## السدوال الأسيسسة سلسلة التماريسن

السنة الدراسية : 2012-2011

الثانية باك علوم رياضيـة

أثبت المتساويات التالية محددا حيز التعريف:  $\ln(1+e^x) - \ln(1+e^{-x}) = x : xe^{\ln(x-1)} = (x-1)e^{\ln x}$  $\frac{e^x}{e^x - x} = \frac{1}{1 - xe^{-x}} : \left(\frac{e^{x+1}}{e^{1-x}}\right)^2 = e^{4x} = \frac{e^{(x+1)^2}}{e^{(x-1)^2}} :$  $\frac{e^{x}-1}{e^{x}+1} = \frac{1-e^{-x}}{1+e^{-x}} = 1 \xrightarrow{1+e^{x}} (1+e^{x})$   $(\frac{e^{x}-e^{-x}}{e^{x}+e^{-x}} = \frac{1-e^{-2x}}{1+e^{-2x}} = 1 - \frac{2e^{-2x}}{1+e^{-x}}$ 

 $e^{2x}-5e^x+6=0$  حل في  $\overline{\mathbb{R}}$  المعادلات التالية  $\overline{\mathbb{R}}$  $e^{x^2-3} = e^{-2x} - e^{2x+1} - 5e^{x+2} + 4e = 0$  $e^{\frac{2}{x}} + e^{\frac{1}{x}} = 6 : e^{x} + e^{-x} = 2 : e^{4\ln x} - 5e^{2\ln x} + 6 = 0$   $x^{\sqrt{x}} = \sqrt{x}^{x} : e^{7x} - 13e^{4x} + 36e^{x} = 0$  $e^{2x}-5e^x+6\geqslant 0$  حل في  $\mathbb R$  المتراجحات التالية  $\mathcal Q$  $\ln(2-e^x) \geqslant 3 : e^{x^2-3} \leqslant e^{-2x} : e^{1-x} \leqslant e^{3x}$  $e^{x} - 4e^{-x} < 0 : e^{x} + \frac{1}{e^{x}} \le e + \frac{1}{e} : e^{x} + e^{-x} > 2$  $7e^x-\ln y=20 \ 3e^x + 2\ln y=7$  : حل في  $\mathbb{R}^2$  النظمات التالية  $\mathbf{8}$ 

# $\left\{egin{array}{l} e^{x+y}+2=2e^x \ 2-e^{y-x}=3e^{-x} \end{array} ight. \left\{egin{array}{l} e^x-e^{y-1}=1 \ e^{x+1}-e^y=4+e \end{array} ight.$

 $\lim_{+\infty}(x^3-2x)e^{2x}$  :  $\lim_{+\infty}2x-e^x$  : أحسب النهاياًت التالية  $\lim_{t \to \infty} 3e^{2x} - e^x - 1: \lim_{|x| \to +\infty} e^x + e^{-x}: \lim_{t \to \infty} x^2 e^x:$  $\lim_{0^+} \frac{\sqrt{1-e^{2x}}}{x} : \lim_{+\infty} x \left(e^{\frac{1}{x}}-1\right) : \lim_{+\infty} \frac{e^x}{x^2+1} : \lim_{+\infty} \frac{e^x}{x^2}$  $\lim_{x \to 2} (x-2)e^{rac{x-1}{x-2}} : \lim_{x \to 2} rac{e^x - e}{x-1} : \lim_{x \to 2} rac{(x-1)e^x + 1}{x} :$  $\lim_{0} rac{e^{x \ln x} - 1}{x} : \lim_{+\infty} rac{e^x - 2}{e^x + 1} : \lim_{+\infty} x^2 \left(e^{rac{1}{x - 2}} - e^{rac{1}{x}}
ight) :$  $\lim_{n \to \infty} \sin(x) e^x + \lim_{n \to \infty} rac{e^{\sin x} - 1}{x} + \lim_{n \to \infty} rac{e^x - e^{-x}}{x} + \dots$  $\lim_{+\infty} x - \ln(e^x + 1)$ :  $\lim_{+\infty} x \left( \sqrt{e^{2x} + 1} - e^x \right)$ :  $\lim_{+\infty} \frac{\ln x}{e^x}$  $\lim_{+\infty} x \ln \left( rac{e^x+1}{e^x-1} 
ight) \quad : \quad \lim_{-\infty} (x-1) e^{rac{1}{x}} - x \quad : \quad$  $.\lim_{0}\frac{e^{\sqrt{x}}-1}{3x}:\lim_{0^{+}}\frac{1}{x}\ln\left(e^{x}-e^{\frac{1}{x}}\right)$ 

## $oxed{1}$ تمرین $oldsymbol{4}$

في الحالات التالية حدد  $\mathscr{D}_f$  ثم أدر س قابلية اشتقاق  $oldsymbol{0}$  $:\mathscr{D}_{f'}$  الدّالة f و أحسب f'(x) لكل x من  $f(x) = e^{-x} \ln x \quad : \quad f(x) = e^{x \ln x}$ 

$$f(x) = rac{x+1}{e^x} : f(x) = x^2 e^{rac{-1}{x}} : f(x) = \sqrt{e^{2x} - e^x} : f(x) = \ln(e^{2x} - e^x + 1) : f(x) = \cos(x) e^{\sin x} : f(x) = x e^{\operatorname{Arctg} x}$$

