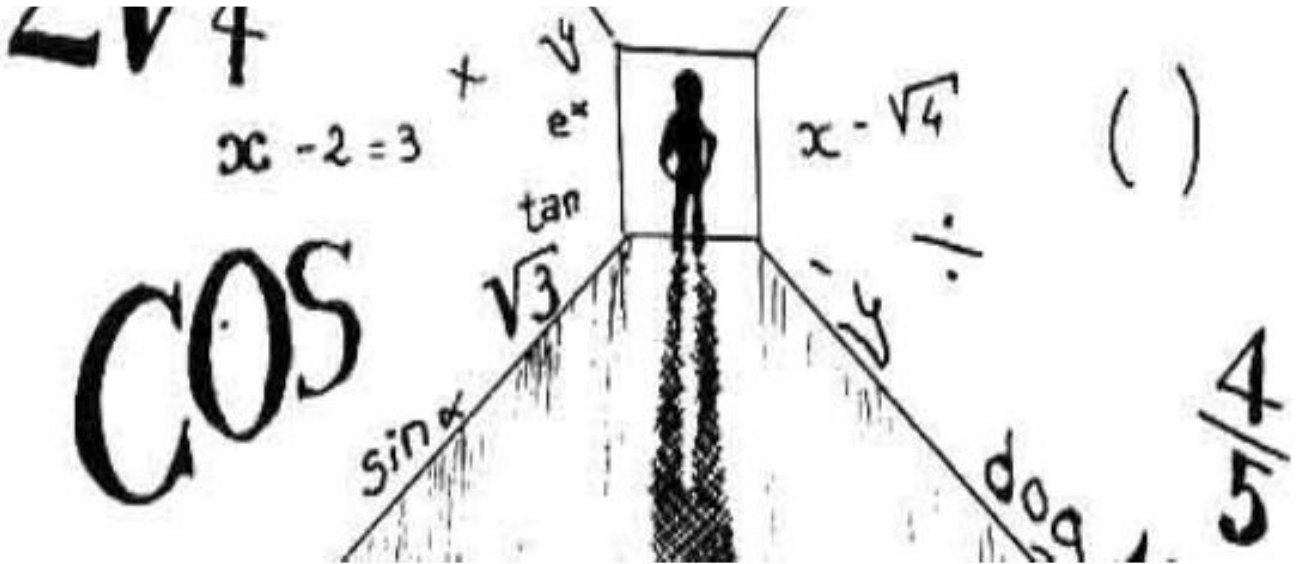


نماذج الفروض المحروسة في مادة الرياضيات

السنة الثانية من سلك البكالوريا

العلوم التجريبية



اعداد ذ. الحسين العلام



النموذج الاول

الشعب: العلوم الفيزيائية
العلوم الحياة والارض

ثانوية فيصل بن عبد العزيز التأهيلية
الدشيرة الجهادية

التمرين الثالث : 11 نقطة

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $[0,4]$ بما يلي:

$$f(x) = \sqrt{4x - x^2}$$

- (1) - بين أن f متصلة على $[0,4]$.
(2) - ادرس قابلية اشتقاق f على كل من يمين 0 ويسار 4.

(3) - (أ) - بين أن: $f'(x) = \frac{2-x}{\sqrt{4x-x^2}}$ ،
لكل x من $]0,4[$.

(ب) - ضع جدول تغيرات الدالة f .

(ج) - استنتج أن:

$$\forall x \in [0,4], 0 \leq \sqrt{4x - x^2} \leq 2$$

- (4) - بين أن المعادلة $f(x) = x - 1$ تقبل على الأقل
حلا في المجال $]2,3[$.

- (5) - ليكن g قصور الدالة f على المجال $I = [0,2]$.
(أ) - بين أن g تقبل دالة عكسية g^{-1} معرفة على مجال
يتم تحديده.

(ب) - احسب $g(1)$ ، ثم استنتج $(g^{-1})'(\sqrt{3})$.

التمرين الأول : 5 نقط

نعتبر الدالة العددية u المعرفة على \mathbb{R} بما يلي:

$$\begin{cases} u(x) = \sqrt[3]{9x-1}; & x \in [1, +\infty[\\ u(x) = \frac{x^3 - x}{x-1}; & x \in]-\infty, 1[\end{cases}$$

- (1) - ادرس اتصال الدالة u في النقطة $x_0 = 1$.
(2) - ادرس قابلية اشتقاق u في النقطة $x_0 = 1$.
(3) - احسب $u'(x)$ لكل x من المجال $]1, +\infty[$.

التمرين الثاني : 4 نقط

نعتبر الدالة العددية h المعرفة على \mathbb{R} بما يلي:

$$h(x) = x^5 + x^3 - 4$$

- (1) - ادرس تغيرات الدالة h .
(2) - بين أن المعادلة $h(x) = 0$ تقبل حلا
وحيدا α في \mathbb{R} .
(3) - تحقق من أن: $1 < \alpha < 2$.
(4) - ضع جدول إشارة $h(x)$ لكل x من \mathbb{R} .

النموذج الثاني

الشعب: العلوم الفيزيائية
العلوم الحياة والارض

ثانوية فيصل بن عبد العزيز التأهيلية
الدشيرة الجهادية

التمرين الثالث : 11 نقطة

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $[0,6]$ بما يلي:

$$f(x) = \sqrt{6x - x^2}$$

- (1) - بين أن f متصلة على $[0,6]$.
- (2) - ادرس قابلية اشتقاق f على كل من يمين 0 ويسار 6.

$$(3) - (أ) \text{ بين أن: } f'(x) = \frac{3-x}{\sqrt{6x-x^2}}, \text{ لكل } x \text{ من }]0,6[.$$

(ب) - ضع جدول تغيرات الدالة f .

(ج) - استنتج أن:

$$\forall x \in [0,6], 0 \leq \sqrt{6x - x^2} \leq 3$$

- (4) - بين أن المعادلة $f(x) = x + 1$ تقبل على الأقل حلا في المجال $]0,1[$.

(5) - ليكن h قصور الدالة f على المجال $I = [3,6]$.

(أ) - بين أن h تقبل دالة عكسية h^{-1} معرفة على مجال I يتم تحديده.

(ب) - احسب $h(5)$ ، ثم استنتج $(h^{-1})'(\sqrt{5})$.

التمرين الأول : 5 نقط

نعتبر الدالة العددية v المعرفة على \mathbb{R} بما يلي:

$$\begin{cases} v(x) = \frac{x^3 - 4x}{4(x-2)}; & x \in]-\infty, 2[\\ v(x) = \sqrt[3]{5x-2}; & x \in [2, +\infty[\end{cases}$$

- (1) - ادرس اتصال الدالة v في النقطة $x_0 = 2$.
- (2) - ادرس قابلية اشتقاق v في النقطة $x_0 = 2$.
- (3) - احسب $v'(x)$ لكل x من المجال $]2, +\infty[$.

التمرين الثاني : 4 نقط

نعتبر الدالة العددية g المعرفة على \mathbb{R} بما يلي:

$$g(x) = x^7 + x^5 - 1$$

- (1) - ادرس تغيرات الدالة g .
- (2) - بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا β في \mathbb{R} .
- (3) - تحقق من أن: $0 < \beta < 1$.
- (4) - ضع جدول إشارة $g(x)$ لكل x من \mathbb{R} .

