Prof : Mouad Zillou	Série 02	Lycée : Charif El Idrissi –Assoul-
Niveau : 1BSEF	Fonctions numériques	Matière : Mathématiques

Exercice 01

Déterminer D_f dans les cas suivants :

$f(x)=3x^2+2x-1$; $f(x)=\sqrt{x-1}$; $f(x)=\dfrac{2x-5}{x-3}$

$f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x+3}}$; $f(x)=\sqrt{x^2-x-2}$; $f(x)=\dfrac{3x+4}{x^2-x-2}$

$f(x)=\dfrac{\sqrt{x-1}}{x-2}$; $f(x)=\dfrac{x-3}{x^2+1}$; $f(x)=\sqrt{\dfrac{2x-1}{x-2}}$

Exercice 02

Etudier la parité de la fonction f dans les cas suivants

$f(x)=x^2-2$; $f(x)=x+\dfrac{1}{x}$; $f(x)=x^3+2x^2-1$

$f(x)=|x|-\dfrac{1}{x^2}$; $f(x)=\dfrac{x}{x^2-1}$; $f(x)=\sqrt{x}+3$

Exercice 03

1) Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}^*$ par : $f(x)=1-\dfrac{1}{x}$

Montrer que f est majorée par 1 sur $\mathbb{R}_+^*$

2) Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x)=-2+\dfrac{1}{x^2+1}$

Montrer que g est minorée par -2 sur $\mathbb{R}$.

3) Soit h la fonction définie par $h(x)=\dfrac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+1}$

a) Déterminer D_h .

b) Montrer que la fonction h est majorée par 1 et minorée par -3. Interpréter les résultats géométriquement.

Exercice 04

Soit f une fonction définie par $f(x)=x+\dfrac{4}{x}$

1) Déterminer D_f

2) Montrer que $f(2)$ est une valeur minimale de la fonction f sur $I=]0;+\infty[$.

3) Montrer que $f(-2)$ est une valeur maximale de la fonction f sur $J=]-\infty;0[$.

Exercice 05

Soit f une fonction définie par $f(x)=\dfrac{3}{x}+\dfrac{x}{3}$

1) Etudier la parité de la fonction f

2) Montrer que pour tous a et b dans $]0;+\infty[$; on a

$T=\dfrac{ab-9}{3ab}$

3)Déduire le sens de variations de la fonction f sur $[3;+\infty[$ et $]0;3]$

4) Dresser le tableau de variations de f sur D_f en précisant sa valeur maximale et sa valeur minimale.

Exercice 06

1) Etudier l'égalité de f et g dans les cas suivants :

- $f(x)=\dfrac{x}{x^2}$; $g(x)=\dfrac{1}{x}$
- $f(x)=\sqrt{(x+1)^2}$; $g(x)=x+1$
- $f(x)=\dfrac{x^2-1}{x+1}$; $g(x)=x-1$.

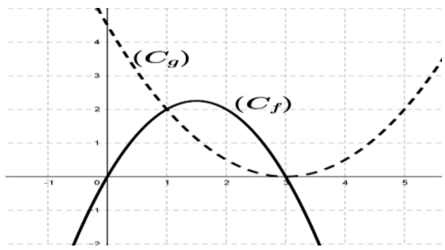
2) Soient f et g deux fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=x^2-2x+1$ et $g(x)=-2x^2+4x+1$

a) Comparer f et g pour tout x dans ces intervalles suivants $]-\infty;0]$; $]2;+\infty[$ et $[0;2]$

b) Déduire les positions relatives sur $]-\infty;0]$; $]2;+\infty[$ et $[0;2]$.

Exercice 07

1) Soient f et g deux fonctions définies sur $\mathbb{R}$ et (C_f) et (C_g) leurs représentations graphiques :



Résoudre graphiquement : $f(x)=0$ $g(x)=2$; $g(x)\leq 2$;

$f(x)\leq g(x)$; $f(x)>g(x)$; $f(x)\geq 0$; $f(x)<0$; $f(x)=g(x)$

Exercice 08

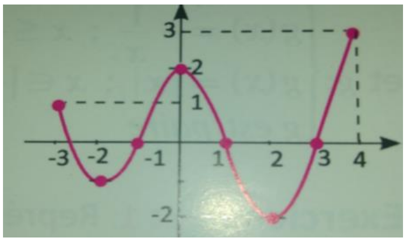
Soit f une fonction numérique dont le tableau de variations est le suivant :

x	-7	-2	4	8
$f(x)$	4 ↘	-1 ↗	3 ↘	-3

Déterminer $f([-2;4])$; $f([4;8[)$; $f([-7;4])$ et $f([-7;8[)$.

