

### Exercice 01 :

1) Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}^*$  par :  $f(x) = 1 - \frac{1}{x}$

Montrer que  $f$  est majorée par 1 sur  $\mathbb{R}_+^*$ .

2) Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par :

$$f(x) = -2 + \frac{1}{x^2 + 1}$$

Montrer que  $f$  est minorée par -2 sur  $\mathbb{R}$ .

3) Soit  $g$  la fonction définie par  $g(x) = \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+1}$

a) Déterminer  $D_g$ .

b) Montrer que la fonction  $g$  est majorée par 1 et minorée par -3.

c) Interpréter les résultats géométriquement.

### Exercice 02

Soit  $f$  une fonction définie par  $f(x) = x + \frac{4}{x}$

1) Déterminer  $D_f$  l'ensemble de définition de la fonction  $f$

2) Montrer que  $f(2)$  est une valeur minimale de la fonction  $f$  sur  $]0; +\infty[$ .

3) Montrer que  $f(-2)$  est une valeur maximale de la fonction  $f$  sur  $]-\infty; 0[$ .

### Exercice 03

Soient  $f, g$  et  $h$  trois fonctions numériques telles que  $f(x) = \cos^2(x)$  ;  $g(x) = \sin(2\pi x)$  et  $h(x) = \tan(2x)$

Montrer que les fonctions  $f, g$  et  $h$  sont des

fonctions périodiques et  $\pi; 1$  et  $\frac{\pi}{2}$  sont

respectivement leurs périodes.

### Exercice 04

1) Etudier l'égalité de  $f$  et  $g$  dans les cas suivants :

•  $f(x) = \frac{x}{x^2}$  et  $g(x) = \frac{1}{x}$

•  $f(x) = \sqrt{(x+1)^2}$  et  $g(x) = x+1$

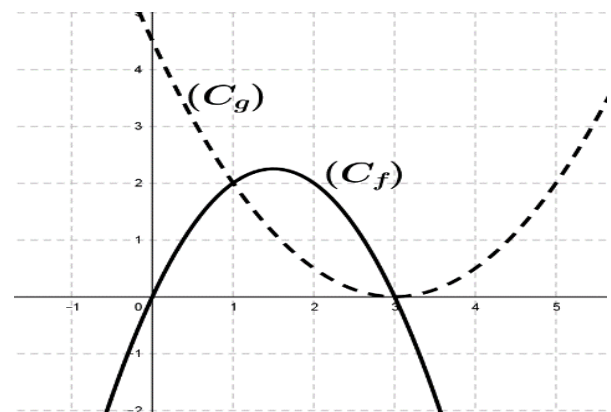
•  $f(x) = \frac{x^2-1}{x+1}$  et  $g(x) = x-1$ .

2) Soient  $f$  et  $g$  deux fonctions définies sur  $\mathbb{R}$  par

$$f(x) = x^2 - 2x + 1 \text{ et } g(x) = -2x^2 + 4x + 1$$

Comparer  $f$  et  $g$  pour tout  $x$  dans ces intervalles suivants  $]-\infty; 0]$  ;  $]2; +\infty[$  et  $[0; 2]$  et déduire les positions relatives sur  $]-\infty; 0]$  ;  $]2; +\infty[$  et  $[0; 2]$ .

3) Soient  $f$  et  $g$  deux fonctions et  $(C_f)$  et  $(C_g)$  leurs représentations graphiques :



Résoudre graphiquement :

$f(x) \leq g(x)$  ;  $f(x) > g(x)$  ;  $f(x) \geq 0$  ;  $f(x) < 0$  et  $f(x) = g(x)$ .

### Exercice 05

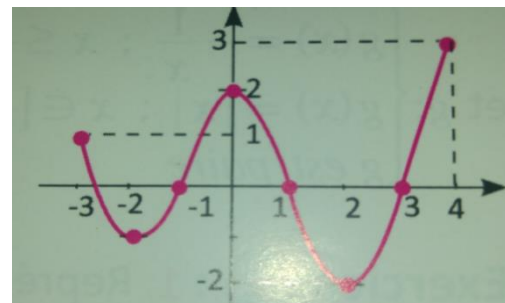
Soit  $f$  une fonction numérique dont le tableau de variations est le suivant :

$x$	-7	-2	4	8
$f(x)$	4	-1	3	-3

Déterminer  $f([-2; 4])$  ;  $f([4; 8[)$  ;  $f([-7; 4])$  et  $f([-7; 8])$ .