التمرين الاول

1 - أحسب النهايات التالية:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{9x^2 - 2x + 1} + 2x) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{\frac{3s-4}{x+11}} - \sqrt{\frac{5x+2}{x^2+1}} \right) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt[3]{x^3 + 2x + 7} + 5x}{x} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 - 5}}{\sqrt[3]{3 - x^3}}$$

2 - أ) قارن العددين $\sqrt[3]{5\sqrt[3]{4}}$ و $\sqrt[4]{4\sqrt[3]{3}}$

ب) بسط العدد $A = \frac{\sqrt[4]{3}\sqrt[3]{4}\sqrt[3]{243}\sqrt[6]{729}}{\sqrt[3]{3}}$

3 - نعتبر المعادلة التالية $(E) \sqrt{x-1} - \sqrt[3]{x-2} = 1$

أ) حدد D_E ثم حل المعادلة (E) في D_E

4 - أ) بين ان المعادلة $\sqrt{x-1} - \frac{1}{2} = x$ تقبل حل وحيد α في المجال $[0.1]$

ب) حدد تأطيرا للعدد α سعتة 25.10^{-2}

التمرين الثاني

لتكن g الدالة العددية المعرفة كما يلي $g(x) = \frac{x+1}{\sqrt{2x+1}}$

1) حدد D_g مجموعة تعريف الدالة g , ثم احسب نهايات g عند محددات D_g

2) ادرس تغيرات الدالة g

3) لتكن h قصور الدالة g على المجال $\left] -\frac{1}{2}, 0 \right[$

أ- بين ان h تقبل دالة عكسية معرفة على مجال J يتم تحديده

ب- حدد الدالة h^{-1}

التمرين الثالث

نعتبر الدالة العددية المعرفة بما يلي : $f(x) = \sqrt[3]{2x-4} - 1$

1) حدد D_f , ثم ادرس اتصال الدالة f على D_f

2) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

3) ادرس قابلية اشتقاق الدالة f على اليمين في $x_0 = 2$ ثم أول النتيجة هندسيا

4) احسب $f'(x)$ وضع جدول تغيرات الدالة f

5) حدد معادلة المماس للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الأوصول $x_0 = 6$

6) بين ان f تقبل دالة عكسية على D_f معرفة على مجال J يتم تحديده

7) بين ان f^{-1} قابلة للاشتقاق في $x_0 = 1$ واحسب $(f^{-1})'(x)$

8) حدد $f^{-1}(x)$ لكل x من J .

التمرين الأول:

$$\begin{cases} f(x) = x^2 + 1, & x < 1 \\ f(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}, & x > 1 \\ f(1) = 2 \end{cases}$$

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على IR بما يلي :

(1) بين ان f متصلة على اليمين في 1

(2) بين ان f متصلة على اليسار في 1

(3) ماذا تستنتج؟

التمرين الثاني:

نعتبر f الدالة المعرفة على $[0.1]$ بما يلي : $f(x) = x^2 + x - 1$

(1) بين ان f تزايدية قضا على $[0.1]$

(2) بين ان المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $[0.1]$

(3) أحسب $f\left(\frac{1}{2}\right)$ ثم استنتج تأطيرا جديدا ل α . ما سعة هذا التأطير؟

التمرين الثالث:

(1) بسط العدد $A = \frac{\sqrt[4]{18} \sqrt[5]{15}}{\sqrt[3]{60}}$

(2) حل في IR المعادلة $\sqrt[3]{2x-4} = 1$ ثم المتراحة $\sqrt[3]{x-3} \leq 2$

(3) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt[3]{x} + 1}{\sqrt[3]{x} - 1}$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt[3]{x^2 + x} - \sqrt[3]{x^3 + 1} \right)$

التمرين الرابع:

نعتبر f الدالة المعرفة بما يلي: $f(x) = \sqrt{x-1} + 3$

(1) بين أن مجموعة تعريف الدالة f هي $I = [1. + \infty[$

(2) بين أن f متصلة على I

(3) بين أن f غير قابلة للاشتقاق على اليمين في 1. ثم أول النتيجة هندسيا.

(4) بين أن $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x-1}}$; $\forall x \in]1. + \infty[$. ثم ضع جدول تغيرات الدالة f

(5) بين أن f تقبل دالة عكسية f^{-1} معرفى على مجال J يتم تحديده.

(6) اعط تغيرات f^{-1} على J

(7) احسب $f^{-1}(x)$ لكل x من J

(8) انشئ (C_f) و $(C_{f^{-1}})$ في م.م.م $(O. \vec{i} . \vec{j})$

(ملاحظة: (C_f) يقبل فرعاً شلجيميا اتجاهه محور الأفاصيل بجوار $+\infty$)

التمرين الأول

احسب النهايات التالية: $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x - \sqrt[3]{x^2}}{x}$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt[3]{x^2} + x$ و $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x} - 1}{x - 1}$

التمرين الثاني

لتكن f الدالة العددية المعرفة على IR بما يلي:

$$\begin{cases} f(x) = x\sqrt[3]{x} & ; x \geq 0 \\ f(x) = \frac{x}{\sqrt[3]{1-x}} & ; x < 0 \end{cases}$$

(1) ادرس اتصال الدالة f على IR .

(2) ادرس قابلية اشتقاق الدالة f في الصفر و اول النتيجة المحصل عليهما.

(3) لتكن g قصور الدالة f على المجال $I =]-\infty, 0]$.

(أ) بين ان g تقبل دالة عكسية معرفة على مجال J ينبغي تحديده.

(ب) ادرس قابلية اشتقاق g^{-1} على J ثم احسب $(g^{-1})'(-\frac{7}{2})$

التمرين الثالث

نعتبر f الدالة العددية المعرفة بمايلي: $f(x) = \sqrt[3]{x^2 + 2x + 2} - 2$

(1) حدد D_f مجموعة تعريف الدالة f .

(2) أحسب النهايات عن محداث D_f .

(3) بين ان المستقيم ذو المعادلة $x = -1$ محور تماثل المنحنى (C_f) .

(4) بين ان $f'(x) = \frac{2(x+1)}{3\sqrt[3]{(x^2 + 2x + 2)^2}}$ لكل x من D_f .

(5) اعط جدول تغرات الدالة f .

(6) بين ان المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حل وحيد على المجال $]1, 2[$

(7) ادرس الفروع الانتهائية للمنحنى (C_f)

(8) لتكن g قصور الدالة f على المجال $I = [-1, +\infty[$

(أ) بين ان g تقبل دالة عكسية معرفة على مجال J يتم تحديده

(ب) حدد $g^{-1}(x)$ لكل x من J . ثم انشئ (C_f) و $(C_{g^{-1}})$. في نفس م.م.م $(\vec{O}, \vec{i}, \vec{j})$.

التمرين الأول

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على IR بما يلي: $f(x) = x^3 + 3x^2 + 3x - 1$

(1) بين ان f تزايدية قطعاً على IR .

(2) بين ان المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حل وحيد α في المجال $]0.1[$.

(3) أحسب $f\left(\frac{1}{2}\right)$ ثم استنتج تأطيراً جديداً لـ α .