Exercice 09

Soit une fonction définie sur l'intervalle $I=[-3;4]$ dont la courbe est la suivante



1)Dresser le tableau de variations de f sur I

2)Déterminer les extremums de la fonction, puis le nombre de solutions de l'équation $f(x)=1$.

3) Déterminer graphiquement : $f([-2;0])$, $f([-3;-2])$, $f(]0;2[)$ et $f([3;4])$.

Exercice 10

Soient f, g et h trois fonctions numériques telles que $f(x)=\cos^2(x)$; $g(x)=\sin(2\pi x)$ et $h(x)=\tan(2x)$

Montrer que les fonctions f, g et h sont des fonctions périodiques et $\pi;1$; $\frac{\pi}{2}$ sont respectivement leurs périodes.

Exercice 11

Soit f une fonction définie par $f(x)=x^2-2x+3$ et (C_f) sa courbe dans un repère orthonormé.

1) Déterminer D_f
2) Etudier la parité de la fonction f
3) Déterminer la nature de (C_f) en précisant ses éléments caractéristiques.
4) Etudier les variations de la fonction f puis dresser le tableau de variations sur D_f
5) Tracer (C_f) dans un repère orthonormé.

Exercice 12

Soit g une fonction définie par $g(x)=\dfrac{x+2}{x+3}$ et (C_g) sa courbe dans un repère orthonormé

1) Déterminer D_g
2) Etudier les variations de g puis dresser le tableau de variations sur D_g.
3) Déterminer la nature de (C_g) en précisant ses éléments caractéristiques.
4) Tracer (C_g) dans un repère orthonormé.

Exercice 13

Soient f et g les fonctions définies par :

$$f(x)=x^2+1 \text{ et } g(x)=\frac{3x}{x-1}$$

1) Déterminer l'ensemble de définition de chacune des fonctions $f;g$; gof et fog .
2) Déterminer l'expression de $(gof)(x)$ pour tout $x\in D_{gof}$ et $(fog)(x)$ pour tout $x\in D_{fog}$.
3) Écrire sous forme d'une composée de deux fonctions dans les cas suivants :

$$h:x\mapsto\frac{x^2}{x^2+8} \;;\; h:x\mapsto\frac{\sqrt{x}-2}{2\sqrt{x}+3} \;;\; h:x\mapsto\frac{x^2+1}{|x|+3}$$

4) Soient u et w deux fonctions telles que

$v(x)=x-1$ et $w(x)=2x^2+3x-1$

Déterminer la fonction u telle que $w=uov$

Exercice 14

On considère les fonctions suivantes :

$f(x)=x^2-2x-1$ et $g(x)=\dfrac{x-2}{x+2}$

1) Déterminer D_f et D_g
2) Déterminer D_{gof} puis calculer $gof(x)$
3) Dresser le tableau de variations de f et g
4) Déduire le tableau de variations de gof

Exercice 15

I) Soit h une fonction numérique définie par $h(x)=x+4-2\sqrt{x+2}$

1) Déterminer D_h .
2) Montrer 1 est une valeur minimale de la fonction h sur D_h.

II) Soient f et g deux fonctions numériques telle que $f(x)=x^2-2x+2$ et $g(x)=\sqrt{x+2}$

1) Déterminer D_f et D_g.
2) Déterminer la nature de (C_f) en précisant ses éléments caractéristiques.
3) Etudier les variations de la fonction f sur $]-\infty;1]$ et $[1;+\infty[$; puis dresser le tableau de variations de la fonction f sur D_f.
4) Dresser le tableau de variations de la fonction g .
5) Construire (C_f) et (C_g) dans un repère orthonormé
6) Déterminer graphiquement $g([-1;0])$ et $g([1;+\infty[)$.
7) Vérifier que $(\forall x\in D_h); h(x)=(fog)(x)$.
8) Etudier la monotonie de f et g sur les intervalles $[-2;-1]$ et $[-1;+\infty[$ puis dresser le tableau de la fonction h variations sur D_h.