# السلسلة 3: المنثاليات العددية

حدد نهابهُ المنتالبهُ  $(u_n)$  في كل حالهُ:

$$u_n = \frac{3}{n^3 \sqrt{n}} \tag{1}$$

$$u_n = n^2 \sqrt{n}$$
 (2) 
$$u_n = \frac{3}{n^3 \sqrt{n}}$$
 (1) 
$$u_n = \frac{2n - 6}{3n + 4}$$
 (4) 
$$u_n = \frac{2}{2n^3 - 5n + 9}$$
 (3) 
$$u_n = 5n + \frac{n^3}{n^3 + 8n}$$
 (6) 
$$u_n = \frac{n^4 + 3n}{n^2 - 6n + 2}$$
 (5)

$$u_n = 5n + \frac{n^3}{n^3 + 8n}$$
 (6)  $u_n = \frac{n^4 + 3n}{n^2 - 6n + 2}$  (5)

$$u_n = \sqrt{n+1} - \sqrt{n} \qquad (2) \qquad u_n = \sqrt{n} - n \qquad (1)$$

نده نظابهٔ المناالبهٔ 
$$(u_n)$$
 في کل حالهٔ:  $u_n = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$  (2)  $u_n = \sqrt{n} - n$  (1)  $u_n = \sqrt{5n-6} + \sqrt{n+2}$  (4)  $u_n = \frac{2}{n^2+7} - \sqrt{n^2+5}$  (3)

$$u_n = \sqrt[3]{n} - 2\sqrt{n}$$
 (6)  $u_n = \frac{n^4}{n^4 + \sqrt{n}}$  (5)

$$u_n = \sqrt[3]{n} - 2\sqrt{n}$$
 (6) 
$$u_n = \frac{n^4}{n^4 + \sqrt{n}}$$
 (5) 
$$u_n = \frac{n - \sqrt{n}}{\sqrt[3]{n} + 1}$$
 (8) 
$$u_n = \frac{\sqrt[4]{n} - \sqrt{n}}{2n}$$
 (7)

ٺمرين ﴿3﴾ ـ

 $(\forall n \in \mathbb{N}^*): v_n = 3 + \frac{(-1)^n}{n}:$  کنگن  $(v_n)_{n\geqslant 1}$  کنگن نالبه معرفهٔ ب

$$(\forall n \in \mathbb{N}^*) |v_n - 3| \leqslant \frac{1}{n}$$
 بين أن: (1)

السننئج أن المئنالبن 
$$(v_n)_{n\geqslant 1}$$
 منفاربن محددا نهابنها. (2)

 $(\forall n \in \mathbb{N}^*): u_n = 4 + \frac{(-1)^n \cos(n)}{n}$  :خبث بخبث  $(u_n)_{n\geqslant 1}$ 

$$|u_n-4|\leqslant rac{1}{n}$$
 بین أن:  $(1)$ 

 $(u_n)_{n\geqslant 1}$  إستنتج نهابخ (2)

ئەرىن ﴿5﴾

 $(orall n\in \mathbb{N})\,:v_n=rac{\sin(n)}{n+2}:$ لَلُكُن  $(v_n)_{n\in \mathbb{N}}$  مئنالبهٔ معرفهٔ ب

$$(\forall n \in \mathbb{N}) \frac{-1}{n+2} \leqslant v_n \leqslant \frac{1}{n+2}$$
 (1) يين أن (1)

 $\lim v_n$  استنج (2)

ٺمرين ﴿6﴾

 $(\forall n \in \mathbb{N}): w_n = 5n + 6\sin(n):$ لَلُن  $(w_n)_{n \in \mathbb{N}}$  مثنالبهٔ معرفهٔ ب

- $(\forall n \in \mathbb{N}) \ 5n 6 \leqslant w_n :$ بين أن (1)
  - $\lim_{n\to+\infty} w_n$  (2)

 $(\forall n \in \mathbb{N}) : v_n = 2n + (-1)^n$  کنگن  $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$  مئنالبذ معرفهٔ ب

- $(\forall n \in \mathbb{N}) \ n \leqslant v_n :$ يين أن (1)
- استنتج أن  $(v_n)$  منباعدة وحدد نهابتها. (2)