التمرين الثاني:

$$\begin{cases} f(x) = x^2 + 1, & x < 1 \\ f(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}, & x > 1 \\ f(1) = 2 \end{cases}$$

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على IR بما يلي :

(1) بين ان f متصلة على اليمين في 1

(2) بين ان f متصلة على اليسار في 1

(3) ماذا تستنتج؟

التمرين الثالث:

نعتبر f الدالة المعرفة على IR بما يلي: $f(x) = (x-1)\sqrt{x}$

(1) بين ان f متصلة على $[0.+\infty[$

(2) ادرس قابلية اشتقاق على اليمين في $x_0 = 0$ ثم أول النتيجة هندسياً

(3) بين ان $f'(x) = \frac{3x-1}{2\sqrt{x}}$ لكل x من $]0.+\infty[$

(4) ضع جدول تغيرات الدالة f

(5) استنتج ان $\forall x \in [0.+\infty[; (x-1)\sqrt{x} \geq \frac{-2\sqrt{3}}{9}$

(6) حدد صور المجالات التالية بالدالة f : $]0.+\infty[$, $[0.4[$ و $\left[0.\frac{1}{3}\right[$

(7) لتكن h قصور الدالة f على المجال $I = [1.+\infty[$

أ) بين ان h تقبل دالة عكسية معرفة على مجال J

ب) ما هي رتبة الدالة h^{-1} على J

ج) أحسب $h^{-1}(0)$ ثم $(h^{-1})'(0)$, تحقق أن: $h^{-1}(\sqrt{2}) = 2$

التمرين الأول

(1) احسب النهايات التالية: $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{4x+5} - 5}{x-5}$ و $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt[3]{x+6} - 2}{x-2}$

(2) بسط العدد الآتي: $A = \frac{\sqrt[3]{\sqrt{81}} \times \sqrt[3]{9} \times \sqrt[3]{3}}{\sqrt[15]{3^5}}$

التمرين الثاني:

نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي : $f(x) = 3x^3 + 2x - 4$

(1) بين ان المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α ينتمي الى المجال $]0;1[$

(2) باستعمال طريقة التفرغ التناهي حدد تأطيرا للعدد α سعته 0,25

التمرين الثالث:

نعتبر الدالة العددية f المعرفة بمايلي: $\begin{cases} f(x) = \sqrt[3]{x+6} & ; x \geq 2 \\ f(x) = x^2 - 2 & ; x < 2 \end{cases}$

(1) ادرس اتصال الدالة f على اليمين وعلى اليسار في النقطة 2. ماذا تستنتج؟

(2) ادرس اشتقاق الدالة f على يمين 2, مع تأويل النتيجة المحصل عليها هندسيا.

(3) ادرس اشتقاق الدالة f على يسار النقطة 2, مع تأويل النتيجة المحصل عليها هندسيا.

(4) هل الدالة f قابلة للاشتقاق في 2؟ علل جوابك.

التمرين الرابع:

نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي : $f(x) = x + 2\sqrt{x-1} + 2$

(1) بين أن $D_f = [1; +\infty[$.

(2) تحقق أن $\forall x \in [1; +\infty[; f(x) = (\sqrt{x-1} + 1)^2 + 2$

(3) بين أن f متصلة على المجال $[1; +\infty[$

(4) نعتبر الدالة g قصور الدالة f على المجال $I = [2; +\infty[$

(أ) بين أن $\forall x \in [2; +\infty[; g'(x) = \frac{\sqrt{x-1} + 1}{\sqrt{x-1}}$

(ب) ضع جدول تغيرات الدالة g على I .

(5) بين أن g تقبل دالة عكسية g^{-1} معرفة على مجال J يتم تحديده.

(6) بين أن $g^{-1}(x) = (\sqrt{x-2} - 1)^2 + 1$ لكل x من J

الفرض الثاني

النموذج الأول (2009/2010)

المستوى: 2 ب ع ف

الثانوية التأهيلية سيدي عمر
تازارين

التمرين الأول

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بمائلي: $u_0 = 4$ و $\forall n \in \mathbb{N}; u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + \frac{3}{2}$

نضع لكل n من \mathbb{N} : $v_n = u_n - 3$

(1) بين أن المتتالية (v_n) متتالية هندسية محددًا أساسها

(2) أ. استنتج أن $u_n = 3 + \frac{1}{2^n}$ $\forall n \in \mathbb{N}$; ب. أحسب $\lim(u_n)$.

(3) نضع $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$ لكل n من \mathbb{N}

أ. بين أن $S_n = 3n + 5 - \frac{1}{2^n}$ $\forall n \in \mathbb{N}$; ب. أحسب نهاية المتتالية (S_n)

التمرين الثاني:

لتكن f الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R}^+ بمائلي: $f(x) = \frac{9x}{x^3 + 6}$

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بمائلي: $u_0 = 1$ و $\forall n \in \mathbb{N}; u_{n+1} = f(u_n)$

(1) بين أن الدالة f تزايدية قطعًا على المجال $I = [0; \sqrt[3]{3}]$ و أن $f(I) = I$

(2) بين بالترجع أن لكل n من \mathbb{N} : $1 \leq u_n \leq \sqrt[3]{3}$

(3) بين أن المتتالية (u_n) تزايدية قطعًا.

(4) استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة وأحسب نهايتها

التمرين الثالث:

لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة بمائلي: $u_0 = 1$ و $\forall n \in \mathbb{N}; u_{n+1} = \frac{u_n}{n+2}$

(1) أحسب u_1 و u_2 .

(2) بين أن $u_n > 0$ لكل n من \mathbb{N} .

(3) بين أنه مهما يكن العدد الصحيح الطبيعي n فإن $\frac{u_{n+1}}{u_n} \leq \frac{1}{2}$. ثم استنتج أن $u_n \leq \left(\frac{1}{2}\right)^n$

(4) بين أن المتتالية (u_n) متقاربة وأحسب نهايتها

التمرين الأول

الأسئلة التالية مستقلة فيما بينها.

(1) بسط ما يلي : $A = 2 \ln \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} - \ln \frac{e}{2} + \ln \sqrt[3]{e}$

(2) احسب النهايتين : $\lim_{x \rightarrow 0^+} x(1 - \ln x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x - \ln x}{x + \ln x}$

(3) حدد مجموعة تعريف الدالتين التاليتين ثم احسب دالتهما المشتقة :

$g(x) = \frac{x}{\ln x - 1}$ و $f(x) = \ln(x^2 + x + 1)$

(4) حل في IR ما يلي : $\ln(2x - 1) > 0$ و $\ln(3x - 1) + \ln(x + 1) = 1$

(5) حدد الدوال الأصلية على IR لما يلي : $f(x) = \frac{x^3 + x}{x^4 + 2x^2 + 5}$ و $g(x) = \cos^3 x$

(6) نعتبر الدالتين العدديتين : $F(x) = \frac{2x - 1}{x^2 + 1}$ و $G(x) = \frac{x^2 + 2x}{x^2 + 1}$

أ. تحقق أن الدالتين F و G أصليتان لنفس الدالة h

ب. حدد دالة أصلية H للدالة h التي تنعدم في 1.

