

المجموعات و التطبيقات

(1) المجموعات

1- كتابة مجموعة بتفصيل أو بإدراك

أنشطة 1- لتكن D_6 مجموعة القواسم الموجبة للعدد 6 لدينا $D_6 = \{x \in \mathbb{N} / x \text{ يقسم } 6\}$

ولدينا $D_6 = \{1, 2, 3, 6\}$

الكتابة الأولى تسمى كتابة D_6 بإدراك والكتابة الثانية تسمى كتابة D_6 بتفصيل

2- لتكن A مجموعة الأعداد الصحيحة الطبيعية التي مربعاتها أصغر من 30
أكتب A بتفصيل و بإدراك
خلاصة لتكن E مجموعة

يمكن كتابة المجموعة E بطريقتين

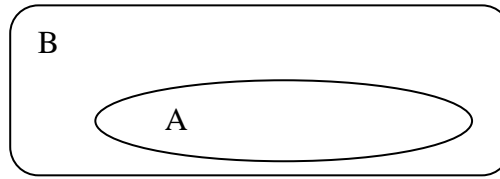
- بتفصيل أي بكتابة جميع عناصر E
- بإدراك وذلك بتحديد علاقة مميزة لعناصرها

2 - التضمن

لتكن A و B مجموعتين

نقول ان A ضمن B أو B يتضمن A اذا كان كل عنصر من A هو أيضا عنصر من B

أي أن $A \subset B \Leftrightarrow (x \in A \Rightarrow x \in B)$



ملاحظة

لكل مجموعة E $E \subset E$ و $\emptyset \subset E$

خاصية A و B و C ثلاث مجموعات $(A \subset B \text{ و } B \subset C) \Rightarrow A \subset C$

3 - مجموعة أجزاء مجموعة

لتكن E مجموعة ؛ المجموعة المكونة من جميع أجزاء E تسمى مجموعة أجزاء E ونرمز لها ب $\mathcal{P}(E)$

أي أن $A \subset E \Leftrightarrow A \in \mathcal{P}(E)$

ملاحظة $\emptyset \in \mathcal{P}(E)$ و $E \in \mathcal{P}(E)$

مثال $E = \{a, b, c\}$ حدد المجموعة $\mathcal{P}(E)$

4 - تساوي مجموعتين

لتكن A و B جزئين من المجموعة E

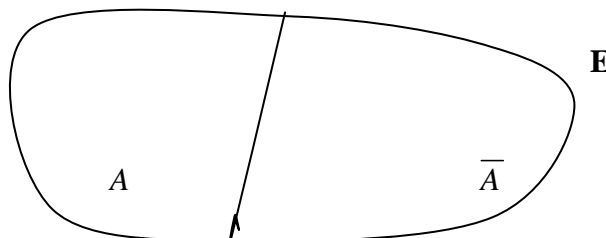
نقول أن A و B متساويتان و نكتب $A=B$ اذا و فقط اذا كان $A \subset B$ و $B \subset A$ أي $x \in A \Leftrightarrow x \in B$

5 - المتممة

تعريف لتكن A جزءا من المجموعة E

مجموعة عناصر E التي لا تنتمي إلى A تسمى متممة A في E

ونرمز لها ب \bar{A} أو $C_E^A = \{x \in E / x \notin A\}$



خاصية 1- $\overline{\overline{A}} = A$
 2- $A \subset B \Leftrightarrow \overline{B} \subset \overline{A}$
 3- $C_E^\emptyset = E$ و $C_E^E = \emptyset$
 برهان

6 - التقاطع و الإتحاد

أ - التقاطع **تقاطع المجموعتين** A و B هو المجموعة التي نرمز لها بـ $A \cap B$ و المكونة من العناصر التي تنتمي إلى A و إلى B

$$x \in A \cap B \Leftrightarrow x \in A \text{ و } x \in B$$

$$A \cap B = \{x \in E / x \in A \text{ و } x \in B\}$$

مثال حدد المجموعة $D_6 \cup D_8$ تقاطع مجموعة القواسم الموجبة لـ 6 و D_6 ومجموعة القواسم الموجبة لـ 8 و D_8 خاصيات لتكن A و B و C أجزاء من المجموعة E

1- $A \cap B \subset A$ و $A \cap B \subset B$
 2- $A \cap B = B \cap A$ و $A \cap \emptyset = \emptyset$ و $A \cap A = A$
 3- $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$
 4- $A \cap B = A \Leftrightarrow A \subset B$

ب - الإتحاد **إتحاد المجموعتين** A و B هو المجموعة التي نرمز لها بـ $A \cup B$ و المكونة من العناصر التي تنتمي إلى A أو تنتمي إلى B

$$x \in A \cup B \Leftrightarrow x \in A \text{ و } x \in B$$

$$A \cup B = \{x \in E / x \in A \text{ و } x \in B\}$$

مثال أكتب بتفصيل $D_6 \cup D_8$

خاصيات لتكن A و B و C أجزاء من المجموعة E

1- $A \cap B \subset A \cup B$ و $B \subset A \cup B$ و $A \subset A \cup B$
 2- $A \cup B = B \cup A$ و $A \cup \emptyset = A$ و $A \cup A = A$
 3- $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$
 4- $A \cup B = A \Leftrightarrow B \subset A$