# ٺمرين ﴿8﴾ \_\_\_

 $(\forall n \in \mathbb{N}) : u_n = -7n + \cos(n) - 1 :$ لَيْلُن  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  لَيْلُن اللهُ مَعْرِفَهُ بِ

- $(\forall n \in \mathbb{N}) \ u_n \leqslant -7n :$ بين أن (1)
  - $\lim_{n\to+\infty}u_n$  إستننج (2)

 $\mathbb{N}^*$  من n الله معرفة الله معرفة  $(w_n)$  و  $(v_n)$  و  $(u_n)$  $w_n = 1 + \frac{1}{n}$  g  $v_n = 1 - \frac{1}{n}$  g  $u_n = \frac{n + \sin(\sqrt{n})}{n}$ 

$$(\forall n \in \mathbb{N}^*) \ v_n \leqslant u_n \leqslant w_n$$
 :بین أن (1)

$$(w_n)_{n\geqslant 1}$$
 و  $(v_n)_{n\geqslant 1}$  من کل من أحسب نھابة کل من (2)

إسنننج أن المئنالبة 
$$(u_n)_{n\geqslant 1}$$
 منفاربة محددا نهابنها. (3)

المرين 
$$u_0=1$$
  $(\forall n\in\mathbb{N});\;u_{n+1}=rac{1}{5}(u_n^2+1)$  خورت معرفهٔ بنالبهٔ معرفهٔ ب

$$(\forall n \in \mathbb{N}) \ 0 \leqslant u_n \leqslant 1$$
 (1) دين أن (1)

بن أن المنئالبث 
$$(u_n)$$
 ننافصبث و إسننتج أنها منفاربث.  $(2)$ 

$$\cdot \left\{ egin{array}{ll} u_0=1 \ (orall n\in \mathbb{N}); \ u_{n+1}=rac{1}{2}u_n+1 \end{array} 
ight.$$
نگن  $(u_n)$  منالبه معرفهٔ ب

$$(\forall n \in \mathbb{N}) \ u_n < 2$$
:بين بالنرجع أن (1)

بین بین با بین المثنالین 
$$(u_n)$$
 نزایدین و استنتج اُنها متفارین. (2)

### ٺمرين ﴿12﴾

$$v_0=3$$
  $(orall n\in \mathbb{N});\; v_{n+1}=rac{1}{2}\left(v_n+rac{4}{v_n}
ight)$  :ب منالبه معرفهٔ ب

$$(v_n)$$
 بين أن المئناليث:  $(v_n)$  مصغورة بالعدد (1)

يين أن المنالية 
$$(v_n)$$
 ننافصية.

$$(v_n)$$
 بيوره العرد 3) يبكننج أن المنتالية  $(v_n)$  منفارية و أنها ملبورة بالعرد 3)

$$\cdot \left\{ egin{array}{ll} v_0=3 \ (orall n\in \mathbb{N}); \ v_{n+1}=\sqrt{v_n+12} \end{array} 
ight.$$
 نگلن  $(v_n)$  مثنالبهٔ معرفهٔ ب

$$(\forall n \in \mathbb{N}) \ 0 \leqslant v_n \leqslant 4$$
ن أن (1)

أدرس رئابهٔ المئناليهٔ 
$$(v_n)$$
 و إستنتج أنها منفاريه.  $(2)$ 

$$. \left\{ egin{array}{ll} w_0 = rac{2}{3} \ (orall n \in \mathbb{N}); \; w_{n+1} = rac{3w_n + 2}{2w_n + 3} \end{array} 
ight.$$
نگن  $(w_n)$  منالبذ معرفذ  $w_n$ 

$$(\forall n \in \mathbb{N}) \ 0 \leqslant w_n \leqslant 1$$
 :بين أن (1)

أدرس رئابهٔ المئنالبهٔ 
$$(w_n)$$
 و إسننتج أنها منفاربه.  $(2)$ 

# حدد نهابهٔ المنئالبهٔ $(u_n)$ في کل حالهُ:

$$4\left(\frac{7}{4}\right)^n \qquad (2) \qquad u_n = \frac{3^n}{7} \qquad (1)$$

$$u_{n} = -4\left(\frac{7}{4}\right)^{n} \qquad (2) \qquad u_{n} = \frac{3^{n}}{7^{n}} \qquad (1)$$

$$u_{n} = -2 + \left(\frac{3}{\pi}\right)^{n+1} \qquad (4) \qquad u_{n} = 2\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{n} \qquad (3)$$