التمرين الثاني:

نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_n$ المعرفة بما يلي :

$$\begin{cases} u_0 = \frac{5}{2} \\ u_n = \sqrt{6 + u_n} ; \forall n \in IN^* \end{cases}$$

الجزء الأول

(1) بين أن $\forall n \in IN; 0 < u_n < 3$

(2) بين أن المتتالية $(u_n)_n$ تزايدية قطعاً

(3) استنتج أن $(u_n)_n$ متقاربة

(4) نعتبر المتتالية المعرفة بما يلي : $\forall n \in IN; v_n = 3 - u_n$

أ. بين أن : $\forall n \in IN; 0 < v_{n+1} < \frac{1}{3} v_n$

ب. استنتج أن $\forall n \in \mathbb{N}; 0 < v_n < \left(\frac{1}{3}\right)^n$

ت. احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n$ ثم استنتج $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

الجزء الثاني

نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي: $f(x) = \sqrt{6+x}$

(1) أعط جدول تغيرات

(2) بين أن $f(I) \subset I$ بحيث $I = [0; 3]$

(3) باستعمال الدالة f حدد $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

التمرين الأول

$$\begin{cases} f(x) = \frac{x^2}{2-1} ; x \leq 1 \\ f(x) = x - 2\sqrt{x-1} ; x < 1 \end{cases}$$

ليكن (C_f) منحها في معلم متعامد ممنظم (O, \vec{i}, \vec{j})

$$(1) \text{ أ- احسب } \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$$

ب- بين أن المستقيم ذو المعادلة $y = -x - 2$ (D) مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $-\infty$

ج- أدرس الوضع النسبي ل (D) و (C_f) على المجال $]1; +\infty[$

$$(2) \text{ أ- بين أن } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$$

ب- بين أن (C_f) يقبل فرعاً شلجماً اتجاهه المستقيم ذو المعادلة $y = x$ (Δ) بجوار $+\infty$

ج- أدرس الوضع النسبي (Δ) و (C_f) على المجال $]1; +\infty[$

$$(3) \text{ أ- بين أن } \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = -\infty \text{ ثم أول النتيجة مبيانيا.}$$

ب- بين أن الدالة f قابلة للاشتقاق على اليسار في 1، ثم أول النتيجة مبيانيا

(4) أ- ضع جدول تغيرات الدالة f على المجال $]1; +\infty[$.

ب- بين أن الدالة f تناقصية قطعاً $]1; 2]$ وتزايدية قطعاً على $]2; +\infty[$

(5) انشئ (D) و (Δ) و (C_f)

$$(6) \text{ نعتبر المتتالية العددية } (U_n) \text{ المعرفة بما يلي: } U_0 = \frac{\pi}{4} \text{ و } \forall n \in \mathbb{N}; U_{n+1} = \frac{U_n^2}{2 - U_n}$$

أ- بين أن $0 < U_n < 1$ $\forall n \in \mathbb{N}$

ب- بين أن المتتالية (U_n) تناقصية قطعاً

$$\text{ج- حدد } \lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$$

التمرين الثاني:

$$(1) \text{ حدد الدوال الاصلية للدالة } x \mapsto \tan^2(x) \text{ على } \left]0; \frac{\pi}{2}\right[$$

$$(2) \text{ لتكن } h \text{ الدالة العددية المعرفة على } \mathbb{R} \text{ بما يلي: } h(x) = 3x\sqrt{x^2 + 1}$$

أ- حدد الدوال الاصلية للدالة h على \mathbb{R}

ب- حدد H الدالة الاصلية للدالة h على \mathbb{R} والتي تحقق $H(\sqrt{3}) = 5$

نعتبر المتتالية العددية (U_n) المعرفة بما يلي: $U_0 = \frac{1}{2}$ و $U_{n+1} = \frac{5}{8}U_n + \frac{3}{8}$ لكل n من IN

(1) بين بالترجع أن $\forall n \in IN; 0 < U_n < 1$

(2) بين أن المتتالية (U_n) تزايدية قطعاً ثم استنتج أنها متقاربة

(3) لتكن (V_n) المتتالية العددية المعرفة بما يلي :

$$\forall n \in IN; V_n = U_n - 1$$

أ - بين أن المتتالية (V_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{5}{8}$

ب - بين أن $V_n = -\frac{1}{2} \times \left(\frac{5}{8}\right)^n$ لكل n من IN ثم حدد $\lim U_n$

التمرين الأول

I (u_n) و (v_n) متتايتين معرفتين ب: $u_0 = 4$ و $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + \frac{3}{2}$ و $v_n = u_n - 3$

(1) بين أن المتتالية (v_n) متتالية هندسية محدداساسها وحدها الأول

(2) استنتج أن $\forall n \in \mathbb{N}; u_n = 3 + \frac{1}{2^n}$

(3) أحسب نهاية (u_n) .

(4) نضع $\forall n \in \mathbb{N}; S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$ بين أن $S_n = 3n + 5 - \frac{1}{2^n}$

II (a_n) و (b_n) متتايتين معرفتين ب: $a_0 = \frac{1}{2}$ و $a_{n+1} = -1 - \frac{1}{4a_n}$ و $b_n = \frac{2}{2a_n + 1}$

(1) بين أن (b_n) متتالية حسابية اساسها -2

(2) استنتج تعبير (a_n) بدلالة n

التمرين الثاني

(1) حدد الدالة الاصلية للدالة f على المجال I في كل حالة:

$I = [0; +\infty[; f(x) = \sqrt{x} - 2$ $I = \mathbb{R}; f(x) = x^3 - 1$

$I = [0; +\infty[; f(x) = 2x(x^2 + 3) - \frac{1}{x^2} - 4$ $I = \mathbb{R}; f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} - 3$

(2) حدد F الدالة الاصلية للدالة f على \mathbb{R} بحيث: $f(x) = \cos(2x) + \sin(3x)$ و $F(0) = 1$

التمرين الثالث

نعتبر الدالة العددية f المعرفة بمايلي: $f(x) = \frac{x^2 \sqrt{x}}{(x-1)^2}$

(1) حدد مجموعة التعريف D_f .

(2) ادرس قابلية اشتقاق f على اليمين في 0 و أول النتيجة هندسيا.

(3) بين ان $\forall x \in D_f; f'(x) = \frac{x^2(x-1)(x-5)}{2\sqrt{x}(x-1)^4}$.

(4) ضع جدول تغيرات الدالة f .

(5) أدرس الفروع اللانهائية ل (C_f) .

(6) انشئ المنحنى (C_f) في معلم متعامد ممنظم.

التمرين الأول

لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة بما يلي: $u_0 = 1$ و $u_{n+1} = \frac{3u_n + 2}{u_n + 2}$ و $v_n = u_n - 3$

(1) أحسب u_1 و u_2

(2) بين بالترجع أن $\forall n \in \mathbb{N}; 1 \leq u_n < 2$

(3) أ- تحقق من أن $\forall n \in \mathbb{N}; u_{n+1} - u_n = \frac{(u_n + 1)(2 - u_n)}{2 + u_n}$

ب- أدرس رتبة المتتالية (u_n)

ج- استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة

(4) نضع $\forall n \in \mathbb{N}; v_n = \frac{u_n + 1}{u_n - 2}$

أ- بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها 4 ثم حدد v_n بدلالة n

ب- بين أن $\forall n \in \mathbb{N}; u_n = \frac{2v_n + 1}{v_n - 1}$ ثم أحسب نهاية (u_n)

التمرين الثاني

نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي:

$$\begin{cases} f(x) = \sqrt[3]{x(x^2 - 1)} & ; x > 1 \\ f(x) = x\sqrt{1 - x} & ; x \leq 1 \end{cases}$$

(1) بين أن الدالة f متصلة في 1

(2) أ- أدرس قابلية اشتقاق الدالة f على اليمين وعلى اليسار في 1

ب- اعط تأويلا هندسيا للنتيجتين المحصل عليهما

(3) ضع جدول تغيرات الدالة f

(4) أ- أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}$ و أول هندسيا النتيجة المتوصل اليها

ب- بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - x) = 0$. ماذا تستنتج؟

ج- أدرس الوضع النسبي للمنحنى الدالة f بالنسبة للمستقيم $(\Delta): y = x$

د- أنشئ المنحنى الدالة f في معلم متعامد ممنظم

(5) لتكن g قصور الدالة f على المجال $I = [1; +\infty[$. بين أن g تقبل دالة عكسية معرفة على مجال J . يتم تحديده.

