# Lycée Qualifiant : Charif EL Idrissi

# Devoir libre 2 1bac.sc.exp 01

Prof : Mouad ZILLOU Année Scolaire: 2020/2021

# Devoir libre N°2

### Exercice 01

Soit  $(U_n)$  une suite numérique définie par :

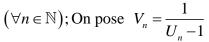
$$\begin{cases} U_0 = 0 \\ (\forall n \in \mathbb{N}); U_{n+1} = \frac{U_n - 3}{U_n + 5} \end{cases}$$

- 1) a) Calculer  $U_1$ 
  - b) Montrer que  $(\forall n \in \mathbb{N}); U_n > -1$ .
- 2) a) Vérifier que  $(\forall n \in \mathbb{N}), U_{n+1} U_n = -\frac{(U_n + 1)(U_n + 3)}{U_n + 5}$ 
  - b) montrer que la suite  $(U_n)$  est décroissante.
- 3)  $(\forall n \in \mathbb{N})$ ; On pose  $V_n = \frac{U_n + 1}{U_n + 3}$
- a) Montrer que  $(V_n)$  est une suite géométrique de raison  $q=\frac{1}{2} \text{ ,puis calculer } V_0 \ .$
- b) Exprimer  $V_n$  en fonction de n.
- c) Déduire que :  $(\forall n \in \mathbb{N}); U_n = \frac{1 \left(\frac{1}{2}\right)^n}{\frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{2}\right)^n 1}$
- 4) a) Montrer que  $(\forall n \in \mathbb{N})$ ;  $U_{n+1} + 1 \le \frac{1}{2} (U_n + 1)$ 
  - b) Déduire que  $(\forall n \in \mathbb{N}); U_n + 1 \le \left(\frac{1}{2}\right)^n$

### Exercice 02

Soit  $(U_n)$  une suite numérique définie par :

$$\begin{cases} U_0 = 2 \\ (\forall n \in \mathbb{N}); u_{n+1} = \frac{5U_n - 1}{U_n + 3} \end{cases}$$





- 1) Calculer  $v_1$  et  $U_1$
- 2) Montrer que  $(\forall n \in \mathbb{N}); U_n > 1$ .
- 3) a- Montrer que  $(V_n)$  est une suite arithmétique en précisera sa raison r
  - b- en déduire  $V_n$  et  $U_n$  en fonction de  $\mathbf{n}$ .
  - c- calculer la somme suivant :

$$S = V_0 + V_1 + \dots + V_{20}$$

# Rendre le 22/12/2020

#### Devoir surveillé 2018

#### Exercice 01

Soit  $(u_n)_{n\geq 1}$  une suite arithmétique telle que :  $u_3 = 11$  et  $u_7 = 3$ 

- 1) Montrer que la raison de la suite  $(u_n)_{n>1}$  est r=-2.
- 2) Exprimer  $u_n$  en fonction de n.
- 3) Calculer la somme suivante  $S = u_3 + u_6 + \cdots + u_{20}$

#### Exercice 02

Soit  $(u_n)$  une suite numérique définie par :

$$\begin{cases} u_0 = 0 \\ (\forall n \in \mathbb{N}); u_{n+1} = \frac{2u_n + 3}{u_n + 4} \end{cases}$$

- 1) a) Calculer  $u_1$  et  $u_2$ .
  - b) Montrer que  $(\forall n \in \mathbb{N}^*)$ ;  $0 < u_n < 1$ .
- 2) a) Vérifier que  $(\forall n \in \mathbb{N})$ ;  $u_{n+1} u_n = \frac{(1 u_n)(u_n + 3)}{u_n + 4}$ 
  - b) Montrer que la suite  $(u_n)$  est croissante.
- 3)  $(\forall n \in \mathbb{N})$ ; on pose  $v_n = \frac{u_n 1}{u_n + 3}$
- a- Montrer que  $(v_n)$  est une suite géométrique de raison  $q = \frac{1}{5}$ .
- b-Exprimer  $v_n$  en fonction de n.

