

التمرين الأول : (9 نقط)

I- نعتبر في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O; \vec{i}; \vec{j})$ النقط A و B و C و D التي ألحاقها على التوالي : $a = 1$ و $b = 1 - \sqrt{3}i$ و $c = 1 + \sqrt{3}i$ و $d = 2\sqrt{3} + 1 - \sqrt{3}i$

1) أحسب $\frac{c-b}{a-b}$ ثم استنتج أن النقط A و B و C مستقيمة . (1.5 ن)

② بين أن : $\frac{c-b}{d-b} = i$ ثم استنتج طبيعة المثلث BCD .

II- نعتبر العدد العقدي Z المعروف بمائلي $Z = \frac{1+i}{1-\sqrt{3}i}$

بين أن : $Z = \frac{\sqrt{3}-1}{2} + \frac{\sqrt{3}+1}{2}i$ (1.5 ن)

② بين أن : $|Z| = \frac{\sqrt{2}}{2}$ و $Arg(Z) \equiv \frac{7\pi}{12} [2\pi]$ ثم أكتب الشكل المثلثي للعدد Z . (3 ن)

٣ استنتج أن : $\sin(\frac{7\pi}{12}) = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$ و $\cos(\frac{7\pi}{12}) = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$

التمرین الثانی : (11 نقط)

الجزء الأول

نعتبر الدالة g المعرفة على $]0; +\infty[$ بما يلي :

① أحسب $g'(x)$ ثم بين أن g تزايدية قطعاً على المجال $]0; +\infty[$ (1.25 ن)

② أحسب $g(1)$ ثم بين أن $g(x) \geq 0$ لكل x من المجال $[1; +\infty[$ (1.25 ن)

و $g(x) \leq 0$ لكل x من المجال $]0; 1]$.

الجزء الثاني

نعتبر الدالة f المعرفة على $]0; +\infty[$ بما يلي :

$$f(x) = x - 1 - \frac{\ln x}{x}$$

(C_f) منحنى الدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O; \vec{i}; \vec{j})$

١- أ حسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ ثم أول النتيجة هندسيا . (1.25 ن)

ب- أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ثم بين أن المستقيم $y = x - 1$: (Δ) مقارب مائل (C_f) . (1.75 ن)

ج- ادرس الوضع النسبي ل (C_f) والمستقيم (Δ) . (1 ن)

② أ- بين أن لكل x من $]0; +\infty[$ ، $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$ (ن 1)

ب- ضع جدول تغيرات الدالة f . (1 ن)

(ن 0.5) ج-استنتج أن: $\forall x \in]0; +\infty[: \ln x \leq x^2 - x$

③ أنشئ المنحنى (C_f)

④ بين أن الدالة $F(x) = \frac{1}{2}x^2 - x - \frac{(\ln x)^2}{2}$ هي دالة أصلية للدالة f على $]0; +\infty[$ (ن 1)