(6) انشئ $(C_{g^{-1}})$ منحنى الدالة g^{-1} في نفس المعلم السابق

لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة بما يلي: $u_0 = u_1 = 1$ و $\forall n \in \mathbb{N}; u_{n+1} = u_n + u_{n-1}$

(1) بين أن $\forall n \in \mathbb{N}; u_n > n$ ثم استنتج نهاية (u_n)

(3) بين بالترجع أن $\forall n \in \mathbb{N}^*; u_n^2 = u_{n-1} \times u_{n+1} + (-1)^n$

(4) نضع $\forall n \in \mathbb{N}; v_n = \frac{u_{n+1}}{u_n}$

أ- بين أن $v_{n+1} - v_n = \frac{(-1)^n}{u_n \times u_{n+1}}$. ثم استنتج نهاية $v_{n+1} + v_n$

التمرين الأول

نعتبر الدالة f المعرفة بما يلي: $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{(x-2)^2}$

- (1) بين أن $D_f = [0; 2[\cup]2; +\infty[$ ثم أحسب النهايات عند محددات D_f
- (2) أدرس قابلية اشتقاق f على اليمين في 0 وأول النتيجة هندسيا.
- (3) بين أن $f'(x) = \frac{(2-x)(3x+2)}{2\sqrt{x}(x-2)^4}$ لكل x من $]0; 2[\cup]2; +\infty[$. ثم اعط جدول تغيرات الدالة f
- (4-أ) - أدرس الفروع اللانهائية للمنحنى (C_f) .
- (ب) - أنشئ المنحنى (C_f) .
- (5) لتكن g قصور الدالة f على المجال $I = [0; 2[$
- (أ) - ييم ان g تقبل دالة عكسية معرفة على مجال J يتم تحديده.
- (ب) - حدد معادلة مماس $(C_{g^{-1}})$ في النقطة $A(1,1)$

التمرين الثاني

نعتبر المتتالية العددية (U_n) المعرفة بمايلي: $U_0 = \sqrt{2}$ و $U_{n+1} = \sqrt{\frac{1}{3}(U_n^2 + 2)}$

I نضع $V_n = U_n^2 - 1$

(1) بين أن (V_n) متتالية هندسية محدداساسها وحدها الأول

(2) حدد V_n ثم U_n بدلالة n . ثم استنتج $\lim U_n$

(3) أحسب بدلالة n المجموع: $S_n = U_0^2 + U_1^2 + \dots + U_n^2$

II نضع $f(x) = \sqrt{\frac{1}{3}(x^2 + 2)}$ لكل x من $I = [1; 2]$

(1) أدرس رتابة f ثم بين أن $f(I) \subset I$ و $U_n \in I$ و $\forall n \in \mathbb{N}$

(2) بين ان $\forall x \in I; f(x) \leq x$

(3) أدرس رتابة (U_n) ثم استنتج انها متقاربة

(4) حدد مرة أخرى $\lim U_n$

النموذج الأول (2010/2011)

المستوى : 2 ب ع ح أ

الثانوية التأهيلية وادي الذهب
تيفلت - الخميسات

التمرين

نعتبر المتتالية العددية (U_n) المعرفة بمالي: $U_0 = 1$ و $\forall n \in \mathbb{N} \quad U_{n+1} = \sqrt[3]{U_n^3 + \frac{1}{2^n}}$

نضع $\forall n \in \mathbb{N}; V_n = U_{n+1}^3 - U_n^3$

(1) أ- بين أن $V_n = \frac{1}{2^n}$ $\forall n \in \mathbb{N}$

ب- احسب بدلالة n المجموع $S_n = V_0 + V_1 + \dots + V_{n-1}$ $\forall n \geq 1$

(2) أ- بين أن $S_n = U_n^3 - 1$ $\forall n \geq 1$

ب- استنتج U_n بدلالة n $\forall n \geq 1$

ج- احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$

المسألة

لتكن f الدالة العددية المعرفة بمالي: $f(x) = x - \ln(x+1)$

وليكن (C_f) منحها في معلم متعامد ممنظم (O, \vec{i}, \vec{j}) .

I (1) أ- بين أن $D_f =]-1; +\infty[$ ثم احسب $f(0)$ و $f(1)$.

ب- احسب $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$ (لاحظ ان: $\frac{\ln(x+1)}{x} = \frac{\ln(x+1)}{x+1} \times \frac{x+1}{x}$)

(2) أ- بين أن $f'(x) = \frac{x}{1+x}$ لكل x من $] -1; +\infty[$.

ب- أدرس رتبة الدالة f على كل من المجالين $]0; +\infty[$ و $] -1; 0[$.

ج- استنتج أن $\ln(1+x) \leq x$ $\forall x \in] -1; +\infty[$.

(3) أ- حل في المجال $] -1; +\infty[$ المعادلة $f(x) = x$.

ب- بين أن (C_f) يقبل فرعاً شلجيميا اتجاهه المنصف الأول للمعلم بجوار $+\infty$.

(4) أ- بين أن $\forall x \in]0; +\infty[; f(x) - x \leq 0$ و أن $\forall x \in] -1; 0[; f(x) - x \geq 0$.

ب- أنشئ منحنى الدالة f في المعلم (O, \vec{i}, \vec{j}) .

II

لتكن (U_n) المتتالية العددية المعرفة بمبايلي:

$$\forall n \in \mathbb{N}; \quad \begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = U_n - \ln(1 + U_n) \end{cases}$$

(1) بين أن $\forall n \in \mathbb{N}; 0 \leq U_n \leq 1$ (يمكن استعمال رتبة الدالة f على $[0; +\infty[$)

(2) أ - بين أن المتتالية (U_n) تناقصية (يمكن استعمال السؤال 4- I - أ)

ب - استنتج أن المتتالية (U_n) متقاربة ثم حدد نهايتها

التمرين الأول

نعتبر في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد منظم النقط A و B و C التي ألحاقها على التوالي $z_A = 1$ و

$$z_B = 2 + 2i \text{ و } z_C = 2 - 2i$$

(1) بين أن النقط A و B و C غير مستقيمة

(2) احسب المسافتين AB و AC ثم استنتج طبيعة المثلث ABC

(3) حدد z_D لخط النقط D من المستوى العقدي لكي يكون الرباعي $ABDC$ متوازي اضلاع

التمرين الثاني

ليكن z عدد عقدي يخالف $2i$ نضع $U(z) = \frac{z+1}{z-2i}$

(1) احسب $U(i\bar{z}) - \overline{U(iz)}$ بدلالة \bar{z}

(2) حدد مجموعة النقط $M(z)$ من المستوى العقدي بحيث $|U(z)| = 1$

(3) نضع $z = x + iy$ حيث $(x, y) \in \mathbb{R}$

$$U(z) = \frac{x^2 + y^2 + x - 2y + i(2x - y + 2)}{x^2 + (y - 2)^2} \quad (\text{أ})$$

(ب) حدد مجموعة النقط $M(z)$ من المستوى العقدي بحيث $U(z) \in i\mathbb{R}$

التمرين الثالث

الجزء الأول:

نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $I =]0, +\infty[$ بما يلي: $g(x) = x - 1 + \ln x$

(1) بين أن: $\forall x \in I, g'(x) = \frac{x+1}{x}$

(2) أعط جدول تغيرات g

(3) احسب $g(1)$ ثم استنتج أن $g(x) \geq 0$ على $[1; +\infty[$ و أن $g(x) \leq 0$ على $]0; 1]$

الجزء الثاني:

لتكن f الدالة العددية المعرفة على I بما يلي: $f(x) = \left(\frac{x-1}{x}\right) \ln x$. ليكن (ρ) المنحنى الممثل للدالة f في م.م.م

(1) أ) بين أن $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$ وأول النتيجة هندسيا

(ب) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ (لاحظ أن $\frac{f(x)}{x} = \left(\frac{x-1}{x}\right) \frac{\ln x}{x}$ $\forall x \in I$) ثم أول النتيجة هندسيا

(2) أ) بين أن: $\forall x \in I, f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$

(ب) أعط جدول تغيرات f

(3) انشئ (ρ) (تقبل أن (ρ) تقبل نقطة انعطاف و حيدة أفصولها محصور بين 1,5 و 2).