### Exercice 06

Soit  $f$  une fonction définie sur l'intervalle  $I = [-3; 4]$  dont la courbe est la suivante



- 1) Dresser le tableau de variations de  $f$  sur  $I$
- 2) Déterminer les extremums de la fonction  $f$ , puis le nombre de solutions de l'équation  $f(x) = 1$
- 3) Déterminer graphiquement :  $f([-2; 0])$ ,  $f([-3; -2])$ ,  $f([0; 2])$  et  $f([3; 4])$ .

### Exercice 07

Soit  $f$  une fonction numérique définie par

$$f(x) = \frac{3}{x} + \frac{x}{3}$$

- 1) Déterminer  $D_f$
- 2) Etudier la parité de la fonction  $f$
- 3) Montrer que pour tous  $a$  et  $b$  dans  $]0; +\infty[$  ; on a
$$T = \frac{ab-9}{3ab}.$$
- 4) Dédire le sens de variations de la fonction  $f$  sur  $[3; +\infty[$  et  $]0; 3]$

- 5) Dresser le tableau de variations de  $f$  sur  $D_f$  en précisant sa valeur maximale et sa valeur minimale.

### Exercice 08

Soient  $f$  et  $g$  les fonctions définies par :

$$f(x) = x^2 + 1 \text{ et } g(x) = \frac{3x}{x-1}$$

- 1) Déterminer l'ensemble de définition de chacune des fonctions  $f$  ;  $g$  ;  $g \circ f$  et  $f \circ g$ .
- 2) Déterminer l'expression de  $(g \circ f)(x)$  pour tout  $x \in D_{g \circ f}$  et  $(f \circ g)(x)$  pour tout  $x \in D_{f \circ g}$ .
- 3) Écrire sous forme d'une composée de deux fonctions dans les cas suivants :

$$h : x \mapsto \frac{x^2}{x^2+8} ; h : x \mapsto \frac{\sqrt{x}-2}{2\sqrt{x}+3} ; h : x \mapsto \frac{x^2+1}{|x|+3}$$

- 4) Soient  $u$  et  $w$  deux fonctions telles que  $v(x) = x-1$  et  $w(x) = 2x^2+3x-1$

Déterminer la fonction  $u$  telle que  $w = u \circ v$

### Exercice 09

On considère les fonctions suivantes :

$$f(x) = x^2 - 2x - 1 \text{ et } g(x) = \frac{x-2}{x+2}$$

- 1) Déterminer  $D_f$  et  $D_g$
- 2) Déterminer  $D_{g \circ f}$  puis calculer  $g \circ f(x)$
- 3) Dresser le tableau de variations de  $f$  et  $g$
- 4) Dédire le tableau de variations de  $g \circ f$

### Exercice 10

I) Soit  $h$  une fonction numérique définie par

$$h(x) = \frac{x^2 - 4x + 6}{x^2 - 4x + 8}.$$

- 1) Déterminer  $D_h$  l'ensemble de définition de  $h$
- 2) Montrer que  $(\forall x \in D_h) : \frac{1}{2} \leq h(x) \leq 1$

II) Soient  $f$  et  $g$  deux fonctions définies par

$$f(x) = x^2 - 4x + 5 \text{ et } g(x) = \frac{x+1}{x+3}$$

- 1) Dresser le tableau de variations de  $f$  et  $g$
- 2) Vérifier que  $(\forall x \in D_h) : h(x) = (g \circ f)(x)$
- 3) En utilisant les variations de la fonction  $f$  et les variations de la fonction  $g$ , étudier les variations de la fonction  $h$  sur  $] -\infty; 2]$  et  $[2; +\infty[$ .

### Exercice 11

Soient  $f$  et  $g$  deux fonctions définies par :

$$f(x) = 2x^3 \text{ et } g(x) = \sqrt{x+3}$$

Soient  $(C_f)$  et  $(C_g)$  respectivement les courbes de  $f$  et  $g$  dans un repère orthonormé  $(O; \vec{i}; \vec{j})$

- 1) Vérifier que  $f(1) = g(1)$ , puis interpréter le résultat graphiquement.
- 2) Dresser le tableau de variations de  $f$  et  $g$ .
- 3) a- Construire les courbes dans un repère orthonormé  $(O; \vec{i}; \vec{j})$ .  
b- Résoudre graphiquement l'inéquation  $f(x) \geq g(x)$ .  
c- Déterminer graphiquement  $f([3; +\infty[)$
- 4) a- Déterminer  $D_{f \circ g}$ .  
b- Étudier les variations de la fonction  $f \circ g$  à partir des variations des fonctions  $f$  et  $g$  sur  $[3; +\infty[$   
c- Calculer  $f \circ g(x)$  pour tout  $D_{f \circ g}$ .