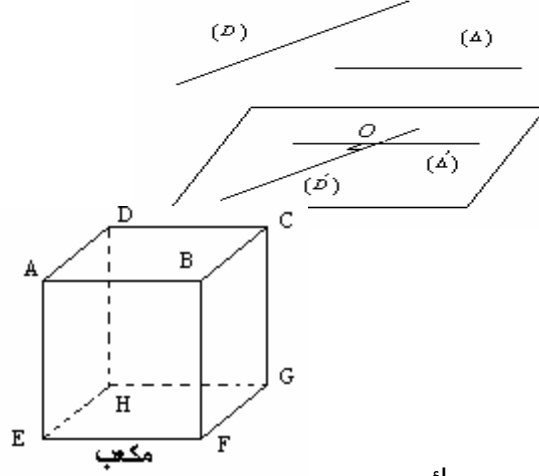


التعامد في الفضاء

I- تعامد مستقيمين في الفضاء

1- تعريف

نقول إن مستقيمين (D) و (Δ) متعامدان في الفضاء إذا و فقط إذا كانا الموازيين لهما و الماران من نقطة O في الفضاء متعامدين. نكتب $(D) \perp (\Delta)$



مثال مكعب $ABCDEFGH$

$$(AD) \perp (AE)$$

$$(AD) \perp (CG)$$

$$(EF) \perp (DH)$$

ملاحظة

مستقيمان متعامدان يمكن أن يكونا غير مستوائيين

تمرين

رابعي الأوجه حيث $BD = DC$ و I و J و K منتصفات $[AB]$ و $[AC]$ و $[CB]$ على التوالي بين أن $(IJ) \perp (DK)$

2- خاصيات

خاصة 1

إذا كان مستقيمان متوازيين فكل مستقيم عمودي على أحدهما يكون عموديا على الآخر

خاصة 2

إذا كان مستقيمان متعامدين فكل مستقيم مواز لأحدهما يكون عموديا على الآخر

ملاحظة

يمكن لمستقيمين أن يكون عموديين على مستقيم ثالث دون أن يكونا متوازيين.

II- تعامد مستقيم و مستوى في الفضاء

1- مبرهنة

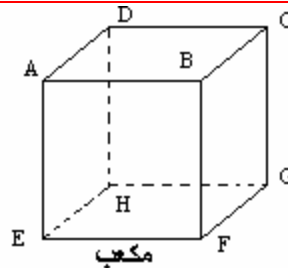
إذا كان مستقيم (D) عمودي على مستقيمين متقاطعين ضمن مستوى (P) فإن (D) عمودي على جميع مستقيمت المستوى (P)

2- تعريف

نقول إن المستقيم (D) عمودي على المستوى (P) إذا و فقط إذا (D) عموديا على جميع مستقيمت المستوى (P) .

3- مبرهنة

يكون مستقيم (D) عمودي على مستوى (P) إذا و فقط إذا كان المستقيم (D) عمودي على مستقيمين متقاطعين ضمن المستوى (P)



مثال مكعب $ABCDEFGH$

$$(AD) \perp (ABE)$$

$$(AD) \perp (CHG)$$

4- خاصيات

خاصة 1

إذا كان مستويان متوازيين فإن كل مستقيم عمودي على أحدهما يكون عموديا على الآخر

خاصة 2

إذا كان مستقيمان متوازيين فإن كل مستوى عمودي على أحدهما يكون عموديا على الآخر

خاصة 4

يكون مستقيمان متعامدين إذا و فقط إذا كان أحدهما عموديا على مستوى يتضمن الآخر

خاصة 5

يكون مستويان متوازيين إذا و فقط إذا كانا عموديين على نفس المستقيم

تمرين

مكعب $ABCDEFGH$

أثبت أن $(EB) \perp (DF)$ ثم أثبت أن $(EBG) \perp (DF)$

تمرين

ليكن (C) دائرة من المستوى (P) . نعتبر $[AB]$ قطرا لـ (C) و (Δ) العمودي على (P) في A .

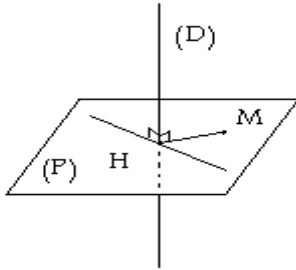
ليكن $S \in (\Delta)$ حيث $S \neq A$ و $M \in (C)$ و $M \neq B$;

أثبت أن $(MB) \perp (SM)$.

5- مبرهنات

مبرهنة 1

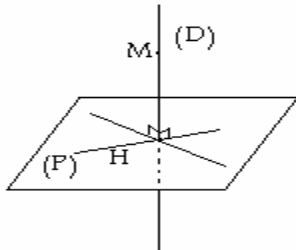
من كل نقطة في الفضاء يمر مستوى وحيد عمودي على مستقيم معلوم.



H المسقط العمودي للنقطة M على المستقيم (D)

مبرهنة 2

من كل نقطة في الفضاء يمر مستقيم وحيد عمودي على مستوى معلوم.



H المسقط العمودي للنقطة M على المستوى (P)

III- تعامد مستويين

تعريف

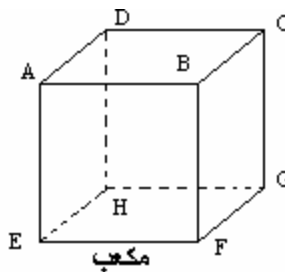
نقول ان المستويين (P) و (Q) متعامدان اذا و فقط اذا كان أحدهما يتضمن مستقيما عموديا

على الآخر نكتب $(P) \perp (Q)$

مثال مكعب $ABCDEFGH$

$(ADC) \perp (ABE)$

$(ADF) \perp (CHG)$



ملاحظة

إذا تعامد مستويين في الفضاء فلا يعني أن كل مستقيم ضمن أحدهما عمودي على المستوى الآخر.

تمرين

ليكن ABC مثلثا متساوي الساقين في A ضمن مستوى (P) و I منتصف $[BC]$. لتكن S نقطة من المستقيم العمودي على (P) في A حيث $S \neq A$

- 1- أثبت أن $(SAI) \perp (SCI)$
 2- ليكن H المسقط العمودي لـ A على (SI)
 أثبت أن $(AH) \perp (SC)$

تمرين

مكعب $ABCDEFGH$
 أثبت أن $(HEB) \perp (AGF)$

تمرين

- في الفضاء نعتبر ABC مثلثا قائم الزاوية في A ضمن مستوى (P) .
 لتكن D مائلة B بالنسبة لـ A ، و S نقطة خارج (P) حيث $SB = SD$. لتكن I و J منتصفي $[SD]$ و $[DC]$ على التوالي
 1- بين أن $(AB) \perp (SAC)$ استنتج أن $(P) \perp (SAC)$
 2- بين أن $(AB) \perp (IJ)$