التمرين الأول

نعتبر في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم النقط A و B و C و D التي ألحاقها على التوالي $z_A = 2 - 2i$ و

$$z_D = -4 - 2i \text{ و } z_C = 4 + 2i \text{ و } z_B = -1 + 7i$$

(1) تحقق من أن النقطتين D و C متماثلتين بالنسبة ل O

(2) احسب المسافتين AB و BC

(3) أكتب على الشكل المثالي العدد العقدي z_A

(4) أكتب على الشكل الجبري كلا $\frac{z_A}{z_C}$ و $\frac{z_B}{z_C}$

(5) لتكن Ω النقطة ذات اللحق $\omega = -1 + 2i$. بين ان النقط A و B و C و D تنتمي الى دائرة مركزها Ω ينبغي تحديد شعاعها.

(6) لتكن النقطة E منتصف القطعة $[AB]$ و z_E لحقها

$$(أ) \text{ قارن } \frac{z_C - z_E}{z_A - z_E} \text{ و } \frac{z_A - z_E}{z_D - z_E}$$

(ب) ماذا يمثل المستقيم (AE) بالنسبة للزاوية $(\vec{ED}; \vec{EC})$

التمرين الثاني

الجزء الأول

نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $I =]0, +\infty[$ بما يلي: $g(x) = x^2 - 1 + 2x^2 \ln x$

(1) بين أن: $x^2 - 1$ و $2x^2 \ln x$ لهما نفس الاشارة على $]0; 1[$. ثم استنتج أن $g(x) \leq 0$ $\forall x \in]0; 1[$

(2) بين أن: $x^2 - 1$ و $2x^2 \ln x$ لهما نفس الاشارة على $]1; +\infty[$. ثم استنتج أن $g(x) \geq 0$ لكل x من $]1; +\infty[$

الجزء الثاني:

لتكن f الدالة العددية المعرفة على $I =]0, +\infty[$ بما يلي: $f(x) = (x^2 - 1) \ln x$.

وليكن (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في م.م.م $(O; \vec{i}; \vec{j})$ (الوحدة 3cm)

(1) أ) بين أن $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$ وأول النتيجة هندسيا

(ب) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ثم بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$ ماذا تستنتج؟

(2) أ) بين أن: $f'(x) = \frac{g(x)}{x}$ $\forall x \in I$. وأول هندسيا النتيجة $f'(1) = 0$

(ب) استنتج ان لدالة f تناقصة على المجال $]0; 1[$ وتزايدية على المجال $]1; +\infty[$

(ب) أعط جدول تغيرات f . ثم بين أن $f(x) \geq 0$ $\forall x \in I$

(3) انشئ المنحنى (C_f) في المعلم $(O; \vec{i}; \vec{j})$

التمرين الأول

- I. نعتبر الدالة العددية h المعرفة على المجال $I =]0; +\infty[$ كما يلي: $h(x) = x^2 - 1 + 2\ln x$
- بين أن الدالة h تزايدية قطعاً على المجال $]0; +\infty[$
 - احسب $h(1)$, ثم استنتج إشارة $h(x)$ على المجال $]0; +\infty[$
- II. نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $I =]0; +\infty[$ كما يلي: $f(x) = \ln x - \frac{\ln x}{x^2}$ ليكن (C) تمثيلها المبياني في معلم متعامد ممنظم $(O; \vec{i}; \vec{j})$
- بين أن $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$ ثم أول هندسيا النتيجة المحصل عليها.
 - أ. بين أن $f'(x) = \frac{h(x)}{x^3}$ لكل x من $]0; +\infty[$
 - ب. استنتج أن الدالة f تزايدية قطعاً على المجال $]1; +\infty[$ وتناقضية قطعاً على المجال $]0; 1]$
 - ج. بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ ثم اعط جدول تغيرات الدالة f
 - د. بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$ ثم استنتج طبيعة الفرع الانهائي ل (C) بجوار $+\infty$
 - 4 أنشئ المنحنى (C) في المعلم $(O; \vec{i}; \vec{j})$

التمرين الثاني

- نعتبر في المجموعة D_E المعادلة: $(E): z^2 - (1+i(1-\sqrt{3}))z + i + \sqrt{3} = 0$
- 1 أ- بين أن المعادلة (E) تقبل حلاً تخيلياً صرفاً z_0 يجب تحديده.
 - ب- استنتج الحل الثاني للمعادلة (E)
 - 2 نعتبر في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم النقط A و B و C ألقاها على التوالي هي:

$$z_C = 1 - i\sqrt{3} \quad \text{و} \quad z_B = i \quad \text{و} \quad z_A = 1 + i$$
 - أ. أحسب المسافتين AB و BC
 - ب. اكتب على الشكل الجبري كلا من $\frac{z_C}{z_B}$ و $\frac{z_A}{z_B}$
 - ج. اكتب على الشكل المثلثي كلا من z_B و z_A
 - د. حدد قياس للزاوية $\widehat{AB; AC}$
 - 3 حدد مجموعة النقط M ذات الخلق z بحيث $|z - 1 + i\sqrt{3}| = |z - 1 - i|$

النموذج الأول (2009/2010)

المستوى: 2 ب ع ت

الثانوية التاهيلية سيدي عمر
تازارين

التمرين الأول

1. تحقق من أن $\frac{1}{1+e^{-x}} = \frac{e^x}{e^x+1}$ لكل x من IR

2. أحسب $I = \int_0^{\ln 2} \frac{1}{1+e^{-x}} dx$

التمرين الثاني

1. أحسب النهاية التالية $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\ln(e^{-x} - x)}{x}$

2. حل في IR المتراجحة: $-e^{2x} - e^x + 2 < 0$

التمرين الثالث

المستوى العقدي منسوب الى معلم متعاقد ممنظم $(O; \vec{u}; \vec{v})$

نعتبر النقط A و B و C التي ألقاها على التوالي هي: $a = -2$ و $b = 2+2i$ و $c = 2-2i$

1. حل في \mathbb{C} المعادلة $z^2 - 4z + 8 = 0$

2. بين أن $b^{10} = c^{10}$

3. حدد طبيعة المثلث ABC

4. نعتبر الدوران R الذي مركزه A وزاويته α (قياس) والذي يحول C الى B

بين أن $e^{i\alpha} = \frac{3}{5} + \frac{4}{5}i$

مسألة

لتكن f الدالة العددية المعرفة بمبايلي: $f(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 + 4})$

1. تحقق أن مجموعة التعريف الدالة f هي $D_f = IR$.