$$u_{n} = \frac{3^{n} - 4^{n}}{3^{n} + 4^{n}} \qquad (6) \qquad u_{n} = 3^{n} - 4^{n} \qquad (5)$$

$$u_{n} = \frac{2^{n} - 5^{n}}{5^{n}} \qquad (8) \qquad u_{n} = \frac{2^{n} + (-1)^{n}}{3^{n}} \qquad (7)$$

$$u_{n} = n^{\frac{2}{3}} - n^{\frac{3}{4}} \qquad (10) \qquad u_{n} = n^{\frac{2}{3}} - n^{-\frac{1}{3}} \qquad (9)$$

$$u_n = \frac{3^n - 4^n}{3^n + 4^n} \tag{6}$$
  $u_n = 3^n - 4^n$ 

$$u_n = \frac{2^n - 5^n}{5^n}$$
 (8)  $u_n = \frac{2^n + (-1)^n}{3^n}$  (7)

$$u_n = n^{\frac{2}{3}} - n^{\frac{3}{4}}$$
 (10)  $u_n = n^{\frac{2}{3}} - n^{-\frac{1}{3}}$  (9)

# **نہرین** ﴿16﴾

$$.\left\{egin{array}{ll} w_0=3 \ (orall n\in \mathbb{N}); \ w_{n+1}=w_n(w_n+1) \end{array}
ight.$$
نگلن  $(w_n)$  منالبهٔ معرفهٔ ب

$$w_2$$
 و  $w_1$  أحسب (1)

- ببن أن المنتالبذ  $(w_n)$  نزابدبد. (2)
- $(\forall n \in \mathbb{N}) \ 2w_n < w_{n+1} :$  (3)
- $(\forall n \in \mathbb{N}) \ 3 \times 2^n < w_n$  إستنتج أن (4)
  - $\lim w_n$  أحسب (5)

نَمرين ﴿17﴾ \_\_\_\_\_\_ بونبو 2003

 $f(x) = 4x\sqrt{x} - 3x^2$  : المعرفة بالدالة ألما المعرفة المعرفة (1)

$$(u_n)$$
 نعتبر المتنالبة العددبة  $(u_n)$  المعرفة  $(2)$   $\begin{cases} u_{n+1}=4u_n\sqrt{u_n}-3u_n^2 \ ; \ (n\in\mathbb{N}) \end{cases}$ 

 $(orall n \in \mathbb{N}): \quad rac{4}{9} \leqslant u_n \leqslant 1$  ن أن .ا

بين أن المئنالين  $(u_n)$  نزابدين.

ج. إسننئج أن المنالبة  $(u_n)$  منفاربة، ثم أحسب نهابنها.

نمرين ﴿18﴾ \_\_\_\_\_\_ بولبوز 2003

 $f(x) = x - 2\sqrt{x} + 2$  أدرس نغبرات الدالة f المعرفة ب (1)

: المعرفة (
$$v_n$$
) نعتبر المثالبة العددية ( $v_n$ ) نعتبر  $v_{n+1}=f(v_n)$  ;  $(n\in\mathbb{N})$  :

 $(\forall n \in \mathbb{N}): \quad 1 \leqslant v_n \leqslant 2$  ن بين بالنرجع أن .ا

بين أن المناالبة  $(v_n)$  ننافصبة.

ج. إسننئج أن المئنالبة  $(v_n)$  منفاربة، ثم أحسب نهابنها.

نَمِينَ ﴿19 ﴾ \_\_\_\_\_\_ بونبو 2004

ين على 
$$\mathbb{R}_+$$
 جدول نغيرات الدالة  $g$  المعرفة ب  $g(x)=1-rac{1}{2}x-rac{2}{e^x+1}$ 

$$w_n$$
 المعرفة ( $w_n$ ) المعرفة ( $w_n$ ) المعرفة ( $w_n$ ) المعرفة ( $w_{n+1}=1-rac{2}{e^{w_n}+1}$   $w_0=1$ 

 $(\forall n \in \mathbb{N}): \quad w_n > 0$  النرجع أن  $w_n > 0$  .

 $.(orall n\in \mathbb{N}): \quad w_{n+1}\leqslant rac{1}{2}w_n$  نفق من أن ...

