Lycée : charif El Idrissi	**Les suites numériques**	**Professeur : ZILLOU Mouad**

Devoir libre N°2

Exercice 01

Soit (U_n) une suite numérique définie par :

$$\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = 3 - \dfrac{9}{4u_n} ; (\forall n \in \mathbb{N}) \end{cases}$$

1) Montrer que $(\forall n \in \mathbb{N})$; $u_n > \dfrac{3}{2}$.

2) Soit (v_n) une suite définie par $(\forall n \in \mathbb{N}); v_n = \dfrac{2}{2u_n - 3}$

3) **M**ontrer que (v_n) est arithmétique en précisant sa raison et son premier terme.

4) Déterminer v_n en fonction de n et déduire que $(\forall n \in \mathbb{N})$; $u_n = \dfrac{3}{2}\left(\dfrac{n+2}{n+1}\right)$.

5) Calculer $S = v_0 + v_1 + v_2 + ... + v_{83}$

Exercice 02

Soit (u_n) une suite numérique définie par :

$u_0 = 2 \quad (\forall n \in \mathbb{N}); u_{n+1} = \dfrac{5u_n}{2u_n + 3}$

1) Montrer que $(\forall n \in \mathbb{N}); u_n > 1$.

2) Montrer que $(\forall n \in \mathbb{N}); u_{n+1} - u_n = \dfrac{2u_n(1-u_n)}{2u_n + 3}$

3) Etudier la monotonie de la suite (u_n)

4) Soit (v_n) la suite définie par $(\forall n \in \mathbb{N}); v_n = \dfrac{u_n - 1}{u_n}$

a) Montrer que (v_n) est une suite géométrique de raison $q = \dfrac{3}{5}$ puis calculer son premier terme.

b) Exprimer v_n en fonction de n .

c) Déduire que : $(\forall n \in \mathbb{N}); u_n = \dfrac{2}{2 - \left(\dfrac{3}{5}\right)^n}$

5) **a)** Montrer que : $(\forall n \in \mathbb{N})$; $u_{n+1} \le \dfrac{5}{3} u_n$

b) En déduire que $(\forall n \in \mathbb{N}); u_n \le 2\left(\dfrac{5}{3}\right)^n$

4) On pose $S_n = v_0 + v_1 + \cdots\cdots\cdots\cdots + v_{n-1}$

Montrer que $S_n = \dfrac{5}{4}\left(1 - \left(\dfrac{3}{5}\right)^n\right)$

Exercice 01

Soit $(u_n)_{n\ge1}$ une suite arithmétique telle que : $u_3 = 11$ et $u_7 = 3$

1) Montrer que la raison de la suite $(u_n)_{n\ge1}$ est $r = -2$

2) Exprimer u_n en fonction de n .

3) Calculer $S = u_3 + u_6 + \cdots\cdots + u_{20}$

Exercice 02

Devoir surveillé 2019

Soit (u_n) une suite numérique définie par :

$u_0 = 0 \quad (\forall n \in \mathbb{N}); u_{n+1} = \dfrac{2u_n + 3}{u_n + 4}$

1) a) Calculer u_1 et u_2.

b) Montrer que $(\forall n \in \mathbb{N}^*); 0 < u_n < 1$.

2) a) M.q $(\forall n \in \mathbb{N}); u_{n+1} - u_n = \dfrac{(1-u_n)(u_n+3)}{u_n + 4}$

b) Montrer que la suite (u_n) est croissante.

3) $(\forall n \in \mathbb{N})$; on pose $v_n = \dfrac{u_n - 1}{u_n + 3}$

a- Montrer que (v_n) est une suite géométrique de raison $q = \dfrac{1}{5}$ et déterminer v_0.

b- Exprimer v_n en fonction de n .

c- Déduire que : $(\forall n \in \mathbb{N}); u_n = \dfrac{1 - \left(\dfrac{1}{5}\right)^n}{1 + \dfrac{1}{3}\left(\dfrac{1}{5}\right)^n}$

4) on pose $(\forall n \in \mathbb{N}^*); S_n = v_0 + v_1 + \cdots\cdots + v_{n-1}$

Montrer que $(\forall n \in \mathbb{N}^*)$; $S_n = \dfrac{5}{12}\left(\left(\dfrac{1}{5}\right)^n - 1\right)$

Exercice 03

Soit (u_n) une suite numérique définie par :

$u_0 = 1$ et $(\forall n \in \mathbb{N}); u_{n+1} = \sqrt{u_n^{\,2} + 3}$

1) Calculer u_1 et u_2.

2) On pose $(\forall n \in \mathbb{N}); w_n = u_n^{\,2}$

a- Montrer que (w_n) est une suite arithmétique en précisant sa raison

b- Exprimer w_n puis u_n en fonction de n .

Exercice 03

(v_n) une suite géométrique **positive tq**: $\begin{cases} v_1 \times v_3 = 144 \\ v_0 + v_2 = 15 \end{cases}$

1) Calculer v_2 puis déduire v_0.

2) Calculer q la raison de (v_n) puis déduire le terme générale de (v_n).

Exercice 04

(u_n) une suite arithmétique telle que $\begin{cases} u_2 + u_4 = 26 \\ u_3 \times u_7 = 325 \end{cases}$

1) Calculer u_3 puis déduire u_7.

2) Calculer r la raison de (u_n) puis déduire le terme générale de (u_n).