Prof : Mouad Zillou	Devoir libre N°1	Lycée : Charif El Idrissi –Assoul-
Niveau : 1BSEF	A rendre le 27/11/2021	Matière : Mathématiques

Exercice ❶ :

1) Donner la valeur de vérité et la négation des propositions suivantes :

$P_1 : (\exists x \in \mathbb{R}) : \quad x^2 + x - 2 = 0$

$P_2 : (\forall x \in \mathbb{R}) : x^2 \in \mathbb{Z} \Rightarrow x \in \mathbb{Z}$

$P_3 : (\forall x \in \mathbb{R}_*^+) ; 1 \leq x \leq 2021$

2) Montrer que

$(\forall n \in \mathbb{N}^*) ; \; 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots\dots\dots + n^2 = \dfrac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

$(\forall \boldsymbol{n} \in \mathbb{N}^*) ; \; 10^n - 1$ divisible par 9

3) En utilisant le résonnement par contraposée montrer que :

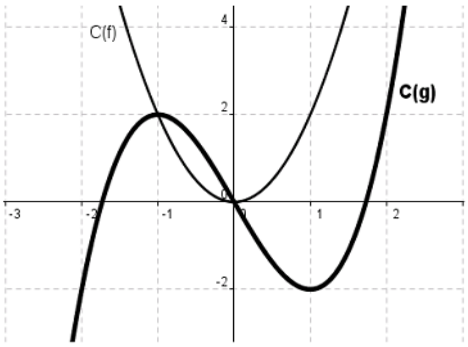
- $(\forall x \in \mathbb{R}^*) ; (\forall y \in \mathbb{R}^*)$
  $x \neq y \text{ et } xy \neq 2 \Rightarrow \dfrac{x^2+2}{x} \neq \dfrac{y^2+2}{y}$; $((x \neq y))$
- $(\forall a \in \mathbb{R}_+^*) ; (\forall b \in \mathbb{R}_+^*)$
  $\sqrt{a} \neq 8\sqrt{b} \Rightarrow \dfrac{\sqrt{a}+2\sqrt{b}}{2\sqrt{a}-\sqrt{b}} \neq \dfrac{2}{3}$

4) Montrer que $(\forall a \in \mathbb{R}_+^*) ; (\forall b \in \mathbb{R}_+^*)$;

$\dfrac{a+b}{4} \geq \dfrac{ab}{a+b} \Leftrightarrow (a-b)^2 \geq 0$

Exercice ❷ :

La figure ci-dessous représente (C_f) et (C_g) les courbes des fonctions f et g définies sur $\mathbb{R}$.



1) Résoudre graphiquement

⊗ $f(x) = g(x)$; ⊗ $f(x) \leq g(x)$

⊗ $f(x) > g(x)$ ⊗ $g(x) = -2$

2) Dresser le tableau de variations de la fonction g sur $\mathbb{R}$.

Déterminer graphiquement $g([-2;-1])$; $g([-1;1[)$ et $g([-1;2])$

Exercice ❸

I) Soient f et g deux fonctions numériques telle que $f(x) = -x^2 + 2x + 1$ et $g(x) = \sqrt{x-1}$

1) Déterminer D_f et D_g .
2) Etudier la parité de la fonction f
3) Déterminer la nature de (C_f) en précisant ses éléments caractéristiques.
4) Etudier les variations de la fonction f sur $]-\infty;1]$ et $[1;+\infty[$; puis dresser le tableau de variations de la fonction f sur D_f .
5) Dresser le tableau de variations de la fonction g .
6) Construire (C_f) et (C_g) dans un même repère
7) Déterminer graphiquement $g([2;4])$ et $g([1;+\infty[)$
8) Vérifier que (C_f) et (C_g) sont sécantes en $A(2;1)$
9) Résoudre graphiquement $f(x) \leq g(x)$

II) Soit h une fonction numérique définie par $h(x) = \sqrt{x(2-x)}$

1) Déterminer D_h .
2) Vérifier que $(\forall x \in D_h) ; h(x) = (gof)(x)$.
3) Etudier la monotonie de f sur les intervalles $[0;1]$ et $[1;2]$
4) Déterminer $f([1;2])$ et $f([0;1])$
5) Etudier la monotonie de g sur les intervalles $f([1;2])$ et $f([0;1])$
6) Déduire les variations de la fonction h variations sur $[0;1]$ et $[1;2]$ puis dresser le tableau de variations de h .

❖ أن توقد شمعة خير من أن تلعن الظلام

❖ **Bon courage**