

تمرين 1

بسط التعابير المتجهية التالية:

$$\overrightarrow{EF} - \overrightarrow{GF}$$

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA}$$

$$\overrightarrow{MO} + \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{OA}$$

$$\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{ON} + \overrightarrow{OM}$$

$$\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{BO} + \overrightarrow{CB}$$

تمرين 2

A و B و M ثلاث نقاط من المستوى.

لتكن I منتصف القطعة [AB].

بين أن: $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = 2\overrightarrow{MI}$

تمرين 3

A و B و C و D أربع نقاط من المستوى.

بين أن:

$$\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}$$

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DB}$$

تمرين 4

A و B و C ثلاث نقاط من المستوى حيث:

$$3\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC}$$

بين أن C منتصف القطعة [AB].

تمرين 5

EFG مثلث.

1. أنشئ النقطة M بحيث: $\overrightarrow{FH} = \overrightarrow{FE} + \overrightarrow{FG}$

2. لتكن N نقطة بحيث: $\overrightarrow{FN} = 4\overrightarrow{FE} + 3\overrightarrow{EG}$

أ. أثبت أن: $\overrightarrow{EN} = 3\overrightarrow{EM}$

ب. أنشئ النقطة N.

تمرين 6

ABCD متوازي أضلاع.

1. أنشئ النقطة E بحيث: $\overrightarrow{AE} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$

2. أنشئ النقطة F بحيث: $\overrightarrow{AF} = 3\overrightarrow{AD}$

3. بين أن: $\overrightarrow{CE} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$

$$\text{و } \overrightarrow{FE} = \frac{9}{2}\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{AC}$$

4. استنتج أن النقط C و E و F نقط مستقيمية.

تمرين 7

ABCD متوازي أضلاع.

لتكن E و F نقطتان بحيث:

$$\overrightarrow{AF} = \frac{5}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{7}{3}\overrightarrow{AD} \text{ و } \overrightarrow{AE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$$

1. أنشئ الشكل.

2. بين أن: $\overrightarrow{EF} = \frac{4}{3}\overrightarrow{AC}$

3. استنتج أن: (EF) // (AC).

تمرين 8

ABCD متوازي أضلاع.

1. أنشئ النقطة M بحيث: $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{DC}$

2. أنشئ النقطة N بحيث: $\overrightarrow{BN} = 3\overrightarrow{BC}$

3. بين أن: $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DM}$

$$\text{و } \overrightarrow{AN} = 3\overrightarrow{BC} + 3\overrightarrow{DM}$$

4. استنتج أن النقط A و M و N نقط مستقيمية.

تمرين 9

ABC مثلث و O مركز دائرته المحيطة و G مركز ثقله.

1. أنشئ D مماثلة O بالنسبة ل (BC).

2. بين أن: $\overrightarrow{OD} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}$

3. أنشئ النقطة H بحيث

$$\overrightarrow{OH} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}$$

4. بين أن: $\overrightarrow{AH} = \overrightarrow{OD}$

و استنتج أن: $(AH) \perp (BC)$

5. أنشئ E مماثلة O بالنسبة ل (AC).

6. أثبت أن: $\overrightarrow{BH} = \overrightarrow{OE}$

و استنتج أن: $(BH) \perp (AC)$ ، ماذا تمثل

النقطة H بالنسبة للمثلث ABC ؟

7. بين أن: $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = 3\overrightarrow{OG}$

8. استنتج أن النقط O و H و G مستقيمية.

تمرين 10

ABCD متوازي أضلاع و E و F نقطتان بحيث:

$$\overrightarrow{BF} = 12\overrightarrow{AE} + 4\overrightarrow{AC} \text{ و } \overrightarrow{AE} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$$

لتكن النقطة J تقاطع المستقيمين (AF) و (CD).

1. بين أن: $\overrightarrow{BF} = 4\overrightarrow{BC}$

2. بين أن النقط E و F و G و H مستقيمية.

تمرين 16

ABC مثلث، E و F نقطتان بحيث: $\overrightarrow{AE} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$

و $\overrightarrow{AF} = 3\overrightarrow{AC}$.

لتكن النقطة P تقاطع المستقيمين (BC) و (EF) .