حدد الدوال الأصلية للدالة f على  ${\mathcal I}$  في الحالات التالية:

$$egin{aligned} f(x) &= \sin(x)e^{\cos(x)} \ \mathcal{I} &= [0;\pi] \end{aligned} & egin{aligned} f(x) &= e^{2x-1} \ \mathcal{I} &= [0;\pi] \end{aligned} & egin{aligned} f(x) &= e^{3x} - 1 \ \mathcal{I} &= \mathbb{R} \end{aligned} & egin{aligned} f(x) &= e^{x} \left(e^{x} - 1
ight)^{3} \ \mathcal{I} &= \mathbb{R} \end{aligned} & egin{aligned} f(x) &= 2^{x} \ \mathcal{I} &= \mathbb{R} \end{aligned} & egin{aligned} f(x) &= \sqrt{e^{3x}} \ \mathcal{I} &= \mathbb{R} \end{aligned}$$

 $f(x) = e^{3x} - 3e^x$  نعتبر الدالة f المعرفة ب

- حل فی  $\mathbb R$  المعادلة f(x)=0 ثم حدد نهایات f عند  $oldsymbol{0}$ 
  - .  $(\mathscr{C}_f)$  أدر س تغيرات الدالة f و أنشئ المنحنى  $oldsymbol{\mathcal{Q}}$
- ناقش مبيانيا حسب قيم m عدد حلول المعادلة  $oldsymbol{artheta}$

## 

 $f(x) = rac{e^x+1}{e^x-1}$  نعتبر الدالة f المعرفة بما يلي:

- حدد  $\mathscr{D}_f$  ؛ ثم بين أن f دالة فردية.
- $\mathscr{D}_f$  أحسب نهايات الدالة f عند محدات  $\mathscr{Q}$
- . أحسب f'(x) لكل  $oldsymbol{x}$  من  $\mathbb{R}^*$  ثم أعط جدو ل التغيرات.
  - .  $(\mathscr{C}_f)$  حل المعادلة  $f(x) \neq 2$  ثم أنشئ المنحنى  $\mathfrak{G}$ 
    - ناقش مبيانيا حسب قيم m عدد حلول المعادلة  $\Theta$  $(m-1)e^x=m+1$

## تمرین 7

 $f(x)=xe^{-\sqrt{x}}$  نعتبر الدالة f المعرفة ب

- أحسب  $\lim\limits_{n\to\infty}f(x)$  ؛ ثم أعط التأويل الهندسي.
- أدرس قابلية اشتقاق الدالة f على يمين 0 . التأويل  $oldsymbol{2}$ الهندسي
  - أحسب f'(x) لكل x من  $\mathbb{R}^+$  ثم أعط جدول التغيرات.

ادرس تقعر  $||\vec{i}||=1cm$  أدرس تقعر  $||\vec{i}||=1cm$  أدرس أنشئ  $|||\vec{i}||=4cm$ 

## 

$$\left\{egin{array}{l} f(x)=x^{\sqrt{x}}\,;\;x>0\ f(0)=1 \end{array}
ight.$$
نعتبر الدالة  $f$  المعرفة بــ:

- $oldsymbol{0}$  أدرس اتصال و قابلية اشتقاق f على يمين f التأويل الهندسي.
- أحسب f'(x) لكل x من  $\mathbb{R}^*_+$  ثم أعط جدول  $oldsymbol{arphi}$ 
  - $\mathfrak{C}_f$  أدرس الفروع اللانهائية لـ  $(\mathscr{C}_f)$  ثم أنشئ  $(\mathscr{C}_f)$ .

$$f(x) = \sqrt{1 - e^{-2x}}$$
 نعتبر الدالة  $f$  المعرفة ب $f(x)$ 

- أحسب  $\frac{f(x)}{x}$  ؛ ثم أعط التأويل الهندسي.
- $\mathscr{C}_f$  أدرس تغيرات الدالة f. و أنشئ المنحنى  $\mathscr{C}_f$ ).
- ه بین أن f تقابل من  $\mathbb{R}^+$  نحو مجال J يتم تحديده.
- أحسب  $f^{-1}(x)$  و أنشئ في نفس المعلم المنحنى  $(\mathscr{C}_{f^{-1}})$ 
  - بین أنه لکل x من  $\mathbb{R}^{+*}$  لدینا:  $oldsymbol{\mathfrak{G}}$

$$f(x) = f'(x) \left[ -1 + rac{1}{2(1+f(x))} + rac{1}{2(1-f(x))} 
ight]$$

 $]0;+\infty[$  استنتج دالة أصلية للدالة f على المجال  $oldsymbol{0}$ 

 $rac{f I0}{f I}$  .  $rac{f I0}{f I}$  .  $rac{f I0}{f I}$  نعتبر الدالتين f g و f h المعرفتين على f R بما يلي:

$$h(t)=(1-t)e^t$$
 g $(t)=1+t-e^t$ 

- $.ig(orall t\in\mathbb{R}ig):\ h(t)\leqslant1$  حدد إشارة g ؛ و بين أن $oldsymbol{0}$
- $(orall t\in]-\infty;1[ig):\ 1+t\leqslant e^t\leqslantrac{1}{1-t}$  :بين أنig)
- $.ig(orall x\in\mathbb{R}^{-*}ig):rac{x}{x-1}\leqslant x\left(e^{rac{1}{x}}-1
  ight)\leqslant 1$ بين أن: f 3
  - دالة معرفة على  $\mathbb R$  بما يلي: f (II

$$\left\{ egin{array}{l} f(x) = x e^{rac{1}{x}} \; ; \; x < 0 \ f(x) = x \ln(1+x) \; ; \; x \geqslant 0 \end{array} 
ight.$$

