

Lycée Charif El Idrissi – Assoul–	Devoir surveillé N°2	Prof : MOUAD ZILLOU Classe : 1Bac Sc.exp	Notes
N.B : les exercices sont indépendants.			
Exercice ①			
Soit (w_n) une suite géométrique telle que $w_0 = 3$ $w_3 = 81$			01
1) Déterminer la raison de la suite (w_n)			0.5
2) Exprimer w_n en fonction de n			0.75
3) Montrer que $S = w_1 + w_2 + w_3 + w_4 = 360$.			
Exercice ②			
Soit (U_n) une suite numérique définie par : $\begin{cases} u_0 = 1 \\ (\forall n \in \mathbb{N}); u_{n+1} = \frac{4u_n - 1}{4u_n} \end{cases}$			02
1) Montrer que $(\forall n \in \mathbb{N}); u_n > \frac{1}{2}$.			01
2) Montrer que $U_{n+1} - U_n = \frac{-(2U_n - 1)^2}{4U_n}$			01
3) Etudier la monotonie de (U_n) puis déduire que $(\forall n \in \mathbb{N}); u_n \leq 1$			
4) Soit (v_n) une suite définie par $(\forall n \in \mathbb{N}); v_n = \frac{3}{2u_n - 1}$			02
a) Montrer que (v_n) est arithmétique de raison $r = 3$, puis calculer v_0 .			1.5
b) Déterminer v_n en fonction de n puis déduire que $(\forall n \in \mathbb{N}); u_n = \frac{1}{2} \left(\frac{n+2}{n+1} \right)$.			0.75
c) Calculer $S = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_{20}$			
Exercice ③			
Soit (u_n) une suite numérique définie par : $\begin{cases} u_0 = \frac{1}{2} \\ (\forall n \in \mathbb{N}); u_{n+1} = \frac{u_n}{3 - 2u_n} \end{cases}$			0.5
1) Calculer u_1 et u_2			02
2) Montrer que $(\forall n \in \mathbb{N}); 0 < u_n < 1$			1.5
3) Montrer que pour tout n de \mathbb{N} ; $u_{n+1} - u_n = \frac{2u_n(u_n - 1)}{3 - 2u_n}$			01
4) Montrer que la suite (u_n) est décroissante.			
5) On considère la suite (v_n) définie par : $(\forall n \in \mathbb{N}); v_n = \frac{u_n}{u_n - 1}$			02
a) Montrer que (v_n) est une suite géométrique de raison $q = \frac{1}{3}$, puis calculer son premier terme.			0.5
b) Exprimer v_n en fonction de n			01
c) Déduire que : $(\forall n \in \mathbb{N}); u_n = \frac{1}{1 + 3^n}$			01
6) On pose $(\forall n \in \mathbb{N}^*); S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_{n-1}$. Montrer que : $(\forall n \in \mathbb{N}^*); S_n = \frac{-3}{2} \left(1 - \left(\frac{1}{3} \right)^n \right)$			01

Bon courage