

# I/Rappels:

# 1) Expérience aléatoire :

Une expérience est dite aléatoire si son déroulement est soumis au hasard en fournissant des issues (ou éventualités) imprévisibles.

- \* L'ensemble de ces éventualités s'appelle l'univers de cet expérience et on le note souvent  $\Omega$ .
- \* Le nombre n d'éléments de  $\Omega$  s'appelle le cardinal de  $\Omega$ . On note card  $\Omega = n$

# **Exemples:**

- 1) On lance trois fois de suite un dé cubique numéroté de 1 à 6 et on regarde à chaque fois le chiffre apparu sur la face supérieure. Une éventualité est un triplet de chiffres tel que l'un de ces chiffres pouvait se répéter autant de fois que possible. Alors card  $\Omega = 6^3$  (à l'aide d'une calculatrice : 6,  $y^x$ ,3,=)
- 2) Une urne contient cinq boules noires et deux boules blanches. On tire au hasard, successivement et sans remise, quatre boules de l'urne. Une éventualité est un tirage formé par 4 boules ordonnées et distinctes. Donc toute éventualité dans ce cas est un arrangement de trois éléments d'un ensemble de 7 éléments. Alors card  $\Omega = A_7^4 = 840$  (à l'ide d'une calculatrice : 7,2ndf, npr, 4,=)
- **3)** Dans une classe comportant 15 garçons et 13 filles, de combien de façons peut-on former des groupes de 4 élèves.

Une éventualité est un sous-ensemble de 10 éléments d'un ensemble de 28 éléments. Autrement dit ses éléments sont distincts et non ordonnés. Donc c'est est une combinaison de 4 éléments d'un ensemble de 28 éléments.

Alors card  $\Omega = C_{28}^4 = 20475$  (à l'aide d'une calculatrice : 28, 2ndf, ncr, 4,=)

#### **Retenons**

On peut assimiler toute expérience aléatoire à l'une des situations du tableau suivant :

#### Les trois types de tirages de p jetons d'un sac contenant n jetons

Type de tirages	Successifs et avec remise	Successifs et sans remise	Simultanés	
Ordre	L'ordre intervient	L'ordre intervient	L'ordre n'intervient pas	
Un cas possible	Un p- <mark>uplet</mark> d'éléments pouvant être répétés	Un p- <u>uplet</u> d'éléments 2à2 distincts	Une partie de p-éléments distincts	
$\operatorname{\underline{Card}}(\Omega)$	n <sup>p</sup>	$A_n^p$	$C_n^p$	

# 2) Probabilités:

## a) Langage probabiliste:

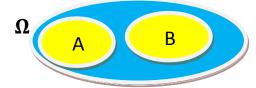
On considère une expérience aléatoire, alors :

- \* L'ensemble  $\Omega$  de toutes les éventualités s'appelle l'univers des cas possibles.
- \* Toute partie A de  $\Omega$  s'appelle événement. En particulier :
- \* Si  $A = \Omega$  alors A est dit l'événement certain (toujours il se réalise). Si  $A = \phi$  alors A est dit l'événement impossible (il ne se réalise jamais).
  - Si A contient un seul élément de  $\Omega$  alors A est dit événement élémentaire.
- \* L'événement « A et B » se note A∩B, il est réalisé lorsque A et B sont tous les deux réalisés.
- \* L'événement « A ou B » se note A∪B, il est réalisé si l'un des deux événements au moins est réalisé
- \* L'événement complémentaire de A dans  $\Omega$  s'appelle l'événement contraire de A et se note  $\overline{A}$ .
- \* Deux événements A et B sont dits incompatibles s'îls ne peuvent pas se réaliser tous les deux. Cela signifie que  $A \cap B = \phi$

# b) Définition:

Soit  $\Omega$  l'univers fini d'une expérience aléatoire et  $\mathcal{P}(\Omega)$  l'ensemble des événements de  $\Omega$ . On appelle probabilité sur  $\Omega$  toute application p de  $\mathcal{P}(\Omega)$  vers [0,1], vérifiant les conditions suivantes :

- $p(\Omega)=1$
- Pour tous événements A et B tels que A  $\cap$  B =  $\phi$ , on a : p(A  $\cup$  B) = p(A)+p(B)



#### Remarques:

- 1) Le triplet  $(\Omega, \mathcal{P}(\Omega), p)$  s'appelle espace probabilisé.
- 2) Une issue possible de  $\Omega$  s'appelle un cas possible ou un événement élémentaire.
- 3) Si A=  $\{a_1, a_2, ..., a_k\}$  un événement de  $\Omega$ , alors  $p(A) = p(\{a_1\}) + p(\{a_2\}) + ... + p(\{a_k\})$
- 4) Si  $\Omega = \{e_1, e_2, ..., e_n\}$  alors  $p(\{e_1\}) + p(\{e_2\}) + ... + p(\{e_n\}) = 1$
- 5) Lorsqu'on détermine les valeurs de  $p(\{e_i\})$  pour tout  $1 \le i \le n$ , on dit qu'on a établit la loi de probabilité de  $\Omega$ .