- $oldsymbol{0}$  أدر س اتصال و قابلية اشتقاق الدالة f في 0
  - . f أدرس تغيرات الدالة  $oldsymbol{ heta}$
- sh يرمز لها بالرّمز  $(\mathrm{I} \mid .(orall x \in \mathbb{R}^{-*}): \ rac{1}{x-1} \leqslant xe^{rac{1}{x}} x 1 \leqslant 0:$ بين أن $\mathfrak{S}$

- $(\Delta)$  استنتج أن  $(\mathscr{C}_f)$  يقبل بجوار  $\infty$  مقاربا مائلا  $oldsymbol{0}$
- أدر س الوضع النسبي لـ  $(\mathscr{C}_f)$  و المستقيم  $(\Delta)$  على  $[-\infty;0[$
- أدرس تقاطع  $(\mathscr{C}_f)$  و المستقيم y=x أدرس أدرس أدرس الم
- بین أِن f تقابل من  $\mathbb R$  نحو J یتم تحدیده. ثم أنشئ  $oldsymbol{0}$

- $.ig(orall x\in\mathbb Rig):\ 1+x\leqslant e^x$ بين أن:  $ig(\forall x\in]-\infty;1[ig):\ e^x\leqslantrac{1}{1-x}$  استنتج أن
- $n\in\mathbb{N}^*:\;u_n=\left(1+rac{1}{n}
  ight)^n$  نعتبر المتتالية  $oldsymbol{\mathcal{Q}}$  $\left(orall n\in\mathbb{N}^*
  ight):\ \left(1+rac{1}{n}
  ight)^n\leqslant e\leqslant \left(1+rac{1}{n}
  ight)^{n+1}$ بين أن
  - $(orall n\in \mathbb{N}^*):\ 0\leqslant e-u_n\leqslant rac{3}{n}$ بين أن $oldsymbol{0}$ 
    - $(u_n)$  استنتج نهاية المتتالية  $\Phi$

تمرين 12 . نعتبر الدالة f المعرفة بما يلي:

$$f(x) = -e^{-x} \left( 1 + rac{x}{1!} + rac{x^2}{2!} + \dots + rac{x^n}{n!} 
ight)^n$$

- $(orall x\in [0;1]):0\leqslant f'(x)\leqslant rac{1}{n!}$  المين أن: $f(1)\geqslant f(0)$  و أن
- $g(x)=f(x)-rac{x}{n!}$  نعتبر الدالة g بحيث: g ادرس تغيرات g على g ثم بين أن  $f(1)\leqslant f(0)+rac{x}{n!}$
- $.ig(orall n\in\mathbb{N}^*ig):\ v_n=1+rac{1}{1!}+rac{1}{2!}+\cdots+rac{1}{n!}$  نضع  $oldsymbol{arphi}$  $(orall n\in \mathbb{N}^*)$ :  $e\left(1-rac{1}{n!}
  ight)\leqslant v_n\leqslant e$  بين أن  $\displaystyle \lim_{n o +\infty} v_n$  و أن  $\displaystyle 0 \leqslant e - v_n \leqslant rac{3}{n!}$  و

الدالة  $x\mapsto rac{e^x+e^{-x}}{2}$  الدالة جيب التمام الهذلولي

ch و يرمز لها بالرمز  $x\mapstorac{e^x-e^{-x}}{2}$  و الدالة  $x\mapstorac{e^x-e^{-x}}{2}$ 

: بین أن لكل x من  $\mathbb R$  لدینا

$$ch'(x)=sh(x)$$
 و  $sh'(x)=ch(x)$ 

 $\mathbb{R}$  على sh و ch على الدالتين أعط جدول تغيرات الدالتين أعط

$$.ch^2(x)-sh^2(x)=1$$
 :  $\mathbb R$  من  $x$  من  $\mathfrak S$ 

نیکن a و b عددین حقیقیین. بین أن:

$$ch(a+b) = ch(a)ch(b) + sh(a)sh(b)$$

$$sh(a+b) = sh(a)ch(b) + ch(a)sh(b)$$

بين أن sh تقبل دالة عكسية  $sh^{-1}$  قابلة للاشتقاق على 0 $.ig(orall x\in\mathbb{R}ig):\ ig(sh^{-1}ig)'(x)=rac{1}{\sqrt{1+x^2}}$ 

$$sh^{-1}(x) = \lnig(x+\sqrt{1+oldsymbol{x}^2}ig)$$
:  $\mathbb R$  بين أن لكل  $x$  من  $x$  ال $x$  بين أن لكل (IV

بين أن f قصور ch على  $\infty$  تقبل دالة عكسية  $f^{-1}$  قابلة للاشتقاق على  $\infty$   $+\infty$  .

