ح.بوعيون	المستقيمات والمستويات في الفضاء ملخص الدرس	ج م ع

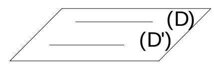
I) التــــــوازي

I) الأوضاع النسبية لمستقيين.

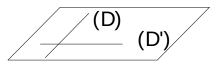
ليكن (D) و (D') مستقيمين في الفضاء. لدينا أربع حالات.

*) (D) و (D') منطبقان

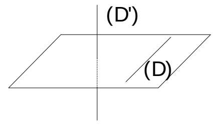
*) (D) و (D') متوازيان قطعا.



*) (D) و (D') متقاطعان في نقطة.



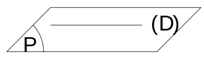
*) (D) و (D') غير متوازيين وغير منطبقين وغير متقاطعين ونقول في هذه الحالة إنهما غير مستوائيين.



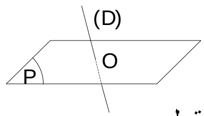
II) الأوضاع النسبية لمستقيم ومستوى

ليكن (D) مستقيما و (P) مستوى. لدينا ثلاث حالات

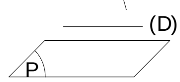
*) المستقيم (D) ضمن المستوى (P)



*) المستقيم (D) يقطع (P) في نقطة θ



*) المستقيم (D) والمستوى (P) منفصلين ونقول في هذه الحالة إن (D) و (P) متوزيان قطعا.

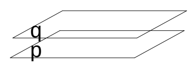


III) الأوضاع النسبية لمستويين.

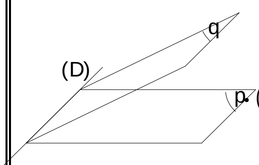
ليكن (P) و (Q) مستويين. لدينا ثلاث حالات

*) (P) و (Q) منطبقان.

*) (P) و (Q) منفصلان ونقول إنهما متوازيان قطعا.



*) (P) و (Q) متقاطعان وفق مستقيم (D)



IV) خاصيات

1) لكي نبين أن المستقيم (D) يوازي المستوى (P) يكفي أن نبين أن (D) يوازي مستقيما (D') ضمن (P).

2) لكي نبين أن مستوى (P) يوازي مستوى (Q) يكفي أن نبين أن
*) مستقيمان متقاطعان ضمن (P) يوازيان Q
أو *) مستقيمان متقاطعان ضمن (P) يوازيان مستقيمين متقاطعين ضمن (Q).

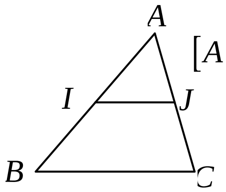
3) لكي نبين أن مستقيمين متوازيين هناك عدة طرق من بينها:

a) الأشكال الهندسية (متوازي الأضلاع – مربع – شبه منحرف...)

b) خاصية المنتصف.

ليكن (ABC) و I منتصف $[AB]$ و J منتصف $[AC]$

لدينا $(IJ)\parallel(BC)$.



c) مبرهنة السقف وهي كالتالي:

*) إذا كان: $\begin{cases}(P)\cap(Q)=(\Delta)\\(\Delta')\subset(P)\\(\Delta'')\subset(Q)\\(\Delta')\parallel(\Delta'')\end{cases}$ فإن $(\Delta')\parallel(\Delta'')\parallel(\Delta)$

*) إذا كان: $\begin{cases}(P)\cap(Q)=(\Delta)\\(\Delta')\subset(P)\\(\Delta')//(Q)\end{cases}$ فإن $(\Delta')\parallel(\Delta)$

*) إذا كان: $\begin{cases}(P)\cap(Q)=(\Delta)\\(\Delta')//(P)\\(\Delta')//(Q)\end{cases}$ فإن $(\Delta')\parallel(\Delta)$

d) التعدي

إذا كان $\begin{cases}(\Delta)//(\Delta')\\(\Delta')//(\Delta'')\end{cases}$ فإن $(\Delta)//(\Delta')$

e) إذا كان $\begin{cases}(P)//(Q)\\(H)\cap(P)=(\Delta)\\(H)\cap(Q)=(\Delta')\end{cases}$ فإن $(\Delta)//(\Delta')$

4) لكي نبين أن مستقيما (D) يوجد ضمن مستوى (P) يكفي أن نبين أن:
*) نقطتين A و B من (D) تنتميان إلى (P).
أو *) $(D)//(P)$ ولهما نقطة مشتركة.