ج. ببن أن المئنالبة  $(w_n)$  ننافصبة.

$$(w_n)$$
 د. بين أن $w_n\leqslant (rac{1}{2})^n$  نه $w_n\leqslant (rac{1}{2})^n$  د. بين أن

ولبوز 2004 بولبوز 
$$u_{n+1} = \frac{u_n^3}{3u_n^2 + 1}$$
 ;  $(n \in \mathbb{N})$  نعئبر المئالبة  $(u_n)$  المعرفة  $u_n = 1$ 

- $(\forall n \in \mathbb{N}): \quad u_n > 0$  يين أن (1)
- يبن أن المئنالبة  $(u_n)$  ننافصبة. (2)
  - ربک. ( $u_n$ ) استنتح أن ( $u_n$ ) متفاربک.
- $(\forall n \in \mathbb{N}): \quad u_{n+1} \leqslant \frac{1}{3}u_n$  بين أن (4)
- $(w_n)$  نبن أن  $w_n \leqslant (\frac{1}{3})^n$  نبن أن  $w_n \leqslant (\frac{1}{3})^n$  نبن أن (5)

**نمرین** ﴿21﴾ \_\_\_\_\_\_ بونبو 2005

- $f(x) = 1 + x \ln(x) \ln^2(x)$  أدرس نغبرات الدالة f المعرفة ب
  - $f(x) x = (\ln x 1)(x 1 \ln x)$  نخفی من أن (2)
    - f(x) xعلى المجال ]0;  $+\infty$  غلى المجال (3)
- نعتبر المتنالبة العددية  $(v_n)$  المعرفة  $v_{n+1}=f(v_n)$  ;  $(n\in\mathbb{N})$  .  $\begin{cases} v_{n+1}=f(v_n) & \text{if } n\in\mathbb{N} \end{cases}$ 
  - $(orall n \in \mathbb{N}): \quad 1 \leqslant v_n \leqslant e$  ن النرجع أن .ا
    - ببن أن المئنالبن  $(v_n)$  ننافصبن. -
  - ج. إسنننج أن المنتاليث  $(v_n)$  منفاريث، ثم أحسب نهاينها.

المرين ﴿22 جولبوز 2005

. $(\forall n\in\mathbb{N}^*): \quad w_n=n+\left(rac{1}{3}
ight)^n$  : نعنبر المنئالبة العددبة  $(w_n)$  المعرفة بنالله المحموع . $S_n=w_1+w_2+...+w_n$  أحسب بدلاله n المحموع

نَمِينَ ﴿23 \_\_\_\_\_\_ ہونبو 2006

- فع جدول نغيرات الدالة g المعرفة ب:  $g(x) = \ln(1+x) x$  على المجال  $[0;+\infty]$ 
  - $.(orall n \in \mathbb{R}_+^*): \quad 0 < \ln(1+x) < x$  بین أن (2)
- نعتبر المتنالبة العددية  $(u_n)_{n\geqslant 2}$  المعرفة ب(3) . $(orall n\in \mathbb{N}^*\setminus\{1\}): u_n=\ln\left(rac{n+1}{n-1}
  ight)$
- $.(orall n\in \mathbb{N}^*\smallsetminus\{1\}): \quad u_n=\ln\left(1+rac{2}{n-1}
  ight)$  نکفن من أن .1
  - $(u_n)_{n\geqslant 2}$  ببن أن المئنالبذ بين أن المئنالبذ .-
  - $.(\forall n \in \mathbb{N}^* \smallsetminus \{1\}): \quad 0 < u_n < rac{2}{n-1}$  ن أن .
    - $(u_n)_{n\geqslant 2}$  د. أحسب نهابه المنالبه
- يولبوز 2006 يولبوز  $(u_n)$  نعبر المنالبه العدديه  $(u_n)$  المعرفه بغير المنالبه العدديه  $\left\{ \begin{array}{ll} u_{n+2} = \frac{2}{5}u_{n+1} \frac{1}{25}u_n & ; \ (n \in \mathbb{N}) \\ u_0 = 0 \ \mbox{g} \ u_1 = 1 \end{array} \right.$

 $(\forall n \in \mathbb{N}): \quad v_n = u_{n+1} - \frac{1}{5}u_n$  و  $w_n = 5^n u_n$  ونضع

