Lycée charif El Idrissi Assoul	Généralités sur les fonctions numériques	Professeur : Zillou Mouad Année scolaire : 2020/2021

Exercice 01 :

1) Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}^*$ par : $f(x)=1-\frac{1}{x}$

Montrer que f est majorée par 1 sur $\mathbb{R}_+^*$

2) Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x)=-2+\frac{1}{x^2+1}$$

Montrer que f est minorée par -2 sur $\mathbb{R}$.

3) Soit g la fonction définie par $g(x)=\frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+1}$

a) Déterminer D_g .

b) Montrer que la fonction g est majorée par 1 et minorée par -3.

c) Interpréter les résultats géométriquement.

Exercice 02

Soit f une fonction définie par $f(x)=x+\frac{4}{x}$

1) Déterminer D_f l'ensemble de définition de la fonction f

2) Montrer que $f(2)$ est une valeur minimale de la fonction f sur $]0;+\infty[$.

3) Montrer que $f(-2)$ est une valeur maximale de la fonction f sur $]-\infty;0[$.

Exercice 03

Soient f,g et h trois fonctions numériques telles que $f(x)=\cos^2(x)$; $g(x)=\sin(2\pi x)$ et $h(x)=\tan(2x)$

Montrer que les fonctions f,g et h sont des fonctions périodiques et π;1 et $\frac{\pi}{2}$ sont respectivement leurs périodes.

Exercice 04

1) Etudier l'égalité de f et g dans les cas suivants :

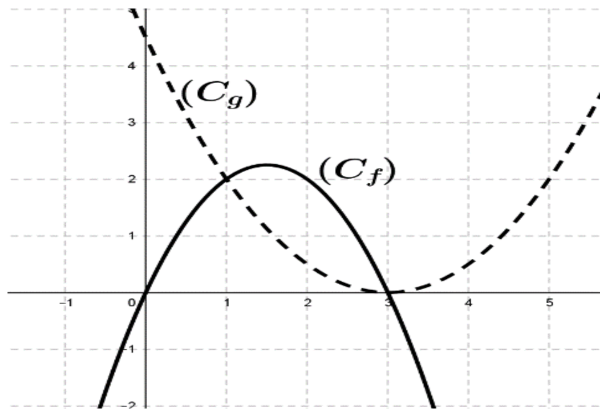
- $f(x)=\frac{x}{x^2}$ et $g(x)=\frac{1}{x}$
- $f(x)=\sqrt{(x+1)^2}$ et $g(x)=x+1$
- $f(x)=\frac{x^2-1}{x+1}$ et $g(x)=x-1$.

2) Soient f et g deux fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par

$f(x)=x^2-2x+1$ et $g(x)=-2x^2+4x+1$

Comparer f et g pour tout x dans ces intervalles suivants $]-\infty;0]$; $]2;+\infty[$ et $[0;2]$ et déduire les positions relatives sur $]-\infty;0]$; $]2;+\infty[$ et $[0;2]$.

3) Soient f et g deux fonctions et (C_f) et (C_g) leurs représentations graphiques :



Résoudre graphiquement :

$f(x)\le g(x)$; $f(x)>g(x)$; $f(x)\ge 0$; $f(x)<0$ et $f(x)=g(x)$.

Exercice 05

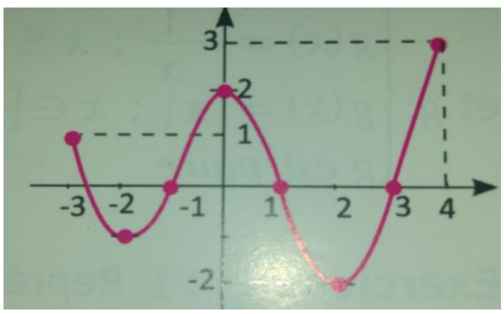
Soit f une fonction numérique dont le tableau de variations est le suivant :

x	-7	-2	4	8
$f(x)$	4 ↘	-1 ↗	3 ↘	-3

Déterminer $f([-2;4])$; $f([4;8[)$; $f([-7;4])$ et $f([-7;8[)$.