5) لكي نبين أن مستقيما (D) يقطع مستوى (P) يكفي أن نبين أن (D) و (P) لهما نقطة مشتركة A و $D\not\subset(P)$.
وللبحث عن نقطة مشتركة بين (D) و (P) نبحث عن مستقيم (D') ضمن (P) يقطع (D).

6) لكي نبين أن مستويين (P) و (Q) متقاطعين يكفي أن نبين أن (P) و (Q) لهما نقطة مشتركة و $(P)\neq(Q)$. وللحصول على مستقيم التقاطع:
*) نبحث عن نقطتين مشتركتين A و B بين (P) و (Q) وسيكون تقاطع (P) و (Q) هو المستقيم (AB).
أو *) نبحث عن نقطة مشتركة A ومستقيمين (Δ') و (Δ'') بحيث $(\Delta')\subset(P)$ و $(\Delta'')\subset Q$ و $(\Delta')//(\Delta'')$.
وسيكون تقاطع (P) و (Q) هو المستقيم (Δ) المار من A والموازي ل (Δ') و (Δ'').

7) لكي نبين أن ثلاث نقط I و J و K مستقيمة يكفي أن نبين أنها مشتركة بين مستويين مختلفين (P) و (Q) وبالتالي ستنتمي إلى مستقيم تقاطعهما ومنه فهي مستقيمة.

II) التعــــــــامد

1) a) إذا أردنا أن نبين أن مستقيما (Δ) عمودي على مستوى (P) يكفي أن نبين أن (Δ) عمودي على مستقيمين متقاطعين ضمن (P).

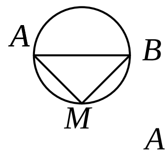
b) إذا كان المستقيم (Δ) عموديا على المستوى (P) فإن (Δ) يكون عموديا على أي مستقيم ضمن (P).

2) لكي نبين أن مستوى (P) عمودي على مستوى (Q) يكفي أن نبين أن مستقيما (Δ) يوجد ضمن (P) وعمودي على (Q).

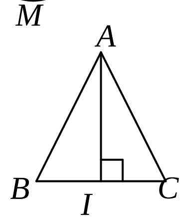
3) لكي نبين أن مستقيمين متعامدان هناك عدة طرق من بينها:

a) الأشكال الهندسية
(مربع – مستطيل – قطرا مربع – قطرا معين – مثلث قائم الزاوية...)

b) لتكن (ℓ) دائرة أحد أقطارها $[AB]$
و $M \in (\ell)$
لدينا $(AM) \perp (BM)$



c) ليكن (ABC) مثلث متساوي الساقين في A و I منتصف $[BC]$
لدينا $(AI) \perp (BC)$.



d) إذا كان $\begin{cases} (\Delta) \perp (\Delta') \\ (\Delta') \perp (\Delta'') \end{cases}$ فإن $(\Delta) \perp (\Delta')$

e) إذا كان $\begin{cases} (\Delta) \perp (P) \\ (\Delta') \subset (P) \end{cases}$ فإن $(\Delta) \perp (\Delta')$

ملاحظة:
إذا أردنا أن نبين أن المستقيم (Δ) عمودي على المستقيم (Δ') نبحث عن مستوى (P) يتضمن (Δ') ويكون (Δ) عمودي عليه.

4) لتكن A و B نقطتين.
مجموعة النقط المتساوية المسافة عن A و B تكون مستوى يسمى المستوى الواسط للقطعة $[AB]$ ويكون هو المستوى المار من منتصف $[AB]$ والعمودي على $[AB]$.

5) ليكن (Δ) مستقيم و (P) و (Q) مستويين
إذا كان $\begin{cases} (\Delta) \perp (P) \\ (P) /\!/ (Q) \end{cases}$ فإن $(\Delta) \perp (Q)$

6) ليكن (Δ) و (Δ') مستقيمين و (P) مستوى
إذا كان $\begin{cases} (\Delta) /\!/ (\Delta') \\ (\Delta) \perp (P) \end{cases}$ فإن $(\Delta') \perp (P)$