التمرين 1: (6ن)

1 حل المعادلة التفاضلية $y' = 2y + 3$.

2 حل المعادلات التفاضلية التالية :

$(E_1): y'' + y' - 6y = 0$ $\qquad$ $(E_2): y'' - 6y' + 9 = 0$ $\qquad$ $(E_3): y'' + 2y' + 5 = 0$

3 بين أن حل النظمة $\begin{cases} y'' - 6y' + 9 = 0 \\ y(0) = 1 \\ y(1) = 0 \end{cases}$ هو الدالة $y(x) = (1-x)e^{3x}$.

التمرين 2: (8ن)

1 بين أنه لكل x من $\mathbb{R} \setminus \{1,5\}$: $\dfrac{1}{x-1} - \dfrac{1}{x-5} = \dfrac{4}{x^2 - 6x + 5}$.

ثم استنتج حساب $\displaystyle\int_2^3 \frac{4}{x^2 - 6x + 5}dx$.

2

1.2– بين أن : $1 \leqslant \dfrac{1}{1+t} \leqslant 1 - t \quad : \quad (\forall t \in \mathbb{R}^+)$

2.2– باستعمال التكامل بين 0 و x استنتج أن : $x \leqslant \ln(1+x) \leqslant x - \dfrac{x^2}{2} \quad : \quad (\forall x \in \mathbb{R}^+)$

3.2– استنتج تأطيرا ل $\displaystyle\int_0^1 \ln(1+x)dx$.

3 ليكن n عددا صحيحا طبيعيا حيث $n \geqslant 1$. نضع $I_n = \displaystyle\int_1^{\sqrt{2}} 2x(x^2-1)^{n-1}dx$.

بين أن $I_n = \dfrac{1}{n}$ ثم استنتج $\displaystyle\lim_{n \to +\infty} I_n$.

4 نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ ب $f(x) = (x-1)^2$.

أحسب بوحدة قياس الحجوم مجسم الدوران المولد عن دوران منحنى الدالة f بين 0 و 1 حول محور الأفاصيل .

التمرين 3: (6ن)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

نعتبر (S) مجموعة النقط $M(x;y;z)$ من الفضاء التي تحقق $x^2+y^2+z^2-2x-4y-2z-3=0$

1 بين أن (S) فلكة مركزها $\Omega(1;2;1)$ و شعاعها $R = 3$.

2 نعتبر (P) المستوى المار من $A(2,3,2)$ و $\vec{n}(1,1,1)$ منظمية له .

1.2– حدد معادلة ديكارتية للمستوى (P) .

2.2– بين أن $d(\Omega;(P)) = \sqrt{3}$. ماذا تستنتج ؟

3 نعتبر المستقيم (Δ) المار من $B(2,0,5)$ والموجه ب $\vec{u}(1,1,-2)$.

1.3– حدد تمثيلا بارامتريا للمستقيم (Δ) .

2.3– بين أن تقاطع (Δ) و (S) هو النقطتان $E(3,1,3)$ و $F(4,2,1)$.

التمرين 1: (6ن)

1 حل المعادلة التفاضلية $y' = 2y + 3$.

2 حل المعادلات التفاضلية التالية :

$(E_1) : y'' + y' - 6y = 0$ $\qquad$ $(E_2) : y'' - 6y' + 9 = 0$ $\qquad$ $(E_3) : y'' + 2y' + 5 = 0$

3 بين أن حل النظمة $\begin{cases} y'' - 6y' + 9 = 0 \\ y(0) = 1 \\ y(1) = 0 \end{cases}$ هو الدالة $y(x) = (1-x)e^{3x}$.

التمرين 2: (8ن)

1 بين أنه لكل x من $\mathbb{R} \setminus \{1, 5\}$: $\dfrac{4}{x^2 - 6x + 5} = \dfrac{1}{x-5} - \dfrac{1}{x-1}$.

ثم استنتج حساب $\displaystyle\int_2^3 \frac{4}{x^2 - 6x + 5}dx$.

2

1.2– بين أن : $1 - t \leqslant \dfrac{1}{1+t} \leqslant 1 \quad : \quad (\forall t \in \mathbb{R}^+)$

2.2– باستعمال التكامل بين 0 و x استنتج أن : $x - \dfrac{x^2}{2} \leqslant \ln(1+x) \leqslant x \quad : \quad (\forall x \in \mathbb{R}^+)$

3.2– استنتج تأطيرا ل $\displaystyle\int_0^1 \ln(1+x)dx$.

3 ليكن n عددا صحيحا طبيعيا حيث $n \geqslant 1$. نضع $I_n = \displaystyle\int_1^{\sqrt{2}} 2x(x^2-1)^{n-1}dx$.

بين أن $I_n = \dfrac{1}{n}$ ثم استنتج $\displaystyle\lim_{n \to +\infty} I_n$.

4 نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ ب $f(x) = (x-1)^2$.
أحسب بوحدة قياس الحجوم مجسم الدوران المولد عن دوران منحنى الدالة f بين 0 و 1 حول محور الأفاصيل .

التمرين 3: (6ن)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.
نعتبر (S) مجموعة النقط $M(x; y; z)$ من الفضاء التي تحقق $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 2z - 3 = 0$

1 بين أن (S) فلكة مركزها $\Omega(1; 2; 1)$ و شعاعها $R = 3$.

2 نعتبر (P) المستوى المار من $A(2, 3, 2)$ و $\vec{n}(1, 1, 1)$ منظمية له .

1.2– حدد معادلة ديكارتية للمستوى (P) .

2.2– بين أن $d(\Omega; (P)) = \sqrt{3}$. ماذا تستنتج ؟

3 نعتبر المستقيم (Δ) المار من $B(2, 0, 5)$ والموجه ب $\vec{u}(1, 1, -2)$.

1.3– حدد تمثيلا بارامتريا للمستقيم (Δ) .

2.3– بين أن تقاطع (Δ) و (S) هو النقطتان $E(3, 1, 3)$ و $F(4, 2, 1)$.