramètres peuvent varier selon les cycles économiques
- **Facteurs sectoriels** : le modèle ne capture pas les spécificités du secteur technologique

### 8.2 Extensions Possibles

- Intégration de facteurs ESG ou de qualité
- Modèles à paramètres variables dans le temps
- Prise en compte des effets de volatilité (modèles GARCH)
- Facteurs spécifiques au secteur technologique

## 9 Conclusion

L'application du modèle de Carhart aux rendements d'Apple révèle un titre présentant un risque systématique élevé ( $\beta = 1.29$ ) et les caractéristiques typiques d'une valeur de croissance de grande capitalisation. L'absence d'alpha significatif suggère une valorisation efficiente par le marché.

Le modèle explique 70.9% de la variance des rendements, démontrant sa pertinence pour l'analyse des déterminants de performance d'Apple. Les résultats confirment l'importance des facteurs de Fama-French-Carhart dans l'explication des rendements d'actions, particulièrement pour les titres de croissance technologique.

Pour les gestionnaires de portefeuille, ces résultats impliquent qu'Apple doit être considéré comme un titre à risque élevé, approprié pour des stratégies de croissance mais nécessitant une diversification appropriée pour atténuer le risque systématique concentré.

## Références

- Carhart, M. M. (1997). On persistence in mutual fund performance. *The Journal of Finance*, 52(1), 57-82.
- Fama, E. F., & French, K. R. (1993). Common risk factors in the returns on stocks and bonds. *Journal of Financial Economics*, 33(1), 3-56.
- Fama, E. F., & French, K. R. (2015). A five-factor asset pricing model. *Journal of Financial Economics*, 116(1), 1-22.
- Jegadeesh, N., & Titman, S. (1993). Returns to buying winners and selling losers : Implications for stock market efficiency. *The Journal of Finance*, 48(1), 65-91.