$$(orall x \in ]1;+\infty[ig)$$
 و أن  $\left(f^{-1}
ight)'(x)=rac{1}{\sqrt{x^2-1}}$  و أن

$$.ig(orall x\geqslant 1ig):\,f^{-1}(x)=\lnig(x+\sqrt{x^2-1}ig):$$
 بین آن $\mathscr{Q}$ 

تمرین 14  $oxdot{g}$  .  $oxdot{14}$  .  $oxdot{I}$  نعتبر الدالتین  $oxdot{f}$  و  $oxdot{g}$  المعرفتین بما یلي:

$$\mathbf{g}(x) = rac{x}{x+1} - \ln(1+x)$$
 و $f(x) = e^{-x} \ln(1+e^x)$ 

$$.ig(orall x\in\mathbb{R}^+ig): \ \mathrm{g}(x)\leqslant 0$$
 بین آن  $oldsymbol{0}$ 

$$(\mathscr{C}_f)$$
 أدرس تغيرات الدالة  $f$  ثم أنشئ المنحنى  $(\mathscr{C}_f)$ 

. بين أن 
$$f$$
 تقابل من  $\mathbb R$  نحو مجال  $J$  يتم تحديده  $oldsymbol{arphi}$ 

حدد تغيرات 
$$f^{-1}$$
 و أنشئ في نفس المعلم المنحنى ( $\mathscr{C}_{f^{-1}}$ ) .

$$.u_{n+1}=f(u_n)$$
 و  $u_o=rac{1}{2}$  نعتبر المتتالية ( $II$ 

$$.f\left(\left[rac{1}{2};rac{3}{5}
ight]
ight)\subset\left[rac{1}{2};rac{3}{5}
ight]$$
 بین آن  $oldsymbol{0}$ 

$$lpha$$
 بين أن المعادلة  $f(x)=x$  تقبل حلا وحيدا  $rac{1}{2} أن$ 

$$f(x)-x$$
 أدرس إشارة  $oldsymbol{\Im}$ 

$$w_n=u_{2n+1}$$
 و  $v_n=u_{2n}$  نضع:  $\mathbb{N}$  نضع:  $v_n=u_{2n}$  و  $v_n$  و  $v_n$  بين أن  $v_n$  و  $v_n$  متحاديتان و استنتج أن  $v_n=u_n=u_n$  متقاربة و أن  $v_n=u_n=u_n=u_n$ 

بین أن 
$$(\mathrm{II} \mid .ig( orall x \in \mathbb{R} ig): \ f'(x) + f(x) = rac{1}{1+e^x}$$
 نعتبر المتتالية  $oldsymbol{0}$ 

- و التي  $\mathbb R$  استنتج الدالة الأصلية F للدالة و التي  $oldsymbol{arphi}$ تنعدم في 0.
  - : نیکن n من  $\mathbb{N}^*$  بین أن

$$\left(\exists ! x_n \in \mathbb{R}_+^*
ight): \ f(x_n) = rac{1}{n}$$

- بين أن المتتالية  $\left(x_{n}
  ight)_{n\geqslant2}$  تزايدية.  $oldsymbol{\Phi}$
- $\lim_{n o +\infty} x_n$  بین أن  $\left(x_n
  ight)$  غیر مکبورة و استنتج  $oldsymbol{\mathfrak{G}}$

 $f(x)=2xe^x$  نعتبر الدالة f المعرفة بما يلي:

- بين أن f تقابل من [0;1] نحو مجال J يتم تحديده.
  - $lpha e^lpha = 1$  بین أن یوجد lpha و حید من 0;1] بحیث  $oldsymbol{arphi}$

$$\left\{egin{array}{l} u_o=lpha \ ig(orall n\in\mathbb{N}ig); \ u_{n+1}=f^{-1}(u_n) \end{array}
ight.$$
نعتبر المتتالية  $igl( au_n=f^{-1}(u_n) igr)$ 

$$.ig(orall x\in [0;1]ig):\ f(x)\geqslant x$$
 نين أن:  $ig($ 

$$.ig(orall n\in\mathbb{N}ig):\;u_n\in]0;1]$$
 : بين أن

. استنتج أن  $(u_n)$  متقاربة نهايتها الصفر

$$S_n = \sum_{k=0}^n u_k$$
 نضع:  $n$  نضع:  $n$  ککل عدد صحیح طبیعي  $f(x) = \frac{x}{x+1} - \ln(1+x)$  نضع:  $f(x) = e^{-x} \ln(1+e^x)$ 

$$u_n=rac{e^{-S_n}}{2^n}$$
 بین أن لکل  $n$  من  $\mathbb{N}$  لدینا:  $u_n \leqslant \left(rac{1}{2}
ight)^n$ 

ب) استنتج أن  $(S_n)$  متقاربة نهايتها  $\ell$  تحقق

 $n\geqslant 1$ عدد صحیح طبیعی بحیث n>1 عدد صحیح طبیعی بحیث n یعتبر الدالة  $(I_n(x)=1+x-e^{-nx})$ 

أدرس تغيرات 
$$f_n$$
 و استنتج أن  $0$  هو الحل الوحيد للمعادلة  $f_n(x)=0$  أدرس

$$(orall n\in \mathbb{N}^*ig)ig(\exists !x_n\in \mathbb{R}_+^*ig):\ f_n(x_n)=1$$
: بین آن