#### Probabilité uniforme:

Soit  $\Omega=\{e_1,e_2,...,e_n\}$  l'univers des cas possibles d'une expérience aléatoire. Si  $\mathbf{p}(\{e_1\})=\mathbf{p}(\{e_2\})=\cdots=\mathbf{p}(\{e_n\})$  alors  $\mathbf{p}$  est dite : probabilité uniforme ou équiprobabilité. Dans ce cas on dit que tous les événements élémentaires  $\{e_i\}$  sont équiprobables (ont la même chance d'être réalisés) et on a :

$$\forall \ 1 \le i \le n, \ \mathbf{p}(\{e_i\}) = \frac{1}{n}$$

 $\Rightarrow$  Ainsi dans ce cas : p(A) =  $\frac{\operatorname{card}(A)}{\operatorname{card}(\Omega)} = \frac{\operatorname{Nombre\ de\ cas\ favorables}}{\operatorname{nombre\ de\ tous\ les\ cas\ possibles}}$  pour tout événement A de  $\Omega$ .

# c) Propriétés:

```
Soit (\Omega, \mathcal{P}(\Omega), p) un espace probabilisé fini. A et B sont deux événements de \Omega. Alors :  * 0 \le p(A) \le 1 
 * Si A \subset B \ alors \ p(A) \le p(B) 
 * p(\overline{A}) = 1 - p(A) 
 * p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)
```

#### Exercice1:

Une urne contient 5 boules blanches numérotées de 1 à 5 et trois boules rouges numérotées de 1 à 3. (On suppose que les boules sont indiscernables au toucher) On tire au hasard, successivement et sans remise trois boules de l'urne.

- 1) Calculer le cardinal de l'univers  $\Omega$  de tous les cas possibles.
- 2) Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :

A: « Obtenir un tirage unicolore » B: « Obtenir un tirage bicolore » C: « Obtenir trois chiffres impaires » D: « Obtenir les chiffres 1,2 et 3 » A  $\cap$  C et A  $\cup$  C

#### Exercice2:

On lance un dé cubique truqué dont les faces sont numérotées de 1 à 6 et on regarde le chiffre apparu sur la face supérieure. Des études statistiques montrent que sur 100 lancés le chiffre 6 apparait cinq fois et que  $p(\{1\}) = \cdots = p(\{4\}) = 3p(\{5\})$ .

- 1) Déterminer la loi de probabilité de l'univers  $\Omega$ .
- 2) Calculer la probabilité que le chiffre apparu sur la face supérieure soit pair.

# II/Probabilités conditionnelles :

## Activité:

Une enquête a été fait sur 100 ouvriers d'une entreprise. Les résultats de cet enquête sont présentés dans le tableau suivant :

	Hommes	Femmes	
Fumeurs	40	10	
Non fumeurs	20	30	

On choisit un personne au hasard et on considère les événements suivants :

A : « la personne choisie est un fumeur »

B : « la personne choisie est un homme »

C: « la personne choisie est un homme fumeur »

E: « la personne choisie est un fumeur sachant que c'est un homme »

- 1) Calculer la probabilité de chacun des événements A, B, C et E.
- 2) Comparer p(E) et  $\frac{p(A \cap B)}{p(B)}$
- \* E est l'événement « A sachant B ». On note E = A/B. p(E) = p(A/B) s'appelle la probabilité conditionnelle de A sachant B.

#### Définition:

Soit  $(\Omega, \mathcal{P}(\Omega), p)$  un espace probabilisé fini. A et B sont deux événements tels que  $p(B)\neq 0$ . On appelle probabilité conditionnelle de A sachant B, le nombre réel positif noté p(A/B) et défini par  $p(A/B)=\frac{p(A\cap B)}{p(B)}$ . Ce nombre se note aussi :  $p_B(A)$ 

# Propriétés:

Soit  $(\Omega, \mathcal{P}(\Omega), p)$  un espace probabilisé fini et B un événement tel que  $p(B) \neq 0$ . Alors : \*  $p(\Omega/B) = 1$ 

- \* Pour tous événements incompatibles  $A_1$  et  $A_2$ , on a :  $p(A_1 \cup A_2/B) = p(A_1/B) + p(A_2/B)$
- \* Pour tout événement A, on a :  $p(\overline{A}/B)=1-p(A/B)$

#### Exercice:

Un sac contient 5 jetons blancs (1,2,3,4,5) et 7 jetons noirs (1,2,3,4,5,6,7).

