

التمرين الأول (3 نقط)

حدد في كل حالة الدوال الاصلية للدالة f :

$$f(x) = (2x^3 - 1)(x^4 - 2x + 1)^7 ; \quad f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} ; \quad f(x) = \cos(3x + 1) + \sin(x)$$

التمرين الثاني (10 نقط)

$$\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = \frac{2u_n + 2}{u_n + 3} \end{cases} \quad \text{نعتبر المتتالية } (u_n) \text{ المعرفة بما يلي :}$$

1 بين بالترجع أن : $\forall n \in \mathbb{N} ; 0 \leq u_n \leq 1$

2 أ) تحقق أن : $u_{n+1} - u_n = \frac{(1 - u_n)(u_n + 2)}{u_n + 3}$

ب) أدرس رتبة (u_n) ثم استنتج أن (u_n) متقاربة.

$$2 \quad \text{نعتبر المتتالية العددية } (V_n) \text{ المعرفة بما يلي :} \quad V_n = \frac{1 - u_n}{u_n + 2}$$

أ) بين أن (V_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{4}$. ثم استنتج أن : $V_n = -\frac{1}{2} \left(\frac{1}{4} \right)^n$

ب) بين أن : $\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n = \frac{1 + 2V_n}{1 - V_n}$ ثم أكتب u_n بدلالة n

ج) أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

3 أ) أحسب $\sum_{k=0}^n V_k$ بدلالة n

ب) تحقق أن : $\frac{3}{u_n + 2} = 1 - V_n$

ج) نضع : $S_n = \frac{3}{u_n + 2}$ ، استنتج أن : $\sum_{k=0}^n S_k = n + 1 + \frac{2}{3} \left(\left(1 - \frac{1}{4} \right)^{n+1} \right)$

التمرين الثالث (7 نقط)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي : $f(x) = x\sqrt{x^2 - 4}$

1 بين أن : $D_f =]-\infty; -2] \cup [2; +\infty[$

2 أدرس قابلية اشتقاق الدالة f على يمين 2 و على يسار -2 ثم أول النتيجة هندسيا .

3 أحسب $\lim_{n \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(x)$

ثم بين أن : $\lim_{n \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$ و $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$ وأول النتيجة هندية .

4 أ) بين أن لكل x من $D_f - \{-2; 2\}$: $f'(x) = \frac{2(x^2 - 2)}{\sqrt{x^2 - 4}}$

ب) إعط جدول تغيرات الدالة f .

5 أنشئ المنحنى (C_f)