الأعداد العقدية
تمارين من امتحانات الباك

2 باك علوم فيزيائية وعلوم الحياة والأرض
2017 / 2016

بكالوريا وطنية 2016 د – ع

1) حلّ في مجموعة الأعداد العقدية المعادلة: $z^2-4z+29=0$ بالتوفيق

2) نعتبر A و B و Ω التي ألحاقها $a=5+2i$ و $b=5+8i$ و $\omega=2+5i$.

أ) نضع $u=b-\omega$ ، تحقق أنّ $u=3+3i$ و $\arg u\equiv\frac{\pi}{4}[2\pi]$ ثم حدّد عمدة $\bar{u}$

ب) تحقّق أنّ $a-\omega=\bar{u}$ ثم استنتج أنّ $\Omega A=\Omega B$ وأنّ: $\arg(\frac{b-\omega}{a-\omega})\equiv\frac{\pi}{2}[2\pi]$

ج) نعتبر الدوران بالتوفيق R الذي مركزه Ω وزاويته $\frac{\pi}{2}$ ، حدّد صورة A بالدوران R

بكالوريا وطنية 2016 د – س

1) حلّ في مجموعة الأعداد العقدية المعادلة: $z^2-8z+41=0$

2) نعتبر النقط A و B و C و Ω التي ألحاقها على التوالي

$a=4+5i$ و $b=3+4i$ و $c=6+7i$ و $\omega=4+7i$

أ) أحسب $\frac{c-b}{a-b}$ واستنتج أنّ النقط A و B و C مستقيمية

ب) z لحق نقطة M و z' لحق النقطة M' صورة M بالدوران R الذي مركزه O وزاويته $-\frac{\pi}{2}$ ، بيّن بالتوفيق أنّ $z'=-i\cdot z-3+11i$

ج) حدّد صورة النقطة C بالدوران R ثمّ أعط شكلاً مثلثيا للعدد $\frac{a-\omega}{c-\omega}$

بكالوريا وطنية 2015 د – ع

1) حلّ في مجموعة الأعداد العقدية المعادلة: $z^2+10z+26=0$

2) نعتبر A و B و C و Ω التي ألحاقها $a=-2+2i$ و $b=-5+i$ و $c=-5-i$ و $\omega=-3$ بيّن بالتوفيق أنّ $\frac{b-\omega}{a-\omega}=i$ واستنتج طبيعة المثلث ΩAB

3) لتكن D صورة C بالإزاحة T ذات المتجهة $\vec{u}$ التي لحقها $6+4i$

بيّن أنّ لحق D هو $d=1+3i$ و $\frac{b-d}{a-d}=2$ وأنّ A هي منتصف $[BD]$

بكالوريا وطنية 2015 د – ع (المُعاد)

I) 1) أ) بيّن أنّ معيار $a=2+\sqrt{2}+i\sqrt{2}$ هو $2\sqrt{2+\sqrt{2}}$

ب) بيّن أنّ $a=2(1+\cos\frac{\pi}{4})+2i\sin\frac{\pi}{4}$

2) أ) بإخطاط $\cos^2\theta$ بيّن أنّ: $1+\cos 2\theta=2\cos^2\theta$

ب) بيّن أنّ $a=4\cos^2\frac{\pi}{8}+4i\cos\frac{\pi}{8}\sin\frac{\pi}{8}$ (تذكير $\sin 2\theta=2\cos\theta\sin\theta$)

ج) بيّن أنّ $4\cos\frac{\pi}{8}(\cos\frac{\pi}{8}+i\sin\frac{\pi}{8})$ هو شكل مثلثي بالتوفيق ل a

ثم بين أنّ $a^4=(2\sqrt{2+\sqrt{2}})^4\cdot i$

II) A و Ω التي لحقاها $a=2+\sqrt{2}+i\sqrt{2}$ و $\omega=\sqrt{2}$ و الدوران $R(\Omega;\frac{\pi}{2})$

1) بيّن أنّ $b=2i$ هو لحق B صورة A بالدوران R

2) حدّد مجموعة النقط M ذات اللحق z بحيث: $|z-2i|=2$

بكالوريا وطنية 2015 د – س

1) أ) حلّ في $\mathbb{C}$ المعادلة: $z^2-8z+32=0$

ب) أكتب $a=4+4i$ على الشكل المثلثي واستنتج أنّ a^{12} عدد حقيقي سالب

2) نعتبر A و B و C التي ألحاقها $a=4+4i$ و $b=2+3i$ و $c=3+4i$

أ) نعتبر $M'(z')$ صورة $M(z)$ بالدوران $R(C,\frac{\pi}{2})$ بيّن أنّ $z'=iz+7+i$

ب) تحقّق أنّ لحق D صورة A بالدوران بالتوفيق R هو $3+5i$.