ادرس إشارة 
$$f_{n+1}(x)-f_n(x)$$
 و استنتج أن  $(x_n)_{n\geqslant 1}$ 

بین آن: 
$$\left( orall n \in \mathbb{N}^* 
ight): \; x_n = e^{-nx_n}:$$
استنتج آن. $\lim x_n = 0$ 

$$\left\{egin{array}{l} y_1=1\ ig(orall n\in\mathbb{N}ig);\ y_{n+1}=e^{-y_n} \end{array}
ight.$$
نعتبر المتتالية ( $II$ 

- بين أن  $x_1$  هو الحل الوحيد للمعادلة  $e^{-x}=x$ . و  $rac{1}{e}\leqslant x_1\leqslant 1$  أن
  - $(orall n \in \mathbb{N}^*): \; rac{1}{e} \leqslant y_n \leqslant 1$  : بین أنQ
- $\left(orall n\in\mathbb{N}^*
  ight):|y_{n+1}-x_1|\leqslant e^{-rac{1}{e}}\left|y_n-x_1
  ight|$ : بین آن
  - استنتج آن  $(y_n)_{n\geqslant 1}$  متقاربة و حدد نهايتها.  $oldsymbol{\Phi}$

 $n\in \mathbb{N}^*ackslash\{1\}$   $f_n(x)=rac{x}{n}-e^{-nx}$ نعتبر الدالة (  $(O; \, \overrightarrow{i} \, ; \, \overrightarrow{j})$  و ليكن  $(\mathscr{C}_n)$  منحناها في م م

- $\lim_{x o -\infty} f_n(x)$  أحسب  $f_n(x)$  أحسب  $\mathbf{0}$
- $(\mathscr{C}_n)$  أدرس الفرعين اللانهائيين للمنحنى  $\mathfrak{D}$
- $f_n$  أحسب  $f_n'(x)$ . ثم أعط جدول تغيرات الدالة  $oldsymbol{0}$
- $lpha_n$  بين أن المعادلة  $f_n(x)=0$  بين أن المعادلة  $oldsymbol{\Phi}$
- $\left(orall x\in\mathbb{R}
  ight)\colon e^x\geqslant x{+}1$  و أن  $f_n\left(rac{1}{n}
  ight)<0$  بين أن  $oldsymbol{\mathfrak{G}}$ 
  - $\left( rac{1}{n} < lpha_n < 1 
    ight)$  استنتج أن  $f_n\left( 1 
    ight) > 0$  ثم بين أن  $oldsymbol{\mathfrak{G}}$ 
    - $\left(lpha_2pprox0,6
      ight.$ أنشئ المنحنى  $\left(\mathscr{C}_2
      ight)$  (نأخذ  $oldsymbol{0}$
- ا) بین أنه لکل عدد صحیح طبیعی  $n\geqslant 2$  لدیثار (ا  $.f_{n+1}(lpha_n)=rac{ne^{-(n+1)lpha_n}}{n+1}igg(e^{lpha_n}-rac{1}{n}-1igg).$ 
  - $oxedsymbol{\cdot} \left( orall n \geqslant 2 
    ight) : \ f_{n+1}(lpha_n) \geqslant 0$  ب $\left( orall n \geqslant 2 
    ight) : f_{n+1}(lpha_n) = 0$
- ج) بین أن  $(lpha_n)_{n\geqslant 2}$  تناقصیة ثم استنتج أنها متقاربة
  - ⑨ باستعمال السؤال ⑥ بين أن:
  - $\left( orall n\geqslant 2
    ight) : \;\;rac{1}{n^2} < e^{-nlpha_n} < rac{1}{n}$
- $-\left(orall n\geqslant 2
  ight):rac{\ln(n)}{n}<lpha_n<2rac{\ln(n)}{n}$ ب) استنتج أن  $-\left(rac{\ln(n)}{n}
  ight)$  $\lim_{n o +\infty} lpha_n$  : ثم حدد

$$\left\{ egin{aligned} f(x) &= \operatorname{Log}_2(x) - \operatorname{Log}_x(2) \; ; \; x > 0 \ f(0) &= 0 \ f(x) &= e^{rac{x^2}{2} + rac{1}{x}} \; ; \; x < 0 \end{aligned} 
ight.$$

 $\lim_{x o -\infty}f(x)$  و أحسب  $\lim_{x o +\infty}f(x)$  و أحسب f(x) و أحسب ثم بين أن f متصلة على يمين f

- $(orall x < 0): rac{f(x)}{x} = \left(rac{1}{x}e^{rac{1}{x}}
  ight)e^{rac{x^2}{2}}$ :تحقق أن ثم أدرس قابلية ُاشتقاق f على يسار 0. أو ل هندسيا النتيجة المحصلة .
- $(orall x < 0): rac{f(x)}{x} = \left(rac{x}{2} + rac{1}{x^2}
  ight) \left(rac{e^{rac{x^2}{2} + rac{1}{x}}}{rac{x^2}{2} + rac{1}{x}}
  ight)$ : بين أن استنتج  $\dfrac{f(x)}{x} = \lim_{x o -\infty} \frac{f(x)}{x}$  التأويل الهندسي.

$$\left\{egin{array}{l} f'(x) = rac{1}{x} \left(rac{1}{\ln 2} + rac{\ln 2}{(\ln x)^2}
ight) \; ; \; x \in \mathbb{R}_+^*ackslash\{1\} \ f'(x) = \left(rac{x^3-1}{x^2}
ight) e^{rac{x^2}{2} + rac{1}{x}} \; ; \; x \in \mathbb{R}_-^* \end{array}
ight.$$

f أعط جدول تغيرات الدالة

حدد نقط تقاطع  $(\mathscr{C}_f)$  مع محور الأفاصيل ؛ ثم أنشئ  $(\mathscr{C}_f)$ .

