

التمرين الأول : 9 نقط

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بما يلي: $u_0 = 5$ و $u_{n+1} = \frac{u_n+4}{3}$ لكل n من \mathbb{N}

- | | |
|--|-----|
| (1) أحسب u_1 و u_2 | 1 |
| (2) بين بالترجع أنه لكل n من \mathbb{N} $u_n \geq 2$ | 1 |
| (3) ادرس رتبة المتتالية (u_n) واستنتج أنها متقاربة | 1,5 |
| (4) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة بـ $v_n = u_n - 2$ لكل n من \mathbb{N} | |
| (5) بين أن المتتالية (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{3}$ | 1 |
| (6) حدد بدلالة n ثم استنتج أن $u_n = (\frac{1}{3})^{n-1} + 2$ | 1 |
| (7) أحسب نهاية المتتالية (u_n) | 1 |
| نضع $T_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$ و $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$ | |
| (8) حدد T_n و S_n بدلالة n | 1,5 |
| (9) استنتج أن نهاية المتتالية (S_n) هي $\frac{9}{2}$ | 1 |

التمرين الثاني : 11 نقطة

نعتبر الدالة f المعرفة على \mathbb{R} بـ $f(x) = x + 2 - \sqrt{x^2 + 4}$ و (C_f) منحناها في معلم متعامد ممنظم

- | | |
|---|------|
| (1) بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$ ثم اول هذه النتيجة هندسيا | 1,5 |
| (2) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = 2x + 2$ مقارب مائل لـ (C_f) بجوار $-\infty$ | 1,5 |
| (3) أ) بين أن $\forall x \in \mathbb{R}, f'(x) = \frac{\sqrt{x^2+4}-x}{\sqrt{x^2+4}}$ | 1 |
| ب) تحقق أنه لكل x من \mathbb{R} $\sqrt{x^2 + 4} - x > 0$ | 1 |
| ج) ضع جدول تغيرات الدالة f | 0,75 |
| (4) حدد معادلة (T) مماس الدالة f في 0 | 0,75 |
| (5) أنشئ المستقيمين (T) و (Δ) و منحنى الدالة f في معلم متعامد وممنظم | 2 |
| (6) بين أن الدالة f تقبل دالة عكسية f^{-1} معرفة على مجال يتم تحديده | 0,75 |
| (7) بين أن الدالة f^{-1} قابلة للاشتقاق في 0 وحدد $(f^{-1})'(0)$ | 0,75 |
| (8) مثل منحنى الدالة f^{-1} بلون مغاير وفي نفس المعلم السابق | 1 |