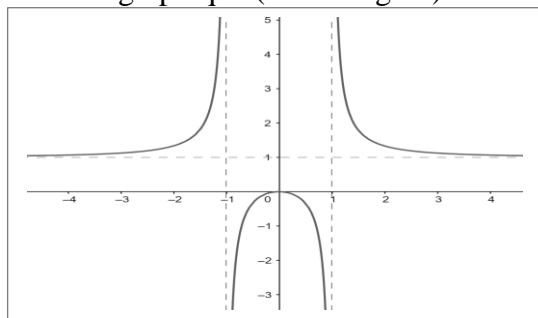


Exercice 01

Soit f une fonction numérique définie par sa représentation graphique (voir la figure).



Calculer les limites suivantes

$$\begin{aligned} &\bullet \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) & \bullet \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) & \bullet \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) \\ &\bullet \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) & \bullet \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) & \bullet \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) \end{aligned}$$

Exercice 02

Calculer les limites suivantes

$$\begin{aligned} &\bullet \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 2x^2 + x - 2}{x - 2} & \bullet \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 + x + 1}{x^2 - x + 3} & \bullet \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 8}{x^2 - 4} \\ &\bullet \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - \sqrt{x+2}}{x - 2} & \bullet \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1} - 1}{x^2 - x} & \bullet \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x\sqrt{x} - 1}{1 - x^2} \\ &\bullet \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4-x} - \sqrt{4+x}}{x} & \bullet \lim_{x \rightarrow 4} \frac{3 - \sqrt{5+x}}{1 - \sqrt{5-x}} & \bullet \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{7-x}}{\sqrt{2x+3} - \sqrt{15-2x}} \end{aligned}$$

Exercice 03

Calculer les limites suivantes

$$\begin{aligned} &\bullet \lim_{\substack{x \rightarrow \frac{1}{2} \\ x < \frac{1}{2}}} \frac{3x^2 - x - 1}{2x - 1} & \bullet \lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x > 1}} \frac{2x - 1}{1 - x^2} & \bullet \lim_{x < 0} \frac{x^3 - 6}{x^2 - 2x} \\ &\bullet \lim_{\substack{x \rightarrow 2 \\ x < 2}} \frac{x^2 - 5x + 6}{(2-x)^2} & \bullet \lim_{\substack{x \rightarrow 2 \\ x > 2}} \frac{\sqrt{x^2 - 4}}{x - 2} & \bullet \lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x > 1}} \frac{\sqrt{x+3} - \sqrt{3x+1}}{\sqrt{x} - 1} \end{aligned}$$

Exercice 04

Calculer les limites suivantes

$$\begin{aligned} &\bullet \lim_{x \rightarrow +\infty} 1 + 5x^2 + 8x & \bullet \lim_{x \rightarrow -\infty} -5x^3 + 1 & \bullet \lim_{x \rightarrow -\infty} x + (1 - \sqrt{2})x^2 + 4 \\ &\bullet \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4 + 2x^3}{3x^3 + 5x^2 + 1} & \bullet \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(2 - \sqrt{3})x^3 - x^2}{2x^2 - 3} & \bullet \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{x^3 + x^2 - 1}{5x^4 + 3x + 6} \right) \\ &\bullet \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{2}x^4 - x^2}{3x^2 - 3} & \bullet \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{-3x^5 + 2x^2}{5x^7 - 2x + 6} \right) & \bullet \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3 - 2x^4}{2x^4 - 5x^2 + 3} \end{aligned}$$

Exercice 05

Calculer les limites suivantes

$$\begin{aligned} &\bullet \lim_{|x| \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 + x + 5} & \bullet \lim_{x \rightarrow -\infty} x + \sqrt{1-x} & \bullet \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x+2} - \sqrt{x+4} \\ &\bullet \lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{3x^2 - 2} + x & \bullet \lim_{x \rightarrow +\infty} 3x - \sqrt{2x^2 + 3} & \bullet \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{2x+3} - \sqrt{x} \\ &\bullet \lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{x^2 - x - 2} - \sqrt{2x^2 + 1} & \bullet \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} \\ &\bullet \lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{2x^2 - 3x + 1} + x & \bullet \lim_{|x| \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 + x + 3} + 2x \end{aligned}$$

Exercice 06

Soit f une fonction numérique définie sur $\mathbb{R} - \{3\}$ par :

$$\begin{cases} f(x) = x^2 - 4x ; & x \in]-\infty, 1] \\ f(x) = x - 3 + \frac{2}{x-3} ; & x \in]1, 3[\cup]3, +\infty[\end{cases}$$

1) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$; $\lim_{\substack{x \rightarrow 3 \\ x > 3}} f(x)$ et $\lim_{\substack{x \rightarrow 3 \\ x < 3}} f(x)$

2) Montrer que f admet une limite en 1.

Exercice 07

Soit f une fonction numérique définie sur $\mathbb{R} - \{-1; 1\}$

par $\begin{cases} f(x) = \frac{x^3}{x^2 - 1} ; & x \in]-\infty; -1[\cup]-1; 0] \\ f(x) = \frac{2x}{x^2 + 2} ; & x \in [0; +\infty[\end{cases}$

1) Calculer

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$; $\lim_{\substack{x \rightarrow -1 \\ x > -1}} f(x)$ et $\lim_{\substack{x \rightarrow -1 \\ x < -1}} f(x)$

2) f admet-elle une limite en 0 ?

3) vérifier que $\forall x \in]-\infty; -1[; f(x) = x + \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x^2 - 1}$ puis calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) - x)$

Exercice 08

Calculer les limites suivantes :

$$\begin{aligned} &\bullet \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{x} & \bullet \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x^2 + 3x)}{x} & \bullet \lim_{x \rightarrow 0} \frac{7x}{\sin 5x} \\ &\bullet \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{\sin 3x} & \bullet \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{x^2} & \bullet \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(x-1)}{x-1} \\ &\bullet \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 5x}{3x} & \bullet \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)^2}{\cos(x-1) - 1} & \bullet \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1 - \cos \sqrt{x}}{x} \\ &\bullet \lim_{\substack{x \rightarrow \frac{\pi}{4} \\ x < \frac{\pi}{4}}} \frac{\sin x - \cos x}{x - \frac{\pi}{4}} & \bullet \lim_{x \rightarrow +\infty} x \sin\left(\frac{1}{x}\right) & \bullet \lim_{x \rightarrow +\infty} x \left(1 - \cos\left(\frac{1}{x}\right)\right) \end{aligned}$$

Exercice 09

1) Montrer que $(\forall x \in \mathbb{R}) ; \frac{1}{1+x^2} \leq \frac{3+2\sin x}{1+x^2} \leq \frac{5}{1+x^2}$ puis déduire $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3+2\sin x}{1+x^2}$

2) montrer que $(\forall x > 1) ; \left| \frac{2x \sin x}{x^2 - 1} \right| \leq \frac{2x}{x^2 - 1}$ puis déduire $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x \sin x}{x^2 - 1}$

3) montrer que $(\forall x \in \mathbb{R}^*) ; \frac{1}{|x|} \leq \frac{2 - \sin \frac{1}{x}}{|x|}$ puis déduire

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 - \sin \frac{1}{x}}{|x|}$$

"غذ قلبك بالآيات وغذ عقلك بالرياضيات"