ج) بيّن أنّ مجموعة النقط $M(z)$ بحيث: $|z-4-4i|=|z-3-5i|$ هي (BC)

بكالوريا وطنية 2014 د – ع

1) حلّ في مجموعة الأعداد العقدية المعادلة: $z^2-z\sqrt{2}+2=0$

2) أ) نعتبر $u=\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{6}}{2}i$ بينّ أنّ معيار u هو $\sqrt{2}$ و أن $\arg(u)\equiv\frac{\pi}{3}[2\pi]$

ب) باستعمال كتابة u على الشكل المثلثي، بين أنّ u^6 عدد حقيقي

3) نعتبر A و B التي ألحاقها $a=4-4i\sqrt{3}$ و $b=8$

أ) z لحق نقطة M و z' لحق النقطة M' صورة M بالدوران R الذي مركزه O وزاويته $\frac{\pi}{3}$ ، عبّر بالتوفيق عن z' بدلالة z

ب) تحقق أن B هي صورة A بالدوران R واستنتج أن OAB متساوي الأضلاع

بكالوريا وطنية 2014 د – س

1) حلّ في مجموعة الأعداد العقدية المعادلة: $z^2-4z+5=0$

2) نعتبر النقط A و B و C و D و Ω التي ألحاقها على التوالي:

$a=2+i$ و $b=2-i$ و $c=i$ و $d=-i$ و $\omega=1$

بيّن أنّ $\frac{a-\omega}{b-\omega}=i$ واستنتج أنّ المثلث ΩAB قائم الزاوية و متساوي الساقين في Ω

3) أ) $M'(z')$ صورة $M(z)$ بالدوران R الذي مركزه Ω و زاويته $\frac{\pi}{3}$ ،

بين بالتوفيق أن $z'=iz+1-i$

ب) تحقّق من أنّ $R(A)=C$ و $R(D)=B$

ج) بيّن أنّ النقط A و B و C و D تنتمي إلى نفس الدائرة محدّداً مركزها.

بكالوريا وطنية 2013 د – ع

نعتبر A و B و C التي ألحاقها $a=7+2i$ و $b=4+8i$ و $c=-2+5i$

1) أ) تحقّق أنّ $(1+i)(-3+6i)=-9+3i$ وبين أنّ $\frac{c-a}{b-a}=1+i$

ب) استنتج أنّ $AC=AB\sqrt{2}$ وأعط بالتوفيق قياسا للزاوية الموجهة $(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})$

2) أ) بين أن لحق D صورة A بالدوران $R(B,\frac{\pi}{2})$ هو $d=10+11i$

ب) أحسب $\frac{d-c}{b-c}$ واستنتج أنّ النقط B و C و D مستقيمية

بكالوريا وطنية 2013 د – س

1) حلّ في مجموعة الأعداد العقدية المعادلة: $z^2-8z+25=0$

2) نعتبر A و B و C التي ألحاقها: $a=4+3i$ و $b=4-3i$ و $c=10+3i$

أ) بين أن لحق D صورة A بالإزاحة بالتوفيق T التي متجهتها $\overrightarrow{BC}$ هو $d=10+9i$

ب) تحقق أنّ $\frac{b-a}{d-a}=-\frac{1}{2}(1+i)$ ثم أكتب العدد $-\frac{1}{2}(1+i)$ على الشكل المثلثي

ج) بيّن أنّ $(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})\equiv\frac{5\pi}{4}[2\pi]$

بكالوريا وطنية 2012 د – ع

1) حلّ في في مجموعة الأعداد العقدية المعادلة:: $z^2-12z+61=0$

2) نعتبر A و B و C التي ألحاقها $a=6-5i$ و $b=4-2i$ و $c=2+i$

أ) أحسب $\frac{a-c}{b-c}$ و استنتج أنّ النقط بالتوفيق A و B و C مستقيمية.

ب) نعتبر الإزاحة T ذات المتجهة $\vec{u}$ حيث لحق $\vec{u}$ هو $1+5i$

تحقّق أنّ لحق النقطة D صورة النقطة C بالإزاحة T هو $d=3+6i$

ج) بيّن أنّ $\frac{d-c}{b-c}=-1+i$ و أنّ $\frac{3\pi}{4}$ عمدة للعدد العقدي $-1+i$

د) استنتج قياساً للزاوية الموجهة $(\overrightarrow{CB},\overrightarrow{CD})$.