- ■On tire **simultanément** et au hasard **3 jetons** du sac.
- 1) Calculer card $\Omega$
- 2) Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :

A : « Obtenir trois jetons de même couleur »

B: « Obtenir trois numéros impairs »

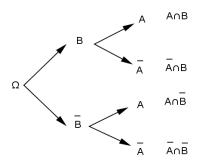
- 3) Calculer p(A/B). En déduire  $p(A\cap B)$ .
- 4) Calculer  $p(A \cap \overline{B})$ . En déduire  $p(A/\overline{B})$ .

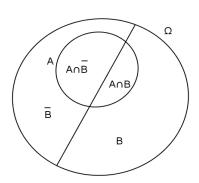
#### **Retenons**: (Principe des probabilités composées)

Soit  $(\Omega, \mathcal{P}(\Omega), p)$  un espace probabilisé fini. Soit A et B deux événements tels que  $p(B) \neq 0$ . Alors :  $p(A \cap B) = p(A/B).p(B)$ 

#### Remarque:

La situation de l'exercice précédent est une situation de conditionnement, alors il est conseillé d'établir la figure suivante :





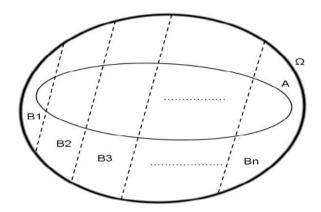
B et  $\overline{B}$  sont deux événements formant une partition de l'univers  $\Omega$ .  $A = (A \cap B) \cup (A \cap \overline{B})$ . Alors on peut retrouver p(A) d'une autre façon : En tenant compte que les événements  $(A \cap B)$  et  $(A \cap \overline{B})$  sont incompatibles, on peut écrire :  $p(A) = p(A \cap B) + p(A \cap \overline{B})$ . Cela signifie que : p(A) = p(A/B),  $p(B) + p(A/\overline{B})$ ,  $p(\overline{B})$ 

## **Retenons :** (Formule des probabilités totales)

Soit  $(\Omega, \mathcal{P}(\Omega), p)$  un espace probabilisé fini.  $B_1, B_2, B_3, ..., B_n$  sont des événements de probabilités non nulles, formant une partition de l'univers  $\Omega$ .

Soit A un événement de probabilité non nulle. Alors on a :

 $p(A) = p(A/B_1).p(B_1) + p(A/B_2).p(B_2)+...+p(A/B_n).p(B_n)$ 



#### Exercice:

Pour entretenir en bonne état de fonctionnement le chauffage, une société contrôle les chaudières pendant l'été. Des études statistiques menées donnent les résultats suivants :

- 20% des chaudières sont sous garantie.
- Parmi les chaudières sous garantie, la probabilité qu'une chaudière soit défectueuse est  $\frac{1}{100}$ .
- Parmi les chaudières qui ne sont plus sous garantie, la probabilité qu'une chaudière soit défectueuse est de  $\frac{10}{100}$ .

On appelle G l'événement : « La chaudière est sous garantie » et D l'événement : « La chaudière est défectueuse »

- 1) Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :
  - A : « La chaudière est sous garantie et défectueuse »
  - B: « La chaudière n'est plus sous garantie et défectueuse »
- 2) En déduire la probabilité pour qu'une chaudière soit défectueuse.
- 3) On sait que la chaudière est défectueuse, quelle est la probabilité qu'elle soit sous garantie.

#### Remarque:

Dans l'exercice précédent, l'événement (G/D) ne peut pas être remarqué dans l'arbre de probabilité établi, mais peut être remarqué dans l'arbre ci-dessous qui montre l'étude de la défectuosité avant celle de la garantie contrairement à la situation donnée dans l'exercice.