التكن  ${f g}$  دالم ${f k}^{-*}$  بما يلي:  ${f R}$  بما يلي:

$$g(x) = \frac{1-x}{x} - \ln(-x)$$

 ${f g}$  و ضع جدول تغیرات  ${f g}$  ثم استنتج إشارة

نعتبر الدالة f المعرفة على  $\mathbb R$  بما يلي:

$$\left\{ egin{array}{l} f(x) = e^{x^2 - x + \ln(x)} \; ; \; x > 0 \ f(0) = 0 \ f(x) = (-x)^{1 - x} \; ; \; x < 0 \end{array} 
ight.$$

 $oldsymbol{\cdot} ig(O; ec{i}\,; ec{j}ig)$  و ليكن  $ig(\mathscr{C}_f)$  منحناها في م م

- أحسب النهايتين f(x) انهايتين  $\lim_{x o +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x o +\infty} f(x)$  ؛ ثم أدرس الفروع اللانهائية للمنحنى  $(\mathscr{C}_f)$  .
- $oldsymbol{Q}$  أدرس اتصال و قابلية اشتقاق f في 0. التأويل الهندسي.

$$\int_{0}^{\infty} \frac{f'(x)}{x} = \frac{2x^2-x+1}{x} f(x) \; ; \; x>0$$
 بين أن:  $\int_{0}^{\infty} f'(x) = g(x) f(x) \; ; \; x<0$  ثم أعط جدو ل تغيرات الدالة  $\int_{0}^{\infty} f'(x) = \int_{0}^{\infty} f'(x) dx$ 

- $.(orall x < 0): f(x) + x = -x \left(e^{-x \ln(-x)} 1
  ight)$ بين أن:  $oldsymbol{0}$
- استنتج الوضع النسبي للمنحنى  $(\mathscr{C}_f)$  و المستقيم  $\mathbb{R}^{-*}$  على (D):y=-x
- أدرس الوضع النسبي لـ  $(\mathscr{C}_f)$  و المستقيم  $\mathbb{R}^{+*}$  على  $(\Delta):y=x$

 $(O; \, \overrightarrow{i} \, ; \, \overrightarrow{j})$  أنشئ المنحنى  $(\mathscr{C}_f)$  في المعلم  $m{\mathcal{O}}$  $||ec{i}||=||ec{j}||=1cm$  نأخذ

$$\begin{cases} u_o \in ]0;1] \ u_{n+1} = e^{u_n^2 - u_n + \ln(u_n)} \end{cases}$$
: نعتبر المتتالية (III

- $0 < u_n \leqslant 1$  بين أن لكل n من  $\mathbb N$  لدينا:  $oldsymbol{0}$
- بين أن  $(u_n)$  تناقصية و استنتج أنها متقاربة.  $oldsymbol{arrho}$

$$.ig(orall t\in ]0;+\infty[ig):\ln(t)\leqslant t-1$$
بين أن:  $oldsymbol{0}$ 

$$(orall x \in [1;+\infty[ig):x\ln(x) \geqslant x-1$$
 استنتج أن:  $x \in [1;+\infty[ig)]$ 

$$.ig(orall x\in [1;+\infty[ig):x\ln(x))$$
بین آن:  $(x^2-1):x$ 

$$\mathbb{R}^{+*}$$
بين أن  $lpha_n$  بين أن  $x\ln(x)=rac{1}{n}$  في  $x\ln(x)$ 

تحقق أن 
$$lpha_n < e$$
؛ ثم بين أن  $oldsymbol{5}$ 

$$\sqrt{1+rac{2}{n}}\leqslant lpha_n\leqslant 1+rac{1}{n}$$

استنتج أن المتتالية  $(lpha_n)_{n\geqslant 1}$  متقاربة محددا  $\lim_{n o +\infty}(lpha_n)^n=e$  نهايتها e بين أن

ليكن n عددا صحيحا طبيعيا غير منعدما. نعتبر الدالة  $f_n$  المعرفة على  $\mathbb R$  بما يلي:

$$f_n(x) = \frac{x^n e^{-x}}{n!}$$

و لیکن  $(\mathscr{C}_n)$  منحناها في م م م $|ec{i}||=|ec{j}||=3cm$ 

. 
$$n$$
 أحسب أ $\lim_{n o +\infty} f_n(x)$  أحسب زوجية أ $\lim_{n o +\infty} f_n(x)$ 

$$\left|.\left(orall x\in\mathbb{R}
ight):\;f_n'(x)=rac{x^{n-1}e^{-x}}{n!}(n-x):$$
بین آن