بكالوريا وطنية 2012 د س :

نعتبر A و B و C التي ألحاقها $a=2-i$ و $b=6-7i$ و $c=8+3i$

1) بيّن أنّ $\frac{c-a}{b-a}=i$ واستنتج أنّ المثلث ABC متساوي الساقين وقائم الزاوية في A

2) $M'(z')$ صورة $M(z)$ بالدوران R الذي مركزه Ω منتصف $[BC]$ وزاويته $\frac{-\pi}{2}$

أ) بيّن أنّ بالتوفيق لحق Ω هو $\omega=7-2i$

ب) بيّن أنّ: $z'=-iz+9+5i$

ج) بيّن أنّ النقطة C هي صورة النقطة A بالدوران R .

بكالوريا وطنية 2011 د – ع

1) حلّ في مجموعة الأعداد العقدية المعادلة:: $z^2-18z+82=0$

2) نعتبر A و B و C التي ألحاقها $a=9+i$ و $b=9-i$ و $c=11-i$.

أ) بيّن أنّ $\frac{c-b}{a-b}=-i$ و استنتج أنّ المثلث ABC متساوي الساقين و قائم الزاوية في B

ب) أعط الشكل المثلثي بالتوفيق للعدد $4(1-i)$

ج) بيّن أنّ $(c-a)(c-b)=4(1-i)$ ثمّ استنتج أنّ $AC\times BC=4\sqrt{2}$.

د) نعتبر $M'(z')$ صورة $M(z)$ بالدوران R الذي مركزه B و زاويته $\frac{3\pi}{2}$،

بيّن أنّ: $z'=-iz+10+8i$ ثمّ تحقّق أنّ لحق C' صورة C بالدوران R هو $9-3i$.

بكالوريا وطنية 2011 د س :

1) حلّ في $\mathbb{C}$ المعادلة: $z^2-6z+18=0$

2) نعتبر النّقطتين A و B اللتين ألحاقهما على التوالي $a=3+3i$ و $b=3-3i$.

أ) أكتب على الشكل المثلثي كلّ من العددين العقديين a و b .

ب) بيّن أنّ $b'=6$ هو لحق B' صورة بالتوفيق B بالإزاحة التي متّجهتها $\overrightarrow{OA}$.

ج) بيّن أنّ $\frac{b-b'}{a-b'}=i$ واستنتج أنّ $AB'B$ متساوي الساقين وقائم الزاوية في B'

د) استنتج أنّ الرباعي $OAB'B$ مربّع.

بكالوريا وطنية 2010 د – ع

1) حلّ في $\mathbb{C}$ المعادلة: $z^2-6z+10=0$

2) نعتبر A و B و C التي ألحاقها $a=3-i$ و $b=3+i$ و $c=7-3i$.

$M'(z')$ صورة $M(z)$ بالدوران R الذي مركزه A و زاويته $\frac{\pi}{2}$.

أ) بيّن أنّ بالتوفيق $z'=iz+2-4i$

ب) تحقّق أنّ لحق C' صورة C بالدوران R هو $c'=5+3i$.

ج) بيّن أنّ $\frac{c'-b}{c-b}=\frac{1}{2}i$ ثمّ استنتج أنّ BCC' قائم الزاوية و أنّ $BC=2BC'$.

بكالوريا وطنية 2010 د س :

1) حلّ في $\mathbb{C}$ المعادلة: $z^2-8\sqrt{3}z+64=0$

2) نعتبر A و B و C التي ألحاقها $a=8i$ و $b=4\sqrt{3}-4i$ و $c=2(4\sqrt{3}+4i)$

$M'(z')$ صورة $M(z)$ بالدوران R الذي مركزه O و زاويته $\frac{4\pi}{3}$.

أ) بيّن أنّ $z'=(-\frac{1}{2}-i\frac{\sqrt{3}}{2})\cdot z$ و تحقّق أنّ بالتوفيق B هي صورة A الدوران R .

ب) بيّن أنّ $\frac{a-b}{c-b}=\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}$ و استنتج أنّ ABC متساوي الأضلاع.

بكالوريا وطنية 2009 د ع:

A و B و C التي ألحاقها على التوالي:

$a=2-2i$ و $b=\frac{1}{2}(-\sqrt{3}+i)$ و $c=1-\sqrt{3}+(1+\sqrt{3})i$.