G G

#### Formule de Bayes:

Soit  $(\Omega, \mathcal{P}(\Omega), p)$  un espace probabilisé fini.  $B_1, B_2, B_3, \ldots, B_n$  sont des événements de probabilités non nulles, formant une partition de l'univers  $\Omega$ . Soit A un événement de probabilité non nulle. Alors on a :

$$p(B_k/A) = \frac{p(A \cap B_k)}{p(A)} = \frac{p(A/B_1).p(B_1) + p(A/B_2).p(B_2) + \dots + p(A/B_n).p(B_n)}{p(A/B_1).p(B_1) + p(A/B_2).p(B_2) + \dots + p(A/B_n).p(B_n)} ; k \in \{1, 2, 3, \dots, n\}$$

Cette formule sert à calculer une probabilité conditionnelle connaissant des probabilités conditionnelles inverses.

## **Evénements indépendants:**

#### Activité:

On lance une fois un dé équilibré dont les faces sont numérotées de 1 à 6 et on regarde le chiffre apparu sur la face supérieure. On considère les événements suivants :

A: « obtenir un chiffre pair »

B: « obtenir un chiffre multiple de 3 »

C: « obtenir un chiffre multiple de 6 »

Calculer la probabilité de chacun des événements suivants : A, B, C,  $A \cap B$  et  $A \cap C$ .

\* On remarque que  $p(A \cap B)=p(A).p(B)$  ceci équivaut à dire que : p(A/B)=p(A) Ainsi la réalisation de B n'influence pas celle de A, on dit que A et B sont deux événements indépendants.

Par contre la réalisation de C influence celle de A

#### **Définition:**

Soit  $(\Omega, \mathcal{P}(\Omega), p)$  un espace probabilisé fini. Deux événements A et B sont dits indépendants si  $p(A \cap B) = p(A) \times p(B)$ Si de plus  $p(B) \neq 0$  alors on peut écrire p(A/B) = p(A).

#### Remarque:

Deux événements incompatibles ne sont pas nécessairement indépendants.

# III/Variables aléatoires réelles discrètes :

#### Activité:

On lance trois pièces de monnaie équilibrées et on observe : dans chaque pièce pile ou face. Alors l'univers  $\Omega = \{(P, P, F), (P, F, P), (F, P, P), (F, F, P), (F, F, F), (P, F$ 

- 1) L'ensemble des valeurs prises par X.  $X(\Omega) = \{0,1,2,3\}$ . On dit que X est une variable aléatoire réelle.
- 2) L'événement (X = 0)= {(P,P,P)} sa probabilité est p(X = 0)=  $\frac{1}{8}$ L'événement (X = 1)= {(F,P,P), (P,P,F), (P,F,P)} sa probabilité est p(X = 1)=  $\frac{3}{8}$ L'événement (X = 2)= {(F,F,P), (F,P,F), (P,F,F)} sa probabilité est p(X = 2)=  $\frac{3}{8}$ L'événement (X = 3)= {(F,F,F)} sa probabilité est p(X = 3)=  $\frac{1}{8}$

On peut résumer ces résultats dans un tableau appelé la loi de probabilité de X :

$x_i$	0	1	2	3
$p_i = p(X = x_i)$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$

3) Soit la fonction  $F : IR \rightarrow [0,1]$ 

$$x \mapsto p(X \le x)$$

a) Déterminer F(x) sur chacun des intervalles suivants :

]-
$$\infty$$
,0[; [0,1[; [1,2[; [2,3[ et [3,+ $\infty$ [

- b) Représenter dans un repère orthogonal la fonction F.
- \* F s'appelle la fonction de répartition de la variable aléatoire X
- variable aléatoire X.

  4) En se servant de la représentation graphique de F, on peut retrouver la loi de probabilité de X :

# p(X=0)=F(0) ; p(X=1)=F(1)-F(0) ; p(X=2)=F(2)-F(1) ; p(X=3)=F(3)-F(2)

#### **Retenons:**

Soit  $(\Omega, \mathcal{P}(\Omega), p)$  un espace probabilisé fini.

- \* On appelle variable aléatoire ou aléa numérique définie sur  $\Omega$ , toute application  $\mathbf{X}:\Omega {\,\rightarrow\,} \mathsf{IR}$
- \* On appelle fonction de répartition de X, l'application F : IR  $\rightarrow$ [0,1],  $x \mapsto p(X \le x)$
- \* Soit  $X(\Omega) = \{x_1, x_2, ..., x_n\}$  et  $p_i = p(X = x_i)$ .