Exercice 06

Soit f une fonction définie sur l'intervalle $I=[-3;4]$ dont la courbe est la suivante



1) Dresser le tableau de variations de f sur I

2) Déterminer les extremums de la fonction f , puis le nombre de solutions de l'équation $f(x)=1$

3) Déterminer graphiquement : $f([-2;0])$, $f([-3;-2])$, $f(]0;2[)$ et $f([3;4])$

Exercice 07

Soit f une fonction numérique définie par

$f(x)=\frac{3}{x}+\frac{x}{3}$

1) Déterminer D_f
2) Etudier la parité de la fonction f
3) Montrer que pour tous a et b dans $]0;+\infty[$; on a $T=\frac{ab-9}{3ab}$.
4) Déduire le sens de variations de la fonction f sur $[3;+\infty[$ et $]0;3]$
5) Dresser le tableau de variations de f sur D_f en précisant sa valeur maximale et sa valeur minimale.

Exercice 08

Soient f *et* g les fonctions définies par :

$$f(x)=x^2+1 \text{ et } g(x)=\frac{3x}{x-1}$$

1) Déterminer l'ensemble de définition de chacune des fonctions $f;g$; gof et fog .
2) Déterminer l'expression de $(gof)(x)$ pour tout $x\in D_{gof}$ et $(fog)(x)$ pour tout $x\in D_{fog}$.
3) Écrire sous forme d'une composée de deux fonctions dans les cas suivants :

$h:x\mapsto\frac{x^2}{x^2+8}$; $h:x\mapsto\frac{\sqrt{x}-2}{2\sqrt{x}+3}$; $h:x\mapsto\frac{x^2+1}{|x|+3}$

4) Soients u et w deux fonctions telles que $v(x)=x-1$ et $w(x)=2x^2+3x-1$

Déterminer la fonction v telle que $w=uov$

Exercice 09

On considère les fonctions suivantes :

$f(x)=x^2-2x-1$ et $g(x)=\frac{x-2}{x+2}$

1) Déterminer D_f et D_g
2) Déterminer D_{gof} puis calculer $gof(x)$
3) Dresser le tableau de variations de f et g
4) Déduire le tableau de variations de gof

Exercice 10

Soit h une fonction numérique définie par

$h(x)=\frac{x^2-4x+6}{x^2-4x+8}$.

1) Déterminer D_h l'ensemble de définition de h
2) Montrer que $(\forall x\in D_h):\frac{1}{2}\leq h(x)\leq 1$

Soient f et g deux fonctions définies par

$f(x)=x^2-4x+5$ et $g(x)=\frac{x+1}{x+3}$

1) Dresser le tableau de variations de f et g
2) Vérifie que $(\forall x\in D_h):h(x)=(g\circ f)(x)$
3) En utilisant les variations de la fonction f et les variations de la fonction g , étudier les variations de la fonction h sur $]-\infty;2]$ et $[2;+\infty[$.

Exercice 11

Soient f et g deux fonctions définies par :

$$f(x)=2x^3 \text{ et } g(x)=\sqrt{x+3}$$

Soient (C_f) et (C_g) respectivement les courbes de f et g dans un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) Vérifier que $f(1)=g(1)$, puis interpréter le résultat graphiquement.
2) Dresser le tableau de variations de f et g .
3) a-Construire les courbes dans un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$.

   b- Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x)\geq g(x)$.

   c- Déterminer graphiquement $f([3;+\infty[)$
4) a-Déterminer D_{fog} .

   b- Étudier les variations de la fonction fog à partir des variations des fonctions f et g sur $[3;+\infty[$

   c- Calculer $fog(x)$ pour tout D_{fog} .