Lycée : charif El Idrissi	Le produit scalaire	Professeur : ZILLOU Mouad

Exercice 01

On considère les points suivants $A(5;7), B(2;3)$ et $C(9;4)$.

1) Déterminer les coordonnés des vecteurs suivants : $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BC}$.

2) Calculer $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ et $\det\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right)$.

3) Déduire la nature du triangle ABC.

4) Calculer $\cos\left(\overrightarrow{BA};\overrightarrow{BC}\right)$ et $\sin\left(\overrightarrow{CA};\overrightarrow{CB}\right)$.

Exercice 02

1) On considère les points $A(7;4)$, $B(-2;1)$, $C(1;-2)$

a) Vérifier que $\vec{n}(1;3)$ est un vecteur normal à (AB)

b) Déterminer une équation cartésienne de la droite (AB)

2) Déterminer une équation cartésienne de la droite (D) Passant par C et perpendiculaire à la droite (AB)

3) Déterminer une équation cartésienne de la droite (D') la médiatrice du segment $[BC]$.

Exercice 03

Déterminer l'équation cartésienne de la droite (D) dans les cas suivants :

1) (D) passant le point $A(2;3)$ et de vecteur directeur $\vec{u}(1;2)$.

2) (D) passant par le point $A(1;2)$ et de vecteur normal $\vec{n}\left(2;\frac{1}{2}\right)$.

3) (D) passant par $A(2;3)$ et parallèle à (Δ) d'équation cartésienne $(\Delta): x+2y-3=0$

4) (D) passant par $A(2;3)$ et perpendiculaire à $(D'):\begin{cases} x=2+t \\ y=3t \end{cases} /(t\in\mathbb{R})$.

Exercice 04

Calculer la distance entre le point A et la droite (D) dans les cas suivants :

a) $A(2;-3)$; $(D): x-y+3=0$

b) $A(-1;3)$; $(D): -2x+3y-5=0$

c) $A(-1;1)$ et $(D):\begin{cases} x=2t \\ y=1+3t \end{cases} /(t\in\mathbb{R})$

Exercice 05

Etudier la position relative de (D) et (D') dans les cas suivants :

$(D): 2x+3y-1=0$; $(D'): \frac{3}{2}x-y+4=0$

- $(D): x+4y+3=0$; $(D'): -\frac{1}{2}x-2y+4=0$
- $(D): 2x+y-1=0$; $(D'): -x+2y+3=0$

Exercice 04

Déterminer l'équation cartésienne du cercle (C) dans les cas suivants :

1) (C) de centre $\Omega(-1;0)$ et de rayon $R=\frac{3}{2}$.

2) (C) de centre $\Omega(-4;3)$ et passant par $A(-1;0)$.

3) (C) de diamètre $[AB]$ tels que $A(-1;3)$ et $B(0;3)$

4) (C) cercle circonscrit au triangle ABC avec $A(1;2); B(7;4); C(-1;0)$

Exercice 05

1) Déterminer une représentation paramétrique du cercle (C) dans les cas suivants

a) (C) du centre $\Omega(-1;2)$ et de rayon $R=\sqrt{2}$

b) $(C): (x-2)^2+(y+1)^2=5$

c) $(C): x^2+y^2+8x-2y-8=0$

2) Déterminer une équation cartésienne du cercle dans les cas suivants :

a) $(C):\begin{cases} x=-2+\sqrt{3}\cos(\theta) \\ y=2+\sqrt{3}\sin(\theta) \end{cases} /(\theta\in\mathbb{R})$

b) $(C):\begin{cases} x=-\frac{1}{2}+2\cos(\theta) \\ y=2\sin(\theta) \end{cases} /(\theta\in\mathbb{R})$

Exercice 06

Déterminer la nature de (Ψ) l'ensemble de points $M(x;y)$ du plan qui vérifie :

a) $(\Psi): x^2+y^2-x+3y-4=0$

b) $(\Psi): x^2+y^2-6x+2y+10=0$

c) $(\Psi): (x+2)^2+(y+1)^2=0$

d) $(\Psi): x^2+y^2=1$

Exercice 07

1) Etudier la position relative du cercle (C) et la droite (D) dans les cas suivants :

a) $(D): 2x+3y-1=0$; $(C): (x-2)^2+(y+1)^2=9$

b) $(D): x-y+3=0$; $(C): x^2+y^2-2x-2y-7=0$

2) Soient (C) un cercle et (D) une droite du plan tels que :

$(D): 2x+y-1=0$ et $(C): \boldsymbol{x^2+y^2-4x-2y}+\frac{9}{5}=0$

Montrer que (C) et (D) se coupent en un point, en déterminant ces coordonnées.

Exercice 08

1) Déterminer la position du point A par rapport au cercle (C) dans les cas suivants :

a) $C\left(\Omega(-1;2);R=\sqrt{10}\right)$ et $A(2;1)$

b) $C\left(\Omega(0;-2);R=2\right)$ et $A(2;1)$

c) $C\left(\Omega(-1;3);R=\sqrt{17}\right)$ et $A(1;2)$

2) Résoudre graphiquement l'inéquation suivante :
$x^2+y^2-x+3y-4\leq 0$

Résoudre graphiquement les systèmes suivants :
$\begin{cases} x^2+y^2-x+3y-4\leq 0 \\ x+y-1\geq 0 \end{cases}$; $\begin{cases} x^2+y^2-x+3y-4>0 \\ x+2y-2\geq 0 \end{cases}$

Exercice 09

1) Déterminer une équation cartésienne de la tangente du cercle (C) en un point A dans des cas suivants :

a) $(C): x^2+y^2-x+3y-4=0$ **;** $A(-2;1)$

b) $(C):(x+2)^2+(y-3)^2=25$ **;** $A(-5;7)$

c) $(C): x^2+y^2=5$; $A(-1;2)$

2) Soit (E) l'ensemble de points $M(x,y)$ du plan qui vérifie $x^2+y^2-6x+4y-3=0$

a) Montrer que (E) est un cercle (C), en déterminant le centre et le rayon.

b) Vérifier que le point $A(3;2)\in(C)$.

c) Déterminer une équation cartésienne de la tangente du cercle (C) en un point A .

Exercice 09

I) Dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$ on considère les points $A(-2;1);B(0;-2);C(1;3)$.

1) Calculer AB ; AC ; BC et $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$

2) Déduire la nature du triangle ABC

3) Calculer la surface d triangle ABC

4) Calculer $\overrightarrow{BC}.\overrightarrow{BA}$; $cos\left(\overrightarrow{BC};\overrightarrow{BA}\right)$; $sin\left(\overrightarrow{BC};\overrightarrow{BA}\right)$ et déduire la mesure principale de l'angle $\left(\overrightarrow{BC};\overrightarrow{BA}\right)$

5) Donner une équation cartésienne de la droite (D), la hauteur du triangle ABC passant par A .
Calculer la distance $d(B,(D))$

II) On considère le cercle (C) d'équation :

$(C): x^2+y^2-2x-4y-3=0.$

1) a-Montrer que $\Omega(1;2)$ est le centre du cercle (C) et de rayon $R=2\sqrt{2}$

b- Déterminer une représentation paramétrique du cercle (C)

2) a-Vérifier que le point $A(-1;0)$ appartient au cercle (C).

b- Donner l'équation de la tangente du cercle (C) au point A

3) on considère la droite (D) d'équation $x+y-3=0$

a) Montrer que la droite (D) coupe le cercle (C) en deux points E et F .

b) Déterminer les coordonnés de E et F

c) Déterminer les équations cartésiennes de (D_1) et (D_2) les tangentes au cercle (C) en E et F .