2. بين ان (C_f) منحنى f يقبل النقطة $I(0, \ln 2)$ كمركز تماثل.

3. أدرس تغيرات f على المجال $[0; +\infty[$

4. أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ واعط تأويلا هندسيا لهذه النتيجة

5. حل المعادلة $f(x) = 0$; $x \in IR$; وارسم (C_f) (نأخذ $\ln 2 \approx 0.7$)

6. أحسب $A(\lambda)$ مساحة الحيز المحصور بين (C_f) , محور الافاصيل, محور الارايب و المستقيم $x = \lambda$ (Δ): $(\lambda > 0)$

7. بين ان f تقبل دالة عكسية f^{-1} وحدد تعبير $f^{-1}(x)$.

التمرين الأول

المستوى العقدي منسوب الى معلم متعامد ممنظم $(O; \vec{u}; \vec{v})$

في المستوى العقدي منسوب الى معلم متعامد ممنظم , نعتبر النقط A و B و C التي ألقاها على التوالي

$$a = -7 + 5i \text{ و } b = -7 - 5i \text{ و } c = 1 + i$$

1. بين ان المثلث OAB متساوي الساقين رأسه O

2. نعتبر الإزاحة T التي تحول B الى C

تحقق من ان لحن النقطة D صورة A بالإزاحة T هو $d = 1 + 11i$

$$3. \text{ أ- بين أن } \frac{a-c}{d-b} = \frac{i}{2}$$

ب- استنتج أن الرباعي $ABCD$ معين

4. حدد (E) مجموعة النقط $M(z)$ من المستوى التي تحقق $|iz - i + 1| = |z + 7 + 5i|$

المسألة

الجزء الأول:

نعتبر g الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة بمالي: $g(x) = (x-1)e^x + 1$

1. ادرس تغيرات الدالة g على IR , ثم ضع جدول تغيراتها.

2. استنتج أن $g(x) \geq 0$ لكل x من IR

الجزء الثاني

نعتبر f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة بمالي: $f(x) = (x-2)(e^x + 1)$

وليكن (C_f) منحنى الدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1. بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ ثم حدد الفرع اللانهائي ل (C_f) بجوار $+\infty$

2. تحقق من ان $f'(x) = g(x)$ لكل x من IR . ثم استنتج تغيرات f .

3. بين أن (C_f) يقبل نقطة انعطاف وحيدة يتم تحديدها

4. أ- بين ان المستقيم (D) الذي معادلته $y = x - 2$ هو المقارب المائل ل (C_f) بجوار $-\infty$

ب- ادرس الوضع النسبي ل (C_f) و المستقيم (D)

5. حدد تقاطع (C_f) مع محوري المعلم

6. انشئ (C_f) و (D) في المعلم $(O; \vec{i}; \vec{j})$

7. أ- بين ان (C_f) يقبل مماسا وحيدا (T) مواز للمستقيم (D) في نقطة يجب تحديدها

ب- ناقش مبيانيا حسب قيم البارامتر الحقيقي m عدد حلول المعادلة: $(x-2)e^x = m + 2$

النموذج الثالث (2013/2014)

المستوى: 2 ب ع ت

ثانوية التأهيلية الحسن الثاني
تزنيت

التمرين الأول

(1) حل في IR المعادلة التالية: $e^{2x} + e^x - 2 = 0$

(2) حل في IR المتراجحة التالية: $e^{2x-1} < 1$

(3) احسب النهايتين التاليتين: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{2x} + 1}{xe^x - 1}$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{e^{\sqrt{x}} - 1}{x}$

التمرين الثاني

(1) حل في IR المعادلة: $z^2 - 2z + 4 = 0$

(2) في المستوى العقدي المنسوب الى معلم متعامد ممنظم نعتبر النقط التالية: $A(1+i\sqrt{3})$ و $B(-2)$ و $C(1-i\sqrt{3})$

أ) حدد الشكل المثلثي للعدد z_A و z_C

ب) حدد الشكل المثلثي للعدد $\frac{z_A}{z_C}$ ثم استنتج طبيعة المثلث OAC

ج) بين أن المثلث ABC متساوي الساقين في B

(3) نعتبر الدوران R الذي مركزه B وزاويته $\frac{\pi}{2}$

أ) حدد الشكل العقدي للدوران R

ب) حدد لحق A' صورة A بالدوران R

التمرين الثالث

نعتبر f الدالة العددية المعرفة على IR بما يلي: $f(x) = (x^2 - x - 1)e^x$

وليكن (C_f) منحها في معلم متعامد ممنظم $(O; \vec{i}; \vec{j})$

(1) احسب النهايتين: $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(2) بين أن $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$ ثم أول النتيجة هندسيا

(3) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ ثم أول النتيجة هندسيا

(4) بين أن: $f'(x) = (x-1)(x+2)e^x$; $\forall x \in IR$

(5) أعط جدول تغيرات f

(6) انشئ (C_f) في المعلم $(O; \vec{i}; \vec{j})$

التمرين الأول

(1) حل في \mathbb{R} المعادلة التالية : $2^{2^x} = 16^{16^{16}}$

(2) بين إحدى النهايتين : $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 e^{\frac{x}{2}} = 0$ أو $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{\left(\frac{1}{2}\right)^x} = +\infty$

(3) حدد قيمة التعبير التالي: $A = \ln(2e) - \ln(e^3) + e^{1-\ln(2)}$

(4) حدد مجموع الدوال الأصلية لدالة $\varphi(x) = 3^x - e^{3x-1}$

التمرين الثاني

(1) حل في \mathbb{C} المعادلة: $z + \bar{z} - 5 = 0$

(2) في المستوى العقدي المنسوب الى معلم متعامد ممنظم نعتبر النقط A و B و C التي احاطها على التوالي: $z_A = 1-i$ و

$z_C = 1 + \sqrt{2} + i$ و $z_B = 1 + i$

(أ) أكتب على الشكل المثلي العدد العقدي: z_A

(ب) بين ان $z_A z_C = \bar{z}_C \sqrt{2}$ ثم استنتج أن $\arg(z_A) + \arg(z_C) \equiv 0[2\pi]$

(ج) حدد z_D لحق النقطة D ليكون $ABCD$ متوازي الاضلاع .

التمرين الثالث

الجزء الأول:

نعتبر g الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R} بما يلي: $g(x) = (x-1)e^x + 1$

وليكن (C_f) منحها في معلم متعامد ممنظم $(O; \vec{i}; \vec{j})$

(1) احسب $g'(x)$ لكل x من \mathbb{R}

(2) ادرس تغيرات الدالة g ثم استنتج أن $g(x) \geq 0$ لكل x من \mathbb{R}

الجزء الثاني

لتكن f الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R} بما يلي: $f(x) = (x-2)e^x + x$. وليكن (C_f) منحها في معلم متعامد ممنظم $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1. أ- احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ثم بين أن $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$

ب- ادرس الفرع اللانهائي للمنحنى (C_f)

ج- تحقق ان المستقيم (D) الذي معادلته $y = x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $-\infty$

2. ادرس الأوضاع النسبية للمستقيم (D) و المنحنى (C_f)

3. أ- احسب $f'(x)$ لكل x من \mathbb{R} ثم تحقق ان اشارة $f'(x)$ هي اشارة $g(x)$ على \mathbb{R} . واستنتج تغيرات الدالة f

ب- تحقق أن النقطة $I(0;-2)$ انعطاف المنحنى (C_f)

ج- أكتب معادلة المماس (T) عند النقطة I . وأنشئ (D) و (T) و المنحنى (C_f) (وحدة القياس $2cm$)

التمرين الأول

I

(1) لكل z من \mathbb{C} $P(z) = z^3 - (4-i)z^2 + 4(2-i)z + 8i$

أ- بين ان $-i$ حل للمعادلة $P(z) = 0$

ب- حدد العددين a و b لكل z من \mathbb{C} بحيث $P(z) = (z - i)(z^2 + az + b)$

(2) حل في \mathbb{C} المعادلة $P(z) = 0$

II

في المستوى العقدي المنسوب الى معلم متعامد ممنظم $(O; \vec{u}; \vec{v})$ نعتبر النقط A و B و C التي احاقها على التوالي:

$$z_A = 2 + 2i \text{ و } z_B = 2 - 2i \text{ و } z_C = -i$$

1. حدد C' صورة C بالتحاكي الذي مركزه B ونسبته -1

2. ليكن R الدوران الذي مركزه O وزاويته $\frac{\pi}{2}$. حدد لحق كلا من النقطتين K و H صورتي C و C' بالدوران R .