1) أكتب على الشكل المثلثي كلا من العددين العقديين a و b .

2) أ) $M'(z')$ صورة $M(z)$ بالدوران بالتوفيق $R(O,\frac{5\pi}{6})$ ، بيّن أنّ: $z'=bz$.

ب) تحقّق أنّ C هي صورة A بالدوران R .

3) بيّن أنّ: $\arg c\equiv\arg a+\arg b[2\pi]$ ثمّ حدّد عمدة للعدد العقدي c .

بكالوريا وطنية 2009 د س

1) حلّ في $\mathbb{C}$ المعادلة: $z^2-6z+25=0$

2) نعتبر النقط A و B و C و D التي ألحاقها على التوالي:

$a=3+4i$ و $b=3-4i$ و $c=2+3i$ و $d=5+6i$.

أ) أحسب $\frac{d-c}{a-c}$ ثمّ استنتج أنّ النقط A و بالتوفيق C و D مستقيمية.

ب) بيّن أنّ $p=3+8i$ هو لحق النّقطة P صورة A بالتحاكي $h(B;1,5)$.

ج) أكتب $\frac{d-p}{a-p}$ على الشكل المثلثي ثم استنتج أن $\frac{\pi}{4}$ قياس للزاوية $(\overrightarrow{PA},\overrightarrow{PD})$

و أنّ $PA=\sqrt{2}PD$.

بكالوريا وطنية 2008 د – ع

1) حلّ في $\mathbb{C}$ المعادلة: $z^2-6z+34=0$.

2) نعتبر A و B و C التي ألحاقها $a=3+5i$ و $b=3-5i$ و $c=7+3i$.

$M'(z')$ صورة $M(z)$ بالإزاحة T ذات المتّجهة $\vec{u}$ التي لحقها $4-2i$.

أ) بيّن أنّ $z'=z+4-2i$ ثم تحقّق أنّ C بالتوفيق هي صورة A بالإزاحة T .

ب) بيّن أنّ $\frac{b-c}{a-c}=2i$ و استنتج أنّ المثلث ABC قائم الزاوية وأنّ $BC=2AC$

بكالوريا وطنية 2008 د س

1) حلّ في $\mathbb{C}$ المعادلة: $z^2-8z+17=0$

2) نعتبر النّقطتين A و B اللتين ألحاقهما على التوالي $a=4+i$ و $b=8+3i$.

$M'(z')$ صورة $M(z)$ بالدوران $R(\Omega,\frac{3\pi}{2})$ ، Ω لحقها $\omega=1+2i$.

أ) بيّن أنّ بالتوفيق $z'=-iz-1+3i$.

ب) تحقّق أنّ لحق C صورة A بالدّوران R هو $c=-i$.

ج) بيّن أنّ $b-c=2(a-c)$ ثمّ استنتج أنّ النّقط A و B و C مستقيمية.

من بكالوريا وطنية 2006/ 2007 د س

1) أنشر $(\sqrt{2}+2i)^2$.

2) حدّد الشكل المثلثي للعدد $z_1=1-i$.

3) ليكن $z_2=1+\sqrt{2}+i$ ، بيّن بالتوفيق أنّ: $z_1\cdot z_2=\sqrt{2}\cdot\overline{z_2}$.

4) استنتج أنّ $\arg(z_1)+2\arg(z_2)\equiv 0[2\pi]$.

5) حدّد عمدة للعدد z_2 .

من بكالوريا وطنية 2005 / 2006 د ع

1) ليكن $z_1=\sqrt{3}+1+i(\sqrt{3}-1)$ و $z_2=\sqrt{3}-1+i(\sqrt{3}+1)$.

بيّن أنّ: $z_1^2=4(\sqrt{3}+i)$ و $z_2=i\overline{z_1}$.

2) أ) أكتب على الشّكل المثلّثي العدد العقدي: $4(\sqrt{3}+i)$.

ب) و استنتج الشّكل المثلّثي لكلّ من بالتوفيق العددين z_1 و z_2

3) نعتبر $A(z_1)$ و $B(z_2)$ أحسب $\arg(\frac{z_1}{z_2})$ ثمّ استنتج أنّ OAB متساوي الأضلاع

من بكالوريا وطنية 2005 / 2006 د س

نعتبر النّقط A و B و M_1 و M_2 التي ألحاقها على التوالي:

-1 و $-\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}i$ و $z_1=\frac{-2-\sqrt{2}+i\sqrt{2}}{2}$ و $z_2=\frac{-2+\sqrt{2}-i\sqrt{2}}{2}$.