c-Déduire que : 
$$(\forall n \in \mathbb{N}); u_n = \frac{1 - \left(\frac{1}{5}\right)^n}{1 + \frac{1}{3}\left(\frac{1}{5}\right)^n}$$

4) on pose  $(\forall n \in \mathbb{N}^*)$ ;  $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_{n-1}$ 

Montrer que 
$$(\forall \mathbf{n} \in \mathbb{N}^*)$$
;  $S_n = \frac{5}{12} \left( \left( \frac{1}{5} \right)^n - 1 \right)$ 

#### Exercice 03

Soit  $(u_n)$  une suite numérique définie par :

$$\begin{cases}
\boldsymbol{u}_0 = 1 \\
(\forall \boldsymbol{n} \in \mathbb{N}); \boldsymbol{u}_{n+1} = \sqrt{\boldsymbol{u}_n^2 + 3}
\end{cases}$$

- 1) Calculer  $u_1$  et  $u_2$ .
- 2) On pose  $(\forall n \in \mathbb{N})$ ;  $w_n = u_n^2$
- a- Montrer que  $(w_n)$  est une suite arithmétique en précisant sa raison
  - b-Exprimer  $w_n$  puis  $u_n$  en fonction de n.

## Devoir surveillé 2019

### **EXERCICE 01**

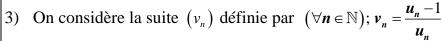
Soit  $(u_n)$  une suite arithmétique de raison  $r = \frac{1}{2}$  et  $u_{108} = 49$ 

- 1) Montrer que :  $u_0 = -5$  et  $u_9 = \frac{-1}{2}$
- 2) Calculer la somme  $S = u_9 + u_{10} + \dots + u_{108}$

### **EXERCICE 02**

Soit  $(u_n)$  une suite numérique définie par :  $\begin{cases} u_0 = 2 \\ (\forall n \in \mathbb{N}); u_{n+1} = \frac{5u_n}{2u_n + 3} \end{cases}$ 

- 1) Calculer  $u_1$ .
- 2)
  - a) Montrer que  $(\forall n \in \mathbb{N}); u_n > 1$ .
  - b) Vérifier que  $(\forall n \in \mathbb{N})$ ;  $u_{n+1} u_n = \frac{2u_n(1 u_n)}{2u_n + 3}$
  - c) Etudier la monotonie de la suite  $(u_n)$



- a) Montrer que  $(v_n)$  est une suite géométrique de raison  $q = \frac{3}{5}$  puis calculer son premier terme.
- b) Exprimer  $v_n$  en fonction de n.
- c) Déduire que :  $(\forall n \in \mathbb{N}); u_n = \frac{2}{2 (\frac{3}{5})^n}$
- 4) a) Montrer que :  $(\forall n \in \mathbb{N})$ ;  $u_{n+1} \le \frac{5}{3}u_n$ 
  - b) En déduire que  $(\forall n \in \mathbb{N}); u_n \le 2\left(\frac{5}{3}\right)^n$
- 5) On pose  $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_{n-1}$ . Montrer que  $S_n = \frac{5}{4} \left( 1 \left( \frac{3}{5} \right)^n \right)$

## **EXERCICE 03**

Soit  $(u_n)_{n\geq 1}$  une suite numérique définie par :  $\begin{cases} u_1 = -1 \\ (\forall n \in \mathbb{N}); u_{n+1} = \frac{2u_n}{3u_n + 2} \end{cases}$ 

$$(\forall n \in \mathbb{N})$$
 On pose  $v_n = \frac{2}{u_n}$ 

- 1) Calculer  $v_1$
- 2) a) Montrer que  $(v_n)$  est une suite arithmétique de raison r=3.
  - b) En déduire  $v_n$  et  $u_n$  en fonction de n .