- n ببن أن المنالبة  $(v_n)$  هندسبة أساسها  $\frac{1}{5}$  ثم أكنب  $v_n$  بدلالة (1)
  - $(v_n)$  بين أن المئنالية  $(w_n)$  حسابية أساسها
  - n أكنب  $u_n$  بدلاله n ثم إسننج  $w_n$  بدلاله (3)
  - $.(\forall n \in \mathbb{N}^*): \quad 0 < u_{n+1} \leqslant \frac{2}{5}u_n$  بين أن (4)
  - $(\forall n \in \mathbb{N}^*): \quad 0 < u_n \leqslant \left(\frac{2}{5}\right)^{n-1}$  ن إسننج أن (5)
    - $(u_n)$  أحسب نهابه (6)

نَورين ﴿25﴾ \_\_\_\_\_\_نورو 25%

- $f(x) = \frac{1}{x}$  درس إشاره f(x) = x على  $f(x) = \frac{x}{x + e^{-x}}$
- نعتبر المتنالية العدوية  $(u_n)$  نعتبر المتنالية العدوية  $\begin{cases} u_{n+1} = f(u_n) & ; \ (n \in \mathbb{N}) \\ u_0 = 1 \end{cases}$ 
  - $(\forall n \in \mathbb{N}): \quad 0 \leqslant u_n \leqslant 1$  بين بالنرجع أن .

بين أن المناالبخ  $(u_n)$  ننافصيخ.

ج. إستنتج أن المتنالبة  $(u_n)$  متفاربة، ثم حدد نهابتها.

نمرین 426 نمرین نموین نموین نموین نموین نمینالبن العددبنه  $(u_n)$  المعرفه  $u_n$ بولبوز 2007

ينبر المنتالية العدوية 
$$(u_n)$$
 المعرفة  $\dots$  .  $\begin{cases} u_{n+1} = \frac{1}{5}(u_n - 4n - 1) & ; \ (n \in \mathbb{N}) \end{cases}$ 

 $(\forall n \in \mathbb{N}): \quad v_n = u_n + n - 1$  نفع

- $rac{1}{5}$ ببن أن المئنالبخ  $(v_n)$  هنر سبخ أساسها  $rac{1}{5}$  .
  - n بدلاله  $v_n$  بدلاله (2)
- $(u_n)$  إسنننج  $u_n$  بدلاله n ثم أحسب نهابه  $u_n$

 $S_n=T_n-rac{1}{4}\left(1-rac{1}{5^n}
ight)$  و  $S_n=T_n-rac{(n+1)(n-2)}{2}$  يين أن

نمرين (27) نمرين (27) نعبر المنالبة العردية  $(u_n)$  المعرفة  $(u_n)$ 

 $\begin{cases} u_{n+1} = \frac{1 + u_n^2}{1 + u_n} & ; (n \in \mathbb{N}) \\ u_0 = \frac{1}{2} \end{cases}$ 

 $(\forall n \in \mathbb{N}): \quad 0 \leqslant u_n \leqslant 1$  يين أن (1)

ببن أن المنئالبذ  $(u_n)$  رئببذ و إسننئج أنها منفاربذ. (2)

 $(\forall n \in \mathbb{N}): \quad 1 - u_{n+1} \leqslant \frac{2}{3}(1 - u_n)$  بين أن (3)

 $(\forall n \in \mathbb{N}): \quad 1-u_n \leqslant \frac{1}{2} \left(\frac{2}{3}\right)^n$  بين أن (4)

 $(u_n)$  إسنننج نهابه (5).

بولبوز 2008

نموين  $\stackrel{\text{(28)}}{\text{identify}}$  نعبر المنالبث العددبث  $(u_n)$  المعرفث  $\begin{cases} u_{n+1} = \frac{5u_n}{2u_n+3} \end{cases}$  ;  $(n \in \mathbb{N})$   $u_0 = 2$ 

 $(\forall n \in \mathbb{N}): \quad v_n = \frac{u_n - 1}{u_n}$  نضع

 $.(orall n\in \mathbb{N}): \quad u_n>1$  بېن أن (1)

n ببن أن المئنالبذ  $(v_n)$  هند سبث أساسها  $\frac{3}{5}$  ثم أكنب  $v_n$  بدلالذ  $v_n$ 