3. لتكن T الازاحة التي متجهتها $\vec{u}(4i)$. حدد لحق كلا من النقطتين N و L صورتي C و C' بالازاحة T

4. أ- بين ان A منتصف القطعة $[LN]$ و $[KH]$

ب - بين أن $\frac{z_H - z_A}{z_L - z_A} = e^{i\frac{\pi}{2}}$ ثم استنتج طبيعة الرباعي $KLHN$

التمرين الثاني

لتكن f الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R} بما يلي: $f(x) = \ln(e^{2x} - e^x + 1)$. وليكن (C_f) منحها في معلم متعامد ممنظم $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1. أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ واول النتيجة هندسيا

2. أ- بين ان $f(x) = x + \ln(e^x + e^{-x} - 1)$ لكل x من \mathbb{R}

ب - بين أن المستقيم (Δ) الذي معادلته $y = x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$

3. أ- بين أن f قابلة للإشتقاق على \mathbb{R} ثم حدد دالتها المشتقة

ب- ادرس إشارة $f'(x)$ ثم استنتج تغيرات f

4. انشئ (Δ) والمنحنى (C_f) (وحدة القياس $2cm$)

5. ليكن m عددا حقيقيا موجبا قطعاً. ناقش حسب قيم m عدد حلول المعادلة $e^{2x} + e^x + 1 - m = 0$

الفرض الثاني

النموذج الأول (2013/2014)

المستوى: 2 ب ع ت

ثانوية التأهيلية الحسن الثاني
تزنيت

التمرين الأول

الأسئلة التالية مستقلة فيما بينها
(3) احسب التكاملات التالية:

$$K = \int_0^3 \frac{5}{\sqrt{2x+3}} dx \quad \text{و} \quad J = \int_0^1 \frac{x-1}{x^2-2x+2} dx \quad \text{و} \quad I = \int_0^1 (x^2+x+1) dx$$

$$L = \int_0^1 (2x+1)e^x dx \quad \text{باستعمال المكاملة بالأجزاء احسب:}$$

$$(5) \text{ نعتبر الدالة العددية } f \text{ المعرفة على } \mathbb{R} \text{ بما يلي: } f(x) = \frac{e^{2x}}{1+e^{2x}}$$

احسب مساحة الحيز من المستوى المحصور بين محور الافاصيل والمنحنى الممثل للدالة f والمستقيمين المعرفين على التوالي بالمعادلتين: $x = \ln \sqrt{3}$ و $x = 0$.

التمرين الثاني

$$(1) \text{ حل المعادلة التفاضلية التالية: } y' - 4y = 0$$

$$(2) \text{ نعتبر المعادلة التفاضلية التالية: } 2y'' - 2y' + 5 = 0 \quad (E)$$

أ) حل المعادلة (E)

ب) حدد الحل الذي يحقق: $y(0) = 0$ و $y'(0) = \pi$.

التمرين الثالث

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد منظم نعتبر النقطتين $A(-2; 2; -4)$ و $B(4; -4; 2)$ والمستوى (P) المعروف بمعادلته الديكارتية $x - y + z + 2 = 0$.

$$(6) \text{ بين أن معادلة الفلكة } (S) \text{ التي احد أقطارها } [AB] \text{ هي: } x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y + 2z - 24 = 0$$

$$(7) \text{ استنتج } \Omega \text{ مركز و } r \text{ شعاع الفلكة } (S) \text{ انطلاقا من معادلتها الديكارتية.}$$

$$(8) \text{ بين أن معادلة المستوى } (Q) \text{ المماس للفلكة في النقطة } A \text{ هي: } x - y + z + 8 = 0$$

$$(9) \text{ استنتج معادلة ديكارتية للمستوى } (R) \text{ المماس للفلكة في النقطة } B$$

$$(10) \text{ احسب } d(\Omega; (P)) \text{ ثم استنتج أن المستوى } (P) \text{ يقطع الفلكة } (S) \text{ وفق دائرة ينبغي تحديد مركزها و شعاعها.}$$

التمرين الأول

- (1) نعتبر المعادلة التفاضلية التالية: $y'' - 4y' + 5y = 0$; (E_1)
 أ- حدد الحل العام ل (E_1)
 ب- حدد الحل الخاص ل (E_1) بحيث $y'(0) = 2$ و $y(0) = 1$
 (2) نعتبر المعادلة التفاضلية التالية: $y'' - 16y = 0$; (E_2)
 أ- حدد الحل العام ل (E_2)
 ب- حدد الحل الخاص ل (E_2) بحيث $y'(0) = -1$ و $y(0) = 1$

التمرين الثاني

- I نعتبر الدالة f المعرفة على $[1; e]$ بما يلي: $f(x) = \ln x + \frac{\ln x}{x}$
 1- باستعمال المكاملة بالأجزاء، أحسب $\int_1^e \ln x dx$
 2- احسب $\int_1^e \frac{\ln x}{x} dx$ (لاحظ ان $\frac{\ln x}{x} = \ln'(x) \cdot \ln(x)$)
 3- استنتج مساحة الحيز المحصور بين منحنى الدالة f ومحور الأفاصيل والمستقيمين الذين معادلتهما على التوالي $x = e$ و $x = 1$
 II نضع $L = \int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x^2 + 2}} dx$ و $J = \int_0^1 \frac{x^2}{\sqrt{x^2 + 2}} dx$ و $K = \int_0^1 \sqrt{x^2 + 2} dx$
 1. نضع $F(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 + 2})$ ، بين ان $F'(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 2}}$ ثم حدد قيمة L
 2. تحقق من أن $K - 2L = J$
 3. باستعمال المكاملة بالأجزاء بين ان $K = \sqrt{3} - J$
 4. استنتج قيم كل من K و J

التمرين الثالث

- لتكن (S) المجموعة النقط $M(x, y, z)$ من الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$
 حيث $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 4 = 0$ و المستوى (P) الذي معادلته $x - 2y - 2z + 1 = 0$
 (1) بين أن (S) فلكة مركزها Ω وشعاعها R
 (2) بين أن (P) يقطع (S) وفق دائرة $\Gamma(H, r)$.
 (3) حدد r ومثلوث احداثيات النقطة H
 (4) حدد تمثيلا بارامترى للمستقيم (D) المار من Ω والموجه بالمتجهة $\vec{u}(2, -1, -2)$
 (5) ادرس تقاطع المستقيم (D) والفلكة (S)