On appelle espérance mathématique ou moyenne de X le nombre  $\mathbf{E}(\mathbf{X}) = \sum_{i=1}^{n} x_i p_i$ 

On appelle variance de X le nombre  $V(X)=E(X^2)-(E(X))^2=\sum_{i=1}^n x_i^2 p_i-(E(X))^2$ 

On appelle écart-type de X le nombre  $\sigma(X) = \sqrt{V(X)}$ 

#### **Exercice:**

Une urne contient une boule numérotée (-1) ; une boule numérotée 5 et trois boules numérotées (-3) indiscernables au toucher. On tire successivement et sans remise deux boules de l'urne.

- 1) Calculer la probabilité de l'évènement A : « tirer deux boules de numéros différents ».
- 2) Soit X la variable aléatoire qui à chaque tirage de deux boules associe la somme des numéros correspondants.

Déterminer la loi de probabilité de X puis calculer l'espérance mathématique de X.

## Remarque:

Si la variable aléatoire X indique le gain algébrique (positif ou négatif) réalisé dans un jeu, alors on dit que :

- Le jeu est favorable ou gagnant si et seulement si E(X)>0
- Le jeu est défavorable ou perdant si et seulement si E(X)<0
- Le jeu est équitable si et seulement si E(X)=0

#### Activité:

La probabilité qu'un joueur de fléchettes atteigne sa cible est égal à 0,9. On suppose que le joueur effectue quatre tirs de façon indépendante et on note X la variable aléatoire qui indique le nombre de succès réalisés au cours de ces répétitions.

#### Définition et vocabulaire:

- On appelle schéma de Bernoulli, une suite d'expériences identiques telles que :
- Chaque expérience ne donne lieu qu'à deux issues : l'une, notée S, appelée succès, l'autre E = S appelée échec.
- Les expériences sont indépendantes les unes des autres .
- Les paramètres d'un schéma de Bernoulli sont le nombre d'expériences *n* et la probabilité p de succès d'une expérience élémentaire.
- La loi de probabilité de X qui a chaque issue de n expériences associe le nombre de succès s'appelle loi binomiale de paramètres n et p.

# Théorème admis:

Etant donné une loi binominale X de paramètres n et p on a :

• 
$$p(X=k) = C_n^k p^k (1-p)^{n-k}$$
 avec  $k \in \{0,1,2,...,n\}$ 

• L'espérance et la variance de X sont E(X)=np et V(X)=np(1-p)

#### **Exercice:**

Une boite contient trois boules blanches numérotées 1, 1, 2 et deux boules rouges numérotées 2, 2 indiscernables au toucher.

1) Une épreuve consiste a tirer au hasard, successivement et sans remise deux boules de la boite. On désigne par X l'aléa numérique égal au produit des deux numéros obtenus. Déterminer la loi de probabilité de X.

On pose S = (X=2). Vérifier que  $P(S) = \frac{3}{5}$ 

- 2) On répète l'épreuve précédente 4 fois de suite en remettant les deux boules tirées dans la boite. On désigne par Y l'aléa numérique égal au nombre de fois ou S est réalisé.
- a) Déterminer la loi de probabilité de Y.
- **b)** Calculer E(Y) et V(Y).

# III/Variables aléatoires réelles continues :

## 1) Definition:

Une variable aléatoire X définie sur un univers  $\Omega$  est dite continue si  $X(\Omega) = I$  (où I est un intervalle de IR non réduit à un point).

- •Dans ce cas :  $p(X \in I) = 1$  ;  $p(X \notin I) = 0$  et  $p(X = a) = 0 \ \forall \ a \in IR$
- •Si  $X \in [a, b]$ , on note  $p(a \le X \le b)$ , si  $I = [a, +\infty[$ , on note  $p(X \ge a)$ .
- **EXEMPLE1**: Un bus passe toutes les 20 minutes à une station. Soit X le temps d'attente d'une personne à cette station.
- 1-Déterminer les valeurs prises par X.
- 2-Déterminer p(X = 20); p(X > 20) et p(0 < X < 20)
- **EXEMPLE2**: La durée de vie d'une machine, exprimée en années, jusqu'à ce que survienne la première panne est une variable aléatoire. (On estime que cette machine fonctionne 4 années au maximum.
- 1- Déterminer les valeurs prises par X
- 2- Déterminer p(X = 3) et p(0 < X < 4)

# 2) <u>Fonction de répartition et densité de probabilité :</u> Definition1:

Soit X une variable aléatoire continue définie sur un univers  $\Omega$ . La fonction de répartition F de X est définie sur IR par :  $\forall x \in IR$ ,  $F(x)=p(X \le x)$ .

