

Prof : Mouad Zillou	Série des exercices	Lycée : Charif El Idrissi –Assoul-
Niveau : 1BSEF	Calcul trigonométrique	Matière : Mathématiques

Exercice 01

Soit $a \in \mathbb{R}$

Montrer que

$$-\frac{1}{16} \leq \sin(2a) \cos(2a) \cos(4a) \cos(8a) \cos(16a) \leq \frac{1}{16}$$

Exercice 02

Soit $x \in \mathbb{R}$

1) Transformer en produit les expressions suivantes :

$$\oplus A(x) = \cos(x) + \cos(3x) ; \oplus B(x) = \cos(2x) + \cos(4x)$$

2) En déduire que :

$$A(x) + B(x) = 4\cos(x) \cos\left(\frac{x}{2}\right) \cos\left(\frac{5x}{2}\right)$$

3) Montrer que

$$\sin x + \sin 2x + \sin 3x + \sin 4x = 4\cos(x) \times \cos\left(\frac{x}{2}\right) \times \sin\left(\frac{5x}{2}\right)$$

Exercice 03

$(\forall x \in \mathbb{R})$ on pose

$$A(x) = 4\sqrt{3}\cos^4 x + \sqrt{3}\sin^2(2x) - 2\sin(2x)$$

1) Montrer que $4\cos^4 x = 4\cos^2 x - \sin^2(2x)$

2) En déduire que $A(x) = 4\cos(x)(\sqrt{3}\cos x - \sin x)$.

3) Montrer que $A(x) = 8\cos(x) \times \cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$

4) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $A(x) = 0$

Exercice 04

$(\forall x \in \mathbb{R})$ on pose : $A(x) = \sqrt{3}\sin(4x) - 8\sin^2 x \cos^2 x$

1) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $2\cos(x) - 1 = 0$

2) Montrer que $(\forall x \in \mathbb{R}); 1 - \cos(4x) = 8\sin^2 x \cos^2 x$

3) En déduire que : $(\forall x \in \mathbb{R}); A(x) = 2\cos\left(4x - \frac{\pi}{3}\right) - 1$

4) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $A(x) = 0$

5) Résoudre dans $\left[-\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{3}\right]$ l'inéquation $A(x) \leq 0$

Exercice 05

$(\forall x \in \mathbb{R})$ on

pose $P(x) = \sin(2x) + \cos(2x) - 1 + \sin x - \cos x$

1) a) Montrer que $(\forall x \in \mathbb{R})$

$$\otimes \sin(2x) + \cos(2x) - 1 = 2\sin x (\cos x - \sin x)$$

$$\otimes \cos x - \sin x = \sqrt{2}\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$$

b) En déduire que

$$P(x) = \sqrt{2}(2\sin(x) - 1) \times \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$$

2) a) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $P(x) = 0$

b) En déduire les solutions de l'équation $P(x) = 0$ dans l'intervalle $[0; 2\pi]$

3) Résoudre dans $[0; 2\pi]$ l'inéquation $P(x) \geq 0$

Exercice 06

$(\forall x \in \mathbb{R})$

on pose :

$$P(x) = \sqrt{3}\cos(3x) + \sin(3x) - \sqrt{3}\cos x - \sin x$$

1) Montrer que

$$P(x) = 2\cos\left(3x - \frac{\pi}{6}\right) - 2\cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right)$$

2) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $P(x) = 0$

3) a) Montrer que $P(x) = -4\sin x \cdot \sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right)$

b) Résoudre dans $[0; \pi]$ l'inéquation

$$\sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) \geq 0$$

c) En déduire le tableau de signe de $P(x)$ sur $[0; \pi]$