 $(u_n)$  نين أن  $u_n = \frac{2}{2 - \left(\frac{3}{\epsilon}\right)^n}$  نين أن  $(\forall n \in \mathbb{N})$  :  $u_n = \frac{2}{2 - \left(\frac{3}{\epsilon}\right)^n}$  (3)

 $\begin{cases} u_{n+1} = \frac{8(u_n - 1)}{2 + u_n} & ; (n \in \mathbb{N}) \\ u_0 = 3 & \end{cases}$ 

 $.(\forall n \in \mathbb{N}): \quad 2 < u_n < 4$  بين أن (1)

ببن أن المنئالبة  $(u_n)$  رئيبة و إسننتج أنها منفاربة. (2)

 $(\forall n \in \mathbb{N}): \quad 4 - u_{n+1} \leqslant \frac{4}{5}(4 - u_n)$  بين أن (3)

 $.(\forall n \in \mathbb{N}): \quad 4-u_n \leqslant \left(\frac{4}{5}\right)^n$  بين أن (4)

 $(u_n)$  حدد نهابه (5)

 $(\forall n \in \mathbb{N}): \quad v_n = \frac{u_n - 4}{u_n - 2}$  نفغ (6)

ا. أثبت أن  $(v_n)$  مثنالبة هندسبة محددا أساسها و حدها الأول.  $u_n$  عدد  $u_n$  نم  $u_n$  بدلاله ...

 $\lim u_n$  ج. إسنننج

 $(\forall n \in \mathbb{N}^*): \quad S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_{n-1}$  نفع  $\lim S_n$  بدلاله n و إسنننج  $S_n$ 

نعبر المناالبث العدوبث  $(u_n)$  المعرفث  $\vdots$  نعبر المناالبث العدوبث  $\begin{cases} u_{n+1} = \frac{-7u_n - 8)}{2u_n + 1} \\ u_0 = -5 \end{cases}$  ;  $(n \in \mathbb{N})$ 

 $(\forall n \in \mathbb{N}): \quad u_n \neq -2$  بين أن (1)

 $(\forall n \in \mathbb{N}): \quad v_n = \frac{1}{n-2}$  نفع (2)

ا. أثبت أن  $(v_n)$  منثالبة حساببة محددا أساسها وحدها الأول.  $u_n$  عدد  $v_n$  عمد  $u_n$  بدلاله .

 $(\forall n \in \mathbb{N}^*): \quad |u_n + 2| \leqslant \frac{3}{n}$ ين أن (3)

 $\lim u_n$  السننج .—

نمرين ﴿31﴾ \_\_\_\_

 $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 6}{x - 1}$  نلن f دالهٔ عددبهٔ معرفهٔ ب

 $.(\forall x \in ]1; +\infty[): \quad f(x) \geqslant 3$  بين أن (1)

 $(u_n)$  نعتبر المتنالبة العردبة ( $u_n$ ) المعرفة (2)  $\begin{cases} u_{n+1} = f(u_n) & ; (n \in \mathbb{N}) \\ u_0 = 2 \end{cases}$ 

 $(orall n \in \mathbb{N}^*): \quad u_n \geqslant 3$  بين أن .1

بن أن المئنالبن  $(u_n)$  رئيبن و إسننئج أنها منفاربن.

 $(u_n)$  ج. حدد نهابه

 $(\forall n \in \mathbb{N}): \quad u_n \geqslant 1$  سن أن (1)

بين أن  $(u_n)$  نزابدېد. (2)

 $(\forall n \in \mathbb{N}): \quad v_n = (2 + u_n)^2$  نفع (3)

ا. أثبت أن  $(v_n)$  مثنالية حسابية محددا أساسها وحدها الأول.  $u_n$  بدلالهٔ  $u_n$  بدلالهٔ ...

 $\lim u_n$  إسننج

نعبر المنتالية العددية  $(u_n)$  المعرفة -: نعبر المنتالية العددية  $\begin{cases} u_{n+1} = \sqrt{\frac{u_n+3}{2}} \end{cases}$  ;  $(n \in \mathbb{N})$ 

 $(\forall n \in \mathbb{N}): \frac{1}{2} \leqslant u_n \leqslant \frac{3}{2}$  بين أن (1)

ببن أن  $(u_n)$  نزابدبهٔ و إسننتج أنها منفاربه. (2)

 $\lim u_n$  عدد (3)