1) أكتب $-\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}i$ على الشّكل المثلّثي.

2) أ) تحقّق أنّ $\overrightarrow{AM_1}=\overrightarrow{OB}$ و أنّ بالتوفيق A منتصف $[M_1M_2]$.

ب) أنشئ النّقط A و B و M_1 و M_2 .

ج) استنتج أنّ $AOBM_1$ معيّن ثمّ أنّ $\arg(z_1)\equiv\frac{7\pi}{8}[2\pi]$.

من بكالوريا وطنية 2004 / 2005 د ع

بيّن بالتوفيق أنّ: $(\frac{\sqrt{3}+i}{2})^{12}=1$.

من بكالوريا وطنية 04 / 05 د س

أكتب على الشّكل بالتوفيق المثلّثي العدد: $Z=\frac{1+i\sqrt{3}}{1-i}$.

من بكالوريا 2003/2004 د ع

لتكن $z_1=\sqrt{2}+i(2+\sqrt{2})$ و $z_2=-\sqrt{2}+i(2-\sqrt{2})$.

1) أ) نضع $a=2i$ و $b=\sqrt{2}(1+i)$ بيّن أنّ $z_1=a+b$ و $z_2=a-b$.

ب) أكتب a و b على بالتوفيق الشّكل المثلّثي.

2) أ) مثّل $A(a)$ و $B(b)$ و $C(z_1)$ و تحقّق أنّ $\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}$ و $OA=OB$

ب) استنتج أنّ $OBCA$ معيّن ثمّ أنّ: $\arg(z_1)\equiv\frac{3\pi}{8}[2\pi]$.

من بكالوريا 2003/2004 د س

1) لتكن: $A(a)$ و $B(b)$ و $S(s)$ حيث: $a=\frac{1+i}{2}$ و $b=\frac{i-1}{2}$ و $s=i$

أ) أكتب a و b على الشّكل بالتوفيق المثلّثي.

ب) تحقق أنّ a و b حلين للمعادلة $2z^2-2iz-1=0$

2) أ) أكتب على الشّكل المثلّثي العدد العقدي: $\frac{a-s}{b-s}$.

ب) استنتج أنّ المثلّث SAB متساوي السّاقين و قائم الزّاوية في S

و بيّن أنّ الرباعي $OASB$ مربّع.

من بكالوريا وطنية2002 / 2003 د ع

ليكن m عدداً عقدياً معلوماً معياره $\sqrt{2}$ و عمدته α نضع $z'=\frac{1+i}{m}$ و $z''=\frac{1-i}{m}$.

1) أكتب كل من z' و z'' و $\frac{z'}{z''}$ بالتوفيق على الشّكل المثلثي.

2) A و B و C ألحاقها هي: z' و z'' و $z'+z''$ بيّن أنّ الرباعي $OACB$ مربع

من بكالوريا وطنية2002 / 2003 د س

1) أكتب على الشّكل الجبري العدد العقدي: $(4+i)^2$.

2) نعتبر النّقط A و B و C التي ألحاقها على التّوالي هي:

$a=1+2i$ و $b=-3+i$ بالتوفيق $c=6i$.

أ) أكتب على الشّكل المثلثي العدد العقدي: $\frac{c-a}{b-a}$.

ب) استنتج أنّ المثلّث ABC متساوي الساقين و قائم الزاوية.

من بكالوريا 2001/2002

نعتبر: $g(z)=\frac{z}{z^2-1}$ و $z_1=\frac{1}{2}(\sqrt{3}-i)$ و $z_2=\frac{1}{2}(-\sqrt{3}-i)$.

1) بيّن أنّ النقط $M_1(z_1)$ و $M_2(z_2)$ و $N(\sqrt{3}-\frac{i}{2})$ مستقيمية

2) أكتب على الشّكل بالتوفيق المثلّثي z_1 و z_2 ثمّ أحسب: $(z_1)^{60}+(z_2)^{60}$.

3) أ) بيّن أنّ: $(z+\bar{z})(|z|^2-1)=0 \Leftrightarrow$ ($g(z)$ تخيلي صرف) : $\forall z^2\neq 1$.

ب) حدّد مجموعة النقط $M(z)$ بحيث يكون $g(z)$ عدد تخيّلي صرف.

