

Exercice 01

Soit (u_n) une suite arithmétique telle que $u_0 = 4$ $u_2 = 0$

- 01.5 1) Déterminer la raison de la suite (u_n) .
- 01.5 2) Exprimer u_n en fonction de n
- 01 3) Calculer la somme suivante $S = u_0 + u_6 + \dots + u_{10}$.

Exercice 02

Soit (u_n) une suite numérique définie par :

$$\begin{cases} u_0 = \frac{1}{2} \\ (\forall n \in \mathbb{N}); u_{n+1} = \frac{u_n}{3 - 2u_n} \end{cases}$$

- 01 1) a- Calculer u_1 et u_2 .
- 02 b- Montrer que $(\forall n \in \mathbb{N}); 0 < u_n < 1$
- 01.5 2) a) Montrer que pour tout n de \mathbb{N} : $u_{n+1} - u_n = \frac{2u_n(u_n - 1)}{3 - 2u_n}$
- 01.5 b- Montrer que la suite (u_n) est décroissante.
- 3) on considère la suite (v_n) définie par : $(\forall n \in \mathbb{N}); v_n = \frac{u_n}{u_n - 1}$
- 1.5 a) Montrer que (v_n) est une suite géométrique de raison $q = \frac{1}{3}$ puis calculer v_0
- 01 b) Exprimer v_n en fonction de n
- 1.5 c) Dédire que : $(\forall n \in \mathbb{N}); u_n = \frac{1}{1 + 3^n}$
- 4) on pose $(\forall n \in \mathbb{N}^*); S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_{n-1}$
- 1.5 Montrer que : $(\forall n \in \mathbb{N}^*); S_n = \frac{-3}{2} \left(1 - \left(\frac{1}{3} \right)^n \right)$.

Exercice 03

Soit (u_n) une suite numérique définie par :

$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ (\forall n \in \mathbb{N}); u_{n+1} = \sqrt{2 + u_n^2} \end{cases}$$

et on pose $(\forall n \in \mathbb{N}); w_n = u_n^2$

- 01 1) Calculer u_1 et u_2 et w_0
- 1.25 2) Montrer que (w_n) est une suite arithmétique de raison $r = 2$
- 1.25 3) Exprimer w_n puis déduire u_n en fonction de n .