فرض كتابي رقم 3 الدورة الأولى (B)

ثانوية محمد السادس التأهيلية
الموسم الدراسي : 2017/2018

المستوى : الثانية باكالوريا علوم تجريبية
الأستاذ : محمد احبان

التمرين 1 (5ن)

نعتبر المتتالية (U_n) المعرفة ب :

$$U_{n+1} = \frac{1}{2}U_n + 7 \quad \text{و} \quad U_0 = 13 \quad \text{لكل } n \text{ من } \mathbb{N}$$

1) بين بالترجع أن $U_n < 14$ لكل n من $\mathbb{N}$: (1)

2) لتكن (V_n) المتتالية العددية بحيث : $V_n = 14 - U_n$ لكل n من $\mathbb{N}$:

أ) بين أن (V_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ ثم اكتب V_n بدلالة n . $(1+1)$

ب) استنتج أن $U_n = 14 - \left(\frac{1}{2}\right)^n$ لكل n من $\mathbb{N}$ ثم أحسب نهاية المتتالية (U_n). $(0,5+0,5)$

ج) حدد أصغر قيمة للعدد الصحيح الطبيعي n التي تكون من أجلها $U_n > 13.99$. (1)

التمرين 2 (14ن)

I– نعتبر g الدالة العددية المعرفة على $]0;+\infty[$ ب :

$$g(x) = 1 + x^2 - 2x^2 ln(x)$$

1 - أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to 0^+} g(x)$. $(1+1)$

2– أحسب $g'(x)$ لكل x من $]0;+\infty[$. (1)

3 - ضع جدول تغيرات الدالة g. (1)

4– أ) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $\left[\frac{3}{2};2\right]$. (1)

ب) استنتج أن $g(x) > 0$ لكل x من المجال $]0;\alpha[$ و $g(x) < 0$ لكل x من $]\alpha;+\infty[$. $(0,5+0,5)$

II– نعتبر f الدالة العددية المعرفة على $]0;+\infty[$ ب :

$$f(x) = \frac{ln(x)}{x^2+1}$$

وليكن (Cf) منحناها في المستوى المنسوب إلى م.م.م $(O;\vec{i};\vec{j})$

1– أ) أحسب $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$. $(1+1)$

ب) استنتج الفرعين اللانهائيين للمنحنى (Cf) . $(0,5+0,5)$

2– أ) بين أن $f'(x) = \frac{g(x)}{x(1+x^2)^2}$ لكل x من $]0;+\infty[$. (1)

ب) بين ان $f(\alpha) = \frac{1}{2\alpha^2}$. (1)

ج) ضع جدول تغيرات الدالة f . (1)

3– أ) حدد معادلة المماس (T) للمنحنى (Cf) عند النقطة ذات الافصول 1 . (1)

ب) أنشئ المنحنى (Cf) والمماس (T) (نعطي $\alpha \simeq 1,9$ و $f(\alpha) \simeq 0.14$) . (1)

1 نقطة للفرض المنزلي.