من بكالوريا 2000/2001

1) بيّن أنّ: $\forall\alpha\in\mathbb{R}: 1+\cos\alpha+i\sin\alpha=2(\cos\frac{\alpha}{2}+i\sin\frac{\alpha}{2})\cos\frac{\alpha}{2}$.

2) ليكن $z=\cos\alpha+i\sin\alpha\ ,\ \alpha\in]\pi,2\pi[$ و $g(z)=iz+i$.

بيّن أنّ: $|g(z)|=-2\cos(\frac{\alpha}{2})$ و $\arg(g(z))\equiv\frac{\alpha-\pi}{2}\ [2\pi]$.

3) ليكن: $z_0=\frac{-1-i\sqrt{3}}{2}$ و بالتوفيق $z_1=g(z_0)^{10}$ ، بيّن أنّ: $z_1=\frac{1-i\sqrt{3}}{2}$.

4) نأخذ: $A(-\sqrt{3}i)$ و $B(z_0)$ و $C(z_1)$ حدّد قياساً للزاوية $(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})$.

من امتحانات الأكاديميات 2000 − 2001

1) لتكن $b=-1+i\sqrt{3}$ و $c=-1-i\sqrt{3}$.

أكتب b و c على الشّكل المثلثي و بيّن أنّ $b^{2001}+c^{2001}=2^{2002}$.

2) لتكن $A(a)$ و $B(b)$ و $C(c)$ حيث $a>0$.

حدّد قيمة a لكي يكون المثلث ABC متساوي الأضلاع.

3) نضع لكلّ z من $\mathbb{C}^*$: بالتوفيق $P(z)=z+\frac{4}{z}$.

أ) بيّن أنّ: $(z-\bar{z})(z\bar{z}-4)=0 \Leftrightarrow (P(z)=\overline{P(z)})$: $\forall z\in\mathbb{C}^*$.

ب) استنتج (Γ) مجموعة النّقط $M(z)$ التي من أجلها يكون $P(z)$ حقيقياً.

من بكالوريا 1997/1998

$z_0=[1;\frac{-\pi}{4}]$ و $z_1=[1;\frac{5\pi}{12}]$ و $z_2=[1;\frac{13\pi}{12}]$ ، نضع $u_1=\frac{z_1}{z_0}$ و $u_2=\frac{z_2}{z_0}$.

1) بيّن أنّ: $u_1=\frac{-1+i\sqrt{3}}{2}$ و بالتوفيق $u_2=\frac{-1-i\sqrt{3}}{2}$ ثمّ أحسب: $u_1^{\,9}+u_2^{\,9}$.

2) لتكن $B(-1)$ و $A_1(u_1)$ و $A_2(u_2)$ ، بيّن أنّ BA_1A_2 متساوي السّاقين رأسه B

من بكالوريا 1995/1996

نعتبر: $g(z)=\frac{z}{1-z^2}$ حيث $z\in\mathbb{C}\setminus\{-1,1\}$.

1) تحقّق أنّ: $g(z)=\frac{z(1-\bar{z}^2)}{|1-z^2|^2}$.

2) ليكن $z=x+iy$ ، بيّن أنّ: $z(1-\bar{z}^2)=(x-x^3-xy^2)+i(y+y^3+x^2y)$.

3) حدّد طبيعة مجموعة النّقط $M(z)$ بحيث يكون $g(z)$ عدد عقدي تخيّلي صرف.

4) ليكن: $z=[1;\theta]\ ,\ \theta\in]0,\pi[$.

بيّن أنّ: $g(z)=\frac{i}{2\sin\theta}$ و أنّ: بالتوفيق $z\cdot g(z)=[\frac{1}{2\sin\theta}\ ;\ \theta+\frac{\pi}{2}]$.

5) ليكن: $z_0=\frac{\sqrt{3}+i}{2}$ ، أكتب على الشّكل الجبري العدد: $(z_0\cdot g(z_0))^6$.

من بكالوريا 1993/1994

لكلّ z من $\mathbb{C}\setminus\{-1\}$ نضع: بالتوفيق $f(z)=\frac{iz^2}{z+1}$

1) نضع $z=[1;\theta]\ ,\ \theta\in]0,\pi[$ بيّن أنّ: $f(z)=[\frac{1}{2\cos(\frac{\theta}{2})}\ ,\ \frac{3\theta+\pi}{2}]$.

2) نأخذ $z_0=[1,\frac{\pi}{4}]$ بيّن أنّ: $(f(z_0))^4=\frac{-i}{(2+\sqrt{2})^2}$. $(\cos\frac{\pi}{8}=\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2})$