ج - التقاطع والإتحاد

خاصية 1
 $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
 $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

خاصية 2 - (قانون موركان loi de morgan)
 $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$
 $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$

7 - فرق مجموعتين

تعريف

لتكن A و B جزئين من المجموعة E
 فرق المجموعتين A و B في هذا الترتيب هو المجموعة المكونة من العناصر التي تنتمي إلى A ولا تنتمي إلى B ونرمز لها بـ $A \setminus B$

$$A \setminus B = \{x \in E / x \in A \text{ و } x \notin B\}$$

مثال $D_8 \setminus D_6 = \dots\dots\dots$

خاصية
 $A \setminus B = A \cap C_E^B$
 $A = (A \setminus B) \cup (A \cap B)$

ملاحظة المجموعة $(A \setminus B) \cup (B \setminus A)$ تسمى الفرق التماثلي للمجموعتين A و B ونرمز له ب $A \Delta B$

8 - الجداء الديكارتي

تعريف E و F مجموعتين

الجداء الديكارتي $E \times F$ للمجموعتين E و F هو مجموعة الأزواج (x, y) حيث $x \in E$ و $y \in F$

$$E \times F = \{(x, y) / x \in E \text{ و } y \in F\}$$

$$(x, y) \in E \times F \Leftrightarrow x \in E \text{ و } y \in F$$

ملاحظة -

$$1- E \times E = E^2 \text{ هي المربع الديكارتي للمجموعة } E$$

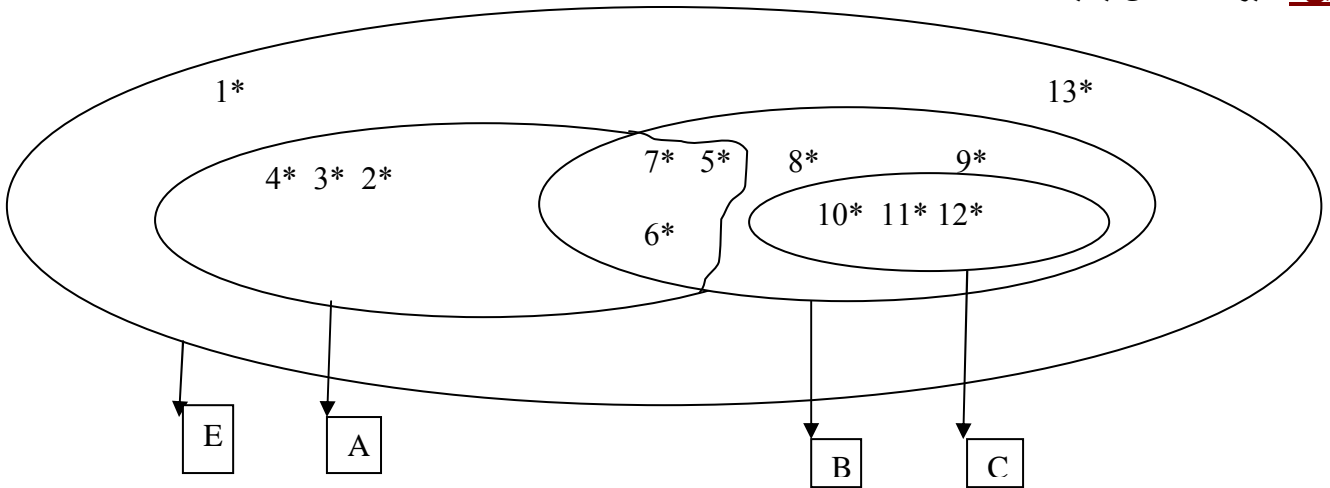
$$2- \text{ إذا كان } E = \emptyset \text{ أو } F = \emptyset \text{ فإن } E \times F = \emptyset$$

$$\mathbb{R}^2 = \{(x, y) / x \in \mathbb{R} \text{ و } y \in \mathbb{R}\}$$

$$\mathbb{N}^2 = \{(x, y) / x \in \mathbb{N} \text{ و } y \in \mathbb{N}\} \quad \text{مثال}$$

$$\mathbb{N} \times \mathbb{Z} = \{(x, y) / x \in \mathbb{N} \text{ و } y \in \mathbb{Z}\}$$

تطبيق نعتبر مخطط فان جانبه



1- حدد بتفصيل المجموعات التالية A و B و E و $A \cap B$ و $A \cup B$ و $(A \setminus B)$ و $(B \setminus A)$ ونرمز له ب $A \Delta B$

2- بين أن $C \subset B$ وحدد $B \setminus C$ ثم بين أن $B \setminus C = C_B^C$

3- حدد بتفصيل $C_E^{A \cup B}$ و $C_A^{A \cap B}$ و $C_E^{A \cap B}$ و C_E^B و C_E^A

4- حدد $(A \setminus B) \cap (B \setminus A)$ و $(A \setminus B) \cup (B \setminus A)$

5- حدد $A \Delta B$ و $A \Delta E$ و $C \Delta B$