

مسألة : (11نقطة)

الجزء الأول : لتكن g الدالة العددية المعرفة على $]0; +\infty[$ بما يلي : $g(x) = x^2 - 2\ln x + 2$

1. أحسب النهايتين $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$.

1

2. بين أن $g'(x) = \frac{2x^2-2}{x}$; $(\forall x \in]0; +\infty[)$

0.75

3. ضع جدول تغيرات g واستنتج أن $g(x) > 0$ $(\forall x \in]0; +\infty[)$

1

الجزء الثاني : نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0; +\infty[$ بما يلي : $f(x) = x - 2 + 2\frac{\ln x}{x}$ وليكن (C_f) منحناها في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1. أحسب النهاية : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

0.5

2. أحسب النهاية : $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ ثم أول النتيجة هندسيا .

0.75

3. أ- بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x - 2$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$.

0.5

ب- أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) .

0.75

4. أ- بين أن $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$ لكل x من $]0; +\infty[$

1

ب- استنتج أن f تزايدية قطعاً على المجال $]0; +\infty[$ ، ثم ضع جدول تغيراتها .

0.75

5. بين أن المنحنى (C_f) يقطع محور الأفاصل في النقطة ذات الأفصول α حيث : $1 < \alpha < 2$.

0.75

6. أكتب معادلة المماس (T) عند النقطة ذات الأفصول 1 .

0.5

7. بين أن لكل x من $]0; +\infty[$: $f''(x) = \frac{4\ln x - 6}{x^3}$ ثم حدد تقعر ونقطة انعطاف المنحنى (C_f)

1.25

8. أنشئ في نفس المعلم $(O; \vec{i}; \vec{j})$ المستقيم (Δ) والمماس (T) والمنحنى (C_f) .

1.5

التمرين الثاني : (9 نقط) التمرين الثاني : (9 نقط)

التوالي $a = -\sqrt{2}$ و $b = 1 + i$ و $c = 1 - i$ والنقطة D منتصف القطعة $[BC]$.

1. حدد معيار وعمدة العدد ia ثم اكتب العددين b و c على الشكل المثلثي

1.5

2. حدد لحق النقطة D ثم بين أن النقط A و O و D مستقيمات

0.75

3. أ- اكتب على الشكل الجبري العدد العقدي : $\frac{b-a}{c-a}$ ثم استنتج أن : $\frac{b-a}{c-a} = \frac{\sqrt{2}}{2}b$

0.75

ب- استنتج الشكل المثلثي للعدد $\frac{b-a}{c-a}$ ثم استنتج قياساً للزاوية الموجهة : $(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AB})$

1.25

4. استنتج طبيعة المثلث ABC

0.25

5. بين أن المستقيم (OA) هو واسط القطعة $[BC]$ ثم استنتج أن : $(\overrightarrow{AO}, \overrightarrow{AB}) \equiv \frac{\pi}{8} [2\pi]$

0.75

6. حدد مجموعة النقط M ذات اللق z بحيث يحقق : $|z - 1 - i| = |z - 1 + i|$

0.75

7. اكتب العدد العقدي $\frac{a-b}{a}$ على الشكلين الجبري والمثلثي ثم استنتج $\sin\left(\frac{\pi}{8}\right)$ و $\cos\left(\frac{\pi}{8}\right)$

1.5

8. حدد الكتابة العقدية للإزاحة t التي تحول النقطة C إلى النقطة O ، ثم حدد لحق النقطة $t(D)$.

1.5

يؤخذ بعين الاعتبار طريقة صياغة الأجوبة والدقة في الطريقة المتبعة.

مسألة : (11 نقطة)

الجزء الأول : لتكن g الدالة العددية المعرفة على $]0; +\infty[$ بما يلي : $g(x) = \ln x - x^2$

1.5

1. أحسب النهايتين $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x)$ ثم بين أن : $g\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) < 0$

0.75

2. بين أن $\forall x \in]0; +\infty[; g'(x) = \frac{1-2x^2}{x}$

1

3. ضع جدول تغيرات g واستنتج أن $\forall x \in]0; +\infty[; g(x) < 0$

الجزء الثاني : نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0; +\infty[$ بما يلي : $f(x) = x + \frac{1}{x} + \frac{\ln x}{x}$ وليكن (C_f) منحناها في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

0.5

1. أحسب النهاية : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

0.75

2. أحسب النهاية : $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ ثم أول النتيجة هندسيا .

0.5

3. أ- بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$.

0.75

ب- أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) .

0.75

4. أ- بين أن $f'(x) = \frac{-g(x)}{x^2}$ لكل x من $]0; +\infty[$

0.75

ب- استنتج أن f تزايدية قطعاً على المجال $]0; +\infty[$ ، ثم ضع جدول تغيراتها .

0.75

5. بين أن المنحنى (C_f) يقطع محور الأفاصيل في النقطة ذات الأفصول α حيث : $\frac{1}{4} < \alpha < \frac{1}{2}$.

0.5

6. أكتب معادلة المماس (T) عند النقطة ذات الأفصول 1 .

1

7. بين أن لكل x من $]0; +\infty[$: $f''(x) = \frac{2\ln x - 1}{x^3}$ ثم حدد نقطة انعطاف المنحنى (C_f)

1.5

8. أنشئ في نفس المعلم $(O; \vec{i}; \vec{j})$ المستقيم (Δ) والمماس (T) والمنحنى (C_f) .

التمرين الثاني : (9 نقط) ٩

نعتبر في المستوى العقدي $(O; \vec{u}; \vec{v})$ النقط A و B و C التي أحاطها على التوالي $a = -i\sqrt{2}$ و $b = 1 + i$ و $c = -1 + i$ والنقطة D منتصف القطعة $[BC]$.

1. حدد معيار وعمدة العدد a ثم اكتب العددين \bar{b} و c على الشكل المثلثي (حيث \bar{b} هو مرافق العدد b)

0.75

2. حدد لحق النقطة D ثم بين أن النقط A و O و D مستقيمات

0.75

3. أ- اكتب على الشكل الجبري العدد العقدي : $\frac{b-a}{c-a}$ ثم استنتج أن : $\frac{b-a}{c-a} = \frac{\sqrt{2}}{2} \bar{b}$

1.5

ب- استنتج الشكل المثلثي للعدد $\frac{b-a}{c-a}$ ثم استنتج قياساً للزاوية الموجهة : $(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AB})$

0.75

4. بين أن المستقيم (OA) هو واسط القطعة $[BC]$ ثم استنتج أن : $(\overrightarrow{AO}, \overrightarrow{AC}) \equiv \frac{\pi}{8} [2\pi]$

0.75

5. حدد مجموعة النقط M ذات اللحق z بحيث يحقق : $|z + 1 - i| = |z - 1 - i|$

1.5

6. اكتب العدد العقدي $\frac{a-c}{a}$ على الشكلين الجبري والمثلثي ثم استنتج $\cos\left(\frac{\pi}{8}\right)$ و $\sin\left(\frac{\pi}{8}\right)$

0.5

7. حدد الكتابة العقدية للتحاكي h الذي مركزه A ونسبته $\frac{\sqrt{2}+2}{2}$

1

8. بين أن : $h(O) = D$ ، ثم حدد لحق النقطة $h(D)$ صورة النقطة D بالتحاكي h .

يؤخذ بعين الاعتبار طريقة صياغة الأجوبة والدقة في الطريقة المتبعة.