

التمرين 1: (8ن)

موضوع هذا التمرين هو حساب نهاية متتالية بطريقتين مختلفتين.

$$\begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = \frac{U_n}{2 + U_n^2}; \quad n \in \mathbb{N} \end{cases} \quad \text{نعتبر المتتالية } (U_n) \text{ المعرفة بما يلي :}$$

I-1 بين بالترجع أن : $0 < U_n < 1$: $(\forall n \in \mathbb{N})$.

2 بين أن : $0 < U_{n+1} < \frac{1}{2}U_n$: $(\forall n \in \mathbb{N})$. ثم استنتج أن : $0 < U_n < \left(\frac{1}{2}\right)^n$: $(\forall n \in \mathbb{N})$.

3 استنتج نهاية المتتالية (U_n) .

II- نعتبر f الدالة المعرفة على \mathbb{R} ب : $f(x) = \frac{x}{2 + x^2}$

1 ضع جدول تغيرات f .

2 نعتبر المجال $I = [0, 1]$. بين أن $f(I) \subset I$.

3 بين أن المتتالية (U_n) متقاربة.

4 حل في \mathbb{R} المعادلة $f(x) = x$ ثم استنتج نهاية المتتالية (U_n) .

التمرين 2: (8ن)

نعتبر f الدالة المعرفة على \mathbb{R} ب : $f(x) = \sqrt{x^2 + 1} + \frac{4}{\sqrt{x^2 + 1}}$ و (C_f) منحناها في معلم متعامد ممنظم مباشر $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1

1.1 بين أن f دالة زوجية.

2.1 أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

2

1.2 بين أن $f'(x) = \frac{x(x^2 - 3)}{\sqrt{(x^2 + 1)^3}}$ لكل x من \mathbb{R} .

2.2 أعط جدول تغيرات f .

3

1.3 بين أن $f''(x) = \frac{3(3x^2 - 1)}{\sqrt{(x^2 + 1)^5}}$ لكل x من \mathbb{R} .

2.3 استنتج أن (C_f) يقبل نقطتي انعطاف يتم تحديد أفصول كل منهما.

4 بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - x) = 0$ ثم أول النتيجة هندسيا.

5 أنشئ (C_f) .

التمرين 3: (4ن)

حدد الدوال الأصلية للدوال التالية :

$$k(x) = \frac{4x + 1}{2\sqrt{2x^2 + x + 2}} \quad ; \quad g(x) = -\frac{1}{x^2} + \frac{1}{2\sqrt{x}} \quad ; \quad f(x) = x^2 + x + 1$$

$$h(x) = 12x(x^2 + 1)^5$$

التمرين 1: (8ن)

موضوع هذا التمرين هو حساب نهاية متتالية بطريقتين مختلفتين.

$$\begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = \frac{U_n}{2 + U_n^2}; \quad n \in \mathbb{N} \end{cases} \quad \text{نعتبر المتتالية } (U_n) \text{ المعرفة بما يلي :}$$

I-1 بين بالترجع أن : $0 < U_n < 1$: $(\forall n \in \mathbb{N})$.

2 بين أن : $0 < U_{n+1} < \frac{1}{2}U_n$: $(\forall n \in \mathbb{N})$. ثم استنتج أن : $0 < U_n < \left(\frac{1}{2}\right)^n$: $(\forall n \in \mathbb{N})$.

3 استنتج نهاية المتتالية (U_n) .

II- نعتبر f الدالة المعرفة على \mathbb{R} ب : $f(x) = \frac{x}{2 + x^2}$

1 ضع جدول تغيرات f .

2 نعتبر المجال $I = [0, 1]$. بين أن $f(I) \subset I$.

3 بين أن المتتالية (U_n) متقاربة.

4 حل في \mathbb{R} المعادلة $f(x) = x$ ثم استنتج نهاية المتتالية (U_n) .

التمرين 2: (8ن)

نعتبر f الدالة المعرفة على \mathbb{R} ب : $f(x) = \sqrt{x^2 + 1} + \frac{4}{\sqrt{x^2 + 1}}$ و (C_f) منحناها في معلم متعامد ممنظم مباشر $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1

1.1 بين أن f دالة زوجية.

2.1 أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

2

1.2 بين أن $f'(x) = \frac{x(x^2 - 3)}{\sqrt{(x^2 + 1)^3}}$ لكل x من \mathbb{R} .

2.2 أعط جدول تغيرات f .

3

1.3 بين أن $f''(x) = \frac{3(3x^2 - 1)}{\sqrt{(x^2 + 1)^5}}$ لكل x من \mathbb{R} .

2.3 استنتج أن (C_f) يقبل نقطتي انعطاف يتم تحديد أفصول كل منهما.

4 بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - x) = 0$ ثم أول النتيجة هندسيا.

5 أنشئ (C_f) .

التمرين 3: (4ن)

حدد الدوال الأصلية للدوال التالية :

$$k(x) = \frac{4x + 1}{2\sqrt{2x^2 + x + 2}} \quad ; \quad g(x) = -\frac{1}{x^2} + \frac{1}{2\sqrt{x}} \quad ; \quad f(x) = x^2 + x + 1$$

$$h(x) = 12x(x^2 + 1)^5$$