. n أعط جدول تغيرات الدالة  $f_n$  حسب زوجية

$$-ig(orall n\in\mathbb{N}^*ig)ig(orall x\in\mathbb{R}ig):e^nf_n(x)\leqslantrac{n^n}{n!}$$
استنتج آن:  $oldsymbol{\Phi}$ 

$$.ig(orall n\in\mathbb{N}^*ig):\ e^{n-1}\leqslant n^n$$
 استنتج أن $f 6$ 

 $(\mathscr{C}_n)$  أدرس الفروع اللانهائية للمنحنى  $oldsymbol{\mathfrak{G}}$ 

 $oldsymbol{\mathscr{C}}$  أدر س الوضع النسبي للمنحنيين  $(\mathscr{C}_1)$  و

$$(\mathscr{C}_2)$$
 و  $(\mathscr{C}_1)$  و أنشئ في نفس المعلم المنحنيين  $rac{2}{e^2}\simeq 0,27$  و أنشئ في نفس المعلم المعلم المعلم المعلم  $rac{1}{e}\simeq 0,37$ 

$$.ig(orall n\in \mathbb{N}^*ig):\ u_n=\sum\limits_{k=0}^nrac{1}{k!}$$
 : نعتبر المتتالية  $0$  نعتبر الدالة الأصلية للدالة  $f_n$  على  $\mathbb{R}$  الدالة الأصلية الدالة الم

$$0$$
 و لتكن  $F_n$  الدالة الأصلية للدالة أمي على التي تنعدم في و

$$.ig(orall x\in\mathbb{R}ig):\; F_1(x)=1-(x+1)e^{-x}$$
 :بین آن

$$(orall n\geqslant 2)(orall x\in \mathbb{R}):F_n(x)-F_{n-1}(x)=-rac{x^n}{n!}e^{-x}$$

❸ استنتج أن:

$$(orall n\geqslant 1)(orall x\in \mathbb{R}):F_n(x)=1-\left(\sum\limits_{k=0}^nrac{x^k}{k!}
ight)e^{-x}$$

$$\left| \left( orall x \in [0;1] 
ight) \colon \left| F_n'(x) 
ight| \leqslant rac{1}{n!}$$
 بين أن:  $lacktriangle$ 

باستعمال مبرهنة التزايدات المنتهية بين أن: 
$$\left|e^x-\sum_{k=0}^n rac{x^k}{k!}
ight|\,\leqslant\,rac{1}{n!}\,|xe^x|$$
 .  $\lim_{n o +\infty}u_n$ 

$$W_n = \ln \left(rac{V_{n+1}}{V_n}
ight)$$
 ککل  $V_n = e^n f_n(n)$  نضع  $n \geqslant 1$  ککل (III)

$$.ig(orall n\in\mathbb{N}^*ig):\;V_{n+1}=V_n\left(1+rac{1}{n}
ight)^n$$
بين ان:  $oldsymbol{0}$ 

$$.ig(orall x\in\mathbb{R}^+ig):\ 0\leqslant x-\ln(1+x)\leqslantrac{x^2}{2}$$
ين ان: 2

$$(orall n\in \mathbb{N}^*):0\leqslant 1\!+\!\ln\left(rac{V_n}{V_{n+1}}
ight)\leqslant rac{1}{2n}$$
: استنتج

$$(w_n)_{n\geqslant 1}$$
 استنتج نهایة المتتالیة  ${f 0}$ 

$$.ig(orall n\in \mathbb{N}^*ig): \ ig(1+rac{1}{n}ig)^n\geqslant 2$$
 بين أن:  $oldsymbol{\mathfrak{G}}$ 

$$\lim V_n$$
 عدد . $\left(orall n\geqslant 6
ight)$  .خدد  $\left(orall n\geqslant 2^n
ight)$  .حدد  $oldsymbol{6}$ 

تمرین  $rac{22}{1}$ .  $\mathbb{R}^{+*}$  بما یلي:  $\mathbb{R}^{+}$  بما یلي:  $\mathbb{R}^{+}$ 

$$g(x) = rac{1}{x} - \ln(x)$$

 $oldsymbol{0}$  أدرس تغيرات الدالة  $oldsymbol{0}$ 

استنتج أن المعادلة 
$$g(x)=0$$
. تقبل حلا وحيدا  $lpha$  بحيث  $lpha. ثم أدرس إشارة  $g(x)$  على  $lpha$  .  $lpha^{+*}$$ 

نعتبر الدالة f المعرفة على  $\mathbb{R}^{+*}$  بما يلي:

$$f(x) = e^{-x} \ln(x)$$

$$f(lpha)=rac{e^{-lpha}}{lpha}$$
 تحقق أن  $rac{1}{2e^2}< f(lpha)<rac{2}{3e^{rac{3}{2}}}$  و استنتج أن

- $\displaystyle \lim_{x o +\infty} f(x)$  أحسب النهايتين  $\displaystyle \int_{x o 0^+} f(x)$  و
- $.ig(orall x\in\mathbb{R}^{+*}ig):\ f'(x)=e^{-x}g(x)$ بين أن:  $oldsymbol{3}$ 
  - ه أدرس تغيرات f ثم أعط جدول تغيراتها.
  - $(O; \overrightarrow{i}; \overrightarrow{j})$  أنشئ المنحنى  $(\mathscr{E}_{f})$  في م م م  $(G; \overrightarrow{i}; \overrightarrow{j})$ .