نضع: $\overrightarrow{PC} = x\overrightarrow{BC}$ و $\overrightarrow{PF} = y\overrightarrow{EF}$ حيث x و y عدنان حقيقيان.

1. أنشئ الشكل.

2. بين أن: $\overrightarrow{AP} = x\overrightarrow{AB} + (1-x)\overrightarrow{AC}$ و

$$\overrightarrow{AP} = \frac{3}{2}y\overrightarrow{AB} + 3(1-y)\overrightarrow{AC}$$

3. استنتج علاقة بين \overrightarrow{AC} و \overrightarrow{AB} .

4. حدد x و y .

5. استنتج أن: $\overrightarrow{AP} = 2\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$.

تمرين 17

ABC مثلث، J و K و L ثلاث نقط بحيث:

$$\overrightarrow{AJ} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} \text{ و } \overrightarrow{BK} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} \text{ و } \overrightarrow{AL} = 2\overrightarrow{AC}$$

1. أنشئ الشكل.

2. بين أن: $\overrightarrow{JK} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} - \frac{1}{3}\overrightarrow{BA}$ و

$$\overrightarrow{KL} = \frac{3}{2}\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA}$$

3. استنتج أن النقط J و K و L نقط مستقيمية.

تمرين 18

ABC مثلث، P و Q و E ثلاث نقط بحيث:

$$\overrightarrow{AP} = 2\overrightarrow{AB} \text{ و } \overrightarrow{AQ} = 5\overrightarrow{AC} \text{ و } \overrightarrow{AL} = 2\overrightarrow{AC}$$

1. أنشئ الشكل.

لتكن النقطة D تقاطع المستقيمين (AE) و (BC) .

2. عبر عن \overrightarrow{AE} بدلالة \overrightarrow{DB} و \overrightarrow{DC} و \overrightarrow{AD} .

3. استنتج أن: $\overrightarrow{AE} = 7\overrightarrow{AD}$.

2. أنشئ الشكل.

3. بين أن: $\overrightarrow{FD} = -\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{BC}$

$$\text{و } \overrightarrow{DE} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC}$$

4. استنتج أن النقط D و E و F مستقيمية.

5. بين أن: $\overrightarrow{FE} = \frac{4}{3}\overrightarrow{FD}$

6. استنتج \overrightarrow{AE} بدلالة \overrightarrow{DJ} .

تمرين 11

ABC مثلث و O مركز الدائرة المحيطة به.
لتكن النقط A' و B' و C' ، على التوالي، منتصفات
القطع $[BC]$ و $[AC]$ و $[AB]$.

1. بين أن:

$$\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OA'} + \overrightarrow{OB'} + \overrightarrow{OC'}$$

2. استنتج أن: $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{CC'} = \vec{0}$

3. بين أن للمثلثين ABC و $A'B'C'$ نفس مركز
ثقل.

تمرين 12

A و B و C و D أربع نقط من المستوى، بحيث:
 $7\overrightarrow{AD} = 4\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AC}$

أثبت أن النقط B و C و D نقط مستقيمية.

تمرين 13

ABC مثلث، M و N نقطتان بحيث: $\overrightarrow{AM} = 3\overrightarrow{AC}$
و $\overrightarrow{AN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$

1. أنشئ الشكل.

2. بين أن المتجهتان \overrightarrow{NC} و \overrightarrow{BM} مستقيمتان.

تمرين 14

$ABCD$ متوازي أضلاع و M و N نقطتان بحيث:

$$\overrightarrow{BN} = \frac{3}{2}\overrightarrow{BC} \text{ و } \overrightarrow{DM} = \frac{2}{3}\overrightarrow{DC}$$

1. أنشئ الشكل.

2. بين أن النقط A و M و N نقط مستقيمية.

تمرين 15

$ABCD$ شبه منحرف قاعدته $[AB]$ و $[CD]$.

النقط E و F و G و H هي على التوالي منتصفات
القطع $[AD]$ و $[BC]$ و $[AC]$ و $[BD]$.

1. بين أن: $\overrightarrow{EF} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC})$

$$\text{و } \overrightarrow{GH} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{DC})$$