

Lycée Charif El Idrissi - Assoul-	Devoir surveillé N°2	Prof : MOUAD ZILLOU Classe : 1Bac Sc.exp 01	Barème
Exercice ①			
Soit (u_n) une suite numérique définie par : $\begin{cases} u_0 = 1 \\ (\forall n \in \mathbb{N}); u_{n+1} = \frac{4u_n - 1}{4u_n} \end{cases}$			02
1) Montrer que $(\forall n \in \mathbb{N}); u_n > \frac{1}{2}$.			01
2) Montrer que $u_{n+1} - u_n = \frac{-(2u_n - 1)^2}{4u_n}$			01
3) Dédurre que (u_n) est décroissante et que $(\forall n \in \mathbb{N}); u_n \leq 1$			
4) Soit (v_n) une suite définie par $(\forall n \in \mathbb{N}); v_n = \frac{3}{2u_n - 1}$			1.5
a) Montrer que (v_n) est une suite <u>arithmétique</u> de raison $r = 3$, puis calculer v_0 .			02
b) Déterminer v_n en fonction de n puis déduire $(\forall n \in \mathbb{N}); u_n = \frac{1}{2} \left(\frac{n+2}{n+1} \right)$.			01
c) Calculer $S = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_{20}$			01
Exercice ②			
Soit (u_n) une suite numérique définie par : $\begin{cases} u_0 = 3 \\ (\forall n \in \mathbb{N}); u_{n+1} = \frac{8u_n - 8}{u_n + 2} \end{cases}$			02
1) Montrer que $(\forall n \in \mathbb{N}); 2 < u_n < 4$ ($c - \hat{a} - d$: Montrer que $(\forall n \in \mathbb{N}); u_n < 4$ et $u_n > 2$)			1.5
2) Montrer que pour tout n de \mathbb{N} : $u_{n+1} - u_n = \frac{(u_n - 2)(4 - u_n)}{u_n + 2}$			01
3) Montrer que la suite (u_n) est croissante.			
4) On considère la suite (v_n) définie par : $(\forall n \in \mathbb{N}); v_n = \frac{u_n - 4}{u_n - 2}$			
a) calculer v_0 et Montrer que (v_n) est une suite <u>géométrique</u> de raison $q = \frac{2}{3}$.			1.5
b) Exprimer v_n en fonction de n			0.5
c) Dédurre que : $(\forall n \in \mathbb{N}); u_n = \frac{2 \times \left(\frac{2}{3}\right)^n + 4}{\left(\frac{2}{3}\right)^n + 1}$			01
5) On pose $(\forall n \in \mathbb{N}^*); S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_{n-1}$. Montrer que : $(\forall n \in \mathbb{N}^*); S_n = -3 \left(1 - \left(\frac{2}{3}\right)^n \right)$			01
6) Montrer que $(\forall n \in \mathbb{N}); u_{n+1} < 2(u_n - 1)$			01
7) Dédurre que $(\forall n \in \mathbb{N}); u_n < 2^{n+1}$			01

« La vie n'est bonne qu'à étudier et à enseigner les mathématiques »

« En mathématiques, on ne comprend pas les choses, on s'y habitue »