$$h(x)=e^{rac{1}{x}}$$
:نعتبر  $h$  المعرفة على  $\mathbb{R}^{+*}$  بما يلي (III

$$.ig(orall x\in\mathbb{R}_+^*ig):\ g(x)=0 \Longleftrightarrow h(x)=x$$
بین آن:  $oldsymbol{0}$ 

@ تحقق أن:

$$\left( orall x \in \left[rac{3}{2};2
ight] 
ight) \cdot -rac{4}{9}e^{rac{2}{3}} \leqslant h'(x) \leqslant -rac{1}{4}e^{rac{1}{2}}$$

❸ استنتج أن :

انتج ان :
$$\left(\exists k\in]0;1[
ight)\left(orall x\in\left[rac{3}{2};2
ight]
ight):\;|h'(x)|\leqslant k$$

$$\int\limits_{0}^{\infty} u_{o} = 2 \ u_{n+1} = h(u_{n})$$
 : نعتبر المتتالية (IV

$$.ig(orall n\in\mathbb{N}ig): \ rac{3}{2}\leqslant u_n\leqslant 2$$
 : بين أن $oldsymbol{0}$ 

- $.ig(orall n\in\mathbb{N}ig):\;|u_{n+1}-lpha|\leqslant k\,|u_n-lpha|$ : بین آن
- استنتج أن المتتالية  $(u_n)$  متقاربة و حدد نهايتها.
- $w_n=u_{2n+1}$  و  $v_n=u_{2n}$  نضع  $\mathbb{N}$  نضع  $v_n=u_{2n}$  و أن: () بين أن:  $w_o<lpha$

$$ig( orall n \in \mathbb{N} ig) : w_n < lpha < v_n$$

بین أن:  $(v_n)$  تناقصیهٔ و أن  $(w_n)$  تزایدیهٔ . ج) بین أن :

$$ig( orall n \in \mathbb{N} ig): \; |w_{n+1} - v_{n+1}| \leqslant k^2 \, |w_n - v_n|$$

د) استنتج أن :

$$\left( orall n \in \mathbb{N} 
ight) : \left| w_n - v_n 
ight| \leqslant k^{2n} (2 - \sqrt{e})$$

ه) بين أن  $(v_n)$  و  $(w_n)$  متقاربتان لهما نفس النهاية.  $(u_n)$  استنتج أن  $(u_n)$  متقاربة و أن  $(u_n)$ 

## تمرین 23

 $\mathbb{R}^*_+$  عنبر الدالة  $f_m$  المعرفة بما يلي:

$$\left\{egin{array}{l} f_m(x) = e^{mx}igl(1-mx\ln|x|igr) \ f_m(0) = 1 \end{array}
ight.$$

- $\mathscr{D}_{f_m}$  عند محدات ؛ ثم أحسب النهايات عند محدات  $\mathscr{D}_{f_m}$ 
  - 0 أدرس اتصال و قابلية اشتقاق  $f_m$  في  $\theta$
- .  $f_1$  أحسب  $f_m'(x)$  ؛ ثم ضع جدول تغيرات الدالة  $oldsymbol{\mathfrak{G}}$
- $f_1$  حدد الفروع اللانهائية لـ  $(\mathscr{C}_1)$  منحنى الدالة  $oldsymbol{\Phi}$
- $f_1(lpha)=0$  بين أنه يوجد lpha وحيد من [1;2[ بحيث  $oldsymbol{\Theta}$
- حدد معادلات المماسات للمنحنى  $(\mathscr{C}_1)$  عند النقط التى أفاصيلها 1 و 1.
- $||\overrightarrow{i}||=||\overrightarrow{j}||=2cm$  أنشئ المنحنى  $lpha\simeq 1,7$  و  $lpha\simeq 1,7$
- باستعمال المنحنى  $(\mathscr{C}_1)$  ، ناقش حسب قيم البار امتر الحقيقي k عدد حلول المعادلة

$$x\in\mathbb{R};\;|x|=e^{rac{1-ke^{-x}}{x}}$$

### تمرین 24

نعتبر الله الله f المعرفة على  $[0;+\infty[$  بما يلي:

$$\begin{cases} f(x) = e^{\frac{1}{\ln(x)}} \; ; \; x \neq 0 \; ; \; x \neq 1 \\ f(0) = 1 \; ; \; f(1) = 0 \end{cases}$$

 $(O; ec{i}; ec{j})$  و ليكن  $(\mathscr{C}_f)$  منحناها في م م

- $oldsymbol{0}$  أدرس اتصال و قابلية اشتقاق الدالة f على يمين f
- .1 ملى يسار f أدرس اتصال و قابلية اشتقاق الدالة f على يسار g
  - $oldsymbol{1}$  هل الدالة f متصلة في  $oldsymbol{3}$
- حدد الفرع اللانهائي للكنكنى  $(\mathscr{G}_f)$  ثم أدرس تغيرات الدالة f.
- (D): y = x بين أن  $(\mathscr{C}_f)$  يقبل المستقيم  $\mathfrak{S}$
- (D) حدد نقط تقاطع المنحنى  $(\mathscr{C}_f)$  و المستقيم  $(\mathscr{C}_f)$ .