## Propriétés :

- La fonction de répartition F est continue et croissante sur IR et  $\forall x \in IR$  on a  $0 \le F(x) \le 1$
- $F(a)=p(X \le a)=p(X \le a)$  et  $p(X > a)=p(X \ge a)=1-F(a) \ \forall a \in IR$
- $p(a < X < b) = p(a \le X \le b) = p(a < X \le b) = p(a \le X < b) = F(b) F(a) \ \forall \ a \ et \ b \ dans \ IR$

#### **Définition 2:**

La dérivée f de la fonction de répartition F s'appelle fonction densité de X (ou densité de probabilité de X)

■ par conséquent :  $\mathbf{p}(\alpha \le X \le \beta) = \int_{\alpha}^{\beta} f(x) dx$ 

#### 3) Loi uniforme et loi exponentielle :

#### Définition1:

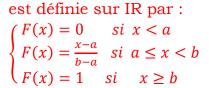
Soient a et b deux réels tels que a<br/>b. Une variable aléatoire continue X suit une loi de probabilité uniforme sur l'intervalle [a,b] si sa densité de probabilité f est définie sur IR par :  $f(x) = \frac{1}{b-a} \quad \forall \ x \in [a,b]$  et  $f(x) = 0 \ \forall \ x \notin [a,b]$ 

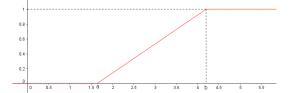
- Par conséquent :  $p(c < X < d) = \frac{d-c}{b-a} \forall c \text{ et } d \text{ dans l'intervalle } [a, b]$
- L'espérance mathématique et la variance de X dans ce cas :  $E(X) = \frac{a+b}{2}$  et  $V(X) = \frac{(b-a)^2}{12}$

#### **EXERCICE:**

On suppose que la durée (en minutes) du trajet qui sépare un employé de son travail est une variable aléatoire T à valeurs dans [30,50] qui suit une loi de probabilité uniforme.

- 1) Calculer la probabilité que l'employé parcours ce trajet entre 35 et 40 minutes.
- 2) Calculer la probabilité que l'employé parcours ce trajet en exactement 37 minutes.
- 3) Calculer la probabilité que l'employé parcours ce trajet en une durée moins que 40 minutes.
- $\blacksquare$  La fonction de répartition F de X qui suit une loi de probabilité uniforme sur [a,b].





# Définition 2:

Soit  $\lambda$  un réel strictement positif.

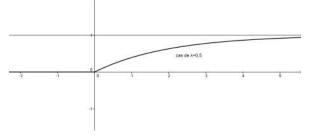
Une variable aléatoire continue X suit une loi exponentielle de paramètre  $\lambda$  sur  $I = [0, +\infty[$  si sa densité de probabilité f est définie sur IR par :

$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t}$$
 si  $t \ge 0$  et  $f(t) = 0$  si  $t < 0$ 

# ■ Par conséquent :

- •p( $c \le X \le d$ )=  $\int_c^d \lambda e^{-\lambda t} dt = e^{-\lambda c} e^{-\lambda d}$  pour tous réels positifs c et d
- •p( $X \ge c$ )=  $e^{-\lambda c}$  pour tout réel positif c
- $p(X \le c) = 1 e^{-\lambda c}$  pour tout réel positif c
- p(X > s + t/X > s) = p(X > t) pour tous réels positifs s et t
- L'espérance mathématique et la variance de X dans ce cas :  $E(X) = \frac{1}{\lambda}$  et  $V(X) = \frac{1}{\lambda^2}$
- La fonction de répartition F de X dans ce cas est définie sur IR par :

$$\begin{cases} F(x) = 0 & \text{si } x < 0 \\ F(x) = 1 - e^{-\lambda x} & \text{si } x \ge 0 \end{cases}$$



#### **EXERCICE:**

La durée de vie d'une ampoule électrique mesurée en heures, est une variable aléatoire réelle T continue qui suit une loi exponentielle de paramètre  $\lambda$ ; ( $\lambda > 0$ )

- 1) Calculer  $\lambda$  sachant que la durée moyenne d'une ampoule est de 2000 heures.
- 2) Calculer la probabilité pour qu'une ampoule durait moins de 2000 heures.
- 3) Calculer la probabilité pour qu'une ampoule fonctionnait 2000 heures.
- 4) Calculer la probabilité pour qu'une ampoule fonctionnait 2000 heures et n'est plus fonctionnel après 3000 heures.
- 4) Sachant qu'une ampoule a duré 2000 heures, calculer la probabilité pour qu'elle durait 500 heures de plus.